

## Previsibilidade em sistemas caóticos utilizando Sistemas *Neuro-Difusos*

Pettras Leonardo Bueno dos Santos<sup>1</sup>, Sandra Aparecida Sandri<sup>2</sup>, Haroldo Fraga de Campos Velho<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Programa de Mestrado ou Doutorado em Computação Aplicada – CAP  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

<sup>2</sup>Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada – LAC  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

pettrasleonardo@yahoo.com.br  
sandri.at.lac.inpe.br@gmail.com  
haroldo@lac.inpe.br

**Abstract.** *Chaotic systems have great sensitivity to initial conditions. Small changes in these initial conditions can lead to very different results from the original trajectory of the system. This feature makes it very difficult to predict the behavior of these systems, mainly because in many practical applications, the initial conditions are obtained by measuring instruments, which are subject to errors in precision. The predictability of the behavior of chaotic systems is an area of great importance because many real-world phenomena have some type of chaotic behavior. In this paper, we use the technique known as "bred vectors" to generate pairs of input / output required for the system ANFIS. From these pairs of training the ANFIS Fuzzy system generates a Takagi-Sugeno type, such a system can be used with one set of tests to verify the effectiveness of the model. In this paper, the Takagi-Sugeno system generated by ANIFS is used to predict the trajectory of the Lorenz system will change the region or not, and if you change after how many will return to the trajectory current region.*

**Resumo.** *Os sistemas caóticos apresentam grande sensibilidade às condições iniciais. Pequenas alterações nestas condições iniciais podem levar a resultados muito diferentes da trajetória original do sistema. Esta característica faz com que seja muito difícil prever o comportamento destes sistemas, principalmente porque em várias aplicações práticas, as condições iniciais são obtidas com instrumentos de medida, os quais estão sujeitos a erros de precisão. A previsibilidade do comportamento de sistemas caóticos é uma área de grande importância porque muitos fenômenos do mundo real apresentam algum tipo de comportamento caótico. Neste trabalho, utilizamos a técnica conhecida como "bred vectors" para gerar pares de entrada/saída desejada para o sistema ANFIS. A partir do treinamento com esses pares o ANFIS gera um sistema Fuzzy do tipo Takagi-Sugeno, tal sistema pode ser utilizado com um conjunto de testes para verificar a eficácia do modelo. Neste trabalho, o sistema Takagi-Sugeno gerado pelo ANIFS é utilizado para prever se a trajetória do sistema de Lorenz vai mudar de região ou não, e caso mude, após quantas a trajetória voltará à região atual.*

**Palavras-chave:** *Lógica Fuzzy, Sistemas Caóticos, Neuro-Fuzzy, Bred Vectors*

## 1. Introdução

Os sistemas caóticos possuem grande sensibilidade às condições iniciais, pequenas alterações nas condições iniciais podem levar a uma trajetória bem diferente da trajetória do sistema original. Porém, muitas aplicações do mundo real que são modeladas através de sistemas caóticos estão sujeitas a pequenos erros de precisão em instrumentos de medidas, o que torna a tarefa de realizar algum tipo de previsão com esses sistemas uma tarefa complicada. Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de conseguir algum tipo de previsibilidade em sistemas caóticos. Por exemplo, em [Cintra 2008], [Evans 2004], [Toth 1997] e [Newman 2003] os autores utilizam a técnica conhecida como “*bred vectors*” para prever o comportamento de sistemas caóticos. Já em [Guégan 2011] e [Eckhardt 1993] são utilizados os Expoentes Locais de Lyapunov – LLE (do inglês, *Local Lyapunov Exponents*). Em [Mendonça 2002] os autores explicam o sistema de previsão de tempo global por “*ensemble*” do Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPTEC) – INPE. Em [Palmer 1998] é utilizada a técnica “*singular vectors*”. Em [Hamill 2000] os autores fazem um estudo comparativo entre “*bred vectors*”, “*singular vectors*” e PO (“*Perturbed Observation*”).

Neste trabalho, o sistema caótico utilizado como objeto de estudo foi o atrator de Lorenz, o qual será explicado na seção seguinte. Ao gerar um gráfico através das equações de Lorenz (Equações 1, 2 e 3), é possível notar que o atrator gera órbitas em duas regiões (Figura 1), o objetivo deste trabalho é verificar qual será o comportamento futuro do sistema dada a órbita e a região atuais, da seguinte forma: se o sistema vai permanecer na mesma região, quantas órbitas ainda serão geradas nesta região, ou se o sistema for mudar de região, quantas órbitas vai durar até voltar à região atual.

O modelo utilizado neste trabalho é o sistema *Neuro-Difuso ANFIS (Adaptive-  
Network-Based Fuzzy Inference System)* [Jang 1993], o qual utiliza pares de entrada / saída desejada como treinamento e ao final deste treinamento gera um sistema de inferência difuso baseado no modelo Takagi-Sugeno [Sugeno 1985, Takagi 1986].

## 2. Atrator de Lorenz

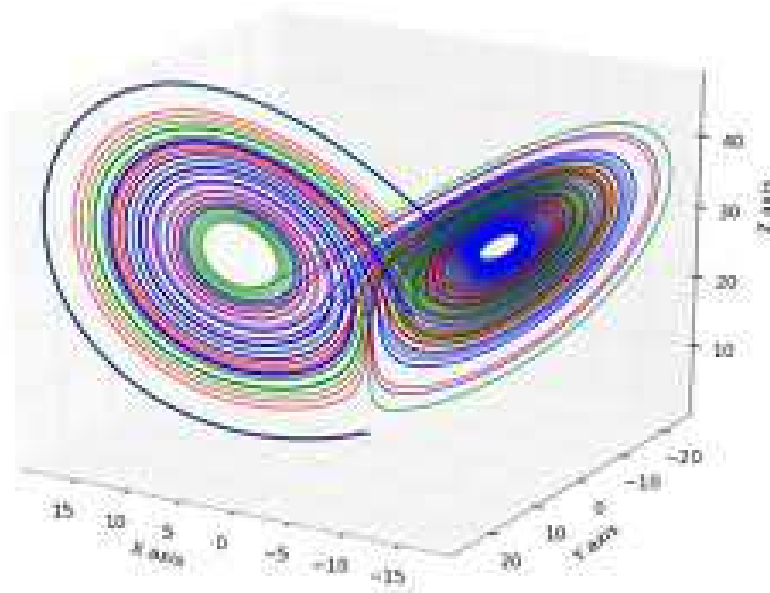
Edward Lorenz desenvolveu em seus trabalhos [Lorenz 1963, 1965 e 1969] um modelo matemático simplificado para descrever movimentos atmosféricos. A partir destes trabalhos percebeu que: pequenas variações nos valores iniciais das variáveis de seu modelo resultavam em valores muito divergentes. Em sistemas dinâmicos complexos, estes resultados “instáveis” dizem respeito à evolução temporal como função de seus parâmetros e variáveis. Lorenz em sua pesquisa de sistemas dinâmicos usou três equações para representar graficamente o comportamento dinâmico através de computadores, descreveu um sistema relativamente simples, e verificou que a partir de estados iniciais ligeiramente diferentes, o sistema de equações diferenciais resultava em soluções completamente diferentes entre si. O sistema de Lorenz consiste de três equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, acopladas [Cintra 2010].

$$\frac{dx}{dt} = -\sigma x - y \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = -\rho x - y - xz \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z \quad (3)$$

Nas equações acima, utilizando os parâmetros  $\sigma = 10$ ,  $\rho = 28$  e  $\beta = 8/3$ , suas soluções numéricas levam a um atrator imerso em um espaço tridimensional com coordenadas  $(x, y, z)$  [16]. Neste trabalho, sempre que nos referirmos ao Sistema de Lorenz, estamos considerando estes valores de parâmetros. A Figura 1 ilustra o comportamento do Atrator Lorenz.



**Figura 1. Sistema Atrator de Lorenz.**

### 3. *Bred Vectors*

Nos trabalhos desenvolvidos em [Cintra 2008] e [Evans 2004] os autores utilizaram uma técnica proposta por [Toth 1997] conhecida como “*bred vectors*” ou “*breeding method*” para realizar a previsão de comportamento em sistemas caóticos, principalmente no Modelo de *Lorenz*. O método “*bred vectors*” consiste nos seguintes passos [Toth 1997]:

- a) Adicionar uma perturbação pequena e arbitrária para a análise do sistema (estado inicial), sendo  $t_0$  o tempo inicial.
- b) Integrar ambos os modelos, o que sofreu a perturbação e o que não sofreu para um curto período ( $t_1 - t_0$ ).
- c) Subtrair os resultados obtidos entre os modelos.
- d) Reduzir o campo de diferença de modo que tenha a mesma norma (por exemplo, amplitude RMS ou Energia Cinética de Rotação) como perturbação inicial.
- e) Adicionar esta perturbação à próxima análise (tempo  $t_1$ ).
- f) Repetir (b) – (e) nos tempos subseqüentes.

Nota-se que, uma vez que a perturbação inicial é introduzida no passo (a), o desenvolvimento do campo de perturbação é determinado dinamicamente pelo fluxo de evolução do sistema [Toth 1997]. Através das sucessivas aplicações e comparações com os resultados esperados (sem perturbação) é possível inferir alguns padrões e até mesmo algumas regras sobre o comportamento do sistema.

A técnica dos “*Bred Vectors*” para previsibilidade em sistemas caóticos tem sido bastante utilizada atualmente, principalmente em pesquisas relacionadas à atmosfera, clima ou tempo, por exemplo, em [Cintra 2008], [Evans 2004], [Toth 1997] e [Newman 2003].

Através da Figura 1 é possível notar que o Sistema de *Lorenz* forma duas regiões de atração, as quais os autores de [Evans 2004] chamaram de Regime Quente (“*Warm Regime*”) e Regime Frio (“*Cold Regime*”). No referido trabalho os autores compararam os resultados com e sem perturbação e chegaram a duas regras sobre o comportamento do Sistema de *Lorenz*:

Regra 1: Quando a taxa de crescimento for superior a 0,064 sobre um período de 8 passos, conforme indicado presença de uma ou mais estrelas vermelhas (Figura 3) o atual regime terminará após completar a órbita atual.

Regra 2: O comprimento do novo regime é proporcional ao número de estrelas vermelhas. Por exemplo, a presença de cinco ou mais estrelas no antigo regime, indicando um forte crescimento sustentado, implica que o novo regime vai durar quatro órbitas ou mais.

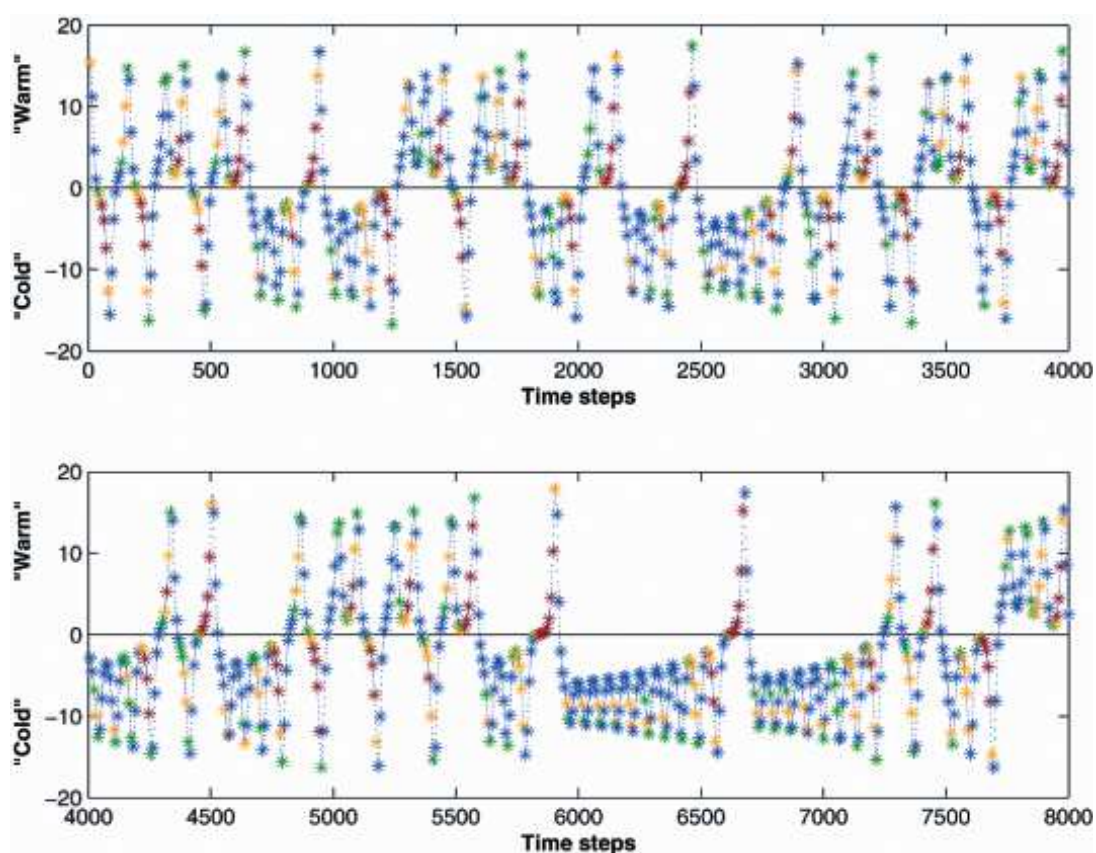


Figura 2. Série temporal  $x(t)$  em função do número de passos.

Na Figura 2, cada estrela colorida é uma amostra do tamanho do *bred vector* após 8 passos (pontos), ou seja, a distância do ponto com perturbação em relação ao ponto da trajetória original. Cada cor significa uma seguinte faixa de valores:

- Azul: *bred vector* menor que 0. Neste caso significa que a trajetória perturbada está se aproximando da trajetória original.
- Verde: *bred vector* maior que 0 e menor ou igual 0,032.
- Amarelo: *bred vector* maior que 0,032 e menor ou igual 0,064.
- Verde: *bred vector* maior que 0,064.

Cada volta que gera um pico no gráfico representa uma órbita no atrator (Figura 1). Os autores chegaram às regras citadas através de observação e contando manualmente o número de estrelas em cada volta, assim conseguiram identificar padrões e concluíram as regras.

O objetivo deste trabalho é utilizar uma ferramenta que automatize esta tarefa e consiga reconhecer padrões apresentados na Figura 2. Para, isso utilizamos o sistema *Neuro-Difuso*, ANFIS, que trabalha com pares de entrada / saída desejada e através de um processo de treinamento utilizando estes pares gera um sistema difuso do tipo *Takagi-Sugeno*, tal sistema pode ser utilizado para calcular uma saída, dado uma determinada entrada, em geral, uma entrada que não foi utilizada na etapa de treinamento, pois o objetivo é conseguir uma generalização que será utilizada como classificação. Neste trabalho utilizamos como entradas o número de estrelas de cada cor em cada uma das órbitas da Figura 2, e como saída a informação se o a trajetória vai mudar de região e, caso mude, o número de órbitas que vai durar a nova região.

#### 4. Resultados

Note que na Figura 2 foram gerados 8000 pontos na trajetória, através destes 8000 pontos existem em torno de 100 órbitas (cada órbita é uma volta que gera um pico no gráfico). Cada uma destas órbitas foi utilizada como um par de entradas / saída desejada no nosso sistema, e cada um destes pares é um padrão a ser utilizando para treinamento, validação ou teste. Com o objetivo de conseguir uma boa generalização, foram gerados em torno de 100 mil pontos na trajetória e assim conseguimos uma amostra com 1275 padrões (órbitas). A amostra foi dividida em três partes: treinamento (800 padrões), validação (200 padrões) e teste (275 padrões). Cada padrão possui 4 entradas, sendo cada entrada o número de estrelas de uma determinada cor em cada órbita. A saída desejada é definida de acordo com o número de voltas que vai permanecer na região atual ou, caso for mudar de região, de acordo com o número de voltas que vai permanecer na nova região. Os testes com o ANFIS foram realizados com o *software* MATLAB versão R2010a, o qual possui uma implementação do ANFIS que trabalha com arquivos de treinamento, validação e testes com pares de entradas / saídas desejadas e ao final do treinamento gera um arquivo com extensão “.fis”, que é um sistema difuso do tipo *Takagi-Sugeno* utilizado no MATLAB. Para fins de comparação com outro método de reconhecimento de padrões, foram utilizadas Redes Neurais artificiais (RNAs) através do simulador WEKA [WEKA 2012], trabalhando sempre com uma camada oculta com o número de neurônios nesta camada calculado pela seguinte fórmula: (número de variáveis de entrada + número de classes)/2. O algoritmo de treinamento utilizado foi o backpropagation padrão com taxa de aprendizado 0,3 e termo de momentum 0,2, além disso, foram utilizadas sempre 5000 épocas para o treinamento da rede. Mais informações sobre as RNAs podem ser encontrados em [Haykin 1999, Braga 2000].

Em princípio, foram utilizadas com as seguintes classes de saída:

- Classe 0: A trajetória se manterá na atual região.
- Classe x: A trajetória mudará de região e se manterá na nova região por x voltas.

Utilizando as 275 amostras de testes, o sistema ANFIS chegou a 81,45% de acertos, a seguinte matriz de confusão (Tabela 1) mostra esse resultado, nesta matriz as linhas representam a saída calculada e as colunas representam a saída desejada, desta forma, a diagonal principal (destacada em amarelo) representa os acertos do sistema. Utilizando uma Rede Neural Artificial a taxa de acertos foi de 80% com os mesmos dados.

**Tabela 1. Matriz de confusão (linhas representam a saída calculada e colunas representam a saída desejada).**

Classes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	140	7	2	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	5	41	10	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	27	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	2	6	3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	2	5	1	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Os resultados da Tabela 1 mostram se a trajetória vai permanecer na mesma região e, caso mude, quantas voltas vai permanecer na nova região. Porém, em algumas aplicações pode ser necessário apenas uma estimativa de quantas voltas a trajetória vai permanecer na nova região, para isso foram criadas 4 classes de saída:

- Classe 1: A trajetória se manterá na atual região.
- Classe 2: A trajetória mudará de região e se manterá na nova região de 1 a 3 voltas.
- Classe 4: A trajetória mudará de região e se manterá na nova região de 4 a 6 voltas.
- Classe 4: A trajetória mudará de região e se manterá na nova região mais de 6 voltas.

Utilizando as 275 amostras de testes, o sistema ANFIS chegou a 89,81% de acertos, a seguinte matriz de confusão (Tabela 2) mostra esse resultado, nesta matriz as linhas representam a saída calculada e as colunas representam a saída desejada, desta

forma, a diagonal principal (destacada em amarelo) representa os acertos do sistema. Utilizando uma Rede Neural Artificial a taxa de acertos foi de 87,63% com os mesmos dados.

**Tabela 2 – Matriz de confusão (linhas representam a saída calculada e colunas representam a saída desejada).**

Classes	1	2	3	4
1	143	7	1	3
2	6	87	4	1
3	0	3	14	2
4	0	0	1	3

Analisando as Tabelas de 1 e 2 é possível notar que a maior parte dos padrões que foram classificados de maneira errada estão próximos da diagonal principal (que seriam classificados como certos), poucos casos tiveram erros mais grosseiros, por exemplo, a saída desejada era Classe 1 e a saída calculada foi Classe 4. Isso, de certa forma mostra o potencial do modelo, inclusive podendo ser aumentada a porcentagem de acertos com alguns ajustes em trabalhos futuros. Além disso, nos resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2 a taxa de acerto foi acima de 80. Comparando os resultados obtidos através do ANFIS com outro método de reconhecimento de padrões, que neste caso foram RNAs, o ANFIS apresentou resultados um pouco melhores.

## 5. Conclusões

Neste trabalho foi utilizada uma ferramenta de reconhecimento de padrões para prever o comportamento de um sistema caótico. O objeto de estudo utilizado foi o modelo de Lorenz e a ferramenta escolhida foi o sistema Neuro-Difuso ANFIS. Os resultados são bastante animadores, pois foram atingidas taxas de acerto acima de 80% prevendo se a trajetória vai ou não mudar de região no modelo de *Lorenz*, esta sistema também faz uma estimativa sobre quanto tempo (voltas) a trajetória vai demorar a mudar de região ou quanto tempo vai durar a nova região, caso mude. Além disso, foram comparados os resultados obtidos através do ANFIS com resultados obtidos através de Redes Neurais Artificiais, em todos os nossos testes o ANFIS apresentou resultados um pouco melhores que as Redes Neurais. Esses resultados mostram um bom potencial desta metodologia para ser aplicada neste tipo de problema. Pretendemos em trabalhos futuros utilizar outros sistemas caóticos como objeto de estudo, a fim de corroborar a utilização do ANFIS como ferramenta para a previsibilidade em sistemas caóticos.

## Referências

- Cintra, R. S.; Campos Velho, H. F. (2008). Predictability for a Chaotic Solar Plasma System. Symposia: *Advanced Modeling on Computational Fluid Dynamics*.
- Evans, E; *et al.* (2004). Rise Undergraduates Find That Regime Changes in Lorenz's Model are Predictable. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, v. 85, 521–524.
- Toth, Z.; Kalnay, E. (1997). Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method. *Monthly Weather Review*, v. 126, 3292–3302.
- Newman, C.E.; Read, P.L.; Lewis, S.R. (2003). Breeding vectors and predictability in

the Oxford Mars GCM. *First International Workshop on Mars atmosphere modelling and observations*, 13-15. Granada, Spain.

Guégan, D.; Leroux, J. (2011). Predicting Chaos with Lyapunov Exponents: Zero Plays no Role in Forecasting Chaotic Systems, *Chaotic Systems*. Ed. *Esteban Tlelo-Cuautle*. *InTech*. Disponível em: < <http://www.intechopen.com/articles/show/title/predicting-chaos-with-lyapunov-exponents-zero-plays-no-role-in-forecasting-chaotic-systems> >. Acesso em: 04 mar. 2011.

Eckhardt, B.; Yao, D. (1993). Local Lyapunov exponents in chaotic systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 65 (1-2), pp. 100-108.

Mendonça, A. M.; Bonatti J. P. (2002). O Sistema de Previsão de Tempo Global por Ensemble do CPTEC. *Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPTEC) – INPE. XII Congresso Brasileiro de Meteorologia*, Foz de Iguaçu-PR.

Palmer, T. N. *et al.* (1998). Singular vectors, metrics, and adaptive observations. *Journal of the Atmospheric Sciences*, v. 55, 633–653.

Hamill, T. M.; Chris Snyder, R. E. M. (2000). A Comparison of Probabilistic Forecasts from Bred, Singular-Vector, and Perturbed Observation Ensembles. *Monthly Weather Review*, v. 128, 1835–1851.

Jang, J. S. R. (1993). Anfis: Adaptive-network-based fuzzy inference systems. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 23, p. 714–723.

Sugeno, M.; Kang, G. T. (1986). Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*. 28:329–346.

Takagi, T.; Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15(1):116–132.

Lorenz, E. N. (1963). Deterministic non-periodic flow. *J. Atmos. Sci.*, v. 20, p. 130-141.

Lorenz, E. N. (1965). A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model. *Tellus*, v. 17, p. 321-333.

Lorenz, E. N. (1969). The predictability of a flow which possesses many scales of motion. *Tellus*, v. 21, p. 289-307.

Cintra, R. S.; Campos Velho, H. F.; (2010). Todling, R. Redes Neurais Artificiais na Melhoria de Desempenho de Métodos de Assimilação de Dados: Filtro de Kalman. *TEMA. Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 11, p. 29-39, 2010.

WEKA – Waikato Environment for Knowledge Analysis. (2012). Site oficial do WEKA, onde se encontram disponíveis para *download* os arquivos de instalação e ampla documentação. Disponível em: < <http://www.cs.waikato.ac.nz/~ml/weka/> > Acesso em: 25 jul. 2012.

Haykin, S. (1999). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. New Jersey: Prentice Hall.

Braga, A. P.; Carvalho A. C. P. L. F.; Ludermir T. B. (2000). *Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos (LTC).