Processo markoviano de decisão aplicado ao controle de admissões em hospitais eletivos

Luiz G. N. Nunes[1], Solon V. de Carvalho[2], Rita C. M. Rodrigues[2]

[1]Rede Sarah de Hospitais de Reabilitação
SMHS Quadra 301, Bloco A. 70.335-901 – Brasília, DF, Brasil
[2]Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Av. dos Astronautas, 1.758, Jd. Granja, 12.227-010 – São José dos Campos, SP, Brasil

Abstract. *We present a new model for the sequential decision process to define the number of patients periodically scheduled in each specialty in an elective hospital setting (without emergency services). This is a complex system due to its stochastic dynamics and dimensionality. The objective for controlling the system is to improve hospital resource utilization. The system is modeled as a Markov decision process, which when taken together with a well suited solution method has great potential for application.*

Resumo. *Apresenta-se um modelo novo para o processo decisório seqüencial que define o número de pacientes de cada especialidade a ser agendado em um hospital eletivo (sem serviço de emergência). Este é um sistema complexo devido a sua dinâmica estocástica e dimensionalidade. O objetivo de controlar o sistema é o de melhorar a utilização dos recursos hospitalares. O sistema é modelado como um processo markoviano de decisão, o qual quando combinado com um método adequado de solução tem grande potencial para aplicação.*

1. Introdução

Apresenta-se a seguir um modelo inovador para o processo seqüencial de decisões sobre o número de pacientes regularmente admitidos em especialidades distintas em um hospital eletivo (sem emergência). Trata-se de um sistema complexo, tanto em relação à dinâmica estocástica quanto à dimensionalidade dos espaços de estados e de ações. O objetivo de se controlar esse sistema é melhorar o desempenho da utilização dos recursos hospitalares disponíveis.

Os Processos Markovianos de Decisão (PMDs) têm provado sua utilidade como modelo para problemas de decisões seqüenciais com característica estocástica, que apresentam a propriedade markoviana, qual seja, os estados e decisões futuros são independentes dos estados e decisões passados, dado o conhecimento do estado presente do sistema considerado (PUTERMAN, 2005).

O controle de admissões em hospitais é um problema comum e cotidiano a todo serviço hospitalar. Existem várias formas de se entender a necessidade de se realizar tal controle. Nesta pesquisa será dada ênfase à relação entre a quantidade de pacientes admitidos e a utilização de recursos disponíveis no hospital. Mais particularmente analisa-se o processo de admissões em hospitais eletivos, que não possuem serviço de emergência, o que não impede a extensão da modelagem proposta a hospitais que possuam tal serviço.

A motivação para se modelar o sistema de admissões em um hospital eletivo como um PMD surgiu da identificação de características deste sistema que se ajustam bem aos conceitos dos PMDs, quais sejam: (1) tomada de decisão seqüencial sob incerteza, gerando uma dinâmica estocástica; (2) possibilidade de se observar o estado atual do sistema em instantes de decisão igualmente espaçados no tempo (decisões a tempo discreto); (3) características markovianas que podem ser inferidas (o futuro não depende do passado, depende sim do estado presente e da decisão tomada).

Neste contexto, apresenta-se nas seções seguintes a modelagem proposta. Na Seção 2, os elementos básicos do sistema são descritos. Na Seção 3, descreve-se a composição dos elementos do PMD: espaço de estados, espaço de ações, dinâmica probabilística e limitações para os espaços de estados e de ações. A função de custo do PMD é descrita na Seção 4. Na Seção 5, considerações finais sobre o modelo são apresentadas.

2. Elementos do sistema

2.1 Demanda

Como mencionado, o modelo em proposição aplica-se a um sistema de admissões eletivas, ou seja, sem tratamentos de emergências. Considera-se que os candidatos devem solicitar sua admissão para tratamento no hospital, sendo, então, inscritos em uma lista de espera correspondente à sua especialidade. Os candidatos aguardam até o momento de sua convocação para comparecerem ao hospital e darem início ao seu processo de tratamento, o qual se encerra no momento da alta hospitalar.

Considera-se que o hospital realiza admissões em m tipos de especialidades. Representam-se as especialidades pelo índice d; assim, $d \in \{1,...,m\}$. Presume-se que sempre existem candidatos de todas as especialidades aguardando a convocação para o tratamento.

2.2 Padrões de consumo

Com o propósito de se atingir o objetivo do modelo, ou seja, estabilizar a utilização dos recursos em níveis desejados, faz-se necessário empregar uma metodologia para mensurar o consumo dos recursos. Neste estudo adota-se a metodologia proposta por Kapadia *et al.* (1985, 2000). Ao contrário de Fetter e Thompson (1969) e Kao (1974), que empregaram mudanças de locais de atendimento; de Kao (1972, 1973), que empregou mudanças do estado de saúde do paciente; e de Thomas (1968), que empregou mudanças do nível de recuperação do paciente, Kapadia e seus colaboradores descreveram o curso de tratamento de um paciente em um hospital como uma sequência de mudanças de "padrões de atendimento". Um padrão de atendimento, como já definido na Seção 1.3 do Capítulo 3, é uma configuração indicativa da utilização média esperada de cada recurso realizada por um paciente em um período de tempo fixo preestabelecido. Esse período deve ser escolhido de acordo com o propósito do planejamento, podendo ser de quinze dias, uma semana ou mesmo um dia.

Como demonstraram Kapadia *et al.* (1985, 2000), é possível determinar um número discreto de padrões de atendimento para um hospital através da análise amostrada dos cursos de tratamento de seus pacientes. Dividem-se os cursos de tratamento amostrados em períodos de tempo constantes e aplicam-se técnicas de agrupamento para se identificar os padrões de atendimento.

Para a modelagem em proposição, considera-se a existência de n padrões de atendimento, representados por E_i, $i = 1,...,n$. Assim, por exemplo, o curso do tratamento de um paciente que gastou um total de 8 períodos de tempo no hospital pode ser descrito como uma sequência de padrões de atendimento, tal como $E_2 E_1 E_1 E_4 E_2 E_2 E_3 E_5 E_n$. Nessa sequência exemplificada, o período inicial do paciente no hospital foi classificado como padrão de atendimento E_2; então, o paciente gastou os períodos 2 e 3 no padrão de atendimento E_1, o período 4 no padrão de atendimento E_4, os períodos 5 e 6 no padrão de atendimento E_2, os períodos 7 e 8 nos padrões E_3 e E_5 e finalmente recebeu alta. Define-se o padrão E_n como representante da alta hospitalar. Esse padrão deve aparecer encerrando a representação de todos os cursos de tratamento, e nele não há consumo de recursos.

2.3 Recursos disponíveis

Ao se exercer o controle de admissões de pacientes em um longo horizonte de planejamento, pretende-se estabilizar a utilização média dos recursos hospitalares. Portanto, nessa modelagem serão consideradas utilizações médias dos recursos em períodos fixos de tempo, em vez de se considerarem quantidades exatas de consumo.

Um padrão de atendimento determina a quantidade média esperada de utilização de cada recurso hospitalar considerado, realizada por um paciente em um período. Por exemplo, um padrão de atendimento qualquer E_i pode determinar o número médio de consultas médicas, de sessões de fisioterapia, de dias de internação e de exames radiológicos que se espera que sejam utilizados por um paciente em um período de atendimento.

No modelo em proposição consideram-se k recursos hospitalares denotados pelo índice L_j, $j \in \{1,...,k\}$. Define-se L_{ij}, $i \in \{1,...,n\}$ e $j \in \{1,...,k\}$ como a quantidade média esperada de recursos do tipo L_j utilizada em um período por um paciente atendido sob o padrão de atendimento E_i. Define-se, também, $\max L_j$ como a capacidade disponível de recursos do tipo L_j em um período.

Admite-se que se um recurso – L_j – for utilizado além da capacidade disponibilizada – $\max L_j$ –, o hospital sempre o proverá de alguma forma, mas a um custo mais elevado. Esse custo extra será imputado na função de custo do modelo.

3. Elementos do PMD

Um PMD pode ser definido de forma genérica por uma *n-upla* (X, A, P, R), em que: X representa o conjunto de possíveis estados observáveis nos instantes de decisão; A representa o conjunto das possíveis ações, sendo que em um instante de decisão as ações disponíveis ficam limitadas em função do estado observado; P representa as distribuições de probabilidade de transição entre estados, sendo dependente do estado observado e da ação adotada em um instante de decisão; e R representa a função que determina o custo imediato esperado associado ao estado observado e à ação adotada. Em um instante de decisão qualquer t, observa-se o estado do sistema $x_t \in X$ e adota-se uma ação $a_t \in A(x_t)$, gerando-se, assim, o custo imediato esperado $R(x_t, a_t)$ e a probabilidade de o sistema passar a um estado qualquer $x_{t+1} \in X$, representada por $P(x_{t+1} \mid (x_t, a_t))$. Atendendo-se às características da modelagem pretendida, neste estudo considera-se um tipo particular de PMD, com espaços de estados e de ações finitos e enumeráveis, tempo discreto entre instantes de decisão, função de custo esperado limitada e horizonte de planejamento infinito. Para o modelo proposto, tem-se composição descrita a seguir.

3.1 Espaço de Estados

A cada instante de decisão t, presume-se que o hospital pode ser observado em um estado x_t,

$$x_t = \{E_{1,t}^1, \ldots, E_{1,t}^m, \ldots, E_{n,t}^1, \ldots, E_{n,t}^m\},$$

em que $E_{i,t}^d$ representa o número de pacientes da especialidade d, $d \in \{1, \ldots, m\}$, que estiveram no padrão de atendimento E_i, $i \in \{1, \ldots, n\}$, durante o último período, entre os instantes de decisão $t-1$ e t. Assim, o espaço de estados X é o conjunto ao qual pertencem todos os possíveis estados do tipo x_t.

3.2 Espaço de Ações

Nos instantes de decisão igualmente espaçados ao longo do horizonte de planejamento, o número de pacientes de cada especialidade a ser admitido no próximo período deve ser determinado. Ou seja, a cada instante de decisão, uma ação do tipo a deve ser selecionada, tal que

$$a = \{S^1, ..., S^m\},$$

em que S^d representa o número de pacientes da especialidade d, $d \in \{1,...,m\}$, a ser admitido no próximo período. Presume-se que S^d é limitado, variando no intervalo entre 0 e $\max S^d$, sendo $\max S^d$ a capacidade máxima de admissões de pacientes do tipo d em um período. Assim, o espaço de ações A é definido como o conjunto finito ao qual pertencem todas as possíveis ações do tipo a.

3.3 Dinâmica estocástica

Presume-se que cada especialidade, durante o curso do tratamento de um paciente, possui uma dinâmica estocástica distinta e independente em relação às transições entre padrões de atendimento.

Analisando-se um número suficiente de cursos de tratamento, a contagem das transições de um padrão de atendimento a outro permite que sejam calculadas estimativas de máxima verossimilhança para as probabilidades de transições entre padrões de atendimento (KAPADIA *et al.*, 1985, 2000). A matriz de probabilidades de transições entre padrões de atendimento para um paciente da especialidade d, $d \in \{1,...,m\}$, pode ser representada por

$$\begin{bmatrix} p_{11}^d & p_{12}^d & p_{13}^d & \dots & p_{1n}^d \\ p_{21}^d & p_{22}^d & p_{23}^d & \dots & p_{2n}^d \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{(n-1)1}^d & p_{(n-1)2}^d & p_{(n-1)3}^d & \dots & p_{(n-1)n}^d \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

em que p_{ij}^d representa a probabilidade de um paciente da especialidade d passar do padrão de atendimento E_i para o padrão de atendimento E_j em um período. Essa matriz representa uma cadeia de Markov, em que os estados correspondem aos padrões de atendimento e existe um único estado absorvente E_n correspondente à alta hospitalar.

Além da matriz de probabilidades de transições entre padrões de atendimento, é possível determinar, para cada especialidade, as probabilidades de um paciente ingressar no sistema em cada um dos padrões de atendimento. A probabilidade de um paciente da especialidade d gastar o seu primeiro período no hospital sob o padrão de atendimento E_i é representada por p_i^d. Considera-se que os pacientes não podem ingressar diretamente no padrão de alta – E_n –, ou seja, $p_n^d = 0$ para $d = 1,...,m$.

Antes de se estabelecerem as probabilidades de transições entre estados pertencentes a X, é necessário que se defina $P(\{E_{1,t+1}^d,...,E_{n,t+1}^d\} | (x_t, a))$, a probabilidade de se atingir a quantidade especificada de pacientes da especialidade d em cada padrão de atendimento no instante de decisão $t+1$, dado que no instante de decisão t o hospital foi observado no estado x_t e a ação a foi adotada. Essa probabilidade pode ser obtida através da soma das probabilidades de todas as combinações possíveis para se atingir $\{E_{1,t+1}^d,...,E_{n,t+1}^d\}$ a partir de (x_t, a); e a probabilidade de uma combinação possível pode ser obtida através da convolução de distribuições multinomiais. A formulação para o cálculo dessa probabilidade pode ser representada como segue:

$P(\{E_{1,t+1}^d,...,E_{n,t+1}^d\} | (x_t, a)) =$

$$\sum_{y_1=\max(0;E^d_{1,t+1}-\sum_{i=1}^{n-1}E^d_{i,t}+E^d_{n,t+1})}^{\min(E^d_{1,t+1};S^d)} \sum_{x_{11}=\max(0;E^d_{1,t+1}-(\sum_{i=2}^{n-1}E^d_{i,t}+y_1))}^{\min(E^d_{1,t+1}-y_1;E^d_{1,t})} \cdots \sum_{x_{(n-2)1}=\max(0;E^d_{1,t+1}-(E^d_{n-1,t}+\sum_{i=1}^{n-3}x_{i1}+y_1))}^{\min(E^d_{1,t+1}-(\sum_{i=1}^{n-3}x_{i1}+y_1);E^d_{n-2,t})}$$

$$\sum_{y_2=\max(0;E^d_{2,t+1}-\sum_{i=1}^{n-1}(E^d_{i,t}-x_{i1})+E^d_{n,t+1})}^{\min(E^d_{2,t+1};S^d-y_1)} \sum_{x_{12}=\max(0;E^d_{2,t+1}-(\sum_{i=2}^{n-1}(E^d_{i,t}-x_{i1})+y_2))}^{\min(E^d_{2,t+1}-y_2;E^d_{1,t}-x_{11})} \cdots$$

$$\sum_{x_{(n-2)2}=\max(0;E^d_{2,t+1}-(E^d_{n-1,t}-x_{(n-1)1}+\sum_{i=1}^{n-3}x_{i2}+y_2))}^{\min(E^d_{2,t+1}-(\sum_{i=1}^{n-3}x_{i2}+y_2);E^d_{n-2,t}-x_{(n-2)1})} \cdots$$

$$\sum_{y_{n-2}=\max(0;E^d_{n-2,t+1}-\sum_{i=1}^{n-1}(E^d_{i,t}-\sum_{j=1}^{n-2}x_{ij})+E^d_{n,t+1})}^{\min(E^d_{n-2,t+1};S^d-\sum_{j=1}^{n-3}y_j)} \sum_{x_{1(n-2)}=\max(0;E^d_{n-2,t+1}-(\sum_{i=2}^{n-1}(E^d_{i,t}-\sum_{j=1}^{n-3}x_{ij})+y_{n-2}))}^{\min(E^d_{n-2,t+1}-y_{n-2};E^d_{1,t}-\sum_{j=1}^{n-3}x_{1j})} \cdots$$

$$\sum_{x_{(n-2)(n-2)}=\max(0;E^d_{n-2,t+1}-(E^d_{n-1,t}-\sum_{j=1}^{n-3}x_{(n-1)j}+\sum_{i=1}^{n-3}x_{i(n-2)}+y_{n-2}))}^{\min(E^d_{n-2,t+1}-(\sum_{i=1}^{n-3}x_{i(n-2)}+y_{n-2});E^d_{n-2,t}-\sum_{j=1}^{n-3}x_{(n-2)j})}$$

$$\sum_{x_{1(n-1)}=\max(0;E^d_{n-1,t+1}-(\sum_{i=2}^{n-1}(E^d_{i,t}-\sum_{j=1}^{n-2}x_{ij})+(S^d-\sum_{i=1}^{n-2}y_i)))}^{\min(E^d_{n-1,t+1}-(S^d-\sum_{i=1}^{n-2}y_i);E^d_{1,t}-\sum_{j=1}^{n-2}x_{1j})} \cdots$$

$$\sum_{x_{(n-2)(n-1)}=\max(0;E^d_{n-1,t+1}-(E^d_{n-1,t}-\sum_{j=1}^{n-2}x_{(n-1)j}+\sum_{i=1}^{n-3}x_{i(n-1)}+(S^d-\sum_{i=1}^{n-2}y_i)))}^{\min(E^d_{n-1,t+1}-(\sum_{i=1}^{n-3}x_{i(n-1)}+(S^d-\sum_{i=1}^{n-2}y_i));E^d_{n-2,t}-\sum_{j=1}^{n-2}x_{(n-2)j})}$$

$$\sum_{x_{1n}=\max(0;E^d_{n,t+1}-(\sum_{i=2}^{n-1}(E^d_{i,t}-\sum_{j=1}^{n-1}x_{ij})))}^{\min(E^d_{n,t+1};E^d_{1,t}-\sum_{j=1}^{n-1}x_{1j})} \cdots \sum_{x_{(n-2)n}=\max(0;E^d_{n,t+1}-(E^d_{n-1,t}+\sum_{i=1}^{n-3}x_{in}))}^{\min(E^d_{n,t+1}-(\sum_{i=1}^{n-3}x_{in});E^d_{n-2,t}-\sum_{j=1}^{n-1}x_{(n-2)j})}$$

$$\left\{\begin{array}{l}
\dfrac{S^d!}{y_1!y_2!\ldots y_{n-2}!(S^d-\sum_{i=1}^{n-2}y_i)!}(p^d_1)^{y_1}(p^d_2)^{y_2}\ldots(p^d_{(n-2)})^{y_{n-2}}(p^d_{(n-1)})^{S^d-\sum_{i=1}^{n-2}y_i} \\[2ex]
\dfrac{E^d_{1,t}!}{x_{11}!x_{12}!\ldots x_{1n}!}(p^d_{11})^{x_{11}}(p^d_{12})^{x_{12}}\ldots(p^d_{1n})^{x_{1n}} \\[2ex]
\dfrac{E^d_{2,t}!}{x_{21}!x_{22}!\ldots x_{2n}!}(p^d_{21})^{x_{21}}(p^d_{22})^{x_{22}}\ldots(p^d_{2n})^{x_{2n}} \quad \ldots \\[2ex]
\dfrac{E^d_{n-1,t}!}{(E^d_{1,t+1}-\sum_{i=1}^{n-2}x_{i1}-y_1)!\ldots(E^d_{n,t+1}-\sum_{i=1}^{n-2}x_{in})!}(p^d_{(n-1)1})^{E^d_{1,t+1}-\sum_{i=1}^{n-2}x_{i1}-y_1}\ldots(p^d_{(n-1)n})^{E^d_{n,t+1}-\sum_{i=1}^{n-2}x_{in}}
\end{array}\right\}$$

em que y_i representa o número de pacientes da especialidade d admitidos durante o período entre t e $t+1$ classificados no padrão de atendimento E_i no instante de decisão $t+1$, e x_{ij} representa o número de pacientes da especialidade d que passam do padrão de atendimento E_i no instante de decisão t para o padrão de atendimento E_j no instante de decisão $t+1$. Duas características importantes da complexa formulação enunciada são: (1) uma vez que se definiu não ser possível um paciente receber alta no mesmo período de admissão, essa possibilidade foi excluída da formulação (y_n foi excluído); (2) como o padrão E_n representa a alta hospitalar e definiu-se que não ocorrem transições partindo do padrão de alta, exclui-se da formulação essa possibilidade (x_{ni} foi excluído para $i = 1...n$). A formulação traz subentendidas quatro restrições:

(1) somando-se os y_i, $i \in \{1,..,n-1\}$, obtém-se a quantidade de pacientes da especialidade d que devem ser admitidos durante o período entre t e $t+1$, conforme determinado pela ação a, ou seja, $S^d = \sum_{i=1}^{n-1} y_i$;

(2) o número de transições de pacientes da especialidade d durante o período entre t e $t+1$ partindo do padrão de atendimento E_i deve ser igual à quantidade de pacientes da especialidade d presentes no padrão de atendimento E_i no instante de decisão t, ou seja, $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = E_{i,t}^d$, para $i = 1,...,n-1$;

(3) o número de pacientes da especialidade d no instante de decisão $t+1$ deve ser igual ao número de pacientes da especialidade d no instante de decisão t somado ao número de pacientes da especialidade d admitidos durante o período entre t e $t+1$, excluindo-se o número de pacientes presentes no padrão de alta no instante de decisão t, ou seja, $\sum_{i=1}^{n} E_{i,t+1}^d = \sum_{i=1}^{n-1} E_{i,t}^d + S^d$;

(4) Qualquer combinação que não satisfaça as três restrições anteriores tem probabilidade igual a zero.

Considerando-se que a dinâmica estocástica é independente para cada especialidade, então $P(x_{t+1} \mid (x_t, a))$, a probabilidade de que o sistema passe do estado

$x_t \in X$ para o estado $x_{t+1} \in X$, dado que a ação a seja adotada no instante de decisão t, pode ser obtida através do seguinte produto:

$$P\left(x_{t+1} \mid (x_t, a)\right) = \prod_{d=1}^{m} P(\{E_{1,t+1}^d, ..., E_{n,t+1}^d\} \mid (x_t, a))$$

3.4 Limites dos espaços de estados e de ações

Presume-se que nem todas as ações podem ser escolhidas em todos os estados. Em estados nos quais a utilização média esperada no próximo período de pelo menos um dos k recursos estiver acima da capacidade disponibilizada, não se admitem novos pacientes no próximo período. Ou seja, nesses estados a única ação permitida é aquela em que $S^d = 0$ para todo $d \in \{1, ..., m\}$. Portanto, as ações possíveis são dependentes do estado observado. Formalmente, dado um estado $x_t \in X$ em um instante de decisão qualquer t, o conjunto de possíveis ações $A(x_t)$ é composto pelas ações do tipo $a = \{S^1, ..., S^m\}$, tal que para todo $d \in (1, ..., m)$,

$$S^d \in \{0, ..., \max S^d\} \quad se \quad \sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} E_{l,t}^d p_{li}^d \leq \max L_j \quad para \;\; todo \;\; j \in (1, ..., k), \;\; e$$

$$S^d = 0 \quad se \quad \sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} E_{l,t}^d p_{li}^d > \max L_j \quad para \;\; pelo \;\; menos \;\; um \;\; j \in (1, ..., k).$$

Devido à restrição de dependência imposta ao espaço de ações, garante-se que o espaço de estados X é enumerável e finito, pois: (1) as admissões são cessadas quando pelo menos um dos recursos apresenta expectativa de ser utilizado acima da capacidade disponibilizada; (2) a capacidade disponibilizada de todos os recursos considerados, por definição, é limitada; (3) existe um estado absorvente para todas as especialidades que representa a alta hospitalar; (4) os pacientes que recebem alta em um instante de decisão t não são considerados nos quantitativos dos próximos estados a partir do instante de decisão $t+1$; e (5) no estado inicial, impõe-se que $E_{i,0}^d$ seja limitado para todo $d \in \{1, ..., m\}$ e $i \in \{1, ..., n\}$.

4. Função de custos

O estudo de Adan e Vissers (2002) motivou o desenvolvimento de uma função de custos considerando o objetivo do modelo em proposição: determinar o número de pacientes de cada especialidade a ser admitido durante períodos de planejamento fixos, com o propósito de estabilizar a utilização dos recursos do hospital em níveis desejados preestabelecidos, procurando-se prevenir a ocorrência de ociosidade ou excesso no consumo dos recursos, levando-se em conta as importâncias relativas dos recursos.

Define-se N_j, $j \in \{1,...,k\}$, como o nível desejado de utilização do recurso L_j. Ou seja, deseja-se que a utilização de L_j em um período permaneça próxima de N_j.

Com o intuito de manter a utilização dos recursos próxima do nível desejado, estabelecem-se os custos de desvio em relação aos N_j. Quando o uso do recurso L_j for inferior em uma unidade do nível desejado de utilização, imputa-se uma unidade do custo de ociosidade O_j. Quando o uso do recurso L_j supera N_j em uma unidade, imputa-se uma unidade do custo de excesso B_j. Para se penalizar a utilização dos recursos acima da capacidade disponibilizada, imputa-se também um custo de sobreutilização. Ou seja, caso ocorra a utilização de uma unidade do recurso L_j acima da capacidade disponibilizada – $\max L_j$ –, imputa-se uma unidade de C_j, o custo de sobreutilização do recurso. Os valores para os parâmetros N_j, O_j, B_j e C_j devem ser definidos pelos gestores do hospital levando-se em consideração objetivos estratégicos e táticos, o que certamente envolve a importância relativa de cada recurso.

Considerando que no estado observado x_t a ação a seja adotada, para se estimar o desempenho do sistema durante o período subsequente, entre t e $t+1$, define-se a função de custo esperado $R(x_t, a)$ como:

$$R(x_t, a) = \sum_{x_{t+1} \in X} P\big(x_{t+1} \mid (x_t, a)\big) \sum_{j=1}^{k} \left\{ \begin{array}{l} O_j \times \max(N_j - \sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} E_{i,t+1}^{d}; 0) + \\ B_j \times \max(\sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} E_{i,t+1}^{d} - N_j; 0) + \\ C_j \times \max(\sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} E_{i,t+1}^{d} - \max L_j; 0) \end{array} \right\}$$

em que, como definido na Subseção 2.2.3, L_{ij} representa a quantidade média de recursos do tipo L_j gastos em um período por um paciente sob o padrão de atendimento E_i.

5. Considerações sobre o modelo

A dinâmica do modelo proposto está sumarizada na Figura 1. Considera-se que existem candidatos de m especialidades distintas aguardando para iniciarem seus tratamentos e k recursos hospitalares cuja utilização se deseja manter estabilizada em níveis de consumo preestabelecidos. No início de cada período de planejamento, o estado do hospital pode ser observado, referente ao padrão de atendimento dos pacientes que estiveram em tratamento durante o último período; então, uma decisão deve ser tomada sobre o número de pacientes de cada especialidade a ser admitido no próximo período. Partindo-se dessa decisão, torna-se possível determinar as probabilidades dos possíveis próximos estados e o custo esperado para o próximo período.

Em lugar de considerar o número diário de admissões de pacientes, considerou-se a possibilidade de se controlar o número de admissões em períodos de tempo sucessivos mais extensos, em um longo horizonte de planejamento, possivelmente infinito. Nesse contexto, com o objetivo de estabilizar em níveis desejados a utilização média dos recursos do hospital, prevenindo-se a ociosidade ou o uso excessivo e considerando-se a importância relativa dos recursos, modelou-se o controle de admissões de pacientes como um PMD.

Aplicando-se a tradicional teoria para solução dos PMDs (PUTERMAN, 2005), o modelo proposto é capaz de gerar uma política de controle ótima que mantém a utilização dos recursos próxima dos níveis desejados, penalizando os desvios em relação a esses níveis.

No modelo proposto considerou-se o controle de admissões eletivas. Porém, ressalta-se que a estrutura do modelo apresentado é generalista e flexível. Espera-se que, com modificações simples, o modelo possa ser empregado também às admissões de emergência ou possa ser adequado às características particulares de cada hospital considerado.

Uma limitação grave para a aplicação prática do modelo proposto está relacionada ao problema da dimensionalidade. Observa-se que, à medida que se avaliam sistemas mais próximos da realidade, o PMD modelado para o controle de admissões assume dimensões extremamente grandes em relação aos espaços de estados e de ações. Por isso, para o tratamento deste modelo, há a necessidade de se pesquisar novos métodos para soluções de PMDs com grandes dimensões (CHANG *et al.*, 2007; POWELL, 2007).

Ação adotada no instante de decisão t:
$a \in A(x_t)$

Estado observado no instante de decisão t:
$x_t = \{E_{i,t}^d\}$ $\longrightarrow$ $\{P,\ R\}$ $\longrightarrow$

Probabilidades de transições entre estados:
$P(x_{t+1} \mid (x_t, a))$

Custo esperado:
$R(x_t, a)$

Considera-se um hospital que atende m tipos de especialidades médicas.

Consideram-se k recursos hospitalares, denotados por L_j, $j \in \{1,\ldots,k\}$.

Consideram-se n padrões de atendimento; cada padrão E_i, $i \in \{1,\ldots,n\}$, determina L_{ij}, a utilização média em um período do recurso L_j para um paciente atendido no padrão E_i.

Em cada estado observado, $E_{i,t}^d$ representa o número de pacientes da especialidade d, $d \in \{1,\ldots,m\}$, que estiveram em atendimento no padrão E_i durante o último período de planejamento, anterior a t.

As ações possíveis são do tipo $a = \{S^1,\ldots,S^m\}$, em que S^d representa o número de novos pacientes da especialidade d que devem ser admitidos durante o próximo período.

Quando o consumo do recurso L_j em um determinado período é inferior ao nível desejado, o sistema opera com custo de ociosidade O_j; quando o consumo é superior ao nível desejado o sistema opera com custo de excesso B_j; e quando o consumo é superior à capacidade disponibilizada do recurso, $\max L_j$, o sistema opera com custo de sobreutilização C_j; o nível de consumo desejado em um período é denotado por N_j

A função do custo esperado para o próximo período de planejamento é definida como:

$$R(x_t, a) = \sum_{x_{t+1} \in X} P\big(x_{t+1} \mid (x_t, a)\big) \times \sum_{j=1}^{k} \left\{ \begin{array}{l} O_j \times \min(N_j - \sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} E_{i,t+1}^{d}; 0) + \\ B_j \times \min(\sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} E_{i,t+1}^{d} - N_j; 0) + \\ C_j \times \min(\sum_{i=1}^{n} L_{ij} \sum_{d=1}^{m} E_{i,t+1}^{d} - \max L_j; 0) \end{array} \right\}.$$

Figura 1 – Processo markoviano de decisão aplicado ao controle de admissões eletivas de pacientes.

Os padrões de atendimento e as probabilidades associadas às transições entre eles são parâmetros importantes que podem ser estimados a partir dos registros de atendimentos dos pacientes, os quais, em geral, ficam bem guardados e acessíveis através dos sistemas de informação dos hospitais. Com a finalidade de gerar esses parâmetros devem ser empregadas técnicas estatísticas de análise de agrupamentos (KOGAN *et al.*, 2006).

Como conclusão, ressalta-se que o controle de admissão de pacientes em hospitais, onde não raramente os recursos são escassos, é um problema antigo e generalizado nos sistemas de saúde. A modelagem deste controle como um PMD é uma abordagem inovadora, a qual certamente pode proporcionar um processo decisório mais eficiente em relação à combinação entre a entrada de novos pacientes eletivos e o consumo dos recursos hospitalares disponíveis. Combinado a um método eficiente para solução de PMDs com grandes dimensões, esse modelo tem amplo potencial para aplicação.

Referências

ADAN, I.; VISSERS, J. Patient mix optimization in hospital admission planning: a case study. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 4, p. 445-461, 2002.

CHANG, H.; FU, M.; MARCUS, S. **Simulation-based algorithms for Markov decision processes**. London: Springer-Verlag, 2007. 189 p. ISBN 9781846286896.

FETTER, R.; THOMPSON, J. A decision model for design and operation of a progressive patient care hospital. **Medical Care**, v. 7, n. 6, p. 450-462, 1969.

KAO, E. A semi-Markov model to predict recovery of coronary patients. **Health Services Research**, v. 7, n. 3, p. 191-208, 1972.

KAO, E. A semi-Markovian population model with application to hospital planning. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 3, n. 4, p. 327-336, 1973.

KAO E. Modeling the movement of coronary patients within a hospital semi-Markov process. **Operations Research**, v. 22, n. 4, p. 683-699, 1974.

KAPADIA, A.; VINEBERG, S.; ROSSI, D. Predicting course of treatment in a rehabilitation hospital: a Markovian model. **Computers & Operations Research**, v. 12, n. 5, p. 459-469, 1985.

KAPADIA, A.; CHAN, W.; SACHDEVA, R. Predicting duration of stay in a pediatric intensive care unit: a Markovian approach. **European Journal of Operational Research**, v. 124, n. 2, p. 353-359, 2000.

KOGAN, J.; NICHOLAS, C.; TEBOULLE, M. (Ed.). **Grouping multidimensional data**: recent advances in clustering. New York, NY: Springer, 2006. 268 p. ISBN 354028348X.

POWELL, W. **Approximate dynamic programming**. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2007. 488 p. ISBN 0470171553.

PUTERMAN, M. **Markov decision processes**: discrete stochastic dynamic programming. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2005. 649 p. ISBN 0471727822.

THOMAS, W. A model for predicting recovery progress of coronary patients. **Health Services Research**, v. 3, n. 3, p. 185-213, 1968.