



Ministério da  
Ciência e Tecnologia



INPE-16233-TDI/1550

**DINÂMICA DA SEPARAÇÃO ENTRE O ÚLTIMO  
ESTÁGIO DO VEÍCULO LANÇADOR E O SATÉLITE -  
SISTEMAS DE SEPARAÇÃO**

Fulvio Bianco Prevot

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia  
Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Ijar Milagre da  
Fonseca, aprovada em 27 de maio de 2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/07.03.19.22>>

INPE  
São José dos Campos  
2009

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6911/6923

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: [pubtc@sid.inpe.br](mailto:pubtc@sid.inpe.br)

## **CONSELHO DE EDITORAÇÃO:**

### **Presidente:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

### **Membros:**

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Haroldo Fraga de Campos Velho - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr<sup>a</sup> Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

## **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Jefferson Andrade Ancelmo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Simone A. Del-Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

## **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Marilúcia Santos Melo Cid - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

## **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Viveca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da  
Ciência e Tecnologia



INPE-16233-TDI/1550

# DINÂMICA DA SEPARAÇÃO ENTRE O ÚLTIMO ESTÁGIO DO VEÍCULO LANÇADOR E O SATÉLITE - SISTEMAS DE SEPARAÇÃO

Fulvio Bianco Prevot

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia  
Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Ijar Milagre da  
Fonseca, aprovada em 27 de maio de 2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/07.03.19.22>>

INPE  
São José dos Campos  
2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Prevot, Fulvio Bianco.

P929d Dinâmica da separação entre o último estágio do veículo lançador e o satélite - sistemas de separação / Fulvio Bianco Prevot. – São José dos Campos : INPE, 2009.  
102p. ; (INPE-16233-TDI/1550)

Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009.

Orientador : Dr. Ijar Milagre da Fonseca.

1.Dinamica da separação. 2.Colisão. 3.Atitude. 4.Sistemas de separação. 5.Análise dinâmical. I.Título.

CDU 629.7.075.6

---

Copyright © 2009 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita da Editora, com exceção de qualquer material fornecido especificamente no propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2009 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming or otherwise, without written permission from the Publisher, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

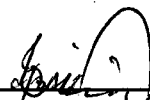
Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle

Dr. Valdemir Carrara



Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Ijar Milagre da Fonseca



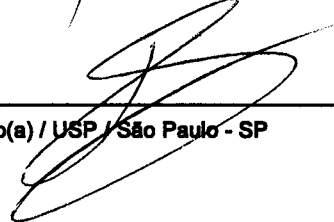
Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Mario Cesar Ricci



Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Robson Barbosa



Convidado(a) / USP / São Paulo - SP

Aluno (a): Fulvio Bianco Prevot

São José dos Campos, 27 de maio de 2009



*“Quando estás certo, ninguém se lembra; quando estás errado, ninguém esquece”.*

*Provérbio irlandês*





*A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho fosse concluído com sucesso.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, por me proteger e iluminar meu caminho, principalmente naqueles momentos, nos quais a caminhada pareceu ser mais difícil.

Agradeço à Natalina (*in memoriam*) e Franco (meus pais) e Fiorella (minha irmã), pelo amor, dedicação e bons princípios transmitidos.

Agradeço à Marly (minha esposa), Leonardo e Marina (meus filhos), pela compreensão e pelo apoio moral e afetivo.

Agradeço ao prof. Dr. Ijar meu orientador, professor e amigo, pela extrema dedicação, amizade, confiança, boas orientações e pela paciência.

Agradeço aos professores e colegas do INPE, pela oportunidade, pelo apoio e ensinamentos a mim concedidos.



## RESUMO

Este trabalho trata da dinâmica da separação entre o último estágio do veículo lançador e o satélite, considerando a atuação do mecanismo de separação, bem como possíveis riscos de colisão. Os procedimentos de separação constituem uma das fases mais críticas de uma missão espacial de colocação em órbita nominal de uma carga útil. Isto faz com que um estudo mais detalhado seja necessário, com a finalidade de melhor entender o problema da separação. O ideal é uma separação perfeita e livre de colisão. Mesmo neste caso, como ilustra este trabalho, o ângulo de nutação do conjunto satélite – último estágio do veículo lançador, antes da separação, difere sobremaneira daquele observado após a separação. Além de tratar o caso da separação na ausência de perturbações, este trabalho também aborda o caso de desalinhamento das molas do mecanismo de separação, com relação ao centro de massa do conjunto, e seu efeito na atitude do satélite após a separação. Desenvolve-se também um equacionamento, que busca modelar o movimento de translação e de atitude do referido conjunto antes e durante a separação, bem como o do satélite e o do último estágio do veículo lançador, imediatamente após a separação. Fazendo uso desse equacionamento, uma simulação computacional é levada a cabo, usando-se um integrador Runge-Kutta de quarta ordem, com passo fixo, gerando dados para uma análise objetiva do problema.



# **DYNAMICS OF SEPARATION BETWEEN THE LAST STAGE OF LAUNCHING VEHICLE AND THE SATELLITE – SEPARATION SYSTEMS**

## **ABSTRACT**

This work is an approach on separation dynamic, between the last stage of a launching vehicle and the satellite, considering the performance of the separation mechanism, as well as possible risks of collision. Separation procedures are one of the most critical phases of a space mission, in which the main objective is putting a payload into an operating orbit. So it becomes necessary a more detailed study, in order to a better understanding of separation problem. An ideal mission basically consists in reaching a perfect collision-free separation. Even in this case, as shown in the present work, the coning angle of the united spacecraft, before separation, differs considerably from the one observed after separation. Besides considering the case of disturbance absence, this work also handles the one that includes spring misalignments, with respect to the spacecraft center of mass, and their effects on the satellite attitude, just after separation. A set of equations is developed, in order to model translational and rotational motion of the separating bodies, immediately before, during, and after separation. This set of equations is used to build up a computational simulation that implements a fixed-step fourth order Runge-Kutta integrator, intending to generate data, for an objective analysis of the presented problem.





## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	
<b>LISTA DE TABELAS</b>	
<b>LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS</b>	
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>27</b>
<b>2 O PROBLEMA DA SEPARAÇÃO E RISCOS DE COLISÃO.....</b>	<b>45</b>
2.1 Alguns Sistemas de Separação do Satélite de seu Veículo Lançador.....	46
2.1.1 Sistema de Separação “ <i>Ball-lock</i> ” .....	47
2.1.2 Sistema de Separação com Dezoito Molas Helicoidais de Compressão	48
2.1.3 Sistema de Separação com Quatro Molas Helicoidais de Compressão .	49
2.1.4 Sistema de Separação por meio de Atuadores .....	51
2.2 Riscos de Colisão na Separação do Satélite do Veículo Lançador .....	53
<b>3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DA DINÂMICA DE SEPARAÇÃO ÚLTIMO ESTÁGIO DO LANÇADOR-SATÉLITE .....</b>	<b>57</b>
3.1 Equações do Movimento.....	60
3.2 Mecanismo de Separação - Molas Helicoidais.....	68
<b>4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS... 71</b>	
<b>5 CONCLUSÃO .....</b>	<b>89</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE A – PROGRAMA DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>95</b>



## LISTA DE FIGURAS

2.1 – Mecanismo de Separação “Ball-lock” .....	48
2.2 – Detalhe do sistema de separação que usa dezoito molas helicoidais de compressão.....	49
2.3 – Detalhes do sistema de separação que emprega molas helicoidais de compressão.....	50
2.4 – Sistema de Separação por meio de atuadores .....	52
3.1 – Conjunto último estágio do veículo lançador – satélite e sistemas de coordenadas. ....	58
3.2 – Sistema de Coordenadas Inercial, inicialmente coincidente com o sistema de coordenadas do conjunto último estágio do veículo lançador – satélite, imediatamente antes da separação .....	60
3.3 – Transformação de coordenadas 3-2-1 para relacionar os sistemas inerciais e o sistema de eixos fixos no corpo .....	65
3.4 – Ângulos de nutação $\theta_L$ e $\theta_S$ .....	69
4.1 – Velocidades angulares em torno do eixo $x$ ( $\omega_x$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações .....	76
4.2 – Velocidades angulares em torno do eixo $y$ ( $\omega_y$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações .....	76
4.3 – Velocidades angulares em torno do eixo $z$ ( $\omega_z$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações .....	77
4.4 – Velocidades de translação segundo o eixo $z$ , do satélite e do último estágio do veículo lançador, na ausência de perturbações.....	77
4.5 – Ângulos de Euler (guinada) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, na ausência de perturbações .....	78
4.6 – Ângulos de Euler (arfagem) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, na ausência de perturbações .....	79
4.7 – Ângulos de Euler (rolamento) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, na ausência de perturbações .....	79
4.8 – Ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, na ausência de perturbações .....	80

4.9 – Distância e Velocidade Relativa de Separação, entre o satélite e o último estágio do veículo de separação, antes, durante e depois da separação, na ausência de perturbações .....	81
4.10 – Velocidades angulares em torno do eixo $x$ ( $\omega_x$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.....	82
4.11 – Velocidades angulares em torno do eixo $y$ ( $\omega_y$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.....	83
4.12 – Velocidades angulares em torno do eixo $z$ ( $\omega_z$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.....	83
4.13 – Velocidade de Translação segundo o eixo $z$ , do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.....	84
4.14 – Ângulos de Euler (guinada) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial .....	85
4.15 – Ângulos de Euler (arfagem) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial .....	86
4.16 – Ângulos de Euler (rolamento) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial .....	86
4.17 – Ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial .....	87
4.18 – Distância e Velocidade Relativa de Separação, entre o satélite e o último estágio do veículo de separação, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.....	88

## LISTA DE TABELAS

4.1 – Valores dos parâmetros do satélite e do último estágio do veículo lançador .....	71
4.2 – Valores dos parâmetros do sistema de separação.....	72



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
ESA	European Space Agency
SAC-B	Satélite para Aplicações Científicas “B”
HETE	High Energy Transient Explorer
SLV	Spacecraft Launching Vehicle
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
GOES	Geostationary Operational Environmental Satellite
PSLV	Polar Satellite Launch Vehicle
IRS	Indian Remote Sensing Satellite
DASH	Demonstrator of Atmospheric Reentry System with Hyper Velocity
SRB	Space Shuttle Solid Rocket Boosters
GSLV	Geosynchronous Satellite Launch Vehicle
INSAT	Indian National Satellite System
JCSAT	Japan Communication Satellite
OCO	Orbiting Carbon Observatory
NASA	National Aeronautics and Space Administration
SCD	Satélite de Coleta de Dados
SACI	Satélite de Aplicações Científicas
KSR	South-Korean Sounding Rocket
CM	Centro de Massa
CBERS	China-Brazil Earth-Resources Satellite
PC	Personal Computer
MatLab®	Matrix Laboratory
RAM	Random Access Memory





## LISTA DE SÍMBOLOS

$X, Y, Z, O$  – Coordenadas e origem do sistema de coordenadas inercial.

$X_C, Y_C, Z_C, O_C$  – Coordenadas e origem do sistema de coordenadas, fixo no centro de massa do conjunto satélite – último estágio do veículo lançador.

$X_L, Y_L, Z_L, O_L$  – Coordenadas e origem do sistema de coordenadas, fixo no centro de massa do último estágio do veículo lançador.

$X_S, Y_S, Z_S, O_S$  – Coordenadas e origem do sistema de coordenadas, fixo no centro de massa do conjunto satélite – último estágio do veículo lançador.

$t$  - tempo.

$\overset{P}{\omega}$  - Vetor velocidade angular.

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - componentes do vetor velocidade angular.

$m, m_C, m_S, m_L$  - Respectivamente, massa (genérica), massa do conjunto satélite – último estágio do veículo lançador, massa do satélite e massa do último estágio do veículo lançador.

$m_{red}$  - massa reduzida do conjunto satélite – último estágio do veículo lançador.

$\overset{P}{v}$  - Vetor velocidade de translação.

$v_x, v_y, v_z$  - Componentes do vetor velocidade de translação.

$\frac{d}{dt} \overset{P}{v}$  - Derivada temporal do vetor velocidade de translação.

$\overset{P}{F}_{ext}$  - Força aplicada pelo mecanismo de separação.

$\overset{P}{M}_{ext}$  - Torque aplicado pelo mecanismo de separação.

$M_x, M_y, M_z$  - Componentes do torque aplicado pelo sistema de separação.

$\vec{L}$  - Vetor quantidade de movimento angular.

$L_x, L_y, L_z$  - Componentes do vetor quantidade de movimento angular.

$\dot{\vec{L}}$  - Derivada temporal do vetor quantidade de movimento angular.

$I$  - Matriz de inércia.

$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  - Momentos principais de inércia.

$\dot{I}_{xx}, \dot{I}_{yy}, \dot{I}_{zz}$  - Derivadas temporais dos momentos principais de inércia.

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - vetores unitários.

$\phi, \theta, \psi$  - Ângulos de Euler.

$\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$  - Derivadas temporais dos ângulos de Euler.

$K$  - constante elástica da mola do sistema de separação.

$\omega_m$  - frequência de oscilação da mola do sistema de separação.

$N$  - Número de molas do sistema de separação.

$s, s_i$  - Elongação ou deflexão da mola do sistema de separação.

$\dot{s}$  - Derivada temporal da elongação ou deflexão da molado sistema de separação.

$s_m$  - Elongação ou deflexão máxima da mola do sistema de separação.

$\theta_L$  - Ângulo de nutação do último estágio do veículo lançador.

$\theta_S$  - Ângulo de nutação do satélite.

$L_{tc}, L_{tL}, L_{tS}$  - Componentes transversais do vetor momento angular, respectivamente para o conjunto satélite – último estágio do veículo lançador, último estágio do veículo lançador e satélite.

$L_{zc}, L_{zL}, L_{zS}$  - Componentes longitudinais do vetor momento angular, respectivamente para o conjunto satélite – último estágio do veículo lançador, último estágio do veículo lançador e satélite.



## 1 INTRODUÇÃO

São poucos os países do mundo a dominar tecnologia de projeto, desenvolvimento, construção, integração, testes e lançamentos de veículos no espaço. Lançar um veículo no espaço e colocá-lo em órbita, envolve a coordenação de vários conjuntos de complexas atividades, que vão do planejamento, padronização, aquisição e integração de materiais e sistemas, seleção, treinamento e educação de pessoal técnico qualificado, até a organização, montagem, integração, simulações, testes e certificação de instalações e equipamentos, entre outras.

Comparado a programas espaciais de países que estão dando os primeiros passos em seus programas espaciais, pode-se dizer que o Brasil possui um relativo grau de avanço, no que tange à tecnologia necessária para projetar, montar, integrar e testar satélites, porém comparado à Rússia, EUA, China, Japão, Índia e alguns países europeus que trabalham sob a *European Space Agency* (ESA), pode-se dizer que ainda há muito trabalho a fazer, porque ainda precisa consolidar a tecnologia de desenvolvimento de veículos lançadores. China, Índia, Japão e Coreia do Sul vêm apresentando avanços e resultados animadores, principalmente no que concerne a missões espaciais, bem como em atingir órbita e solo lunar.

Portanto, o Brasil, como membro do seleto grupo de poucos países do mundo que desenvolvem programas espaciais, juntamente com Rússia, EUA, França, Japão, China, Reino Unido, Índia, Israel, Canadá, Itália, Austrália, Egito, Casaquistão (PRADO, 2007), deve continuar a avançar nesta área, pois o domínio de tecnologia espacial com o desenvolvimento e lançamentos de satélites artificiais são de fundamental importância para o Brasil, dadas as nossas dimensões continentais, necessidade de monitoramento das áreas de produção agropecuária e do monitoramento e controle do desflorestamento e queimadas na Amazônia, dentre outros.

Mesmo obedecendo a rigorosos critérios de segurança, verificando iterativamente longos *check-lists*, executando procedimentos cuidadosamente planejados, aplicando tecnologias exaustivamente testadas, usando a experiência obtida em missões anteriores e procurando antecipar possíveis problemas de funcionamento e falhas, uma missão espacial sempre está exposta a grandes riscos e possibilidades de falhas, nas fases de preparação para o lançamento, lançamento, separação e posicionamento do satélite para regime funcional de trabalho, face ao grande número de variáveis envolvidas em todo esse processo. Porém, “falhar não é uma opção” aceitável (KRANZ, 2000). Alguns exemplos típicos, nos quais falhas de lançamento são causas mais prováveis, são as do *Atlas Centaur* em 1970 e a do *Chinese Long March* em 1992 e em 1995, bem como as colocações de satélites em órbitas impróprias do *Titan* em 1990, do *Pegasus* em 1991 e do *Delta-2* em 1995 (JEYAKUMAR, 2006). Outro caso que vale ser citado, é o do *SAC-B*, desenvolvido pela Agência Espacial Argentina e lançado em conjunto com o satélite *HETE*, por meio de um foguete *Pegasus*. Nesta missão, o satélite não se separou do terceiro estágio do *Pegasus*.

Portanto, eventos relacionados à separação da carga útil (satélite) de seu veículo lançador são críticos em qualquer missão espacial, e, conseqüentemente, problemas de relevante importância a serem estudados, quando se busca realizar missões bem sucedidas. Daí merecerem um estudo detalhado e aprofundado, levando-se em consideração o alto investimento de recursos monetários, físicos e humanos empregados desde a concepção e projeto, até a integração, lançamento, colocação em órbita e operação do satélite.

Segundo Chang (2000), entre 1980 e 1999, diversos lançamentos de veículos espaciais foram feitos, pelos vários países que detêm ou que desenvolvem tecnologia espacial, sendo que 114 deles apresentaram falhas durante o lançamento e que, em onze destes, as investigações feitas indicam que as falhas ocorreram no sistema de separação. Ao todo, desde 1957 até 1999, de

1316 lançamentos feitos pelo Programa Espacial Norte-Americano, 164 apresentaram falhas durante o lançamento, e, em todo o mundo, neste mesmo período, de 4378 lançamentos realizados por programas espaciais de diversos países, 390 apresentaram falhas durante o lançamento.

Abaixo, são apresentadas missões, algumas delas relativamente recentes, nas quais se constatou ou nas quais houve indícios de problemas ou falhas em dispositivos e sistemas, relacionados direta ou indiretamente com os procedimentos de separação.

- *Abril de 1959*: O foguete Vanguard SLV-5 teve seu estágio 2 danificado, durante o procedimento de separação (WADE, 2008).

- *Setembro de 1966*: O foguete L-4S-1 é lançado, porém o satélite não foi colocado em órbita, por causa do voo anormal do terceiro estágio, causado pela separação imprópria entre o segundo e o terceiro estágios (ISAS, 2007).

- *Abril de 1977*: um foguete Delta 2914 falhou ao colocar sua carga útil, o satélite ESA GOES-1, em uma órbita equatorial geo-estacionária, em face de uma separação prematura do segundo e do terceiro estágios, fazendo com que o referido satélite fosse colocado em uma órbita inferior (CAUCHI, 1994).

- *Setembro de 1993*: O foguete PSLV-D1, que levava como carga útil o satélite IRS-1E, apresentou falha em dois pequenos retro-foguetes, durante a separação do segundo estágio, causando contato entre o terceiro e o segundo estágios (PATEL, 2003).

- *Agosto de 1998*: O foguete multi-estágios norte-coreano Taepo Dong-1, que deveria colocar um satélite em órbita, porém a separação do terceiro estágio falhou (SAMSON, 2009).

- *Abril de 1999*: O foguete Titan 4 colocou o satélite de detecção de mísseis em uma órbita inútil, devido a uma falha no último estágio do veículo lançador (LEARY, 1999).

- *Fevereiro de 2001*: O veículo DASH (*Demonstrator of Atmospheric Reentry System with Hyper Velocity*) foi lançado por meio do veículo lançador H-IIA n.º 2, não alcançando, porém, a órbita planejada, devido a uma falha de separação da carga útil de seu suporte de montagem (JAXA, 2007).

- *Dezembro de 2002*: O foguete VS-30, lançado da base de Alcântara, carregando oito experimentos científicos, que deveriam permanecer por oito minutos em ambiente de microgravidade, após lançamento bem sucedido, apresentou uma separação prematura do módulo de carga útil, devido a causas não determinadas. Em consequência, os experimentos do Projeto Microgravidade, promovido pela Agência Espacial Brasileira, ficaram apenas trinta segundos no ambiente de microgravidade e a maioria deles não pode ser recuperada para análise e avaliação (IT, 2002).

- *Novembro de 2003*: O foguete H-IIA n.º 6, do Programa Espacial Japonês, cujo objetivo era o Satélite de Inteligência n.º 3 na órbita projetada, apresentou falha no procedimento de separação, porque a cinta que prendia a fuselagem ao veículo principal (SRB) não foi cortada (KOBAYASHI, 2003).

- *Outubro de 2005*: Perdeu-se o satélite CryoSat, cuja missão seria estudar as mudanças de volume das massas glaciais no Oceano Ártico. A primeira e a segunda fase (do lançamento) transcorreram normalmente, até o momento em que o motor principal desligaria. Porém, uma falha em um comando do sistema de bordo de controle de vôo fez com que o motor continuasse funcionando, até esgotar o combustível. Assim, a separação entre a segunda e terceira etapas, que deveria ter colocado o CryoSat na órbita polar, não ocorreu, e o satélite caiu (GODOY, 2005).



- *Julho de 2006*: O foguete indiano GSLV-F02, que levava a bordo o satélite INSAT-4C, com 2,17 toneladas, que seria o décimo segundo da Índia em órbita e serviria para melhorar a rede de comunicações no país, especialmente no campo da televisão, da telefonia residencial e da comunicação empresarial, desintegrou-se no ar, instantes depois de seu lançamento, devido a uma falha na fase de lançamento e outra, no momento da separação (UOL, 2006).

- *Setembro de 2007*: O lançamento do foguete 8K82KM Róton-M/Brize-M, que transportava o satélite de comunicações japonês JCSat-11, apresentou uma falha não determinada, durante a ignição dos motores do segundo estágio do veículo lançador. O problema teria ocorrido na fase de ignição do segundo estágio, o que levaria a uma falha na separação entre o primeiro e o segundo estágio (OLIVEIRA, 2007).

- *Agosto de 2008*: O foguete Falcon 1, da empresa espacial SpaceX, incendiou-se e explodiu, após ocorrer falha no procedimento de separação de suas duas partes. Levava a bordo equipamentos do Pentágono, o satélite Trailblazer, e da Nasa, o satélite NanoSail-D e o mini-laboratório PRESat (Ceregatti, 2008).

- *Fevereiro de 2009*: Uma falha na separação da capa de proteção que cobre o satélite no topo do veículo lançador, usado para colocar em órbita o satélite *Orbiting Carbon Observatory* (OCO – Observatório Orbital de Carbono) , fez com que a separação não ocorresse, conforme o previsto. Como consequência, o foguete Taurus XL, com o satélite, que deveria atingir uma órbita de 700 quilômetros de altitude, sem o impulso final, não atingiu uma órbita estável, e acabou caindo no Oceano Pacífico, perto da Antártida. Lançado pela NASA, o satélite OCO passaria pelo menos dois anos, monitorando locais-chave na superfície do planeta, onde o CO<sub>2</sub> está sendo emitido e absorvido (BBC, 2009 e IT, 2009).

Pelo supra exposto, problemas em sistemas de separação ocorrem desde os primórdios da era espacial e continuam a ocorrer, e seguem a preocupar

projetistas e técnicos que planejam, desenvolvem e conduzem missões espaciais em várias agências e institutos espalhados pelo mundo.

O melhor conhecimento dos problemas envolvidos no lançamento, separação e colocação em órbita de satélites artificiais poderão propiciar soluções com menores riscos de falhas no processo e procedimentos de colocação de veículos no espaço, evitando-se assim a perda de investimento, materiais, equipamentos, componentes e muitas horas de trabalho e dedicação de profissionais altamente especializados. Em outras palavras, deve-se pesquisar e estudar vulnerabilidades e possíveis falhas que possam comprometer a missão espacial na fase de lançamento.

Esta dissertação se insere neste contexto de estudos e análises específicos sobre a Dinâmica de Separação do satélite de seu veículo lançador, com foco nos problemas que possam levar à colisão do satélite com o último estágio do veículo lançador.

A seguir, são apresentados e discutidos alguns trabalhos de relevância para o tema em estudo nesta dissertação. Vários trabalhos foram publicados na literatura específica sobre Dinâmica da Separação, com foco no estudo do movimento imediatamente antes e depois da separação, procurando analisar os sistemas de separação e os riscos de colisão.

Em Palmer (1966), é discutido um sistema para a separação final foguete-satélite que emprega molas de compressão como fonte do impulso de separação. É apresentada também uma detalhada dedução do modelo matemático na versão de corpo rígido, constituído de três equações, duas relativas à translação e uma relativa à rotação. Com a finalidade de se efetuar uma simulação computacional, para verificar as características funcionais e dinâmicas de sistemas de separação que usam molas helicoidais de compressão, o equacionamento modela duas situações: translação e rotação do conjunto foguete-satélite antes da separação, e translação e rotação do

foguete e do satélite depois da separação. Os parâmetros mais significativos para a análise foram:

- a) O posicionamento e as características típicas de cada mola;
- b) O centro de gravidade do estágio final do veículo lançador e o da espaçonave (carga útil), as massas de ambos os corpos, as propriedades de inércia e excentricidades entre estes corpos;
- c) Desalinhamentos e excentricidades entre o último estágio do veículo lançador e a carga útil;
- d) Velocidades angulares residuais iniciais;
- e) Empuxo residual do último estágio do veículo lançador.

Foram promovidos testes em órbita e, em todos eles (cinco lançamentos) os sistemas de separação funcionaram normalmente, sem problemas aparentes, confirmando o que foi previsto na simulação computacional.

A colisão pode ocorrer imediatamente após o acionamento dos mecanismos de separação ou mais tarde uma vez que as órbitas do último estágio do veículo lançador e do satélite podem, acidentalmente, ficar muito próximas.

Neste sentido, em Subramanyam (1973), é apresentado um método para analisar separações em foguetes multi-estágios, constituído de dois modelos matemáticos, que modelam os corpos em separação: último estágio do veículo lançador e carga útil. O equacionamento da dinâmica de movimento mostra seis equações para o movimento de um corpo rígido com seis graus de liberdade, três relativas a forças (movimento translacional) e três relativas a momentos (movimento rotacional) de cada corpo, a fim de modelar o movimento de cada corpo, antes e depois da separação. O método de análise (equacionamento e simulação computacional) por ele proposto é aplicado para uma separação entre estágios do foguete lançador, cujos resultados mostram efeitos de perturbações presentes na separação: o desbalanceamento dinâmico (assumido apenas em plano de elevação – *pitch*) dos corpos em

separação, empuxo residual e variação na força das molas. Mostrou que a análise da dinâmica de separação gera parâmetros, que permitem projetar a instalação embarcada de dispositivos de força e controle de atitude, bem como para a escolha e avaliação de mecanismos de separação, e que esse método de análise pode também ser aplicado no caso de ejeção axial da carga útil, pela determinação das forças e momentos externos e seleção mais adequada dos sistemas de eixos de coordenadas. A configuração típica do sistema de separação apresentada pelo autor consiste de quatro molas de compressão, dois anéis adaptadores (um no estágio superior e, o outro, no inferior), retidos por doze esferas de aço, mantidas em posição através de um anel deslizante. Para a simulação computacional, se concentrou em determinar as forças e momentos externos devidos à gravidade, ao empuxo residual, ao mecanismo e perturbações de separação sobre os corpos a serem separados. Os resultados apresentados da simulação incluíam, para uma dada rigidez das molas do sistema de separação, a máxima velocidade angular de separação, o máximo ângulo de cone, a velocidade relativa de separação, a distância e o tempo de separação. Segundo os resultados obtidos, no caso da separação sem perturbações, a distância de separação entre os estágios aumenta monotonicamente e, portanto, não há possibilidade de colisão. Porém, desbalanceamento dinâmico de qualquer um dos corpos em separação, diferenças na rigidez das molas ou falha no acionamento de uma ou mais molas são perturbações que causam momentos laterais nestes corpos, que por sua vez induzem velocidades angulares de separação em níveis altamente perigosos.

Em Lochan (1978), é analisada a dinâmica de separação de carga útil composta, ou seja, uma carga útil constituída de um conjunto de dois ou mais corpos (satélites, por exemplo) a serem colocados em órbita. Com isto, buscou-se dar uma contribuição para o projeto de mecanismos de separação para um “pacote” de cargas úteis. Tendo em vista a simulação computacional, desenvolveu um modelo matemático para as equações de movimento, considerando seis graus de liberdade: três deslocamentos lineares, com a

finalidade de posicionamento do centro de massa, e três ângulos de rotação, para especificar a orientação do movimento. Apresenta, para um conjunto de quatro corpos compondo o “pacote” de cargas úteis, ao final, os resultados e conclusões, nas quais destaca as variáveis críticas deste tipo de dinâmica separação: a velocidade angular de separação e o ângulo de cone. O referencial inercial é a Terra, o campo gravitacional varia inversamente com o quadrado da distância, os corpos são considerados rígidos e forças aerodinâmicas são consideradas desprezíveis. As forças e momentos externos admitidos no modelo são associados à aceleração da gravidade, determinada pela altitude de separação, às forças de separação, fornecidas por um conjunto de molas de compressão guiadas, aos desalinhamentos entre as diferenças das posições de montagem e das forças elásticas das molas e ao empuxo residual. O resultado da simulação computacional, que considerou um “pacote” de quatro corpos, constituindo a carga útil, mostraram valores de velocidades angulares de separação e de ângulos de cone e indicaram as seguintes conclusões:

- a) As molas, responsáveis pela primeira etapa da separação, devem ter maior confiabilidade que as das demais etapas, pois falhas nas molas, naquela etapa, seguramente afetam as demais etapas ;
- b) Os parâmetros fundamentais para o sucesso da separação são as velocidades relativas entre o último estágio do veículo lançador e satélite;
- c) Para o mesmo conjunto de velocidades relativas, uma maior rigidez das molas é preferível;
- d) Desbalanceamento dinâmico causa indesejável vibração lateral, o que leva a concluir que se deve evitar ao máximo o desbalanceamento do corpo de maior massa.

Já em Seito (1985), é tratado o equacionamento da dinâmica de separação das duas partes da coifa de proteção da carga útil, a partir da separação delas do conjunto satélite-veículo lançador. Propõe-se um critério para a separação

segura, baseado em distâncias de segurança que os pontos críticos da coifa, ou seja, dos pontos que possivelmente possam colidir com o veículo, devem manter durante suas trajetórias ao longo do eixo longitudinal do veículo espacial. É desenvolvido equacionamento para simulação computacional, considerando movimento com três graus de liberdade para cada semicoifa e para o conjunto satélite-veículo lançador. A simulação computacional indicou as seguintes conclusões:

- a) A melhor modelagem é a que considera a força do dispositivo de separação como função linear decrescente no tempo de ação deste dispositivo, sendo a intensidade máxima no instante inicial, e chegando a zero no final da ação do referido dispositivo;
- b) A velocidade relativa do centro de massa da semicoifa, para qualquer uma das trajetórias consideradas no estudo ao longo do eixo longitudinal do veículo, é sempre a mesma, não havendo também variação angular significativa na atitude da semicoifa;
- c) Caso haja desalinhamentos e caso a força da mola não esteja aplicada exatamente no centro de massa, aparecem momentos, que prejudicam a dinâmica de separação, levando as partes da coifa a não se comportar de acordo com o critério de segurança adotado;
- d) A pressão aerodinâmica não auxilia na separação das partes da coifa, uma vez que, aumentando a pressão dinâmica, tem-se o aumento da velocidade relativa da semicoifa em relação ao conjunto satélite-veículo lançador, e, entretanto, a diminuição da distância entre o ponto crítico e o veículo espacial;
- e) Forças aerodinâmicas têm pouca influência na dinâmica de separação.

O autor ainda recomenda uma simulação que considere seis graus de liberdade, para uma análise mais rigorosa.

Fonseca (1987), abordou a dinâmica de separação entre o último estágio de um veículo lançador de satélites hipotético e um satélite, com estabilização por

rotação, com foco na análise do movimento de atitude antes e imediatamente após a separação. Demonstrou existir diferenças no movimento de atitude de ambas as partes, mesmo em caso de separação perfeita, e entre os ângulos de nutação da nave composta pelo último estágio do foguete mais o satélite imediatamente antes e imediatamente após a separação, quando o sistema se transforma em dois (último estágio e satélite separados). Como separação perfeita entende-se uma separação sem efeitos de desalinhamentos entre a linha de ação da força de separação e os centros de massas de ambas partes do sistema: último estágio e satélite. O conceito de separação perfeita desconsidera qualquer tipo de perturbação na dinâmica de separação. O autor considerou também o caso de separação com perturbações associada ao desalinhamento da linha de atuação da força com os centros de massas de ambas as partes, com conseqüente geração de torques perturbadores. O sistema antes da separação foi considerado em rotação, e neste caso, o efeito dos torques resulta no aparecimento do ângulo de nutação. Este ângulo, também chamado de ângulo de cone, permanece constante no caso de movimento livre. Na prática, é necessária a inclusão de controle ativo ou passivo para eliminar o ângulo. No caso dos satélites da série SCD foram usados amortecedores de nutação viscosos para eliminar o ângulo de nutação.

Já em Fonseca (1988), é apresentada a análise da dinâmica de separação do primeiro satélite brasileiro (SCD-1) de um candidato a veículo lançador via modelagem matemática da dinâmica de separação e simulação computacional das equações do movimento. O foco das simulações foi a análise do ângulo de cone (*nutation angle* – ângulo de nutação) nas configurações imediatamente antes da separação (último estágio do veículo lançador mais o satélite formando uma única espaçonave) e imediatamente após a separação (último estágio do veículo lançador e o satélite como espaçonaves já separadas, com dinâmicas próprias). Além disso procurou-se determinar a velocidade mínima de separação, para prevenir possível colisão, em órbita, entre o último estágio do foguete lançador e o satélite. O sistema de separação considerado na análise é formado por dezoito molas helicoidais de compressão, que fornecem

força de impulso a êmbolos, os quais transmitem o impulso ao satélite. Os êmbolos são guiados através de um adaptador cônico, o que faz que não haja forças laterais devidas às molas. No trabalho, o autor considerou como perturbações na dinâmica de separação os desalinhamentos no posicionamento das molas com relação ao centro de massa do satélite, e o pequeno desbalanceamento entre as forças das molas, com conseqüente geração de torques perturbadores. Consistente com o projeto do SCD-1 o sistema último estágio mais satélite foi considerado em movimento de rotação imediatamente antes da separação (120 rpm). Para as simulações foram considerados dados do lançador americano Scout – D (inércias e ângulo de cone inicial).

Lochan (1992) trata da dinâmica associada ao descarte de um número de motores auxiliares (*strap-on boosters*) do veículo principal de lançamento. Foram considerados três diferentes modelos para mecanismos de separação. A análise inclui as forças devidas ao mecanismo de descarte, juntamente com o empuxo no núcleo, o qual é a parte do veículo espacial que segue viagem, após a separação dos motores auxiliares e o empuxo residual nestes últimos. Forças aerodinâmicas não foram consideradas. Os corpos a serem separados são considerados rígidos e desprovidos de desbalanceamento dinâmico. Suas massas, momentos de inércia e as posições dos centros de massa não variam no tempo. Admitiu-se também que o empuxo residual independe do tempo. A modelagem do mecanismo de separação levou em conta três modelos, com a intenção de cobrir a variedade de aplicações:

- a) Modelo “caixa-preta”, que evita uma direta consideração das forças e dos momentos serem gerados pelo real mecanismo responsável pela separação; o que se admite neste método são mudanças de estado ao longo do tempo, as quais provocam incrementos na posição e no ângulo de atitude.



- b) Modelo de separação assistida por molas, que considera um mecanismo no qual cada motor auxiliar é descartado, com molas de compressão, conectadas entre ele e o núcleo.
- c) Modelo de separação assistido por dispositivo de empuxo lateral, usado em situações em que é necessária mais energia, para a separação, do que aquela fornecida pelo sistema de molas.

A geometria de colisão no sistema multicorpos foi analisada, sendo desenvolvidos três métodos para detecção (ou a ausência) de colisão, os quais usam dados históricos de posição e orientação:

- 1) Modelo 1 – Zona de Não-colisão, restrito a situações mais simples, no qual são geometricamente definidas zonas de colisão e de não-colisão, que considera que saliências nos corpos, se existirem, são insignificantes, que o núcleo tem comprimento infinito e que a rotação angular dos motores angulares ocorre de modo que seus terminais se deslocam ao longo de seus planos radiais, no sentido de se afastar do núcleo.
- 2) Modelo 2 – Par de Pontas, no qual um conjunto de apropriados pontos críticos, ou pontas, são identificados em cada motor auxiliar, ao longo de suas contra-partes no núcleo (conjunto satélite-veículo lançador sem os motores auxiliares); a projeção do vetor posição dessas pontas em um plano apropriado é examinada, com a intenção de investigar se ocorrem ou não colisões.
- 3) Modelo 3 – Projeções em Dois Planos, que é uma extensão do método 2, no qual uma representação gráfica do movimento do sistema todo é tentada; em vez de um par, considera-se um terno de pontos, que inclui o centro de massa do núcleo, a extremidade

(ogiva) superior do motor auxiliar e o centro inferior do motor auxiliar. Acompanha-se o movimento relativo da ogiva, bem como do centro inferior do motor auxiliar, em relação ao centro de massa do núcleo. A análise da projeção desses dois vetores de posição relativa em dois planos apropriados (radial e transversal) é a essência deste método.

Uma representação simples do sistema de separação é empregada para erigir um domínio de não-colisão no espaço de parâmetros de projeto. O modelo da “caixa-preta” mostrou-se mais efetivo na construção do modelo “zona de não-colisão” no espaço de parâmetros usados no projeto de sistemas de separação. Desta forma, torna-se possível determinar limites superiores para o comportamento do conjunto, visando uma separação segura.

Em Fonseca (1999), é tratada a dinâmica de separação e o controle de atitude do segundo Satélite Científico Brasileiro (SACI-2), estabilizado por rotação e controle magnético. O estudo se concentra nas propriedades de inércia, seus efeitos na nutação do satélite imediatamente após a separação do último estágio de seu veículo lançador. Neste trabalho, a análise considera a abertura dos braços mecânicos do referido satélite e o impacto nas propriedades de inércia do veículo após a separação, de forma a satisfazer a condição do eixo de maior momento de inércia para estabilização por rotação. É fornecido um equacionamento para a simulação computacional, cujos resultados indicam as seguintes conclusões:

- a) O amortecedor de nutação é eficiente para eliminar o ângulo de nutação residual após a separação
- b) Uma razão entre o maior e menor momento principal de inércia muito próxima de 1 deve ser evitada, pois não garante suficiente rigidez giroscópica para estabilização por rotação em torno do eixo de maior momento de inércia.

Seonjin (2002) desenvolveu uma técnica numérica para simulação da dinâmica de separação de motores auxiliares (*strap-on boosters*) descartados em atmosfera densa, a fim de analisar detalhadamente o processo de separação de tais motores do conjunto principal do veículo espacial, tendo em vista a busca de uma separação segura, isenta de colisões que possam danificar o veículo espacial, ou que até possam comprometer a missão. Com seis graus de liberdade, as equações de movimento de corpos rígidos são integradas. Usa-se um simulador das equações de *Navier-Stokes*, para se obter o comportamento dos fluidos que agem em torno e sobre os motores auxiliares e sobre o conjunto principal do veículo espacial. Obtêm-se, então, as forças aerodinâmicas que atuam sobre a superfície desses corpos a serem separados. Com a finalidade de determinar o comportamento dinâmico das partes envolvidas no procedimento de separação, são incluídas, no modelo, forças devidas à ação da gravidade e demais forças de controle, obtendo-se as forças e momentos que atuam sobre o centro de gravidade de cada corpo. O simulador é validado com dados experimentais da missão do veículo lançador *Titan IV*. Então, o processo completo de análise é aplicado ao veículo lançador *H-II*, um dos grandes foguetes do Programa Espacial do Japão, e ao veículo lançador de três estágios *KSR-III*, desenvolvido na Coreia do Sul. A partir do modelo construído, trajetórias de separação são previstas, sendo examinadas as características aerodinâmicas em torno dos veículos em cada intervalo de tempo. Dispositivos de separação-impulso, geralmente introduzidos para uma separação segura (sem colisão) dos motores auxiliares, são adequadamente modelados, tendo como resultado um mapa de orientação de momento e força de descarte adicional para separação segura.

Jeyakumar (2006) apresentou uma formulação matemática para a análise do sistema de separação do satélite de seu veículo lançador, sistema que usa um mecanismo composto de molas helicoidais de compressão. As equações modelam as forças e momentos que atuam em cada corpo a ser separado, nas quais tais corpos são tratados como rígidos. Para tal finalidade, foram estabelecidos sistemas de coordenadas, transformações de coordenadas e

equações de movimento úteis para o projeto e análise do sistema de separação de satélite de seu veículo lançador, que opere com mecanismo dotado de molas helicoidais de compressão. No estudo, foi utilizado um integrador Runge-Kutta de quarta ordem, a fim de resolver as equações diferenciais ordinárias não-lineares de movimento. As tolerâncias em torno dos valores esperados de velocidade relativa e distância relativa entre os corpos a separar são o resultado do estudo, que servem como parâmetros de projeto do sistema de separação almejado. Os resultados da simulação e análise numérica, levadas a cabo, a fim de estimar as velocidades angulares a partir do instante da separação, mostram que a velocidade angular máxima do satélite é maior que a velocidade angular desejável, segundo os parâmetros de projeto admitidos na simulação. Para minimizar a velocidade angular do satélite, o autor recomenda a utilização de esquemas alternativos, tal como modificar a combinação do sistema de molas, tendo em vista controlar efeitos do desalinhamento do centro de gravidade.

Em todas as missões espaciais anteriormente citadas, uma das fases que exigiu muita atenção das equipes envolvidas foi o processo de separação da carga útil do veículo lançador, pois riscos de colisão durante e após a separação sempre existem, o que torna esta parte também uma etapa crítica de qualquer missão espacial.

Este trabalho tem por objetivo analisar o procedimento de separação da carga útil (satélite) de seu veículo lançador, levando em conta possíveis situações e riscos de colisão durante essa etapa do voo culminando com a separação foguete-satélite. A metodologia para este trabalho prevê uma revisão da literatura, apresentada nesta introdução, dedução das equações do movimento de um caso típico de separação último estágio do lançador e satélite, simulação computacional, análise gráfica e numérica dos resultados e geração das conclusões e considerações finais desta dissertação de mestrado.

Este trabalho foi organizado nos seguintes capítulos:

- No Capítulo 2, será abordado o problema da separação do satélite do último estágio de seu veículo lançador, bem como alguns dos métodos e técnicas de separação de cargas úteis do último estágio de seus veículos lançadores.
- No Capítulo 3, é tratado o equacionamento geral do movimento;
- No Capítulo 4 explica-se o método de solução do problema, apresenta-se a simulação computacional e a discussão dos resultados;
- No Capítulo 5, apresentam-se as conclusões;
- Na seção seguinte à acima descrita, é apresentado o apêndice A, que contém o programa da simulação computacional.



## 2 O PROBLEMA DA SEPARAÇÃO E RISCOS DE COLISÃO

Uma das fases críticas das missões espaciais é a separação do satélite de seu veículo lançador para a inserção da nave em órbita. Falhas nos sistemas de separação podem danificar o veículo espacial e levar à perda da missão. Por essa razão, os sistemas de separação requerem cuidadosos estudos e testes, com a finalidade de prevenir falhas e conseqüentes riscos à missão. Tais estudos dos sistemas de separação cobrem desde a definição do sistema de separação, dos dispositivos e procedimentos de separação, até à análise dinâmica para assegurar que a separação ocorra de modo a minimizar riscos de colisão, seja durante a separação, seja em órbita, após a separação.

Considera-se aqui a análise dinâmica, como sendo todo o procedimento de definição do modelo físico, obtenção do modelo matemático, programação e simulação computacional do referido modelo e análise dos resultados. A tarefa de programação e simulação requer a escolha de uma plataforma computacional adequada, com pacotes computacionais apropriados para a integração numérica das equações do movimento, tanto de atitude, como de órbita. A análise dinâmica em questão envolve três momentos distintos: o primeiro se refere à dinâmica do sistema foguete – satélite, no qual o veículo lançador e o satélite estão ainda conectados como um só veículo, o segundo quando a separação se processa (transitório) e o terceiro quando, imediatamente após a separação, passa-se a trabalhar com dois sistemas distintos, nos quais as condições iniciais de cada parte são dadas pela condição final do sistema foguete – satélite no instante em que o sistema se separa.

Portanto, o conhecimento de como funcionam diferentes tecnologias de sistemas e mecanismos que promovem essa separação e a análise dinâmica da separação, com o delineamento de um cenário o mais realista possível das

condições em que ocorre a separação do satélite do último estágio do veículo lançador, são de fundamental importância para o projeto da missão espacial. De grande importância também é a escolha dos sistemas de separação, porque o tipo de tecnologia empregada e a atuação destes mecanismos escolhidos têm influência direta nos eventos que se seguem à separação, tendo em vista obter uma separação livre de riscos de colisão, ou, ainda, na impossibilidade de eliminá-los, procurar minimizar tais riscos.

Há outros casos, em que o último estágio-satélite é controlado ativamente. Esse é o caso do CBERS, no qual o conjunto formado pelo último estágio do foguete Longa Marcha e satélite é manobrado por controle ativo para realizar o apontamento para a Terra. Uma vez apontado para a Terra, um dispositivo hidráulico separa o sistema.

## **2.1. Alguns Sistemas de Separação do Satélite de seu Veículo Lançador**

Desde que se iniciou a pesquisa e o desenvolvimento de missões espaciais, diversos sistemas de separação foram projetados e colocados em operação, de modo a garantir a injeção de satélites em suas órbitas de forma segura. Tais dispositivos devem ser projetados, de forma que, de uma maneira relativamente simples, segura e confiável, atendam os requisitos da missão espacial e atuem de maneira coordenada, dada uma seqüência de etapas contidas nos procedimentos de separação.

Uma seqüência de separação típica, via de regra, apresenta as seguintes etapas (PALMER, 1966):

- a) O sistema de guiamento do último estágio do foguete fornece o sinal primário de separação do veículo;
- b) O sinal de separação ativa um ou mais mecanismos de liberação da separação;



- c) O mecanismo de liberação separa as conexões apropriadas, liberando a tensão nas bandas e concedendo um impulso, a fim de remover os segmentos das bandas e / ou grampos;
- d) As molas do mecanismo de separação são liberadas, com a finalidade de fornecer a força necessária, para a separação das partes do veículo;
- e) Dispositivos adequados, montados nas laterais do veículo espacial, na região do plano de separação, indicam que a separação ocorreu, a fim de que se dê início à seqüência de eventos que se seguem à separação.

No projeto dos sistemas de separação, é fundamental que não haja desalinhamentos significativos que possam gerar torques indesejados. Tais perturbações podem provocar colisões entre as partes envolvidas na separação, imediatamente após o acionamento do sistema de separação. Existem situações, nas quais podem ocorrer cenários de alto risco, como, por exemplo, o satélite ser ejetado estando ainda dentro do veículo lançador, como ocorreu no lançamento do satélite brasileiro SACI-1.

Segue uma breve descrição de alguns sistemas de sistemas de separação encontrados na literatura, normalmente utilizados em missões espaciais.

### **2.1.1. Sistema de Separação “*Ball-lock*”**

O sistema “*ball-lock*”, descrito em Subramanyam (1973) e Ramakrishnan (1999), é constituído de um mecanismo com dois anéis:

- O anel interno, fixado na parte inferior da superfície do satélite;
- O anel externo, montado no veículo lançador (ou em seu último estágio).

Estes dois anéis são unidos, através de um certo número de bolas de aço que travam a face interna do anel externo. Propulsores redundantes giram o anel externo em cerca de quatro graus, de modo a provocar o escape radial das

bolas, através de orifícios alinhados, liberando desta maneira o anel interno (fixado no satélite). Este sistema está ilustrado na figura 2.1.

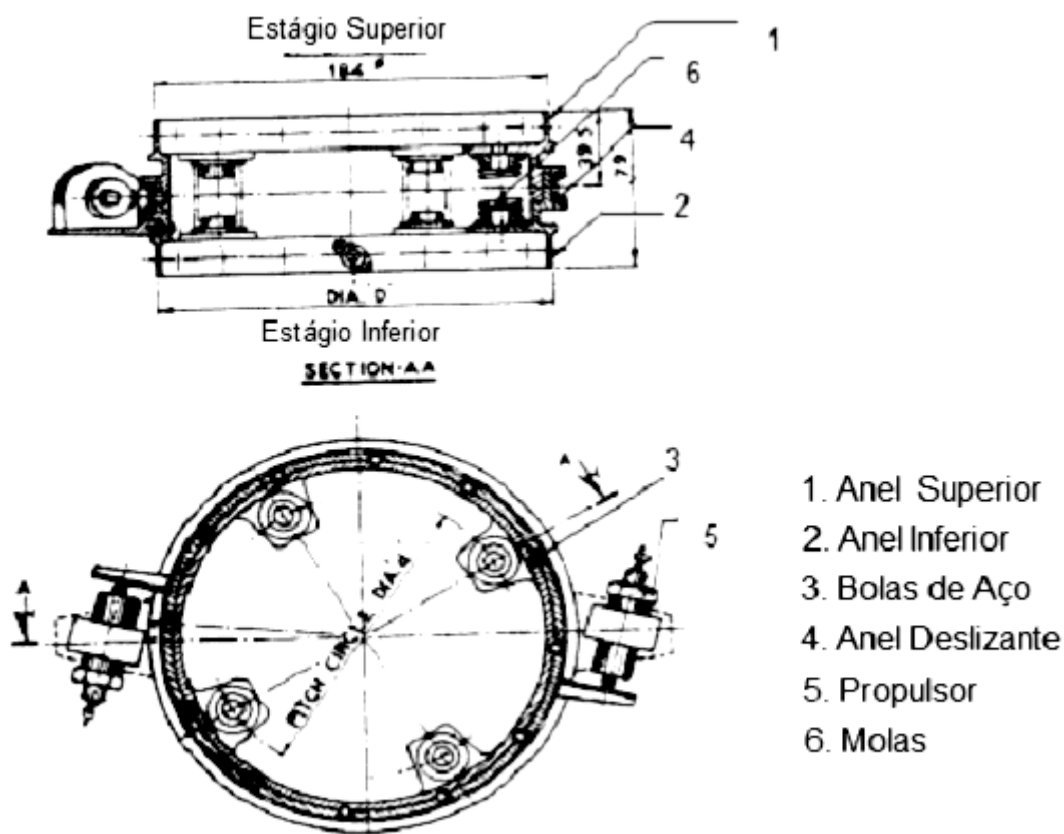


Figura 2.1: Mecanismo de Separação "Ball-lock".

Fonte: Adaptado de Subramanyan (1973).

### 2.1.2. Sistema de Separação com Dezoito Molas Helicoidais de Compressão

Este sistema, descrito em Fonseca (1988), usa um conjunto de dezoito molas helicoidais de compressão, que fornecem o impulso de separação. Nesse sistema as molas não ficam em contato direto com o satélite. Elas atuam sobre um conjunto de pistões, guiados através de um adaptador cônico, os quais, por sua vez, transmitem o impulso das molas ao satélite. Detalhes deste tipo de sistema de separação estão ilustrados na figura 2.2.

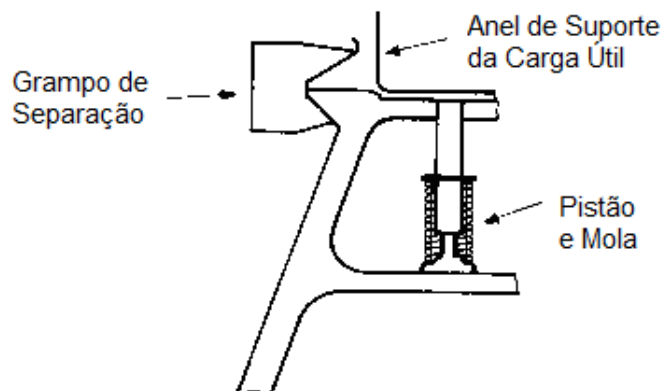


Figura 2.2: Detalhe do sistema de separação que usa dezoito molas helicoidais de compressão.  
 Fonte: Adaptado de Fonseca (1988).

A vantagem deste sistema é que não existem forças laterais das molas, porém, se existirem desalinhamentos relativos entre a linha que dá a direção da ação das molas e o centro de massa do satélite, bem como forças desiguais das molas, haverá momentos (perturbações) indesejados.

Apesar desses riscos, conjuntos de molas helicoidais vem há muito tempo, sendo empregados com bastante sucesso na separação de corpos não estabilizados por rotação, quando se deseja minimizar erros de separação (PALMER, 1966).

### 2.1.3. Sistema de Separação com Quatro Molas Helicoidais de Compressão

Descrito em Palmer (1966), cujos detalhes vêm ilustrados na figura 2.3, possui os seguintes componentes primários:

- molas para prover o impulso de separação;
- uma interface de montagem no satélite;
- uma interface de montagem no estágio final do veículo lançador;
- um dispositivo de grampeamento, que retém ambos os corpos juntos até que a separação seja iniciada.

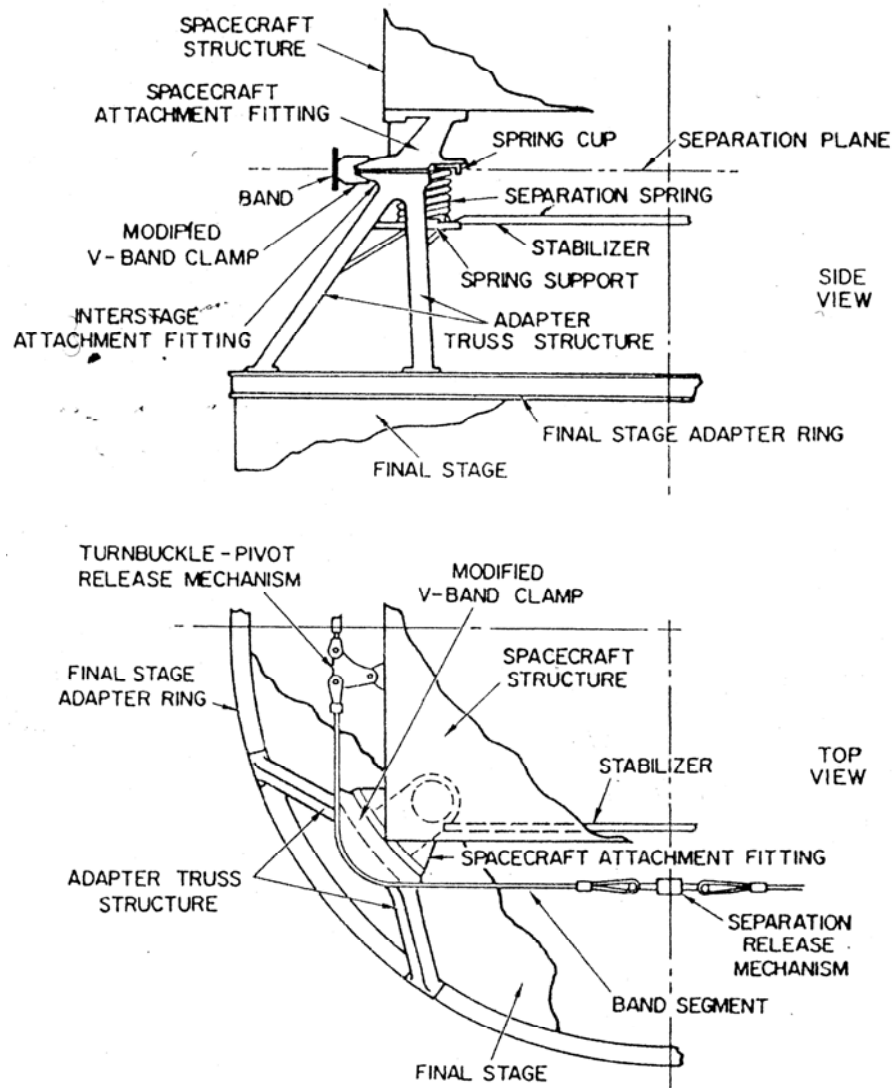


Figura 2.3: Detalhes do sistema de separação que emprega molas helicoidais de compressão.

Fonte: Adaptado de Palmer (1966).

O impulso de separação é fornecido pelas quatro molas helicoidais de compressão localizadas simetricamente, com um dos terminais apoiado no retentor de centralização da mola sobre o satélite. Assim, as molas ficam lateralmente estabilizadas, não sendo necessário usar guias auxiliares. O sistema foi geometricamente projetado, de modo a compensar indesejáveis forças e momentos em dois eixos.

É possível usar outras configurações, tais como agrupar molas em pares ou em conjuntos de quatro, a fim de minimizar erros devidos a desalinhamentos e

tolerâncias das características de cada mola. Pequenos retentores para as molas estão simetricamente localizados na interface de montagem do satélite, de modo a assegurar que cada mola esteja posicionada corretamente.

Um adaptador de montagem também é usado no último estágio do veículo lançador, para fornecer apropriada conexão para o satélite. O satélite e o último estágio do veículo lançador são mantidos juntos antes da separação, por meio de um sistema de um conjunto de grampos V, composto de uma tira de tensão com vários grampos V nela fixados. Os grampos unem as bordas externas dos adaptadores (interfaces) do satélite e do último estágio do veículo lançador, até o instante da separação. Os grampos, por sua vez, estão ligados a um mecanismo de liberação, que é acionado no instante da separação. Esse mecanismo de liberação pode ser um mecanismo de rompimento de parafuso ou um parafuso explosivo.

#### **2.1.4. Sistema de Separação por meio de Atuadores**

Neste caso (CNES, 1981), o satélite é montado num adaptador, localizado na parte superior do veículo lançador, fixado através de uma cinta de grampos consistindo de uma cinta metálica que suporta uma série de grampos que prendem o satélite ao adaptador. A figura 2.4 ilustra detalhes do sistema. Na separação, a banda é rompida em três partes por três cargas explosivas montadas no adaptador, ficando as partes restantes presas ao adaptador. O satélite é separado do veículo lançador, pela ação de seis atuadores, os quais são partes componentes do veículo lançador e cujos pistões suportam a parte inferior do satélite. Os atuadores são constituídos de pistões, que atuam logo após a liberação dos grampos.

No processo de integração, os atuadores ficam retidos por meio de parafusos, de modo que nenhuma força seja aplicada pelos atuadores, durante a montagem do satélite. Uma vez que a banda de grampos é ajustada e os

parafusos são retirados, cada atuador exerce uma força de menos de 900 N, na parte inferior do satélite.

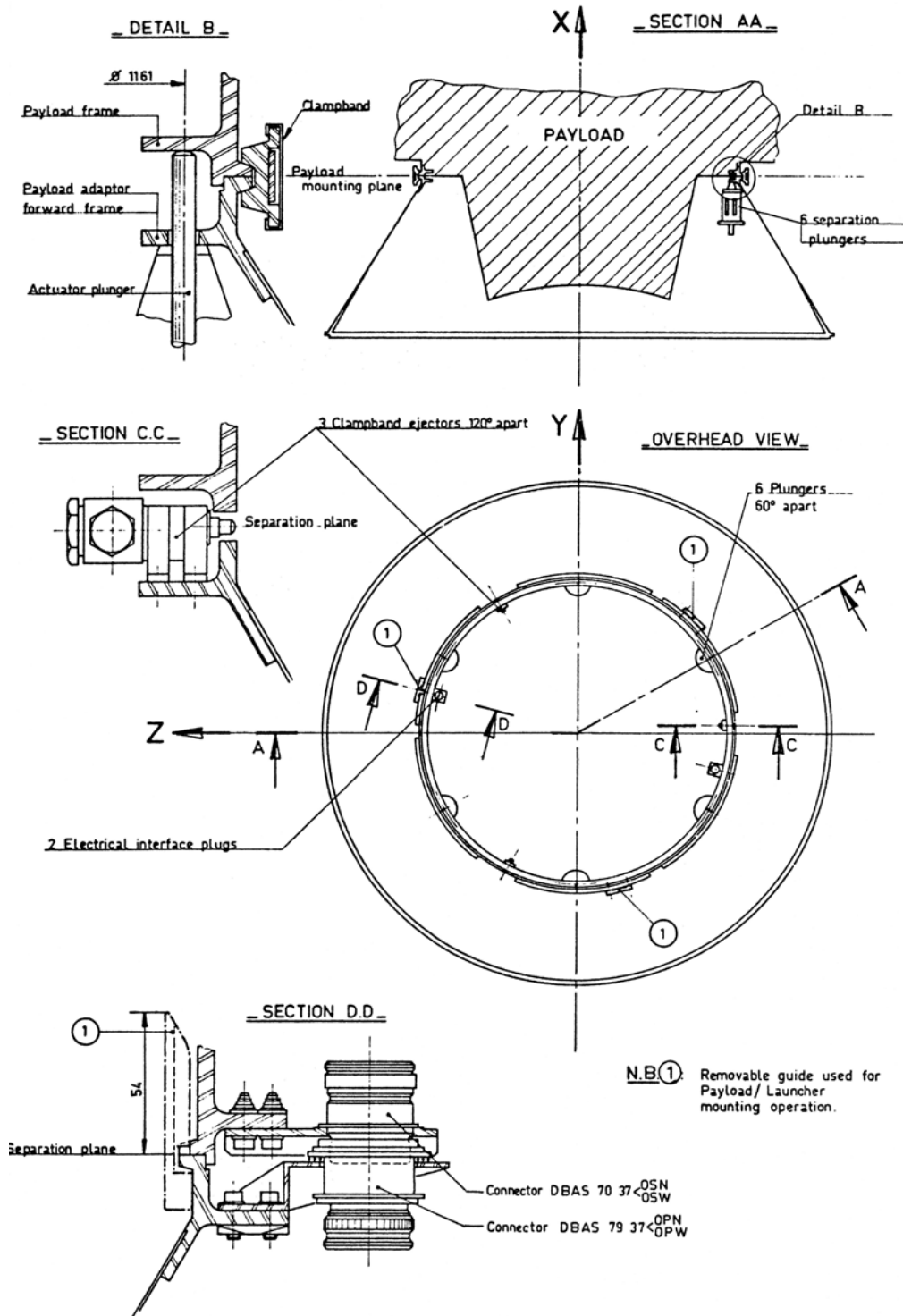


Figura 2.4: Sistema de Separação por meio de atuadores.

Fonte: CNES, 1981.

## **2.2. Riscos de Colisão na Separação do Satélite do Veículo Lançador**

O evento da separação, apesar de ocorrer em um reduzido intervalo de tempo (inferior a dois décimos de segundo), é uma das etapas críticas da missão e, por isso, deve-se desenvolver um estudo mais aprofundado, tendo em vista a possibilidade de ocorrer colisão entre o último estágio do veículo lançador e o satélite nos instantes seguintes à separação, o que comprometeria toda a missão. Uma eventual colisão entre essas partes poderia provocar desvio da trajetória desejada do satélite, principalmente se a colisão ocorrer em algum instante posterior, com o cruzamento ou intersecção das órbitas das duas partes. Outro problema seria avarias no veículo espacial, o que, em ambos os casos poderia resultar na perda da missão.

O estudo de riscos de colisão começa pela análise da posição relativa entre os corpos sob separação (último estágio do veículo lançador e satélite) e da atitude de cada parte e depois da separação (FONSECA, 1988). Aspectos importantes que devem ser levados em conta no estudo da dinâmica de separação:

- a) distância relativa entre os corpos em órbita;
- b) velocidade relativa entre os corpos;
- c) ângulo de nutação de ambos os corpos imediatamente após a separação;
- d) velocidades angulares transversais do conjunto último estágio-satélite e de ambas as partes imediatamente após a separação;
- e) Desalinhamentos dos centros de massa de ambas as partes em separação;
- f) Desalinhamento da linha de ação da força de separação e os centros de massas do último estágio do veículo lançador e do satélite.

No processo de separação, podem ocorrer torques indesejados, devidos ao desalinhamento entre a linha de ação da força das molas e o centro de massa,

CM, do satélite e do último estágio do veículo lançador, bem como das características das molas. Depois de construído o modelo físico e obtido o equacionamento que descreve o movimento e a atitude do veículo espacial, os modelos matemáticos desses torques podem ser incluídos nas equações, para posterior análise da dinâmica de separação, incluindo a aplicação de adequado método numérico de integração na simulação computacional. A análise dos resultados das simulações permite avaliar o impacto de tais torques no movimento dos dois corpos, imediatamente após a separação, de modo a prevenir possibilidades de colisão dessas partes do veículo espacial.

Tem-se movimento de nutação quando o vetor quantidade de movimento angular e o vetor velocidade angular do veículo espacial não são coincidentes. A terminologia “ângulo de nutação” é controversa, não sendo de consenso entre os especialistas da área. Alguns autores não a adotam, sem antes tecerem críticas ao termo nutação (HUGHES, 1986). Outros definem as terminologias nutação, rotação e movimento de cone - *coning motion* - (WERTZ, 1978) para diferenciar as três terminologias, que às vezes aparecem de forma diferente na literatura. Outras terminologias que aparecem associadas principalmente ao movimento de nutação são precessão (*precession*) e *wobble motion*, cuja tradução em português poderia ser “movimento de bomboleio”. Neste trabalho, adotaremos a terminologia definida em Wertz (1978). Segundo o autor, o movimento de nutação se refere ao movimento rotacional, no qual o eixo instantâneo de rotação não coincide com um eixo principal de inércia. O ângulo de nutação, consistente com essa definição, é o ângulo entre o eixo principal de inércia (geralmente o eixo de *spin* – rotação – em torno do eixo axial, assumido como principal de inércia) e o vetor quantidade de movimento angular do veículo. Se o conjunto último estágio do veículo lançador – satélite apresentar nutação, considerando que as propriedades de inércia do último estágio do veículo lançador e as do satélite são diferentes após a separação, os ângulos de nutação serão diferentes, o que aumenta o risco de colisão imediatamente após a separação. Os ângulos de nutação das referidas partes em separação são objeto de análise nas simulações no presente trabalho.



Neste trabalho, será considerado o sistema de separação constituído de dezoito molas helicoidais de compressão, descrito no item 2.1.2., com possíveis desalinhamentos da linha de ação das molas em relação ao eixo de simetria, que passa pelo centro de massa do veículo espacial. As molas são identificadas pela sua rigidez (ou seja, a razão força por unidade de deslocamento), seu comprimento livre e seu comprimento comprimido. Os terminais posteriores de cada mola apóiam-se num adaptador centralizador montado no satélite, tornando assim as molas lateralmente estáveis, não sendo necessários guias auxiliares. Quando as molas são liberadas, geram forças ao longo da linha que contém ambos os terminais de cada mola. Porém, estas forças também geram momentos em torno dos centros de massa dos corpos em separação.

No capítulo seguinte, é realizada a formulação do problema da dinâmica de separação do último estágio do veículo lançador – satélite, onde são apresentadas as equações que representam o movimento de translação e de rotação, bem como a expressão do ângulo de nutação de cada parte do veículo espacial em função das componentes da quantidade de movimento agungular das partes imediatamente após a separação. Tais equações formam a base para a simulação computacional.



### **3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DA DINÂMICA DE SEPARAÇÃO ÚLTIMO ESTÁGIO DO LANÇADOR-SATÉLITE**

O problema consiste em formular o equacionamento, que modele o movimento de translação e de rotação do conjunto formado pelo último estágio do veículo lançador e satélite, nas configurações imediatamente antes, durante e imediatamente depois da separação entre elas. A modelagem matemática constitui a base para a simulação computacional do movimento de atitude resultante da dinâmica de separação. O objetivo da simulação computacional é analisar e verificar, para um determinado conjunto de dados de entrada, os riscos de colisão entre as duas partes (último estágio do foguete e o satélite). A formulação newtoniana é utilizada para a obtenção das Equações de Euler associadas ao movimento rotacional nas três configurações e para a modelagem do movimento translacional entre o último estágio do foguete e o satélite, durante a separação.

No instante imediatamente antes da separação, assume-se o conjunto formado pelo último estágio do veículo lançador mais o satélite como um único corpo rígido. A mesma hipótese é admitida no instante imediatamente após a separação, ou seja, neste instante, tanto o último estágio do veículo lançador, como o satélite, são considerados corpos rígidos. Durante a fase transitória, quando as duas partes estão sendo separadas pelo dispositivo de separação, tem-se um sistema rígido-flexível, com as molas atuando sobre ambas as partes em separação. O mecanismo de separação é constituído por molas helicoidais de compressão. Admite-se um pequeno desalinhamento entre a linha de ação da força da mola e o centro de massa – CM – do satélite. Levando em conta o curto intervalo de tempo em análise, neste estudo, nenhuma perturbação ambiente é considerada no movimento do veículo espacial em quaisquer das configurações aqui abordadas.

O movimento dos corpos em separação possui seis graus de liberdade: três graus de liberdade em translação durante o transiente de separação e três graus de liberdade associados ao movimento rotacional.

As principais etapas do modelamento matemático, adotado para solução do problema apresentado, podem ser delineadas, conforme se apresenta a seguir:

- a) Definir o modelo físico e os sistemas de coordenadas, em relação aos quais são escritas as equações do movimento;
- b) Usando a abordagem newtoniana, escrever as equações de Euler associadas ao movimento rotacional e as equações de translação durante o transiente de separação;
- c) Implementar simulações das equações do movimento em um microcomputador, empregando programa aplicativo e linguagem adequada, a fim de gerar resultados numéricos e gráficos para análise posterior;
- d) Analisar os resultados.

A figura 3.1 mostra a representação do modelo físico, assim como três dos sistemas de coordenadas adotados. Os sistemas de eixos são admitidos como coincidentes com os eixos principais de inércia nas configurações antes da separação e depois da separação.

A representação das equações no sistema de eixos principais de inércia permite obter um sistema de equações mais simplificado, pois seu uso reduz os acoplamentos associados aos produtos de inércia e desacopla as equações da dinâmica. Sob o ponto de vista de engenharia (de satélites), os satélites passam, em geral, por um balanceamento estático e dinâmico, que permite localizar aproximadamente os eixos principais de inércia do veículo espacial. Em missões espaciais, normalmente os produtos de inércia aparecem como pequenas perturbações no movimento, na forma de pequenos ângulos de nutação.

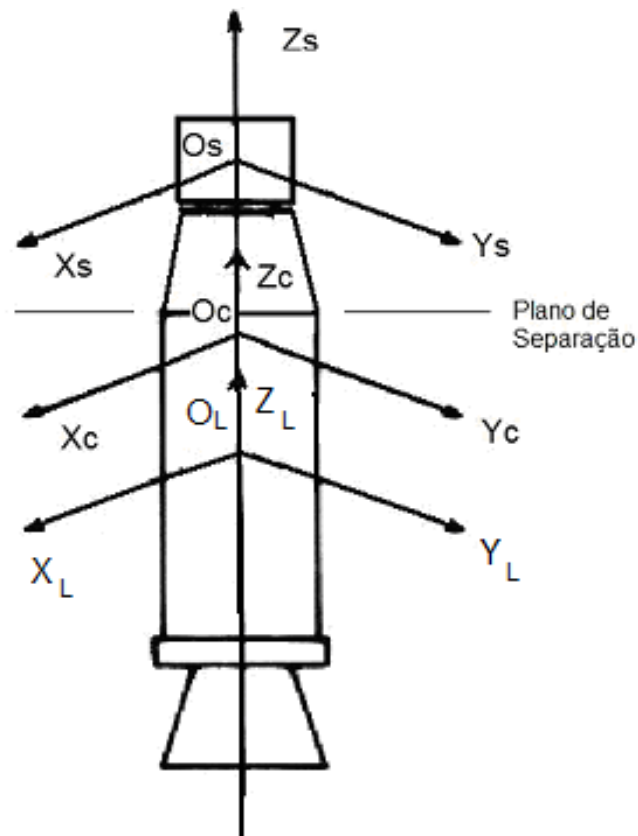


Figura 3.1: Conjunto último estágio do veículo lançador – satélite e sistemas de coordenadas.  
 Fonte: Adaptado de Fonseca (1988).

Os sistemas de coordenadas são fixos no corpo e portanto são sistemas girantes. Os sistemas de ilustrados na figura 3.1 estão localizados no centro de massas do satélite, no do conjunto último estágio mais satélite e no do último estágio, respectivamente. Os sistemas girantes se relacionam com o sistema inercial, definido para o curto intervalo de tempo em que ocorre a separação, não mostrado naquela figura, porém ilustrado na figura 3.2. As equações do movimento são escritas nos sistemas dos corpos e se relacionam com o sistema inercial através dos ângulos de atitude.

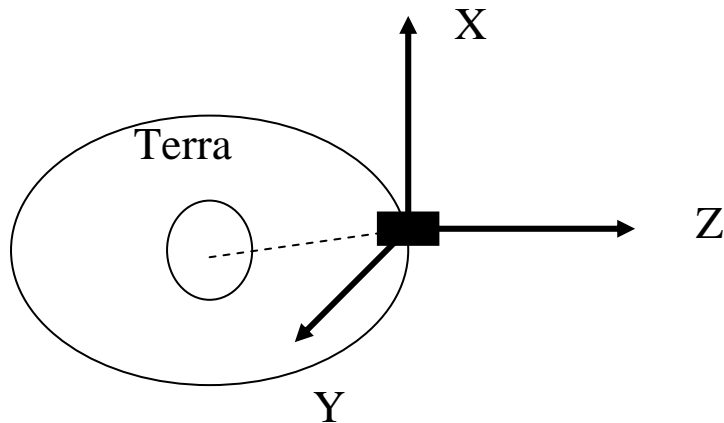


Figura 3.2: Sistema de Coordenadas Inercial.

Os eixos  $X_C$ ,  $Y_C$  e  $Z_C$  formam o sistema de coordenadas, com origem no centro de massa do conjunto,  $O_C$ . De maneira análoga, os eixos  $X_L$ ,  $Y_L$  e  $Z_L$  com origem no centro de massa do último estágio do lançador,  $O_L$ , e os eixos  $X_S$ ,  $Y_S$  e  $Z_S$  com origem no centro de massa do satélite,  $O_S$ .

### 3.1 Equações do Movimento

Considere-se o conjunto veículo lançador – satélite durante o transiente, quando o sistema está em processo de separação. As equações de seu movimento de translação e de rotação, em torno de seu centro de massa, em relação a esse sistema de coordenadas, podem ser escritas da seguinte maneira (JEYAKUMAR, 2006):

$$m\dot{\mathbf{v}} + m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \mathbf{F}_{ext}^v \quad (3.1)$$

$$\dot{\mathbf{L}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L} = \mathbf{M}_{ext}^p \quad (3.2)$$

sendo  $m$  a massa do conjunto veículo lançador – satélite,  $\vec{v} = v_{xc} \vec{i} + v_{yc} \vec{j} + v_{zc} \vec{k}$  a velocidade de translação e  $\vec{\omega} = \omega_{xc} \vec{i} + \omega_{yc} \vec{j} + \omega_{zc} \vec{k}$  a velocidade angular do conjunto;  $\vec{L} = L_{xc} \vec{i} + L_{yc} \vec{j} + L_{zc} \vec{k}$  é o vetor quantidade de movimento angular (*angular momentum*);  $\vec{M}_{ext} = M_{xc} \vec{i} + M_{yc} \vec{j} + M_{zc} \vec{k}$  é o vetor momento que, neste caso, inclui também os torques associados aos desalinhamentos da força das molas em relação ao centro de massa do satélite e centro de massa do ultimo estágio do veículo lançador;  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  são os vetores unitários.  $\dot{\vec{L}}$  é a derivada temporal da quantidade de movimento angular e  $\dot{\vec{v}}$  a derivada temporal da velocidade de translação.

A partir da equação 3.1, podem-se deduzir as equações que representam o movimento de translação do sistema, admitindo que  $\vec{F}_{ext}$  seja devida apenas à força resultante do conjunto de molas do sistema de separação. Desenvolvendo o produto vetorial dessa equação, tem-se:

$$m \dot{\vec{v}} = m \dot{v}_{xc} \vec{i} + m \dot{v}_{yc} \vec{j} + m \dot{v}_{zc} \vec{k} + m \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{xc} & \omega_{yc} & \omega_{zc} \\ v_{xc} & v_{yc} & v_{zc} \end{vmatrix} = \vec{F}_{ext} \vec{k} \quad (3.3)$$

Que pode ser reescrita como:

$$\dot{v}_{xc} \vec{i} + \dot{v}_{yc} \vec{j} + \dot{v}_{zc} \vec{k} + (v_{zc} \omega_{yc} - v_{yc} \omega_{zc}) \vec{i} + (v_{xc} \omega_{zc} - v_{zc} \omega_{xc}) \vec{j} + (v_{yc} \omega_{xc} - v_{xc} \omega_{yc}) \vec{k} = \frac{F_{ext}}{m} \vec{k}$$

Separando os termos, segundo as direções dos versores  $i^p$ ,  $j^p$  e  $k^p$ , tem-se as componentes da velocidade relativa ao longo dos eixos do conjunto formado pelo último estágio e o satélite:

$$\mathcal{V}_{x\alpha}^p = v_{y\alpha} \omega_{z\alpha} - v_{z\alpha} \omega_{y\alpha} \quad (3.4)$$

$$\mathcal{V}_{y\alpha}^p = v_{z\alpha} \omega_{x\alpha} - v_{x\alpha} \omega_{z\alpha} \quad (3.5)$$

$$\mathcal{V}_{z\alpha}^p = v_{x\alpha} \omega_{y\alpha} - v_{y\alpha} \omega_{x\alpha} \pm \frac{F_{ext}}{m} \quad (3.6)$$

onde  $\alpha = s$  para o satélite e  $\alpha = L$  para o último estágio do veículo lançador. O terceiro termo do lado direito da equação 3.6, recebe sinal positivo, se a equação for aplicada ao satélite; caso a equação seja aplicada ao último estágio do veículo lançador, o sinal daquele termo é negativo.

Retomando a equação 3.2, deduzem-se as equações que representam o movimento de rotação:

$$\mathcal{E}_{xc}^p i^p + \mathcal{E}_{yc}^p j^p + \mathcal{E}_{zc}^p k^p + \begin{vmatrix} i^p & j^p & k^p \\ \omega_{xc} & \omega_{yc} & \omega_{zc} \\ L_{xc} & L_{yc} & L_{zc} \end{vmatrix} = M_{xc}^p i^p + M_{yc}^p j^p + M_{zc}^p k^p$$

$$\mathcal{E}_{xc}^p i^p + \mathcal{E}_{yc}^p j^p + \mathcal{E}_{zc}^p k^p + (\omega_{yc} L_{zc} - \omega_{zc} L_{yc}) i^p + (\omega_{zc} L_{xc} - \omega_{xc} L_{zc}) j^p + (\omega_{xc} L_{yc} - \omega_{yc} L_{xc}) k^p = M_{xc}^p i^p + M_{yc}^p j^p + M_{zc}^p k^p \quad (3.7)$$



Usando notação matricial, pode-se representar a quantidade de movimento angular na forma:

$$\{L\} = [I]\{\omega\} = \begin{bmatrix} I_{xxc} & -I_{xyc} & -I_{xzc} \\ -I_{yxc} & I_{yyc} & -I_{yzc} \\ -I_{zxc} & -I_{zyc} & I_{zzc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

e admitindo que os eixos  $x_c$ ,  $y_c$  e  $z_c$  estejam alinhados com os eixos principais de inércia do sistema, os produtos de inércia são nulos e pode-se reescrever a equação 3.8 como:

$$\{L\} = \begin{bmatrix} I_{xxc} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yyc} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zzc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Substituindo o resultado da equação 3.9 na equação 3.7, obtêm-se as Equações de Euler na forma:

$$\frac{d}{dt}(I_{xxc} \omega_{xc}) + \omega_{yc} I_{zyc} \omega_{zc} - \omega_{zc} I_{zyc} \omega_{yc} = M_{xc} \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{dt}(I_{yyc} \omega_{yc}) + \omega_{zc} I_{xyc} \omega_{xc} - \omega_{xc} I_{xyc} \omega_{zc} = M_{yc} \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt}(I_{zzc} \omega_{zc}) + \omega_{xc} I_{zxc} \omega_{yc} - \omega_{yc} I_{zxc} \omega_{xc} = M_{zc} \quad (3.12)$$

Que podem ser escritas como

$$\dot{\omega}_{xc} = \frac{M_{xc} + \omega_{yc} \omega_{zc} (I_{yyc} - I_{zzc})}{I_{xxc}} - \frac{\omega_{xc}}{I_{xxc}} \dot{I}_{xxc} \quad (3.13)$$

$$\dot{\omega}_{yc} = \frac{M_{yc} + \omega_{xc} \omega_{zc} (I_{zzc} - I_{xxc})}{I_{yyc}} - \frac{\omega_{yc}}{I_{yyc}} \dot{I}_{yyc} \quad (3.14)$$

$$\dot{\omega}_{zc} = \frac{\omega_{xc} \omega_{yc} (I_{xxc} - I_{yyc})}{I_{zzc}} \quad (3.15)$$

As últimas parcelas do lado direito dessas equações (com exceção da equação 3.15) representam a taxa de variação no tempo dos momentos de inércia, durante o transiente, ou seja, durante a separação. No breve intervalo de tempo em que ocorre a separação, a ação das molas altera a distância das massas, em torno dos eixos transversais de rotação, daí a variação dos momentos principais de inércia. O momento de inercia em torno do eixo axial,  $z_c$ , não se altera no tempo. Nos instantes imediatamente antes da separação e nos instantes imediatamente após a separação, as derivadas dos momentos de inércia são nulas. A menos dos termos contendo as derivadas temporais dos momentos de inércia, as equações da dinâmica para o último estágio do veículo lançador e para o satélite, imediatamente após a separação são as mesmas dadas pelas equações 3.13 a 3.15.

Para o estudo da atitude, é necessário representar as componentes da velocidade angular em termos dos ângulos de Euler e de suas derivadas temporais. As equações da cinemática podem ser obtidas por transformações de coordenadas entre os sistemas de eixos fixo no corpo e o sistema de referência inercial. A transformação entre esses sistemas de eixos é feita através de três rotações. A seqüência de rotações é importante, pois geram diferentes equações da cinemática. Neste trabalho, adotou-se a seqüência 3-2-

1 de rotações, ou seja um rotação em  $z$ , seguida de uma rotação em  $y$  e finalmente uma rotação em  $x$ . Primeiramente é feita uma rotação de um ângulo  $\psi$ , em torno do eixo  $Z$ , gerando os eixos  $x'$ ,  $y'$  e  $z' \equiv Z$ . Em seguida, é feita uma rotação de um ângulo  $\theta$ , em torno do eixo  $y'$ , gerando os eixos  $x''$ ,  $y'' \equiv y'$  e  $z''$ . Finalmente, é feita uma rotação de um ângulo  $\phi$ , em torno do eixo  $x''$ , gerando os eixos  $x \equiv x''$ ,  $y$  e  $z$ , fixos no corpo. A figura 2.3 ilustra a seqüência de rotações.

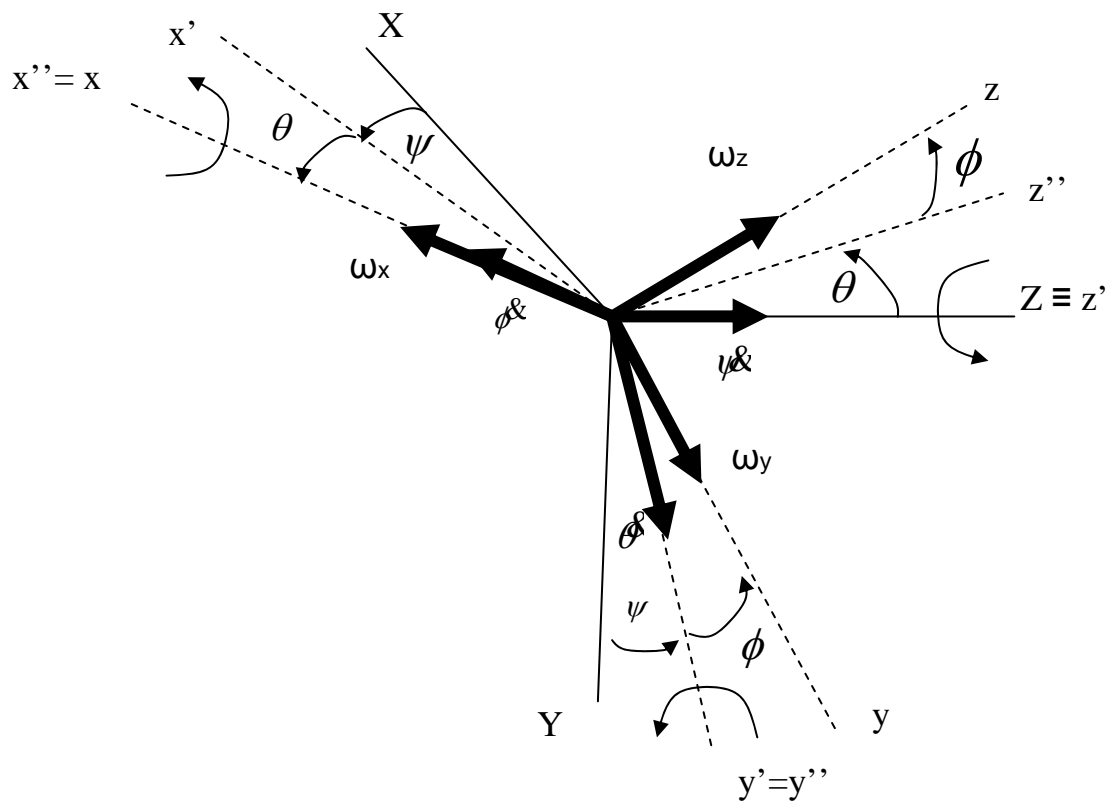


Figura 3.3: Transformação de coordenadas 3-2-1 para relacionar o sistema inercial e o sistema de eixos, fixos no corpo.

Assim, podem ser obtidas as equações das componentes do vetor velocidade angular, em função dos ângulos de Euler e de suas derivadas:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \\ & \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \cos\phi \\ -\dot{\theta} \sin\phi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\theta} \cos\phi + \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ -\dot{\theta} \sin\phi + \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Logo:

$$\omega_x = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (3.16)$$

$$\omega_y = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \quad (3.17)$$

$$\omega_z = -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta \quad (3.18)$$

Colocando as equações na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Invertendo-se a equação 3.19, obtêm-se as equações da cinemática na forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Portanto:

$$\dot{\phi} = \omega_x + \sin \phi \tan \theta \omega_y + \cos \phi \tan \theta \omega_z \quad (3.21)$$

$$\dot{\theta} = \cos \phi \omega_y - \sin \phi \omega_z \quad (3.22)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \omega_y + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \omega_z \quad (3.23)$$

Essas equações diferenciais ordinárias são não-lineares e serão solucionadas numericamente.

Quando o último estágio do foguete está com movimento de rotação, em geral tem-se um pequeno ângulo de nutação do sistema. Quando ocorre a separação, o movimento de nutação se modifica e cada parte do corpo adquire uma nutação própria em função de suas propriedades de inércia e das velocidades angulares transversais. As expressões do ângulo de nutação para o último estágio do veículo lançador e para o satélite podem ser escritas na forma:

$$\theta_L = \tan^{-1} \left( \frac{L_{tL}}{L_{zL}} \right) \quad (3.24)$$

$$\theta_S = \tan^{-1} \left( \frac{L_{tS}}{L_{zS}} \right) \quad (3.25)$$

nas quais  $L_t$  e  $L_z$  são respectivamente as componentes transversal e axial da quantidade de movimento angular, que são por sua vez dados por:

$$L_{t_L} = \sqrt{(I_{xx_L} \omega_{x_L})^2 + (I_{yy_L} \omega_{y_L})^2} \quad (3.26)$$

$$L_{z_L} = I_{zz_L} \omega_{z_L} \quad (3.27)$$

$$L_{t_C} = \sqrt{(I_{xx_C} \omega_{x_C})^2 + (I_{yy_C} \omega_{y_C})^2} \quad (3.28)$$

$$L_{z_C} = I_{zz_C} \omega_{z_C} \quad (3.29)$$

### 3.2. Mecanismo de separação – Molas helicoidais

A formulação aqui tratada considera dezoito molas simetricamente localizadas, conforme mencionado no capítulo anterior (FONSECA, 1988). Do ponto de vista da engenharia de satélites, a calibração apropriada, posição e alinhamento das molas, bem como a definição do centro de massa do satélite, são feitos, visando minimizar os desalinhamentos que provocam torque no satélite e que possam causar colisão no processo de separação.

A força total aplicada pelo sistema de molas helicoidais de compressão é dada por

$$F_{ext} = -K_i s_i \quad (3.30)$$

na qual  $K_i$  é a constante elástica das molas e  $s_i$  é a deflexão ou alongação das molas.

Os diferentes ângulos de natação das partes, imediatamente após as separação aumenta o risco de colisão. Esse risco é consideravelmente maior, se o satélite estiver dentro de um compartimento do foguete, como foi o caso do SACI – 1, lançado pelo foguete chinês Longa Marcha 4, como *piggyback* (carga secundária no lançamento do CBERS-1). O ângulo de natação é dado pela equação 3.24. A figura 3.4 ilustra a configuração imediatamente após a separação com cada parte, adquirindo uma natação independente com diferentes ângulos de natação.

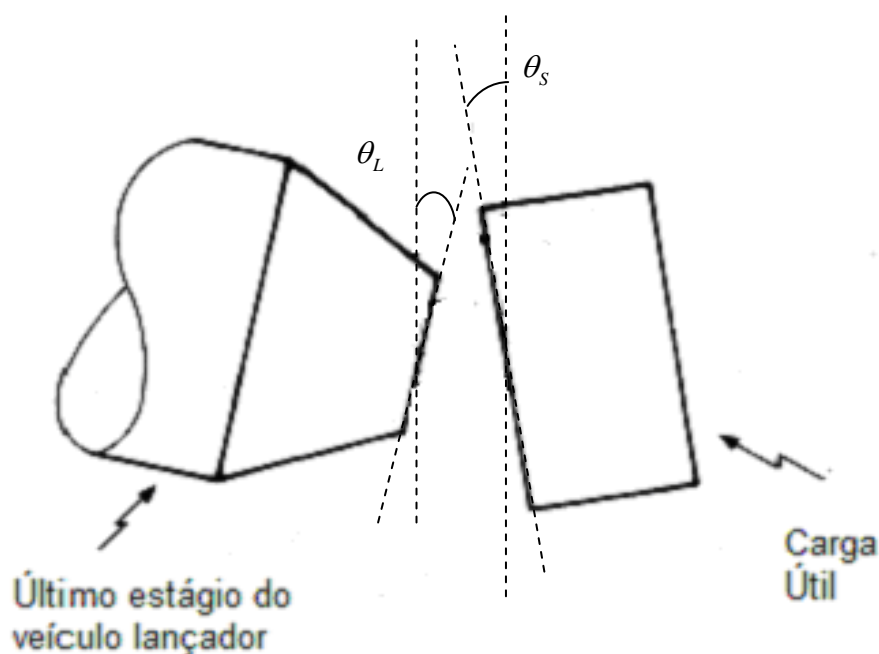


Figura 3.4: Ângulos de natação  $\theta_L$  (último estágio do veículo lançador) e  $\theta_S$  (satélite), logo após a separação.

Fonte: Adaptado de Fonseca (1988).





#### 4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na tabela 4.1 apresentam-se os dados de entrada para desenvolver a simulação computacional da separação do satélite do último estágio do veículo lançador, com base nas equações mostradas, estudadas e discutidas no capítulo anterior.

Tabela 4.1 – Valores dos parâmetros do satélite e do último estágio do veículo lançador.

<b>Parâmetro</b>	<b>Conjunto Último Estágio do Veículo Lançador e Satélite</b>	<b>Último Estágio do Veículo Lançador</b>	<b>Satélite</b>
<b>Massa (kg)</b>	<b>161,53</b>	<b>115,0</b>	<b>46,53</b>
<b>Momentos de Inércia (<math>\text{kgm}^2</math>), <math>I_x</math>, <math>I_y</math> e <math>I_z</math>, respectivamente</b>	<b>59,68</b>	<b>16,97</b>	<b>9,58</b>
	<b>59,68</b>	<b>16,97</b>	<b>9,58</b>
	<b>13,53</b>	<b>2,46</b>	<b>11,07</b>
<b>Velocidades Angulares (rad / s), eixos x, y, e z, respectivamente</b>	<b>0,01</b>	<b>0,01</b>	<b>0,01</b>
	<b>0,01</b>	<b>0,01</b>	<b>0,01</b>
	<b>0,8015</b>	<b>0,8015</b>	<b>0,8015</b>
<b>Ângulos de Euler (graus)</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
<b>Velocidades de Translação (m / s)</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
<b>Distância entre os centros de massa dos corpos (m)</b>	<b>1,0</b>		

Na Tabela 4.2, são ilustrados dados de entrada do sistema de separação.

Tabela 4.2 – Valores dos parâmetros do sistema de separação.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
<b>Número de Molas</b>	<b>18</b>
<b>Constante Elástica (N / m)</b>	<b>1820</b>
<b>Elongação Máxima da Mola (m)</b>	<b>0,05</b>
<b>Desalinhamento da mola em relação à linha que passa pelo centro de massa do veículo espacial (m)</b>	<b>0,005</b>

Os dados supra mencionados, com exceção da constante elástica das molas, são dados de objetos reais, retirados de Subramanyan (1973), Lochan (1978), Fonseca (1987) e Fonseca (1988). A frequência de oscilação da mola  $\omega_m$  pode ser calculada, conforme segue :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{NK}{m_{red}}} \cong 31,4473 \text{ rad / s} \quad (4.1)$$

sendo  $N$  o número de molas,  $K$  é a constante elástica das molas e  $m_{red}$  é a massa reduzida do sistema, dada por:

$$m_{red} = \frac{m_S m_L}{m_S + m_L} \cong 33,1267 \text{ kg.} \quad (4.2)$$

Admite-se aqui que as molas do sistema de separação não ficarão oscilando nem durante, nem depois da separação. O tempo de separação pode ser escrito na forma :

$$t_{sep} = \frac{\pi}{2\omega_m} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_{red}}{18K}} \cong 0,05 \text{ s.} \quad (4.3)$$

O ângulo de nutação  $\theta_C$  inicial do conjunto, formado pelo último estágio do veículo lançador e o satélite, no instante imediatamente antes do início dos procedimentos de separação, é determinado pela equação 3.25, trocando-se os subscritos  $s$  por  $c$  e usando os dados de entrada mostrado na tabela 4.1.

$$\theta_C = \tan^{-1} \left( \frac{L_{tc}}{L_{zc}} \right) \cong 4,45^\circ \quad (4.4)$$

na qual  $L_{tc}$  e  $L_{zc}$  são respectivamente as componentes transversal e longitudinal da quantidade de movimento angular do conjunto, dadas pela equação 3.9.

No presente trabalho, emprega-se o ambiente *MatLab*<sup>®</sup>, versão 6.5, instalado em um microcomputador de plataforma *PC*, dotado de microprocessador com velocidade de processamento de 1.2 GHz e 1 Gbytes de memória *RAM*, com a finalidade de implementar a integração numérica das equações de movimento apresentadas, desenvolvidas e discutidas no capítulo anterior. A referida simulação computacional recebe os parâmetros de entrada e gera, como saída, as velocidades angulares e de translação, bem como a posição relativa entre as partes em separação. Desta forma, é possível analisar o comportamento dinâmico do sistema antes, durante e imediatamente após a separação. O método numérico empregado na integração e simulação computacional é um integrador *Runge-Kutta* de quarta ordem, com passo fixo. Consideram-se duas hipóteses de separação, uma perfeita e outra com perturbações. Na hipótese de separação perfeita, nenhum desalinhamento é considerado, seja dos centros de massas das partes, seja da linha de ação das forças da mola. No segundo caso, são introduzidos os desalinhamentos do centro de massa das partes em

relação à linha de ação da força resultante do sistema de separação, que caracterizam os cenários reais de separação. A distância relativa de separação entre o último estágio do veículo lançador resulta da integração das equações do movimento. Como o satélite e o último estágio do veículo lançador são, respectivamente, acelerado e desacelerado pela força do sistema de separação, a distância de separação aumenta com o tempo, um resultado esperado da integração das equações do movimento.

A equação que modela o deslocamento da mola do sistema de separação é a equação diferencial do sistema massa-mola:

$$s = s_m [1 - \cos(\omega_m t)] \quad (4.5)$$

na qual  $s_m$  é a elongação ou deflexão máxima da mola,  $\omega_m$  é sua frequência de oscilação e  $t$  é o tempo. Derivando a equação 4.5, obtém-se a equação que representa taxa de variação no tempo de  $s$ :

$$\dot{s} = s_m \omega_m \text{sen}(\omega_m t) \quad (4.6)$$

A velocidade mínima para a separação pode ser determinada, considerando-se o caso extremo, em que a face superior do último estágio do veículo lançador forma, com a face inferior do satélite, um ângulo igual à soma dos ângulos de nutação de cada uma dessas partes logo após a separação, de modo que uma das extremidades do último estágio do veículo lançador fique muito próxima de uma extremidade do satélite, porém sem que se toquem. A distância de separação (geometricamente determinada), até que a configuração acima descrita seja atingida, é dada pela elongação máxima da mola, mais o espaço percorrido por essas partes até a estabilização de seus ângulos de nutação. Esta última parcela é dada pelo produto da velocidade (mínima) de separação e o tempo necessário para a estabilização dos ângulos de nutação.

São simuladas, por meio de computador, três fases envolvidas na análise da dinâmica de separação:

- integração numérica das equações nos instantes imediatamente antes da separação;
- integração numérica das equações nos instantes em que o sistema de separação está atuante (transiente);
- integração numérica das equações da dinâmica do último estágio do veículo lançador e do satélite, nos instantes imediatamente após a separação.

As equações da dinâmica e da cinemática formam um conjunto de seis equações de primeira ordem que são integradas numericamente (equações 3.13 a 3.15 e 3.21 a 3.23). Este conjunto de equações é integrado numericamente para as três fases, o conjunto formado pelo último estágio e o satélite, o transiente (quando se processa a separação), e finalmente para os corpos separados. O conjunto de saída da integração das equações, para o sistema antes da separação, fornece os dados de entrada para o início da simulação do transiente. Da mesma forma, o final da separação fornece os dados de entrada para a simulação das partes separadas.

As velocidades angulares ao longo dos eixos  $x_s$ ,  $y_s$  e  $z_s$ , do satélite e do último estágio do veículo lançador podem ser comparadas nos gráficos das figuras 4.1, 4.2 e 4.3. Analisando-se os gráficos das figuras 4.1 e 4.2, nota-se que as componentes das velocidades angulares em torno dos eixos  $x_s$  e  $y_s$  do satélite e do último estágio do veículo lançador,  $x_L$  e  $y_L$ , cujos valores são idênticos antes da separação, sofrem alterações após a separação. Desta forma, a partir deste instante, ambas as partes passam a apresentar diferentes valores das referidas componentes de velocidade angular. Isto tem impacto direto no ângulo de nutação de ambos os sistemas.

A simples alteração das inércias, mesmo para uma separação perfeita, já altera o ângulo de nutação inicial do conjunto. Entretanto, a observação da figura 4.3

mostra que o satélite e o último estágio do veículo lançador apresentam o mesmo valor de velocidade angular em torno do eixo  $z$ , tanto antes, como depois da separação, no pequeno intervalo de tempo considerado.

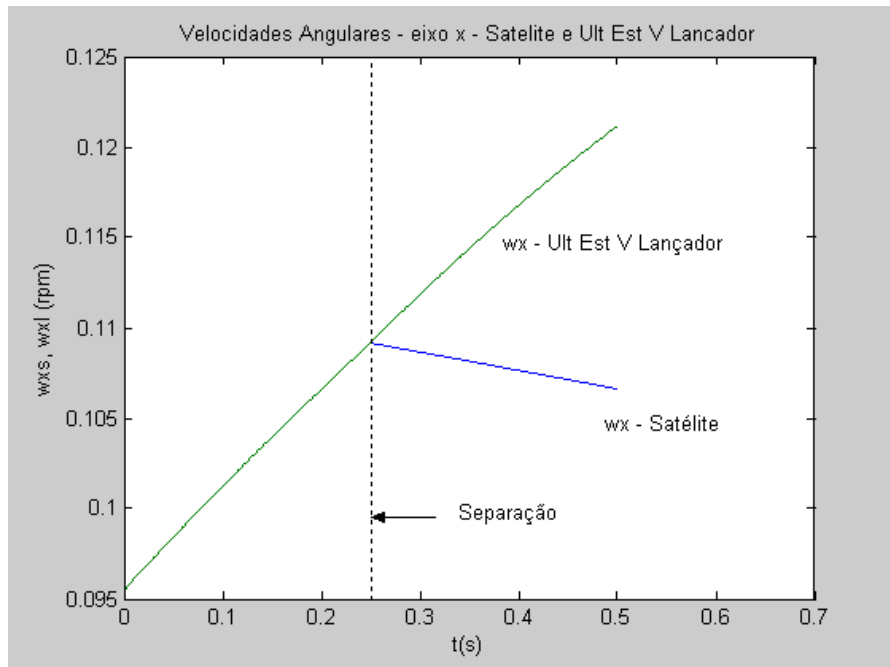


Figura 4.1 – Velocidades angulares em torno do eixo  $x$  ( $\omega_x$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

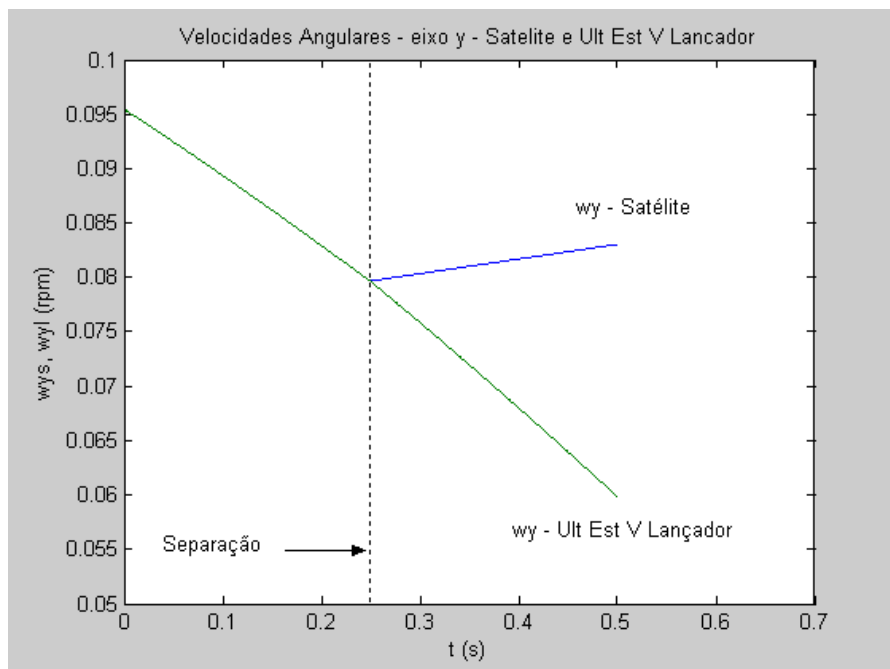


Figura 4.2 – Velocidades angulares em torno do eixo  $y$  ( $\omega_y$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

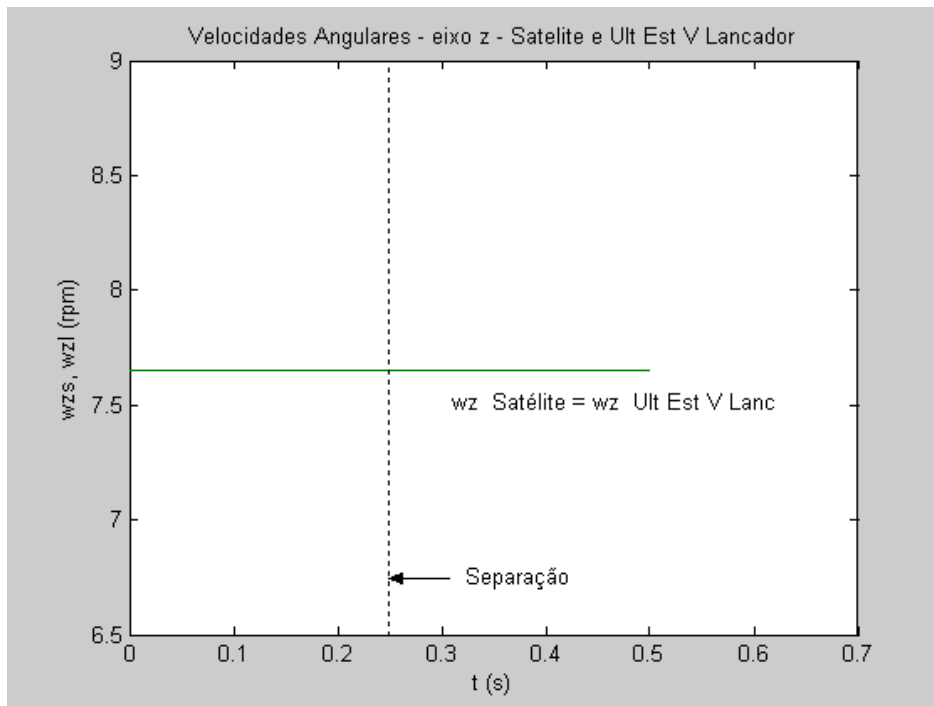


Figura 4.3 – Velocidades angulares em torno do eixo  $z$  ( $\omega_z$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

As velocidades de translação, de ambas as partes, ao longo do o eixo  $z$ , são confrontadas no gráfico da figura 4.4.

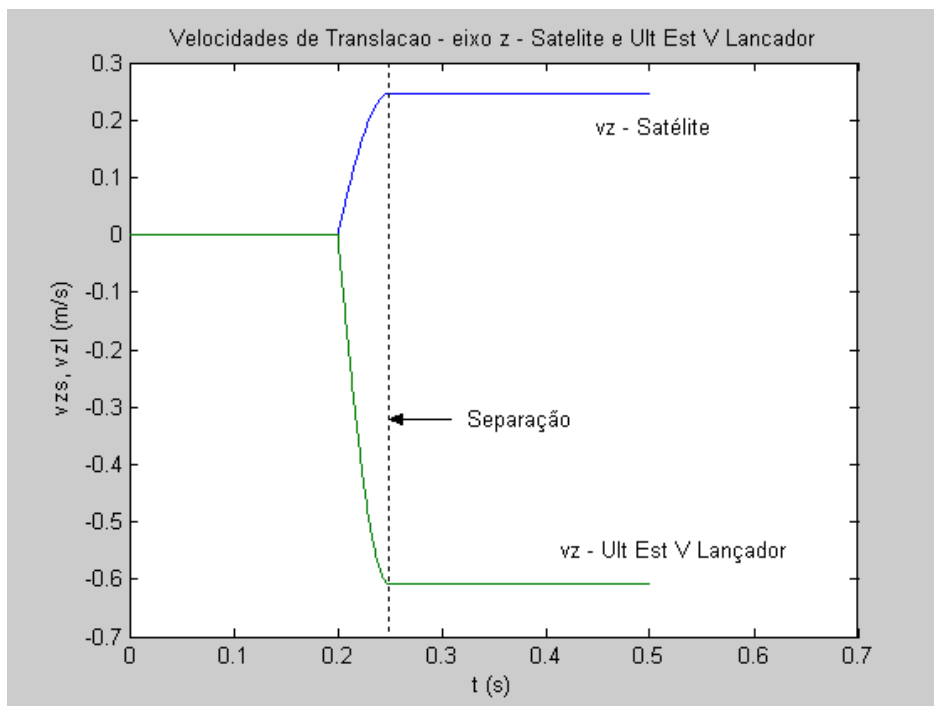


Figura 4.4 – Velocidade de Translação segundo o eixo  $z$ , do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

Observando-se o gráfico, se pode notar que tais velocidades de translação do satélite e do último estágio do veículo lançador, que têm o mesmo valor antes da separação, sofrem significativa variação durante o intervalo de tempo em que do sistema de separação atua. As velocidades de translação do satélite e do último estágio do veículo lançador se estabilizam ao término desse intervalo de tempo, vindo cada uma destas partes a apresentar valores diferentes de velocidade de translação, segundo o eixo z.

Os ângulos de Euler, das referidas partes em separação, são comparados nos gráficos das figuras 4.5 a 4.7.

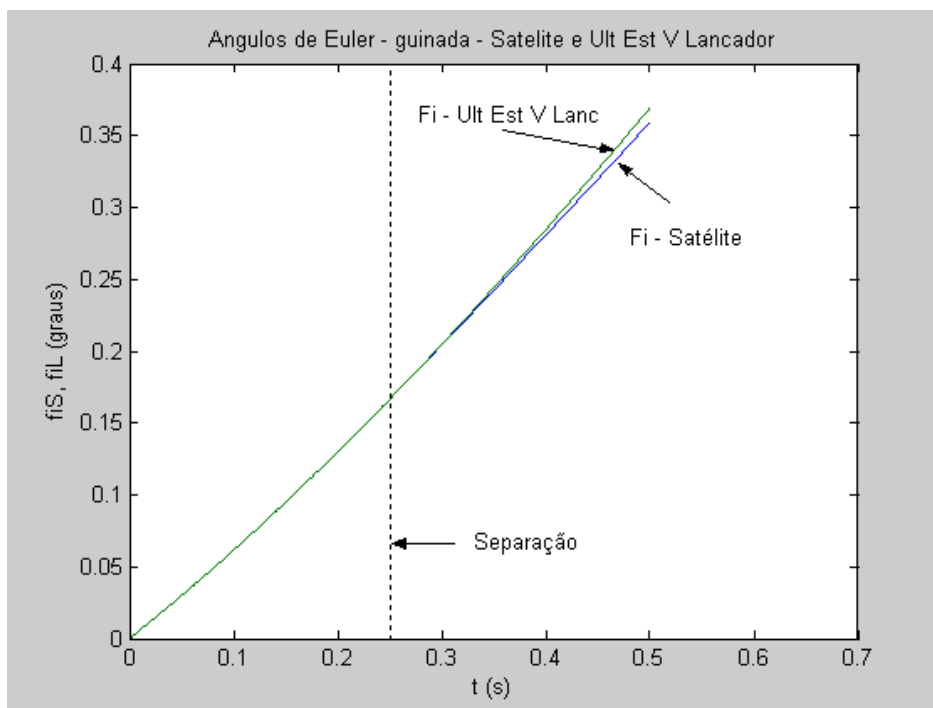


Figura 4.5 – Ângulos de Euler (guinada) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

Os ângulos de Euler de guinada (figura 4.5) e de arfagem (figura 4.6) do satélite e do último estágio do veículo lançador são idênticos antes da separação, passando gradualmente a apresentar, a partir do final da separação, uma diferença que cresce gradualmente com o passar do tempo. No entanto, o satélite e o último estágio do veículo lançador apresentam o



mesmo valor de ângulo de rolamento (figura 4.7), antes e depois da separação, no intervalo de tempo considerado.

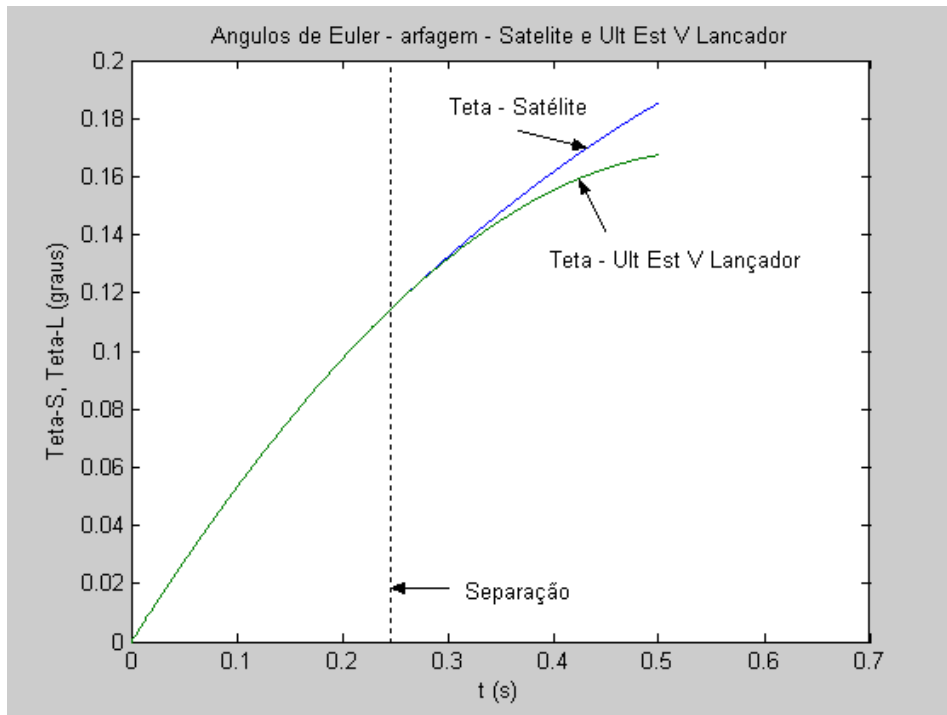


Figura 4.6 – Ângulos de Euler (arfagem) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

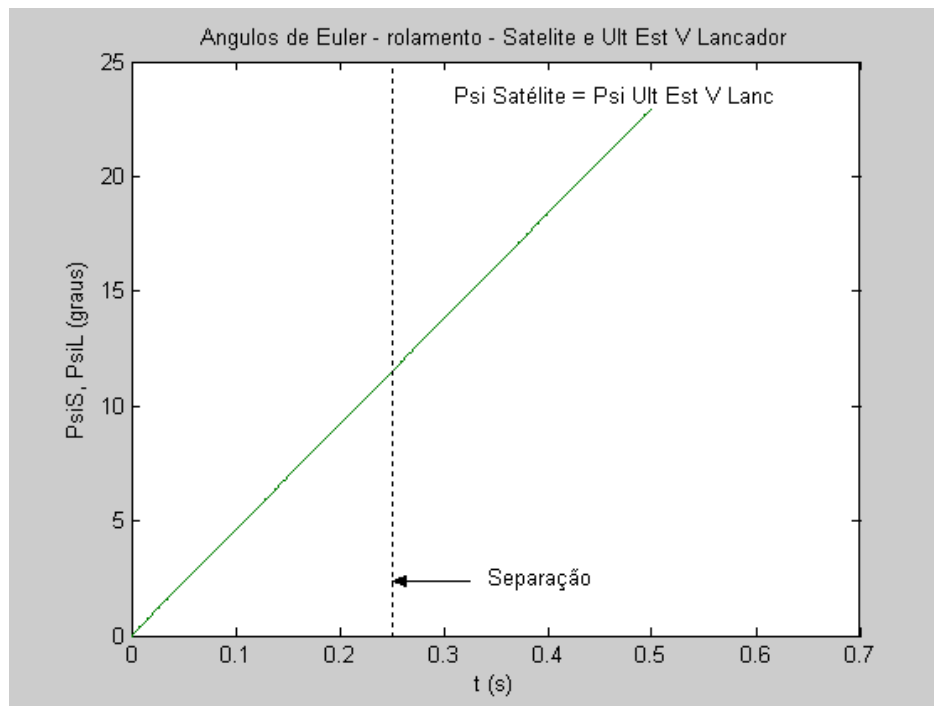


Figura 4.7 – Ângulos de Euler (rolamento) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

Os ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador são confrontados no gráfico da figura 4.8.

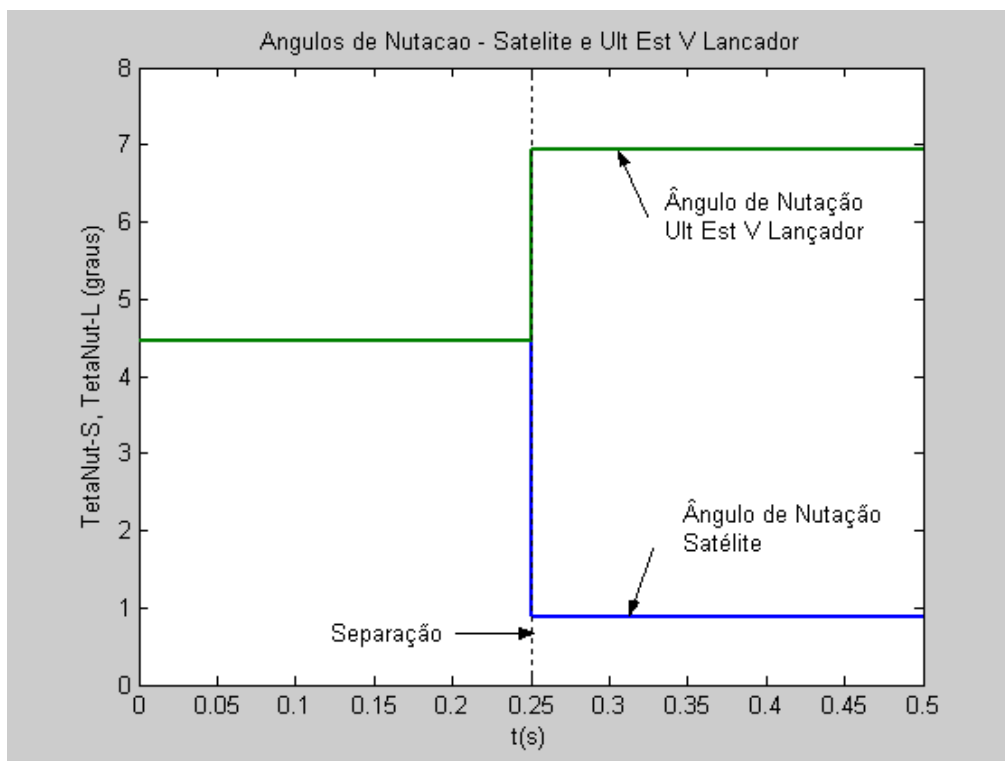


Figura 4.8 – Ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, na ausência de perturbações.

Antes da separação, os ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador são idênticos ao ângulo de nutação do conjunto, com o valor mostrado na equação 4.4. Ao final do intervalo de tempo de ação do sistema de separação, o ângulo de nutação do satélite sofre diminuição, cujo valor se estabiliza em  $0,8742^\circ$ , ao passo que o ângulo de nutação do último estágio do veículo lançador, após a separação, aumenta e se estabiliza em cerca de  $7^\circ$ . As relações de inércia de ambas as partes explicam essa alteração dos ângulos de nutação. Quando o sistema se separa, o momento principal de inércia do último estágio cai para um valor menor do que o momento de inércia do conjunto, aumentando o ângulo de nutação. Para o satélite, aumenta o momento principal de inércia em torno do qual a nave gira, após a separação, diminuindo o ângulo de nutação. Em ambos os casos, a quantidade de movimento angular se conserva.

A velocidade e a distância relativa de separação estão ilustradas no gráfico da figura 4.9.

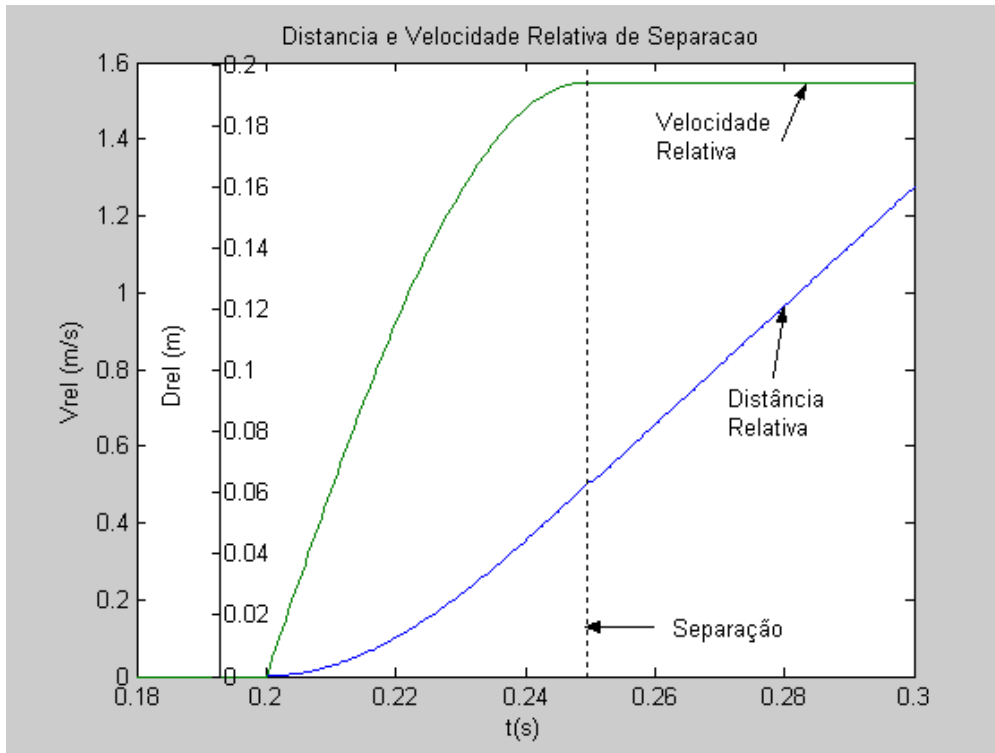


Figura 4.9 – Distância e Velocidade Relativa de Separação, entre o satélite e o último estágio do veículo de separação, antes, durante e depois da separação, na ausência de perturbações.

Pela observação do gráfico, na separação com ausência de perturbações, a velocidade relativa ao final da separação é de 1,5474 m/s, passando a ficar constante, após o intervalo de tempo de separação de 0,05 s; a distância relativa entre o último estágio do veículo lançador e o satélite, cresce monotonicamente e, dado que a velocidade mínima de separação é de 0,3708 m/s, pode-se, portanto, neste caso, concluir que não há risco de colisão, conforme também concluíram Subramanyam (1973), Lochan (1978) e Fonseca (1987).

Após análise do caso da separação na ausência de perturbações, simula-se a dinâmica de separação considerando os desalinhamentos entre a linha de ação da força resultante do sistema de separação e os centros de massas do satélite e do último estágio do veículo lançador. Os

desalinhamentos introduzem torques indesejados. Os resultados dessa simulação são ilustrados nas figuras 4.10 a 4.18.

As figuras 4.10 a 4.12 mostram as velocidades angulares do satélite e do último estágio do veículo lançador em torno dos eixos x, y e z, antes durante e depois da separação, no intervalo de tempo considerado. Como se pode observar na figura 4.12, a velocidade angular em torno do eixo z apresenta comportamento similar ao apresentado na situação de ausência de perturbações, na qual o satélite e o último estágio do veículo lançador apresentam o mesmo valor de velocidade angular em torno do referido eixo, antes e depois da separação.

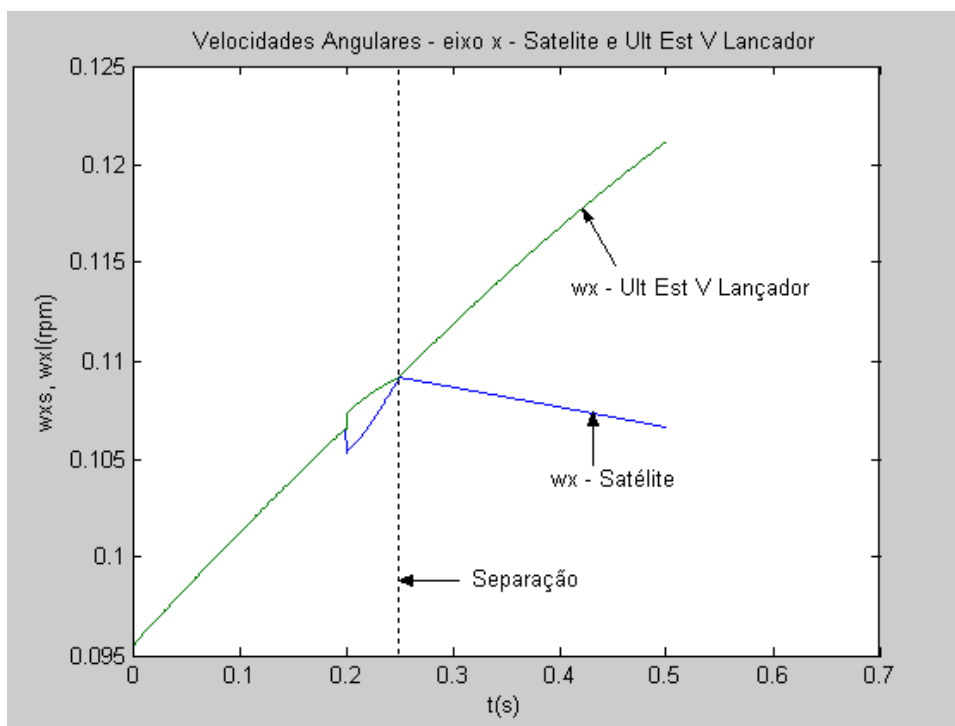


Figura 4.10 – Velocidades angulares em torno do eixo x ( $\omega_x$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

Observando-se os gráficos das figuras 4.10 e 4.11, percebe-se uma pequena variação nas velocidades angulares em torno dos eixos x e y, porém apenas nos instantes contidos no intervalo de tempo em que atua o mecanismo de separação.

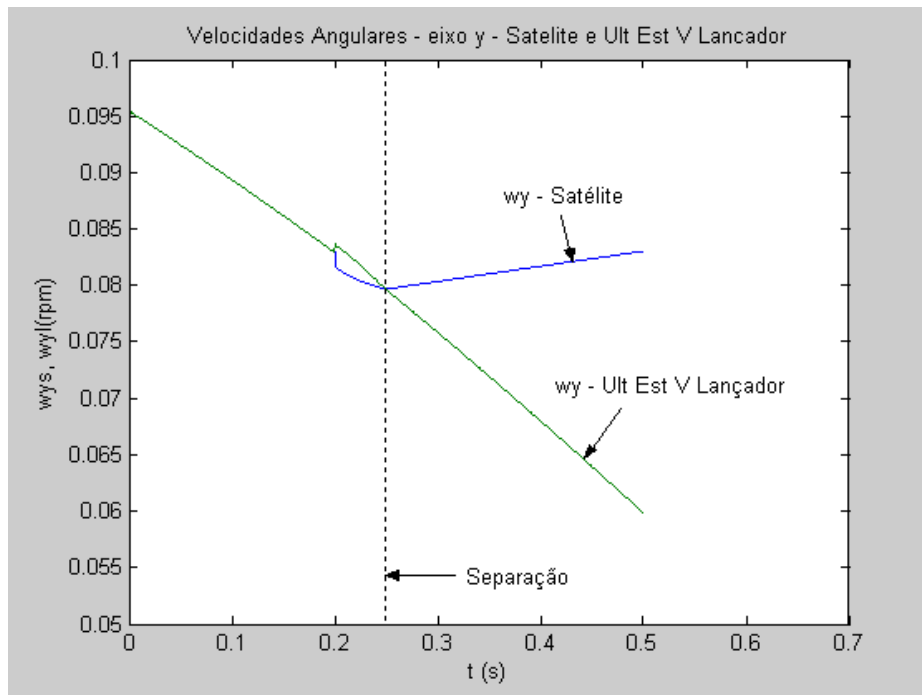


Figura 4.11 – Velocidades angulares em torno do eixo  $y$  ( $\omega_y$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

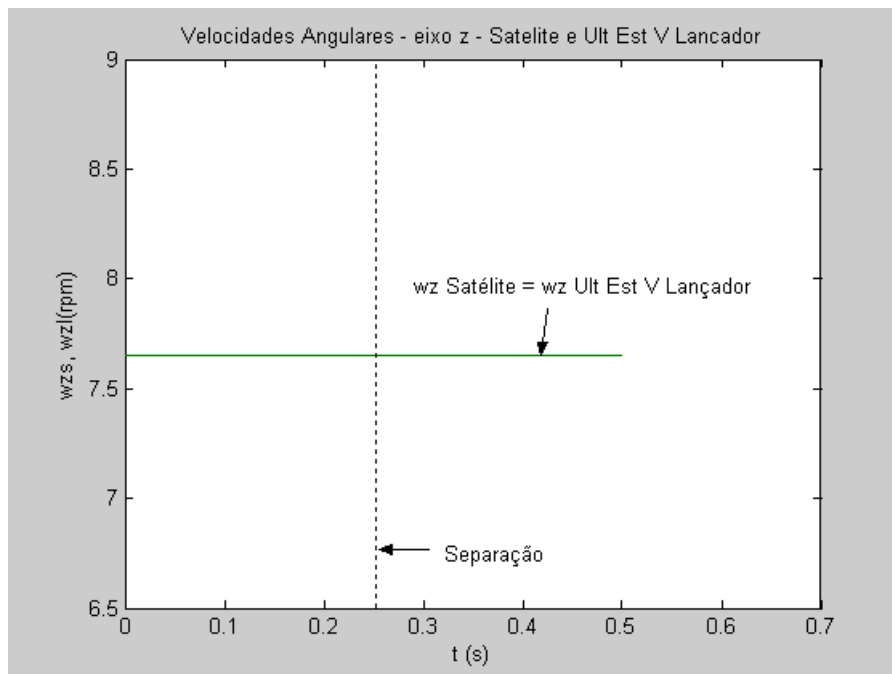


Figura 4.12 – Velocidades angulares em torno do eixo  $z$  ( $\omega_z$ ) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

A velocidade de translação, de ambas as partes, segundo o eixo z, são confrontadas no gráfico da figura 4.13.

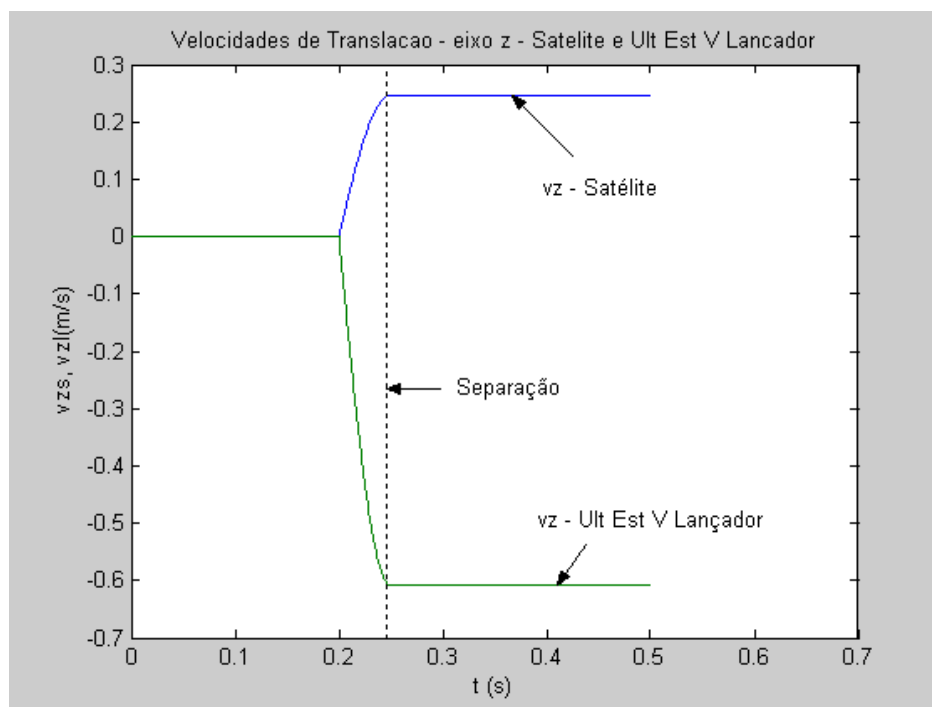


Figura 4.13 – Velocidade de Translação segundo o eixo z, do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

Observando-se o gráfico, é possível notar que o comportamento da velocidade de translação do satélite e do último estágio do veículo lançador, para a situação de perturbação, causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial, é semelhante ao que já foi comentado anteriormente na situação de ausência de perturbações.

Os ângulos de Euler, do satélite e do último estágio do veículo lançador, na situação de perturbação, causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial, são mostrados nos gráficos das figuras 4.14 a 4.16.

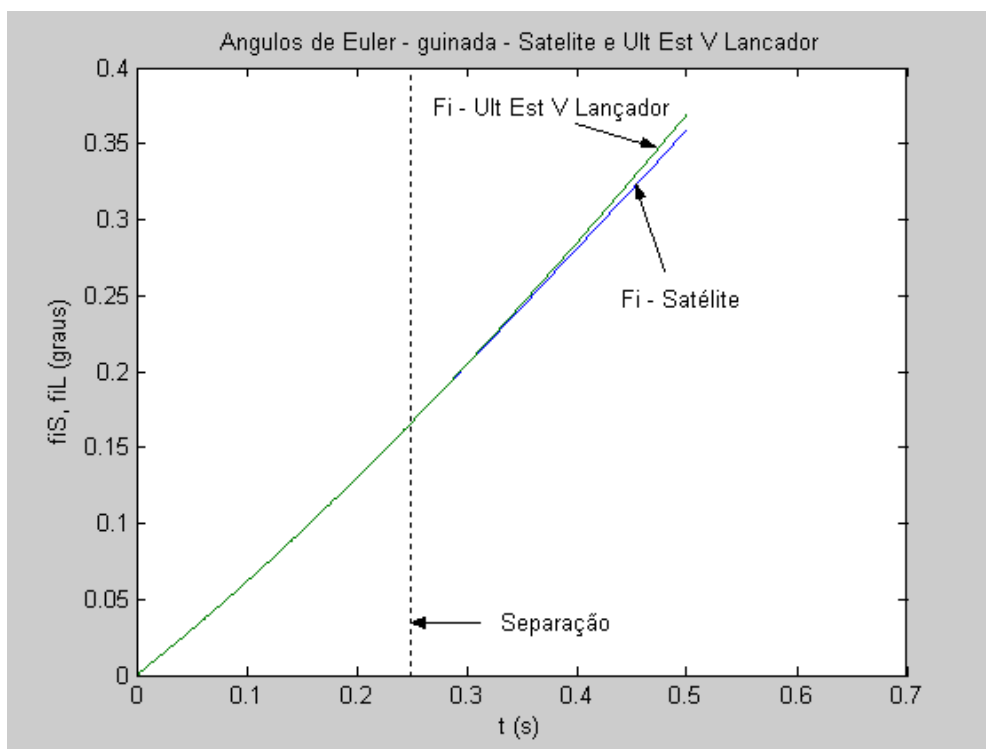


Figura 4.14 – Ângulos de Euler (guinada) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

Nota-se, nos gráficos da figuras 4.14 e 4.15, que o comportamento dos ângulos de Euler, de ambas as partes citadas, é semelhante ao que foi observado e comentado para a situação de ausência de perturbações. Porém, a diferença entre os ângulos de guinada e de arfagem do satélite e do último estágio do veículo lançador, após a separação, cresce levemente mais rápido que na situação de ausência de perturbações. Na figura 4.16, observa-se que os ângulos de Euler de rolamento, para as referidas partes, apresenta o mesmo comportamento mostrado e comentado na situação de ausência de perturbações.

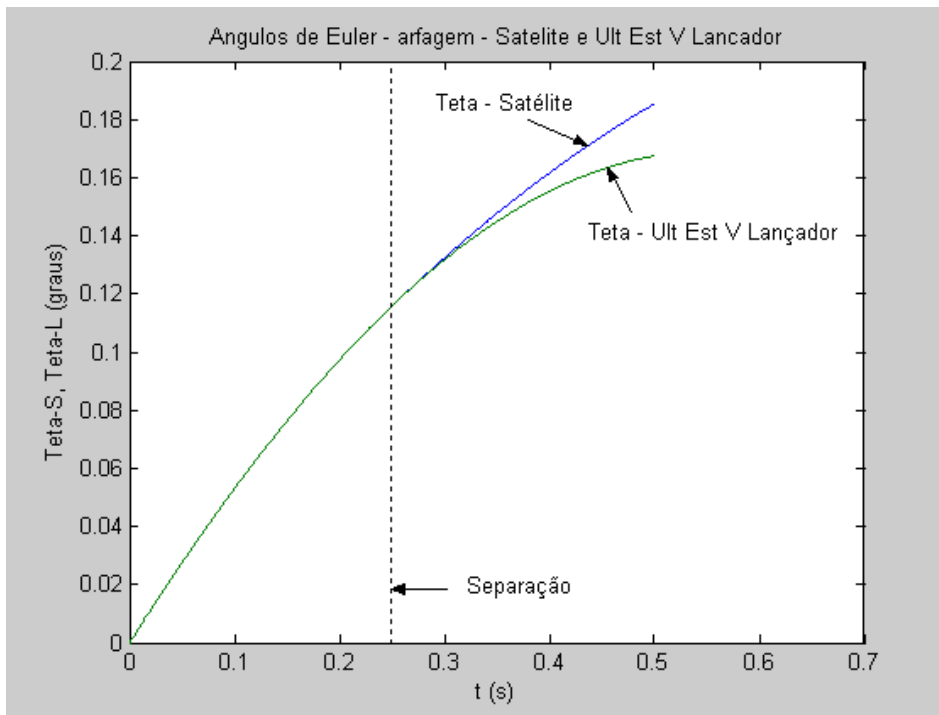


Figura 4.15 – Ângulos de Euler (arfagem) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

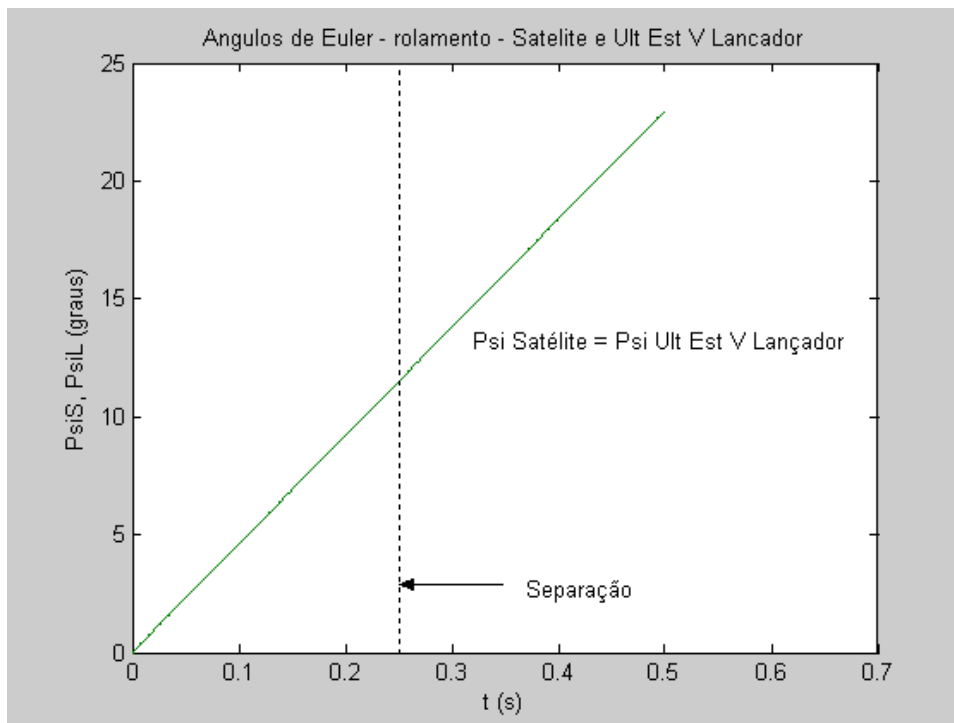


Figura 4.16 – Ângulos de Euler (rolamento) do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.



Os ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, para a situação com perturbação, causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial, são mostrados na figura 4.17.

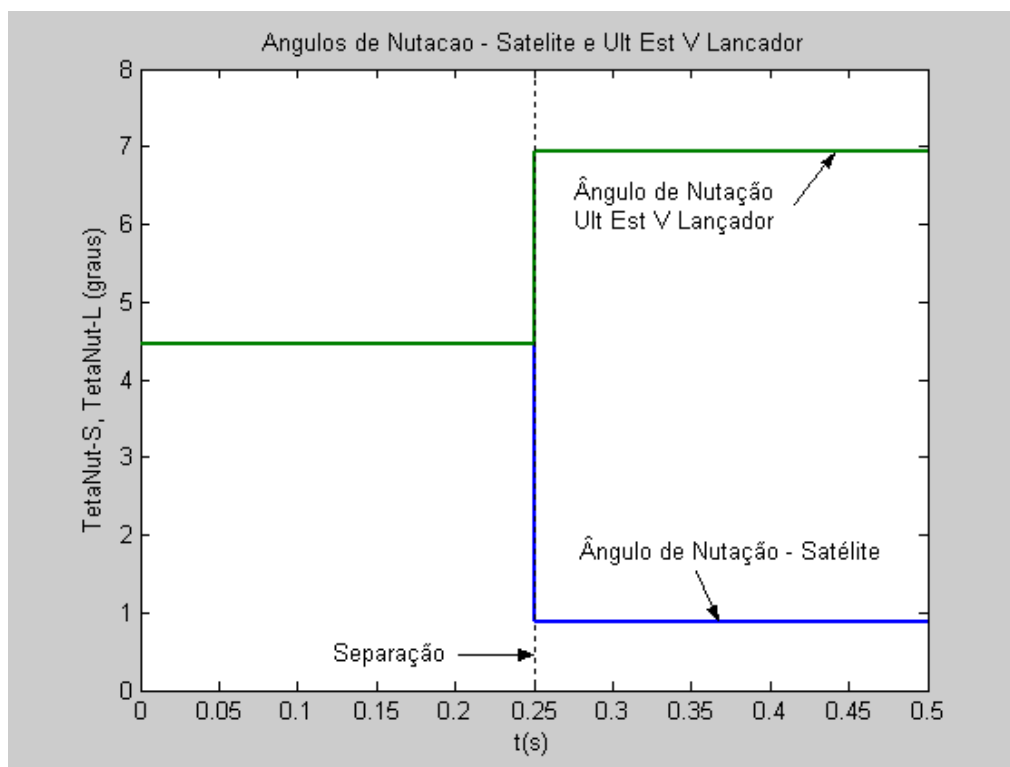


Figura 4.17 – Ângulos de nutação do satélite e do último estágio do veículo lançador, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

Observando-se o gráfico, pode-se notar que o ângulo de nutação do satélite e o ângulo de nutação do último estágio do veículo lançador apresentam valores bastante distintos após a separação. O ângulo de nutação do satélite, conforme a simulação, tem uma redução após a separação, assumindo o valor  $0,8754^\circ$ , ligeiramente inferior ao valor obtido na simulação sem perturbações, e que o ângulo de nutação do último estágio do veículo lançador apresenta valor semelhante à situação de ausência de perturbações, ligeiramente inferior a  $7^\circ$ .

A figura 4.18 mostra a distância e a velocidade relativas de separação antes, durante e depois da separação, na situação com perturbação, causada por

desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

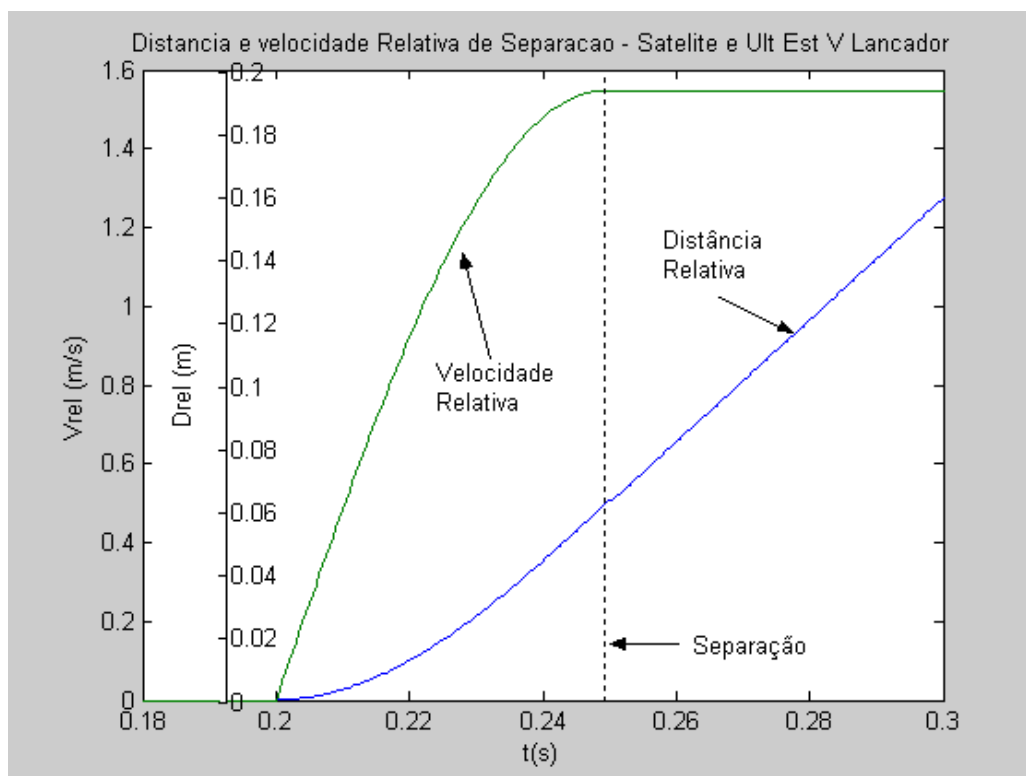


Figura 4.18 – Distância e Velocidade Relativa de Separação, entre o satélite e o último estágio do veículo de separação, antes, durante e depois da separação, com perturbação causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial.

O gráfico da figura 4.18 mostra que o comportamento da distância e da velocidade relativas de separação é semelhante ao que foi observado na situação de ausência de perturbações, ou seja, a velocidade relativa de separação fica constante ao término do intervalo de tempo de ação do mecanismo de separação e a distância relativa de separação entre as referidas partes em separação cresce monotonicamente, com velocidade maior que a velocidade mínima de separação. Portanto, também na situação com perturbação, causada por desalinhamento das molas do mecanismo de separação e o centro de massa do veículo espacial, não ocorre colisão.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho mostrou que é de fundamental importância estudar a dinâmica a separação do satélite do último estágio do veículo lançador, bem como das condições em que tal separação ocorre, tendo em vista que os procedimentos desta separação devem ser realizados de maneira segura para a missão, de modo a não correr riscos de colisão entre os corpos a serem separados, com conseqüente comprometimento ou perda da missão.

Tais estudos contribuem para a adoção de medidas de prevenção, estabelecimento de especificações mais adequadas e padrões de teste. Além disso, podem fornecer importantes subsídios ou entradas para projeto de equipamentos e dispositivos a serem empregados em missões espaciais.

O problema da separação de partes de um veículo espacial em ambiente de microgravidade, apesar de não ser um assunto novo, segue sendo um assunto atual, em face do surgimento de novas tecnologias, e também por ser uma etapa que países, que iniciam e conduzem programas espaciais, não podem negligenciar.

Neste trabalho, procurou-se contextualizar o problema da separação do satélite do último estágio de seu veículo lançador, comentar alguns importantes conceitos, apresentar as equações que descrevam o movimento de translação e de atitude dos corpos envolvidos nos procedimentos de separação e, através de uma simulação computacional, discutir e analisar possíveis comportamentos desses corpos na ausência de perturbações, bem como no caso em que o sistema de separação, constituído de molas helicoidais de compressão, possa apresentar ligeiros desalinhamentos entre o ponto de aplicação da força de cada mola e o centro de massa do veículo espacial.

O resultado das simulações evidenciou aspectos já comentados na literatura, ou seja, mesmo na ausência de perturbações (separação perfeita), o comportamento dinâmico das partes antes e depois da separação se altera. Para espaçonaves estabilizadas por rotação, nota-se a mudança do ângulo de natação para as situações antes e depois da separação.

Foram também aqui apresentados alguns mecanismos de separação usados em missões espaciais, evidenciando detalhes de montagem e funcionamento.

Foi desenvolvido um programa de simulação em linguagem Matlab<sup>®</sup> para implementar a análise dinâmica, utilizado o método de Runge - Kutta de quarta ordem, com passo fixo.

Os resultados da simulação computacional mostraram que, para os casos analisados (separação na ausência de perturbações e separação com pequenos desalinhamentos entre as molas do mecanismo de separação e o centro de massa), a separação ocorre sem risco de colisão.

Ficam como sugestões para trabalhos futuros a análise de casos com múltiplas cargas úteis, bem como o estudo dos efeitos de outros tipos de perturbações, tais como o efeito de possíveis desbalanceamentos. Outra sugestão é simular os dois corpos em órbita após a separação para verificar possíveis configurações orbitais que possam levar a posterior colisão entre as partes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BBC BRASIL. **Satélite lançado pela Nasa para monitorar CO<sub>2</sub> cai na Terra.** [S.I.], 2009. Disponível em: [http://www.bbc.co.uk/portuguese/noticias/2009/02/090224\\_nasamissaoco2fn.shtml](http://www.bbc.co.uk/portuguese/noticias/2009/02/090224_nasamissaoco2fn.shtml). Acesso em: 19 abr 2009.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR, E. R. **Mecânica vetorial para engenheiros.** 5. ed. Revisada. São Paulo: Pearson, 2006. 983p.

CAUCHI, B. E. **Weather satellite Incidents:** screw-ups in space and on the ground. [S.I.]: FTV, 1994. Disponível em: <http://ftv.3amsystems.net/wx-splat.htm>. Acesso em: 19 abr 2009.

CENTRE NATIONAL D'ETUDES SPATIALES (CNES). **Ariane user's manual.** Paris: CNES, 1981.

CEREGATTI, G. **Lançamento de foguete comercial falha pela terceira vez.** São Paulo: Yahoo Brasil Notícias, 07 ago 2008. Disponível em: <http://br.noticias.yahoo.com/s/080807/7/gjqtr5.html>. Acesso em: 19 abr 2009.

CHANG, I. S. **Space launch vehicle reliability.** Crosslink: the aerospace corporation magazine of advances in aerospace technology. S.I.: Aeroespace Corporation, inverno de 2000 / 2001. Disponível em: <http://www.aero.org/publications/crosslink/winter2001/03.html>. Acesso em: 19 abr 2009.

FONSECA, I. M. Dinâmica da Separação entre o Último Estágio do Veículo Lançador e do Satélite. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 9., 1987, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: UFSC, 1987.

FONSECA, I. M. **A preliminary study of separation dynamics of the first brazilian satellite from its launch vehicle.** São José dos Campos: INPE, 1988. 14p. (Documento A-ETD-0038).

FONSECA, I. M.; SANTOS, M. C.; NÉRI, J. A. C. F. On the attitude dynamics of the Second Brazilian Scientific Satellite SACI-2. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 50., 1999, Amsterdam. **Proceedings...** Amsterdam: IAF, 1999. (Paper IAF-99-a.3.01)

GODOY, J. **Novo satélite para medir degelo polar**. Paris: Inter Press Service (IPS), outubro de 2005. Disponível em: <http://www.mwglobal.org/ipsbrasil.net/nota.php?idnews=1099>. Acesso em: 19 abr 2009.

GREENWOOD, D. T. **Principles of dynamics**. Englewoog Cliffs: Prentice-Hall, 1965. 519p.

HUGHES, P. C. **Spacecraft attitude dynamics**. Toronto: John Wiley & Sons, 1986. 565p. ISBN 0-471-81842-9.

INOVAÇÃO TECNOLÓGICA (IT). **Técnicos investigam falha do VS-30. Inovação Tecnológica**. [S.I.]: Redação do sítio Inovação Tecnológica, dezembro de 2002. Disponível em: <http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=010130021205>. Acesso em: 19 abr 2009.

INOVAÇÃO TECNOLÓGICA (IT). **Satélite que iria monitorar ciclo do CO<sub>2</sub> não atinge órbita**. [S.I.]: Redação do sítio Inovação Tecnológica, abril de 2009. Disponível em: <http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=satelite-monitorar-ciclo-do-co2-nao-atinge-orbita&id=>. Acesso em: 19 abr 2009.

JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY (JAXA). **Institute of Space and Astronautical Science (ISAS) history**. [S.I.]: JAXA, 2007. Disponível em: [http://www.jaxa.jp/about/history/isas/index\\_e.html](http://www.jaxa.jp/about/history/isas/index_e.html). Acesso em: 19 abr 2009.

JEYAKUMAR, D.; RAO, B. N. Dynamics of satellite separation system. **Journal of Sound and Vibration**, v. 297, n.1-2, p.444-455, Oct.t 2006.

KAPLAN, M. H. **Modern spacecraft dynamics and control**. New York: John Wiley & Sons, 1976. 416p. ISBN 0-471-45703-5.

KOBAYASHI, H. Failed Launching of H-IIA Rocket #6. **Japan Science and Tecnology (JST) Failure Knowledge Database**. [S.I.]: JST, 2003. Disponível em: <http://shippai.jst.go.jp/en/Detail?fn=0&id=CB1011026>. Acesso em: 19 abr 2009.

KRANZ, G. **Failure is not an option**. New York: Berkey, 2000. 416p.

LEARY, W. E. String of rocket mishaps worries industry. **The New York Times**, New York, 12 maio 1999, Section A, p.1. Disponível em: <http://www.nytimes.com/1999/05/12/us/string-of-rocket-mishaps-worries-industry.html?pagewanted=3>, Acesso em: 20 abr 2009.

LING-TEMCO-VOGHT AEROSPACE CORPORATION (LTV). **Scout user's manual**. [S.I.]: LTV Aerospace Corpotion, 1970.

LOCHAN, R.; ADIMURTHY, V.; KUMAR, K. Separation dynamics of strap-on boosters. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v.15, n.1, p.137-143, fev 1992.

LOCHAN, R.; BISWAS, K. K.; SASIDHARAN, K. G. Eulerian analysis of multistep separation dynamics. **Proceeding of the Indian Society of Theoretical and Applied Mechanics**, v.23, p.38-48. Allahabad: Globe Printers, 1978.

MEIROVITCH, L. **Methods of analytical dynamics**. New York: Mc Graw-Hill, 1970. 525p.

OLIVEIRA, C. *et al.* Proton-M falha lançamento de satélite japonês. **Blog de Astronomia do astroPT**. [S.l.]: AstroPT, setembro de 2007. Disponível em: <http://astropt.org/blog/2007/09/06/proton-m-falha-lancamento-de-satelite-japones/>. Acesso em: 19 abr 2009.

PALMER, G. D.; MITCHELL, D. H. Analysis and simulation of a high accuracy spacecraft separation system. **J. Spacecraft**, v.3, n.4, p.458-463. Redondo Beach: TRW Space Technology Laboratories, 1966.

PATEL, R. S.; VISHWAKARMA, A. S. **Space Launch Vehicles**. [S.l.]: Bharat Rakshak, 2003. Disponível em: <http://www.bharat-rakshak.com/SPACE/space-launchers-pslv.html>. Acesso em: 20 abr 2009.

PRADO, A. F. B. A.; WINTER, O. C. **A Conquista do espaço: do Sputnik à Missão Centenário**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007. 320p.

RAMAKRISHNAN, S.; TYAGI, R. N.; BALAKRISHNAN, S. S.; THOMAS, S. **PSLV-C2 Mission**. [S.l.]: s.n., 1999. Disponível em: <http://www.iisc.ernet.in/currsci/oct25/articles18.htm> .Acesso em: 07 jan 2009.

SAMSON, V. **North Korea launch**. [S.l.]: Secure World Foundation, 13 abr 2009. Disponível em: [http://www.secureworldfoundation.org/siteadmin/images/files/file\\_290.pdf](http://www.secureworldfoundation.org/siteadmin/images/files/file_290.pdf), Acesso em: 19 de abr 2009.

SEITO, N. **Estudo da dinâmica de separação da coifa de um veículo espacial**. 1985. 86 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 1985.

SEONJIN, C. *et al.* Numerical analysis on separation dynamics of strap-on boosters in the atmosphere. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v.39, n.3, p.439-446. Easton: AIAA, 2002.

SUBRAMANYAM, J. D. A. Separation Dynamics Analysis for a Multistage Rocket. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM SPACE SCIENCE AND TECHNOLOGY, Tokyo. **Proceedings...**Tokyo: AGNE Publishing, 1973. p.383-390.

UNIVERSE ON LINE (UOL). Lançamento de foguete indiano com satélite fracassa. **UOL – Últimas Notícias**, São Paulo 10 jul 2006. Disponível em: <http://noticias.uol.com.br/ultnot/efe/2006/07/10/ult1809u8525.jhtm>. Acesso em: 19 abr 2009.

WADE, M. **Vanguard**. [S.l.]: Encyclopedia Astronáutica, 2008. Disponível em: <http://www.astronautix.com/lvs/vanguard.htm>. Acesso em: 19 abr 2009.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. London: D. Reidel, 1978. ISBN 90-277-0959-9.



## APÊNDICE A – PROGRAMA DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Abaixo é mostrado o programa de simulação computacional para a plataforma MatLab®, para a situação em que há perturbação gerada por desalinhamento da linha de ação das forças das molas do sistema de separação e a linha que passa pelo centro de massa das partes a serem separadas. Para a simulação da situação perfeita (nominal), basta fazer os momentos  $M_x$  e  $M_y$  serem nulos no cálculo das velocidades angulares.

```

clear;
% constantes e valores iniciais
lxxs = 9.58; %kgm2 momento de inercia – satélitelyyys = 9.58; %kgm2lzzs = 11.07; %kgm2
lxxl = 16.97; %kgm2 momento de inercia - v lanclyyl = 16.97; %kgm2lzzl = 2.46; %kgm2
ms = 115; %kg massa do satélitelml = 46.53; %kg massa do ult est v lanc
lcm = 1.0; %distancia entre o cm do v lanc e o do satK = 1820; %N/m constante elastica
sm = 0.05; %m comprimento comprimido da molab = 0.005; %m desvio do cm
wxc(1) = 0.01; %rad/s velocidade angular do conjuntowyc(1) = 0.01; %rad/s
wzc(1) = 0.8015; %rad/swxs(1) = wxc(1); wys(1) = wyc(1); wzs(1) = wzc(1);
wxl(1) = wxc(1); wyl(1) = wyc(1); wzl(1) = wzc(1);
psic(1) = 0.0; %rad angulo de Euler conjtetac(1) = 0.0; %radfic(1) = 0.0; %rad
psis(1) = psic(1); %rad angulo de Euler sattetas(1) = tetac(1); %radfis(1) = fic(1); %rad
psil(1) = psic(1); %rad angulo de Euler v lancetal(1) = tetac(1); %radfil(1) = fic(1); %rad
vxc(1) = 0.0 % m/s velocidade de translaçãovyc(1) = 0.0 % m/svzc(1) = 0.0 % m/s
vxs(1) = vxc(1); vys(1) = vyc(1); vzs(1) = vzc(1);
vxl(1) = vxc(1); vyl(1) = vyc(1); vzl(1) = vzc(1);vrel(1) = 0; drel(1) = 0;
mc = ms + ml; %massa do conjunto v lanc + sat
mred = ms * ml / mc; %massa reduzida do conjunto
mredl2 = mred * lcm * lcm; %massa red * lcm^2wm = sqrt( 18 * K / mred ); %rad/s
tsep = pi / ( 2 * wm); %s tempo de separacao vmin = 0.3708; % velocidade minima de separacao - m/s
lxxc = lxxs + lxxl + mredl2; lyyc = lyys + lyyl + mredl2; lzzc = lzzs + lzzl;
Ltc(1) = sqrt( (lxxc * wxc(1))^2 + (lyyc * wyc(1))^2 ); % momento angular transversal
Lzc(1) = lzzc * wzc(1); % momento angular axial
tetanutc(1) = atan( Ltc(1) / Lzc(1) ); %angulo de nutacao do conjunto (antes da separacao)
Lts(1) = Ltc(1); Lzs(1) = Lzc(1); tetanuts(1) = tetanutc(1);
Ltl(1) = Ltc(1); Lzl(1) = Lzc(1); tetanutil(1) = tetanutc(1);
te = tetanutc(1) * 180 / pi; passos = 1000; h = 0.5 / passos; t(1) = 0;
for i = 1:passos
    if i <= 400
        % Runge - Kutta 4 - velocidades angulares - conjunto - antes da separacao
        k1wxc = h * ( wyc(i) * wzc(i) * ( lyyc - lzzc ) / lxxc ); k1wyc = h * ( wxc(i) * wzc(i) * ( lzzc - lxxc ) / lyyc );
        k1wzc = h * ( wxc(i) * wyc(i) * ( lxxc - lyyc ) / lzzc );
        k2wxc = h * ( ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * ( lyyc - lzzc ) / lxxc );
        k2wyc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) * ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * ( lzzc - lxxc ) / lyyc );
        k2wzc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) * ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * ( lxxc - lyyc ) / lzzc );
        k3wxc = h * ( ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * ( lyyc - lzzc ) / lxxc );
        k3wyc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) * ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * ( lzzc - lxxc ) / lyyc );
        k3wzc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) * ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * ( lxxc - lyyc ) / lzzc );
        k4wxc = h * ( ( wyc(i) + k3wyc ) * ( wzc(i) + k3wzc ) * ( lyyc - lzzc ) / lxxc );
        k4wyc = h * ( ( wxc(i) + k3wxc ) * ( wzc(i) + k3wzc ) * ( lzzc - lxxc ) / lyyc );
        k4wzc = h * ( ( wxc(i) + k1wxc ) * ( wyc(i) + k3wyc ) * ( lxxc - lyyc ) / lzzc );

        wxc(i+1) = wxc(i) + ( k1wxc + 2 * ( k2wxc + k3wxc ) + k4wxc ) / 6;
        wyc(i+1) = wyc(i) + ( k1wyc + 2 * ( k2wyc + k3wyc ) + k4wyc ) / 6;
        wzc(i+1) = wzc(i) + ( k1wzc + 2 * ( k2wzc + k3wzc ) + k4wzc ) / 6;
        wxs(i+1) = wxc(i+1); wys(i+1) = wyc(i+1); wzs(i+1) = wzc(i+1);
        wxl(i+1) = wxc(i+1); wyl(i+1) = wyc(i+1); wzl(i+1) = wzc(i+1);
    end
end

```

```

% Runge - Kutta 4 para as velocidades de translacao - conjunto - antes da separacao
k1vxc = h * ( vyc(i) * wzc(i) - vzc(i) * wyc(i) ); k1vyc = h * ( vzc(i) * wxc(i) - vxc(i) * wzc(i) );
k1vzc = h * ( vxc(i) * wyc(i) - vyc(i) * wxc(i) );
k2vxc = h * ( ( vyc(i) + .5 * k1vyc ) * ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) - ( vzc(i) + .5 * k1vzc ) * ( wyc(i) + .5 * k1wyc )
);
k2vyc = h * ( ( vzc(i) + .5 * k1vzc ) * ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) - ( vxc(i) + .5 * k1vxc ) * ( wzc(i) + .5 * k1wzc )
);
k2vzc = h * ( ( vxc(i) + .5 * k1vxc ) * ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) - ( vyc(i) + .5 * k1vyc ) * ( wxc(i) + .5 * k1wxc )
);
k3vxc = h * ( ( vyc(i) + .5 * k2vyc ) * ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) - ( vzc(i) + .5 * k2vzc ) * ( wyc(i) + .5 * k2wyc )
);
k3vyc = h * ( ( vzc(i) + .5 * k2vzc ) * ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) - ( vxc(i) + .5 * k2vxc ) * ( wzc(i) + .5 * k2wzc )
);
k3vzc = h * ( ( vxc(i) + .5 * k2vxc ) * ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) - ( vyc(i) + .5 * k2vyc ) * ( wxc(i) + .5 * k2wxc )
);
k4vxc = h * ( ( vyc(i) + k3vyc ) * ( wzc(i) + k3wzc ) - ( vzc(i) + k3vzc ) * ( wyc(i) + k3wyc ) );
k4vyc = h * ( ( vzc(i) + k3vzc ) * ( wxc(i) + k3wxc ) - ( vxc(i) + k3vxc ) * ( wzc(i) + k3wzc ) );
k4vzc = h * ( ( vxc(i) + k3vxc ) * ( wyc(i) + k3wyc ) - ( vyc(i) + k3vyc ) * ( wxc(i) + k3wxc ) );

vxc(i+1) = vxc(i) + ( k1vxc + 2 * ( k2vxc + k3vxc ) + k4vxc ) / 6;
vyc(i+1) = vyc(i) + ( k1vyc + 2 * ( k2vyc + k3vyc ) + k4vyc ) / 6;
vzc(i+1) = vzc(i) + ( k1vzc + 2 * ( k2vzc + k3vzc ) + k4vzc ) / 6;
vxs(i+1) = vxc(i+1); vys(i+1) = vyc(i+1); vzs(i+1) = vzc(i+1);
vxl(i+1) = vxc(i+1); vyl(i+1) = vyc(i+1); vzl(i+1) = vzc(i+1); vrel(i+1) = 0; drel(i+1) = 0;

% Runge - Kutta 4 para os angulos de Euler - antes da separacao
k1fic = h * ( wxc(i) + wyc(i) * sin( fic(i) ) * tan( tetac(i) ) + wzc(i) * cos( fic(i) ) * tan( tetac(i) ) );
k1tetac = h * ( wyc(i) * cos( fic(i) ) - wzc(i) * sin( fic(i) ) );
k1psic = h * ( ( wyc(i) * sin( fic(i) ) + wzc(i) * cos( fic(i) ) ) / cos( tetac(i) ) );
k2fic = h * ( ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) + ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k1fic ) * tan( tetac(i) + .5 *
k1tetac ) + ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * cos( fic(i) + .5 * k1fic ) * tan( tetac(i) + .5 * k1tetac ) );
k2tetac = h * ( ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * cos( fic(i) + .5 * k1fic ) - ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * sin( fic(i) + .5 *
k1fic ) );
k2psic = h * ( ( ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k1fic ) + ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * cos( fic(i) + .5 *
k1fic ) ) / cos( tetac(i) + .5 * k1tetac ) );
k3fic = h * ( ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) + ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k2fic ) * tan( tetac(i) + .5 *
k2tetac ) + ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * cos( fic(i) + .5 * k2fic ) * tan( tetac(i) + .5 * k2tetac ) );
k3tetac = h * ( ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * cos( fic(i) + .5 * k2fic ) - ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * sin( fic(i) + .5 *
k2fic ) );
k3psic = h * ( ( ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k2fic ) + ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * cos( fic(i) + .5 *
k2fic ) ) / cos( tetac(i) + .5 * k2tetac ) );
k4fic = h * ( ( wxc(i) + k3wxc ) + ( wyc(i) + k3wyc ) * sin( fic(i) + k3fic ) * tan( tetac(i) + k3tetac ) + ( wzc(i)
+ k3wzc ) * cos( fic(i) + k3fic ) * tan( tetac(i) + k3tetac ) );
k4tetac = h * ( ( wyc(i) + k3wyc ) * cos( fic(i) + k3fic ) - ( wzc(i) + k3wzc ) * sin( fic(i) + k3fic ) );
k4psic = h * ( ( ( wyc(i) + k3wyc ) * sin( fic(i) + k3fic ) + ( wzc(i) + k3wzc ) * cos( fic(i) + k3fic ) ) / cos(
tetac(i) + k3tetac ) );

fic(i+1) = fic(i) + ( k1fic + 2 * ( k2fic + k3fic ) + k4fic ) / 6;
tetac(i+1) = tetac(i) + ( k1tetac + 2 * ( k2tetac + k3tetac ) + k4tetac ) / 6;
psic(i+1) = psic(i) + ( k1psic + 2 * ( k2psic + k3psic ) + k4psic ) / 6;
fis(i+1) = fic(i+1); tetas(i+1) = tetac(i+1); psis(i+1) = psic(i+1);
fil(i+1) = fic(i+1); tetal(i+1) = tetac(i+1); psil(i+1) = psic(i+1);

% angulos de nutacao - antes da separacao
Ltc(i+1) = sqrt( (lxxc * wxc(i+1)) ^ 2 + (lyyc * wyc(i+1)) ^ 2 ); % momento angular transversal
Lzc(i+1) = lzzc * wzc(i+1); % momento angular axial
tetanutc(i+1) = atan( Ltc(i+1) / Lzc(i+1) ); %angulo de nutacao do conjunto (antes da separacao)
Lts(i+1) = Ltc(i+1); Lzs(i+1) = Lzc(i+1); tetanuts(i+1) = tetanutc(i+1);
Ltl(i+1) = Ltc(i+1); Lzl(i+1) = Lzc(i+1); tetanutil(i+1) = tetanutc(i+1);
t(i+1) = t(i) + h;
end

```

```

if i > 400 & i <= 500
% Runge - Kutta 4 - velocidades angulares - conjunto - durante separacao
Fext = 18 * wm * wm * sm * cos( wm * ( t(i) - t(400) ) );
Mx = 18 * Fext * b / wm;   My = Mx;
dlxxc = mred * sm * ( - cos ( wm * (t(i) - t(400) ) ) ) * sm * wm * sin( wm * (t(i) - t(400) ) ); % dlxx = mred *
lmola * dlmola
dlyyc = mred * sm * ( - cos ( wm * (t(i) - t(400) ) ) ) * sm * wm * sin( wm * (t(i) - t(400) ) );

k1wxc = h * ( wyc(i) * wzc(i) * ( llyc - lzzc ) / lxxc - dlxxc * wxc(i) / lxxc);
k1wyc = h * ( wxc(i) * wzc(i) * ( lzzc - lxxc ) / llyc - dlyyc * wyc(i) / llyc);
k1wzc = h * ( wxc(i) * wyc(i) * ( lxxc - llyc ) / lzzc );
k1drel = h * ( sm * wm * sin ( wm * ( t(i) - t(400) ) ) );
k1vrel = h * ( ( - 18 * K / mred ) * sm * ( - cos ( wm * (t(i) - t(400) ) ) ) );
k2wxc = h * ( ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * ( llyc - lzzc ) / lxxc - dlxxc * (wxc(i) + .5 *
k1wxc) / lxxc);
k2wyc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) * ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * ( lzzc - lxxc ) / llyc - dlyyc * (wyc(i) + .5 *
k1wyc) / llyc);
k2wzc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) * ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * ( lxxc - llyc ) / lzzc );
k2drel = h * ( sm * wm * sin ( wm * (t(i) - t(400) + .5 * h ) ) );
k2vrel = h * ( ( - 18 * K / mred ) * sm * ( - cos( wm * ( t(i) - t(400) + .5 * h ) ) ) );
k3wxc = h * ( ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * ( llyc - lzzc ) / lxxc - dlxxc * (wxc(i) + .5 *
k2wxc) / lxxc);
k3wyc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) * ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * ( lzzc - lxxc ) / llyc - dlyyc * (wyc(i) + .5 *
k2wyc) / llyc);
k3wzc = h * ( ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) * ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * ( lxxc - llyc ) / lzzc );
k3drel = h * ( sm * wm * sin( wm * ( t(i) - t(400) + .5 * h ) ) );
k3vrel = h * ( ( - 18 * K / mred ) * sm * ( - cos ( wm * ( t(i) - t(400) + .5 * h ) ) ) );
k4wxc = h * ( ( wyc(i) + k3wyc ) * ( wzc(i) + k3wzc ) * ( llyc - lzzc ) / lxxc - dlxxc * (wxc(i) + k3wxc) /
lxxc);
k4wyc = h * ( ( wxc(i) + k3wxc ) * ( wzc(i) + k3wzc ) * ( lzzc - lxxc ) / llyc - dlyyc * (wyc(i) + k3wyc) /
llyc);
k4wzc = h * ( ( wxc(i) + k1wxc ) * ( wyc(i) + k3wyc ) * ( lxxc - llyc ) / lzzc );
k4drel = h * ( sm * wm * sin( wm * (t(i) - t(400) + h ) ) );
k4vrel = h * ( ( - 18 * K / mred ) * sm * ( - cos ( wm * ( t(i) - t(400) + h ) ) ) );

wxc(i+1) = wxc(i) + ( k1wxc + 2 * ( k2wxc + k3wxc ) + k4wxc ) / 6;
wyc(i+1) = wyc(i) + ( k1wyc + 2 * ( k2wyc + k3wyc ) + k4wyc ) / 6;
wzc(i+1) = wzc(i) + ( k1wzc + 2 * ( k2wzc + k3wzc ) + k4wzc ) / 6;
drel(i+1) = drel(i) + ( k1drel + 2 * ( k2drel + k3drel ) + k4drel ) / 6;
vrel(i+1) = vrel(i) + ( k1vrel + 2 * ( k2vrel + k3vrel ) + k4vrel ) / 6;
wxs(i+1) = wxc(i+1) - h * Mx / lxxs;   wys(i+1) = wyc(i+1) - h * My / llyys;
wzs(i+1) = wzc(i+1);   wxl(i+1) = wxc(i+1) + h * Mx / lxxl;
wyl(i+1) = wyc(i+1) + h * My / llyl;   wzl(i+1) = wzc(i+1);

% Runge - Kutta 4 para as velocidades de translacao - satelite e v lanc - durante separacao
k1vxs = h * ( vys(i) * wzs(i) - vzs(i) * wys(i) );
k1vys = h * ( vzs(i) * wxs(i) - vxs(i) * wzs(i) );
k1vzs = h * ( vxs(i) * wys(i) - vys(i) * wxs(i) + Fext / ms);
k2vxs = h * ( ( vys(i) + .5 * k1vys ) * ( wzs(i) ) - ( vzs(i) + .5 * k1vzs ) * ( wys(i) ) );
k2vys = h * ( ( vzs(i) + .5 * k1vzs ) * ( wxs(i) ) - ( vxs(i) + .5 * k1vxs ) * ( wzs(i) ) );
k2vzs = h * ( ( vxs(i) + .5 * k1vxs ) * ( wys(i) ) - ( vys(i) + .5 * k1vys ) * ( wxs(i) ) + Fext / ms);
k3vxs = h * ( ( vys(i) + .5 * k2vys ) * ( wzs(i) ) - ( vzs(i) + .5 * k2vzs ) * ( wys(i) ) );
k3vys = h * ( ( vzs(i) + .5 * k2vzs ) * ( wxs(i) ) - ( vxs(i) + .5 * k2vxs ) * ( wzs(i) ) );
k3vzs = h * ( ( vxs(i) + .5 * k2vxs ) * ( wys(i) ) - ( vys(i) + .5 * k2vys ) * ( wxs(i) ) + Fext / ms);
k4vxs = h * ( ( vys(i) + k3vys ) * ( wzs(i) ) - ( vzs(i) + k3vzs ) * ( wys(i) ) );
k4vys = h * ( ( vzs(i) + k3vzs ) * ( wxs(i) ) - ( vxs(i) + k3vxs ) * ( wzs(i) ) );
k4vzs = h * ( ( vxs(i) + k3vxs ) * ( wys(i) ) - ( vys(i) + k3vys ) * ( wxs(i) ) + Fext / ms);

vxs(i+1) = vxs(i) + ( k1vxs + 2 * ( k2vxs + k3vxs ) + k4vxs ) / 6;
vys(i+1) = vys(i) + ( k1vys + 2 * ( k2vys + k3vys ) + k4vys ) / 6;
vzs(i+1) = vzs(i) + ( k1vzs + 2 * ( k2vzs + k3vzs ) + k4vzs ) / 6;

k1vxl = h * ( vyl(i) * wzl(i) - vzl(i) * wyl(i) );

```

```

k1vyl = h * ( vzl(i) * wxl(i) - vxl(i) * wzl(i) );
k1vzl = h * ( vxl(i) * wyl(i) - vyl(i) * wxl(i) - Fext / ml);
k2vxl = h * ( ( vyl(i) + .5 * k1vyl ) * ( wzl(i) ) - ( vzl(i) + .5 * k1vzl ) * ( wyl(i) ) );
k2vyl = h * ( ( vzl(i) + .5 * k1vzl ) * ( wxl(i) ) - ( vxl(i) + .5 * k1vxl ) * ( wzl(i) ) );
k2vzl = h * ( ( vxl(i) + .5 * k1vxl ) * ( wyl(i) ) - ( vyl(i) + .5 * k1vyl ) * ( wxl(i) ) - Fext / ml);
k3vxl = h * ( ( vyl(i) + .5 * k2vyl ) * ( wzl(i) ) - ( vzl(i) + .5 * k2vzl ) * ( wyl(i) ) );
k3vyl = h * ( ( vzl(i) + .5 * k2vzl ) * ( wxl(i) ) - ( vxl(i) + .5 * k2vxl ) * ( wzl(i) ) );
k3vzl = h * ( ( vxl(i) + .5 * k2vxl ) * ( wyl(i) ) - ( vyl(i) + .5 * k2vyl ) * ( wxl(i) ) - Fext / ml);
k4vxl = h * ( ( vyl(i) + k3vyl ) * ( wzl(i) ) - ( vzl(i) + k3vzl ) * ( wyl(i) ) );
k4vyl = h * ( ( vzl(i) + k3vzl ) * ( wxl(i) ) - ( vxl(i) + k3vxl ) * ( wzl(i) ) );
k4vzl = h * ( ( vxl(i) + k3vxl ) * ( wyl(i) ) - ( vyl(i) + k3vyl ) * ( wxl(i) ) - Fext / ml);

```

```

vxl(i+1) = vxl(i) + ( k1vxl + 2 * ( k2vxl + k3vxl ) + k4vxl ) / 6;
vyl(i+1) = vyl(i) + ( k1vyl + 2 * ( k2vyl + k3vyl ) + k4vyl ) / 6;
vzl(i+1) = vzl(i) + ( k1vzl + 2 * ( k2vzl + k3vzl ) + k4vzl ) / 6;

```

% Runge - Kutta 4 para os angulos de Euler - satellite e v lanc - durante separacao

```

k1fic = h * ( wxc(i) + wyc(i) * sin( fic(i) ) * tan( tetac(i) ) + wzc(i) * cos( fic(i) ) * tan( tetac(i) ) );
k1tetac = h * ( wyc(i) * cos( fic(i) ) - wzc(i) * sin( fic(i) ) );
k1psic = h * ( ( wyc(i) * sin( fic(i) ) + wzc(i) * cos( fic(i) ) ) / cos( tetac(i) ) );
k2fic = h * ( ( wxc(i) + .5 * k1wxc ) + ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k1fic ) * tan( tetac(i) + .5 * k1tetac ) + (
wzc(i) + .5 * k1wzc ) * cos( fic(i) + .5 * k1fic ) * tan( tetac(i) + .5 * k1tetac ) );
k2tetac = h * ( ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * cos( fic(i) + .5 * k1fic ) - ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * sin( fic(i) + .5 * k1fic ) );
k2psic = h * ( ( ( wyc(i) + .5 * k1wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k1fic ) + ( wzc(i) + .5 * k1wzc ) * cos( fic(i) + .5 * k1fic ) ) / cos(
tetac(i) + .5 * k1tetac ) );
k3fic = h * ( ( wxc(i) + .5 * k2wxc ) + ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k2fic ) * tan( tetac(i) + .5 * k2tetac ) + (
wzc(i) + .5 * k2wzc ) * cos( fic(i) + .5 * k2fic ) * tan( tetac(i) + .5 * k2tetac ) );
k3tetac = h * ( ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * cos( fic(i) + .5 * k2fic ) - ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * sin( fic(i) + .5 * k2fic ) );
k3psic = h * ( ( ( wyc(i) + .5 * k2wyc ) * sin( fic(i) + .5 * k2fic ) + ( wzc(i) + .5 * k2wzc ) * cos( fic(i) + .5 * k2fic ) ) / cos(
tetac(i) + .5 * k2tetac ) );
k4fic = h * ( ( wxc(i) + k3wxc ) + ( wyc(i) + k3wyc ) * sin( fic(i) + k3fic ) * tan( tetac(i) + k3tetac ) + ( wzc(i) + k3wzc ) *
cos( fic(i) + k3fic ) * tan( tetac(i) + k3tetac ) );
k4tetac = h * ( ( wyc(i) + k3wyc ) * cos( fic(i) + k3fic ) - ( wzc(i) + k3wzc ) * sin( fic(i) + k3fic ) );
k4psic = h * ( ( ( wyc(i) + k3wyc ) * sin( fic(i) + k3fic ) + ( wzc(i) + k3wzc ) * cos( fic(i) + k3fic ) ) / cos(
tetac(i) + k3tetac ) );

```

```

fic(i+1) = fic(i) + ( k1fic + 2 * ( k2fic + k3fic ) + k4fic ) / 6;
tetac(i+1) = tetac(i) + ( k1tetac + 2 * ( k2tetac + k3tetac ) + k4tetac ) / 6;
psic(i+1) = psic(i) + ( k1psic + 2 * ( k2psic + k3psic ) + k4psic ) / 6;
fis(i+1) = fic(i+1); tetas(i+1) = tetac(i+1); psis(i+1) = psic(i+1);
fil(i+1) = fic(i+1); tetal(i+1) = tetac(i+1); psil(i+1) = psic(i+1);

```

% angulos de nutacao - durante separacao

```

Ltc(i+1) = sqrt( (lxxc * wxc(i+1)) ^ 2 + (lyyc * wyc(i+1)) ^ 2 ); % momento angular transversal
Lzc(i+1) = lzcc * wzc(i+1); % momento angular axial
tetanutc(i+1) = atan( Ltc(i+1) / Lzc(i+1) ); %angulo de nutacao do conjunto (antes da separacao)
Lts(i+1) = Ltc(i+1); Lzs(i+1) = Lzc(i+1); tetanuts(i+1) = tetanutc(i+1);
Ltl(i+1) = Ltc(i+1); Lzl(i+1) = Lzc(i+1); tetanutil(i+1) = tetanutc(i+1);
t(i+1) = t(i) + h;
end

```

if i > 500

% Runge - Kutta 4 - velocidades angulares - satellite - apos separacao

```

k1wxs = h * ( wys(i) * wzs(i) * ( lyys - lzzs ) / lxxs );
k1wys = h * ( wxs(i) * wzs(i) * ( lzzs - lxxs ) / lyys );
k1wzs = h * ( wxs(i) * wys(i) * ( lxxs - lyys ) / lzzs );
k2wxs = h * ( ( wys(i) + .5 * k1wys ) * ( wzs(i) + .5 * k1wzs ) * ( lyys - lzzs ) / lxxs );
k2wys = h * ( ( wxs(i) + .5 * k1wxs ) * ( wzs(i) + .5 * k1wzs ) * ( lzzs - lxxs ) / lyys );
k2wzs = h * ( ( wxs(i) + .5 * k1wxs ) * ( wys(i) + .5 * k1wys ) * ( lxxs - lyys ) / lzzs );
k3wxs = h * ( ( wys(i) + .5 * k2wys ) * ( wzs(i) + .5 * k2wzs ) * ( lyys - lzzs ) / lxxs );
k3wys = h * ( ( wxs(i) + .5 * k2wxs ) * ( wzs(i) + .5 * k2wzs ) * ( lzzs - lxxs ) / lyys );
k3wzs = h * ( ( wxs(i) + .5 * k2wxs ) * ( wys(i) + .5 * k2wys ) * ( lxxs - lyys ) / lzzs );
k4wxs = h * ( ( wys(i) + k3wys ) * ( wzs(i) + k3wzs ) * ( lyys - lzzs ) / lxxs );
k4wys = h * ( ( wxs(i) + k3wxs ) * ( wzs(i) + k3wzs ) * ( lzzs - lxxs ) / lyys );

```

k4wzs = h \* ( ( wxs(i) + k1wxs ) \* ( wys(i) + k3wys ) \* ( lxxs - lyys ) / lzzs );

wxs(i+1) = wxs(i) + ( k1wxs + 2 \* ( k2wxs + k3wxs ) + k4wxs ) / 6;

wys(i+1) = wys(i) + ( k1wys + 2 \* ( k2wys + k3wys ) + k4wys ) / 6;

wzs(i+1) = wzs(i) + ( k1wzs + 2 \* ( k2wzs + k3wzs ) + k4wzs ) / 6;

% Runge - Kutta 4 - velocidades angulares - v lanc - apos separacao

k1wxl = h \* ( wyl(i) \* wzl(i) \* ( lyyl - lzzl ) / lxxl );

k1wyl = h \* ( wxl(i) \* wzl(i) \* ( lzzl - lxxl ) / lyyl );

k1wzl = h \* ( wxl(i) \* wyl(i) \* ( lxxl - lyyl ) / lzzl );

k2wxl = h \* ( ( wyl(i) + .5 \* k1wyl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k1wzl ) \* ( lyyl - lzzl ) / lxxl );

k2wyl = h \* ( ( wxl(i) + .5 \* k1wxl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k1wzl ) \* ( lzzl - lxxl ) / lyyl );

k2wzl = h \* ( ( wxl(i) + .5 \* k1wxl ) \* ( wyl(i) + .5 \* k1wyl ) \* ( lxxl - lyyl ) / lzzl );

k3wxl = h \* ( ( wyl(i) + .5 \* k2wyl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k2wzl ) \* ( lyyl - lzzl ) / lxxl );

k3wyl = h \* ( ( wxl(i) + .5 \* k2wxl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k2wzl ) \* ( lzzl - lxxl ) / lyyl );

k3wzl = h \* ( ( wxl(i) + .5 \* k2wxl ) \* ( wyl(i) + .5 \* k2wyl ) \* ( lxxl - lyyl ) / lzzl );

k4wxl = h \* ( ( wyl(i) + k3wyl ) \* ( wzl(i) + k3wzl ) \* ( lyyl - lzzl ) / lxxl );

k4wyl = h \* ( ( wxl(i) + k3wxl ) \* ( wzl(i) + k3wzl ) \* ( lzzl - lxxl ) / lyyl );

k4wzl = h \* ( ( wxl(i) + k1wxl ) \* ( wyl(i) + k3wyl ) \* ( lxxl - lyyl ) / lzzl );

wxl(i+1) = wxl(i) + ( k1wxl + 2 \* ( k2wxl + k3wxl ) + k4wxl ) / 6;

wyl(i+1) = wyl(i) + ( k1wyl + 2 \* ( k2wyl + k3wyl ) + k4wyl ) / 6;

wzl(i+1) = wzl(i) + ( k1wzl + 2 \* ( k2wzl + k3wzl ) + k4wzl ) / 6;

% Runge - Kutta 4 para as velocidades de translacao - satellite - apos separacao

k1vxs = h \* ( vys(i) \* wzs(i) - vzs(i) \* wys(i) );

k1vys = h \* ( vzs(i) \* wxs(i) - vxs(i) \* wzs(i) );

k1vzs = h \* ( vxs(i) \* wys(i) - vys(i) \* wxs(i) );

k2vxs = h \* ( ( vys(i) + .5 \* k1vys ) \* ( wzs(i) + .5 \* k1wzs ) - ( vzs(i) + .5 \* k1vzs ) \* ( wys(i) + .5 \* k1wys ) );

k2vys = h \* ( ( vzs(i) + .5 \* k1vzs ) \* ( wxs(i) + .5 \* k1wxs ) - ( vxs(i) + .5 \* k1vxs ) \* ( wzs(i) + .5 \* k1wzs ) );

k2vzs = h \* ( ( vxs(i) + .5 \* k1vxs ) \* ( wys(i) + .5 \* k1wys ) - ( vys(i) + .5 \* k1vys ) \* ( wxs(i) + .5 \* k1wxs ) );

k3vxs = h \* ( ( vys(i) + .5 \* k2vys ) \* ( wzs(i) + .5 \* k2wzs ) - ( vzs(i) + .5 \* k2vzs ) \* ( wys(i) + .5 \* k2wys ) );

k3vys = h \* ( ( vzs(i) + .5 \* k2vzs ) \* ( wxs(i) + .5 \* k2wxs ) - ( vxs(i) + .5 \* k2vxs ) \* ( wzs(i) + .5 \* k2wzs ) );

k3vzs = h \* ( ( vxs(i) + .5 \* k2vxs ) \* ( wys(i) + .5 \* k2wys ) - ( vys(i) + .5 \* k2vys ) \* ( wxs(i) + .5 \* k2wxs ) );

k4vxs = h \* ( ( vys(i) + k3vys ) \* ( wzs(i) + k3wzs ) - ( vzs(i) + k3vzs ) \* ( wys(i) + k3wys ) );

k4vys = h \* ( ( vzs(i) + k3vzs ) \* ( wxs(i) + k3wxs ) - ( vxs(i) + k3vxs ) \* ( wzs(i) + k3wzs ) );

k4vzs = h \* ( ( vxs(i) + k3vxs ) \* ( wys(i) + k3wys ) - ( vys(i) + k3vys ) \* ( wxs(i) + k3wxs ) );

vxs(i+1) = vxs(i) + ( k1vxs + 2 \* ( k2vxs + k3vxs ) + k4vxs ) / 6;

vys(i+1) = vys(i) + ( k1vys + 2 \* ( k2vys + k3vys ) + k4vys ) / 6;

vzs(i+1) = vzs(i) + ( k1vzs + 2 \* ( k2vzs + k3vzs ) + k4vzs ) / 6;

% Runge - Kutta 4 para as velocidades de translacao - v lanc - apos separacao

k1vxl = h \* ( vyl(i) \* wzl(i) - vzl(i) \* wyl(i) );

k1vyl = h \* ( vzl(i) \* wxl(i) - vxl(i) \* wzl(i) );

k1vzl = h \* ( vxl(i) \* wyl(i) - vyl(i) \* wxl(i) );

k2vxl = h \* ( ( vyl(i) + .5 \* k1vyl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k1wzl ) - ( vzl(i) + .5 \* k1vzl ) \* ( wyl(i) + .5 \* k1wyl ) );

k2vyl = h \* ( ( vzl(i) + .5 \* k1vzl ) \* ( wxl(i) + .5 \* k1wxl ) - ( vxl(i) + .5 \* k1vxl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k1wzl ) );

k2vzl = h \* ( ( vxl(i) + .5 \* k1vxl ) \* ( wyl(i) + .5 \* k1wyl ) - ( vyl(i) + .5 \* k1vyl ) \* ( wxl(i) + .5 \* k1wxl ) );

k3vxl = h \* ( ( vyl(i) + .5 \* k2vyl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k2wzl ) - ( vzl(i) + .5 \* k2vzl ) \* ( wyl(i) + .5 \* k2wyl ) );

k3vyl = h \* ( ( vzl(i) + .5 \* k2vzl ) \* ( wxl(i) + .5 \* k2wxl ) - ( vxl(i) + .5 \* k2vxl ) \* ( wzl(i) + .5 \* k2wzl ) );

k3vzl = h \* ( ( vxl(i) + .5 \* k2vxl ) \* ( wyl(i) + .5 \* k2wyl ) - ( vyl(i) + .5 \* k2vyl ) \* ( wxl(i) + .5 \* k2wxl ) );

k4vxl = h \* ( ( vyl(i) + k3vyl ) \* ( wzl(i) + k3wzl ) - ( vzl(i) + k3vzl ) \* ( wyl(i) + k3wyl ) );

k4vyl = h \* ( ( vzl(i) + k3vzl ) \* ( wxl(i) + k3wxl ) - ( vxl(i) + k3vxl ) \* ( wzl(i) + k3wzl ) );

k4vzl = h \* ( ( vxl(i) + k3vxl ) \* ( wyl(i) + k3wyl ) - ( vyl(i) + k3vyl ) \* ( wxl(i) + k3wxl ) );

vxl(i+1) = vxl(i) + ( k1vxl + 2 \* ( k2vxl + k3vxl ) + k4vxl ) / 6;

vyl(i+1) = vyl(i) + ( k1vyl + 2 \* ( k2vyl + k3vyl ) + k4vyl ) / 6;

vzl(i+1) = vzl(i) + ( k1vzl + 2 \* ( k2vzl + k3vzl ) + k4vzl ) / 6;

% Runge - Kutta 4 para os angulos de Euler - satellite - apos separacao

k1fis = h \* ( wxs(i) + wys(i) \* sin( fis(i) ) \* tan( tetas(i) ) + wzs(i) \* cos( fis(i) ) \* tan( tetas(i) ) );

k1tetas = h \* ( wys(i) \* cos( fis(i) ) - wzs(i) \* sin( fis(i) ) );

k1psis = h \* ( ( wys(i) \* sin( fis(i) ) + wzs(i) \* cos( fis(i) ) ) / cos( tetas(i) ) );

```

k2fis = h * ( ( wxs(i) + .5 * k1wxs ) + ( wys(i) + .5 * k1wys ) * sin ( fis(i) + .5 * k1fis ) * tan( tetas(i) + .5 *
k1tetas ) + ( wzs(i) + .5 * k1wzs ) * cos( fis(i) + .5 * k1fis ) * tan( tetas(i) + .5 * k1tetas ) );
k2tetas = h * ( ( wys(i) + .5 * k1wys ) * cos( fis(i) + .5 * k1fis ) - ( wzs(i) + .5 * k1wzs ) * sin ( fis(i) + .5 *
k1fis ) );
k2psis = h * ( ( ( wys(i) + .5 * k1wys ) * sin( fis(i) + .5 * k1fis ) + ( wzs(i) + .5 * k1wzs ) * cos( fis(i) + .5 *
k1fis ) ) / cos( tetas(i) + .5 * k1tetas ) );
k3fis = h * ( ( wxs(i) + .5 * k2wxs ) + ( wys(i) + .5 * k2wys ) * sin ( fis(i) + .5 * k2fis ) * tan( tetas(i) + .5 *
k2tetas ) + ( wzs(i) + .5 * k2wzs ) * cos( fis(i) + .5 * k2fis ) * tan( tetas(i) + .5 * k2tetas ) );
k3tetas = h * ( ( wys(i) + .5 * k2wys ) * cos( fis(i) + .5 * k2fis ) - ( wzs(i) + .5 * k2wzs ) * sin ( fis(i) + .5 *
k2fis ) );
k3psis = h * ( ( ( wys(i) + .5 * k2wys ) * sin( fis(i) + .5 * k2fis ) + ( wzs(i) + .5 * k2wzs ) * cos( fis(i) + .5 *
k2fis ) ) / cos( tetas(i) + .5 * k2tetas ) );
k4fis = h * ( ( wxs(i) + k3wxs ) + ( wys(i) + k3wys ) * sin ( fis(i) + k3fis ) * tan( tetas(i) + k3tetas ) + ( wzs(i)
+ k3wzs ) * cos( fis(i) + k3fis ) * tan( tetas(i) + k3tetas ) );
k4tetas = h * ( ( wys(i) + k3wys ) * cos( fis(i) + k3fis ) - ( wzs(i) + k3wzs ) * sin ( fis(i) + k3fis ) );
k4psis = h * ( ( ( wys(i) + k3wys ) * sin( fis(i) + k3fis ) + ( wzs(i) + k3wzs ) * cos( fis(i) + k3fis ) ) / cos(
tetas(i) + k3tetas ) );

```

```

fis(i+1) = fis(i) + ( k1fis + 2 * ( k2fis + k3fis ) + k4fis ) / 6;
tetas(i+1) = tetas(i) + ( k1tetas + 2 * ( k2tetas + k3tetas ) + k4tetas ) / 6;
psis(i+1) = psis(i) + ( k1psis + 2 * ( k2psis + k3psis ) + k4psis ) / 6;

```

```

% Runge - Kutta 4 para os angulos de Euler - v lanc - apos separacao
k1fil = h * ( wxl(i) + wyl(i) * sin ( fil(i) ) * tan ( tetal(i) ) + wzl(i) * cos( fil(i) ) * tan( tetal(i) ) );
k1tetal = h * ( wyl(i) * cos( fil(i) ) - wzl(i) * sin( fil(i) ) );
k1psil = h * ( ( wyl(i) * sin( fil(i) ) + wzl(i) * cos( fil(i) ) ) / cos( tetal(i) ) );
k2fil = h * ( ( wxl(i) + .5 * k1wxl ) + ( wyl(i) + .5 * k1wyl ) * sin ( fil(i) + .5 * k1fil ) * tan( tetal(i) + .5 * k1tetal
) + ( wzl(i) + .5 * k1wzl ) * cos( fil(i) + .5 * k1fil ) * tan( tetal(i) + .5 * k1tetal ) );
k2tetal = h * ( ( wyl(i) + .5 * k1wyl ) * cos( fil(i) + .5 * k1fil ) - ( wzl(i) + .5 * k1wzl ) * sin ( fil(i) + .5 * k1fil ) );
k2psil = h * ( ( ( wyl(i) + .5 * k1wyl ) * sin( fil(i) + .5 * k1fil ) + ( wzl(i) + .5 * k1wzl ) * cos( fil(i) + .5 * k1fil ) )
/ cos( tetal(i) + .5 * k1tetal ) );
k3fil = h * ( ( wxl(i) + .5 * k2wxl ) + ( wyl(i) + .5 * k2wyl ) * sin ( fil(i) + .5 * k2fil ) * tan( tetal(i) + .5 * k2tetal
) + ( wzl(i) + .5 * k2wzl ) * cos( fil(i) + .5 * k2fil ) * tan( tetal(i) + .5 * k2tetal ) );
k3tetal = h * ( ( wyl(i) + .5 * k2wyl ) * cos( fil(i) + .5 * k2fil ) - ( wzl(i) + .5 * k2wzl ) * sin ( fil(i) + .5 * k2fil ) );
k3psil = h * ( ( ( wyl(i) + .5 * k2wyl ) * sin( fil(i) + .5 * k2fil ) + ( wzl(i) + .5 * k2wzl ) * cos( fil(i) + .5 * k2fil ) )
/ cos( tetal(i) + .5 * k2tetal ) );
k4fil = h * ( ( wxl(i) + k3wxl ) + ( wyl(i) + k3wyl ) * sin ( fil(i) + k3fil ) * tan( tetal(i) + k3tetal ) + ( wzl(i) +
k3wzl ) * cos( fil(i) + k3fil ) * tan( tetal(i) + k3tetal ) );
k4tetal = h * ( ( wyl(i) + k3wyl ) * cos( fil(i) + k3fil ) - ( wzl(i) + k3wzl ) * sin ( fil(i) + k3fil ) );
k4psil = h * ( ( ( wyl(i) + k3wyl ) * sin( fil(i) + k3fil ) + ( wzl(i) + k3wzl ) * cos( fil(i) + k3fil ) ) / cos( tetal(i) +
k3tetal ) );

```

```

fil(i+1) = fil(i) + ( k1fil + 2 * ( k2fil + k3fil ) + k4fil ) / 6;
tetal(i+1) = tetal(i) + ( k1tetal + 2 * ( k2tetal + k3tetal ) + k4tetal ) / 6;
psil(i+1) = psil(i) + ( k1psil + 2 * ( k2psil + k3psil ) + k4psil ) / 6;

```

```

% angulos de nutacao - apos separacao
Lts(i+1) = sqrt( (lxxs * wxs(i+1)) ^ 2 + (lyys * wys(i+1)) ^ 2 ); % momento angular transversal
Lzs(i+1) = lzzs * wzs(i+1); % momento angular axial
tetanuts(i+1) = atan( Lts(i+1) / Lzs(i+1) ); %angulo de nutacao do satellite (apos separacao)
Ltl(i+1) = sqrt( (lxxl * wxl(i+1)) ^ 2 + (lyyl * wyl(i+1)) ^ 2 ); % momento angular transversal
Lzl(i+1) = lzzl * wzl(i+1); % momento angular axial
tetanutl(i+1) = atan( Ltl(i+1) / Lzl(i+1) ); %angulo de nutacao do conjunto (antes da separacao)
tet = tetanuts(i+1) * 180 / pi; tet2 = tetanutl(i+1) * 180 / pi;
drel(i+1) = drel(500) + vrel(i) * ( t(i) - t(500) ); % ( k1drel + 2 * ( k2drel + k3drel ) + k4drel ) / 6;
vrel(i+1) = vrel(i); t(i+1) = t(i) + h;
end

```

```
end
```

```
if vrel(i) < vmin display('C o l i s a o !!!');
end
```

```
% graficos
```

```

t1 = t;  Wxs = wxs * 30 / pi;  Wys = wys * 30 / pi;  Wzs = wzs * 30 / pi;
Wxl = wxl * 30 / pi;  Wyl = wyl * 30 / pi;  Wzl = wzl * 30 / pi;
Vzc = vzc;  Vzs = vzs;  VzL = vzL;  Psis = psis * 180 / pi;
Fis = fis * 180 / pi;  Tetas = tetas * 180 / pi;  Psil = psil * 180 / pi;
Fil = fil * 180 / pi;  Tetal = tetal * 180 / pi;  LTS = Lts;  LZS = Lzs;
LTL = Ltl;  LZL = Lzl;  Tetanuts = tetanuts * 180 / pi;  Tetanutl = tetanutl * 180 / pi;
Vrel = vrel;  Drel = drel * 10; % em cm
figure(1)
plot(t1, Wxs, t1, Wxl);
title('Velocidades Angulares - eixo x - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t(s)')
ylabel('wxs, wxl(rpm)')
pause
figure(2)
plot(t1, Wys, t1, Wyl);
title('Velocidades Angulares - eixo y - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t (s)')
ylabel('wys, wyl(rpm)')
pause
figure(3)
plot(t1, Wzs, t1, Wzl);
title('Velocidades Angulares - eixo z - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t (s)')
ylabel('wzs, wzl(rpm)')
pause
figure(4)
plot(t1, Vzs, t1, VzL);
title('Velocidades de Translacao - eixo z - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t (s)');
ylabel('vzs, vzL(m/s)');
pause
figure(5)
plot(t1, Fis, t1, Fil);
title('Angulos de Euler - guinada - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t (s)')
ylabel('fiS, fiL (graus)');
pause
figure(6)
plot(t1, Tetas, t1, Tetal);
title('Angulos de Euler - arfagem - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t (s)')
ylabel('Teta-S, Teta-L (graus)');
pause
figure(7)
plot(t1, Psis, t1, Psil);
title('Angulos de Euler - rolamento - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t (s)')
ylabel('PsiS, PsiL (graus)');
pause
figure(8)
plot(t1, Tetanuts, t1, Tetanutl);
title('Angulos de Nutacao - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t(s)')
ylabel('TetaNut-S, TetaNut-L (graus)')
axis([0 0.5 0 8])
pause
plot(t1, Drel, t1, Vrel);
title('Distancia Relativa de Separacao - Satelite e Ult Est V Lancador');
xlabel('t(s)')
ylabel('Drel (m) e Vrel (m/s)')
axis([0.18 0.3 0 1.6 0.18 0.3 0 0.15])

```





