

# Desenvolvimento de função kernel para aplicação de SVM na classificação baseada em regiões

Rogério Galante Negri<sup>1</sup>, Luciano Vieira Dutra<sup>1</sup>, Sidnei João Siqueira Sant’Anna<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Divisão de Processamento de Imagens – DPI  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

{rogerio, dutra, sidnei}@dpi.inpe.br

**Abstract.** *This paper presents a kernel function which allows the use of Support Vector Machine (SVM) in region based classification problems. The results shows superiority of this approach when compared with the classic region based classification methodology accomplished by stochastic distances.*

**Resumo.** *Este trabalho apresenta uma função kernel que permite o uso do método Máquina de Vetores Suporte (SVM) em problemas de classificação baseada em regiões, mostrando superioridade quando comparada com a classificação de regiões baseada em distâncias estocásticas.*

**Palavras-chave:** *Funções kernel, SVM, Classificação baseada em regiões*

## 1. Introdução

Classificação de imagens abrange uma série de técnicas fundamentadas em uma área da computação, denominada Reconhecimento de Padrões, a qual tem como objetivo identificar padrões em imagens digitais. Formalmente, o processo de classificação consiste em associar uma classe  $\omega_i \in \Omega$  a cada padrão  $\mathbf{x}_i \in \mathcal{I} \subset \mathcal{X}$  a partir de uma função  $f: \mathcal{X} \mapsto \Omega$ , denominada *classificador*. O conjunto  $\mathcal{X}$  é denominado *espaço de atributos*, que contém o conjunto de padrões sobre a imagem  $\mathcal{I}$  a ser classificado por  $f$ . As diferentes técnicas de classificação de imagens propostas na literatura podem ser entendidas como diferentes formas de modelar a função  $f$  e aplicá-la sobre  $\mathcal{I}$ .

Quando os padrões  $\mathbf{x}_i$  representam regiões contínuas em  $\mathcal{I}$ , denominadas *segmentos*, a classificação é dita *baseada em regiões*. A abordagem usualmente empregada na classificação baseada em regiões é o emprego de distâncias estocásticas, as quais são provenientes das medidas de Informação e Entropia, desenvolvidas a partir da Teoria da Informação. A partir de um conjunto de treinamento  $\mathcal{D}_l = \{(\mathbf{x}_i, \omega_j) : i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, c\}$ , são estimadas funções densidade de probabilidade  $f_{\omega_j}$  para cada uma das classes, usadas em seguida para classificação dos padrões  $\mathbf{x}_i \in \mathcal{I}$  segundo à classe  $\omega_j$  cuja distância estocástica  $M$  é mínima, isto é:

$$\mathbf{x}_i \in \omega_j \Leftrightarrow \arg \min_{j=1, \dots, c} M(f_{\mathbf{x}_i}, f_{\omega_j}) \quad (1)$$

onde  $f_{\mathbf{x}_i}$  representa uma função densidade de probabilidade que modela o padrão  $\mathbf{x}_i$ .

Para a realização de uma classificação baseada em regiões, a imagem deve inicialmente ser segmentada a partir da aplicação de métodos de *segmentação de imagens*. Em [Gonzalez e Woods 2001] estão disponíveis mais informações sobre estas técnicas.

Máquina de Vetores Suporte (SVM) é um classificador *baseado em pixel* fundamentado na distinção de padrões a partir de hiperplanos cuja margem de separação é máxima. Um hiperplano de separação equivale ao lugar geométrico onde a seguinte função discriminante torna-se nula:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + b \quad (2)$$

sendo  $\mathbf{w}^T$  o transposto do vetor ortogonal ao hiperplano de separação  $f(\mathbf{x}) = 0$  e  $b$  é um escalar real tal que  $|b|/\|\mathbf{w}\|$  representa a distância entre o hiperplano e a origem do espaço de atributos.

Os parâmetros  $\mathbf{w}$  e  $b$  que determinam o hiperplano de margem máxima são obtidos com a resolução do seguinte problema de otimização quadrática, considerando os padrões do conjunto de treinamento  $\mathcal{D}_l$  [Theodoridis e Koutroumbas 2008]:

$$\begin{aligned} \max_{\lambda} L_D(\lambda) &= \sum_{i=1}^m \lambda_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_i \lambda_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \\ \text{sujeito a: } &\begin{cases} 0 \leq \lambda_i \leq C, i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m \lambda_i y_i = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $\lambda_i$  são multiplicadores de Lagrange,  $y_i = \{-1, +1\}$  são indicadores da classe de  $\mathbf{x}_i$ , e o parâmetro  $C$ , introduzido para o tratamento de casos não linearmente separáveis.

O produto interno  $\mathbf{x}^T \mathbf{x}$  presente na Equação (3) pode ser substituído por funções simétricas  $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  que atendem as condições do Teorema de Mercer, denominadas funções *kernel*. Estas funções não só apresentam possibilidades de separação não linear entre padrões como também permitem generalizar o aprendizado em situações cuja representação dos padrões na forma vetorial não é disponível, onde se trabalha diretamente com pares de distâncias ou similaridades entre objetos não vetoriais ou até mesmo não numéricos [Schölkopf e Smola 2002]. Neste trabalho é apresentada uma função *kernel* que permite o uso do método SVM na classificação de regiões.

## 2. Função *kernel* para classificação baseada em regiões

As funções *kernel*,  $k : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$ , fornecem condições para aplicação do método SVM em diferentes tipos de problemas. Estas funções devem ser simétricas e satisfazer as condições do Teorema de Mercer, cuja verificação nem sempre é trivial. No entanto, existem formas alternativas de construir as funções *kernel* a partir de resultados já apresentados na literatura, como por exemplo, as *funções de base radial*, definidas por [Schölkopf e Smola 2002]:

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = g(d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)) \quad (4)$$

onde  $d : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$  é uma métrica e  $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  é uma função real contínua estritamente positiva, como por exemplo a função exponencial  $g(z) = e^{-z}$ .

Uma vez que o objetivo deste estudo é a modelagem de uma função *kernel* para classificação baseada em regiões, a métrica  $d$  exigida na Equação (4) deve ser capaz de expressar distâncias entre as regiões. A distância de Bhattacharyya, segundo a distribuição Gaussiana Multivariada, é uma medida estocástica usualmente utilizada no processamento de imagens, dada por [Richards e Jia 2005]:

$$B(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \frac{1}{2} (\mu_{\mathbf{x}_i} - \mu_{\mathbf{x}_j})^T \left( \frac{\Sigma_{\mathbf{x}_i} + \Sigma_{\mathbf{x}_j}}{2} \right)^{-1} (\mu_{\mathbf{x}_i} - \mu_{\mathbf{x}_j}) + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{\Sigma_{\mathbf{x}_i} + \Sigma_{\mathbf{x}_j}}}{\sqrt{\Sigma_{\mathbf{x}_i}} + \sqrt{\Sigma_{\mathbf{x}_j}}} \right) \quad (5)$$

sendo  $\mu_{\mathbf{x}_z}$  e  $\Sigma_{\mathbf{x}_z}$  o vetor de média e a matriz de covariância referente a região  $\mathbf{x}_z$ .

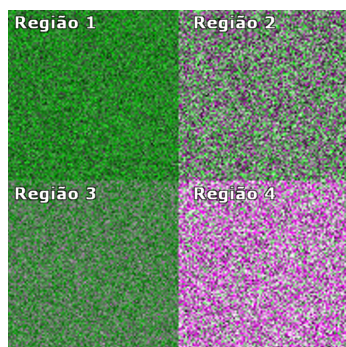
A partir da distância de Bhattacharyya, apresentada na Equação 5, e do modelo de *kernel*, exibida na Equação 4, a função *kernel* proposta neste trabalho para classificação baseada em regiões é:

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = e^{-B(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)} \quad (6)$$

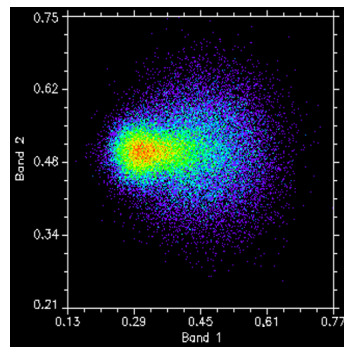
### 3. Experimento realizado

Nesta seção é apresentado um experimento de classificação de regiões onde o método SVM, com uso da função *kernel*, expressa pela Equação 6, é comparado com o método de classificação baseado na distância estocástica de Bathacharrya. O objetivo deste experimento é avaliar o potencial destes métodos na classificação de regiões de diferentes dimensões assim como lidar com classes multimodais. Para este estudo foi adotada a linguagem de programação IDL.

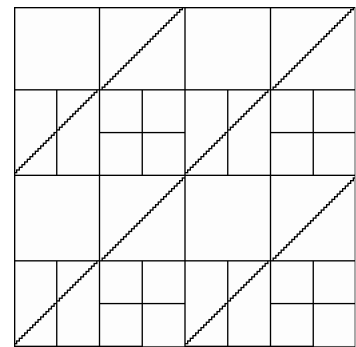
Para realização deste experimento foi simulada uma imagem de dimensão  $200 \times 200$  *pixels* em duas bandas (Figura 1(a)), composta por quatro alvos distintos, distribuídos de forma gaussiana, com alta confusão espectral entre si (Figura 1(b)). A segmentação utilizada no processo de classificação (Figura 1(c)) foi definida manualmente. Sobre cada um dos alvos foram selecionadas três amostras quadradas com aproximadamente  $36 \times 36$  *pixels* para o treinamento dos classificadores. Para observar a capacidade dos métodos no tratamento de classes multimodais, foram definidas diferentes configurações de classes a partir dos alvos apresentados na Figura 1(a), as quais são resumidas pela Tabela 1. As regiões são identificadas por  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$ , de acordo com a denominação na Figura 1(a), compondo por sua vez as classes  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_3$ .



(a) Imagem simulada em composição (Banda 1)R(Banda 2)G(Banda 1)B.



(b) Distribuição espectral da imagem simulada.



(c) Segmentação proposta para classificação da imagem simulada.

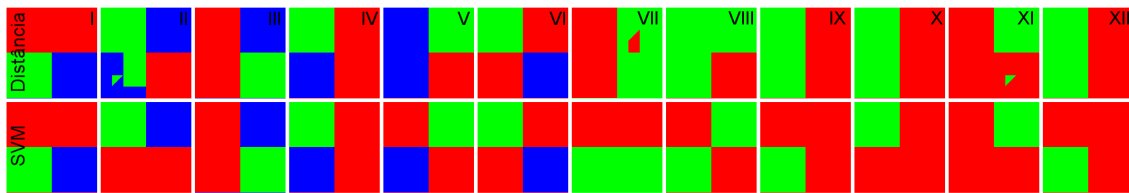
**Figura 1. Imagem simulada e segmentação utilizada na avaliação dos métodos de classificação em estudo.**

A partir das diferentes definições de classes (Tabela 1), os métodos analisados foram treinados e aplicados na classificação da imagem segmentada ilustrada pela Figura 1(c), que abrange as regiões da imagem simulada. A Figura 2 ilustra os diferentes resultados obtidos. É possível verificar que o método SVM, ao fazer uso da função *kernel* (6), foi capaz de classificar corretamente todos os casos analisados, enquanto o método de classificação baseado em distância estocástica de Bathacharrya apresentou erros de classificação, como ilustram os casos II, V, VII, VIII, IX, X, XI e XII na Figura 2. A

**Tabela 1. Definição de classes multimodais baseada nas regiões da Figura 1(a)**

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	Caso		$\omega_1$	$\omega_2$	Caso
3 Classes	$\{R_1, R_2\}$	$\{R_3\}$	$\{R_4\}$	I	2 Classes	$\{R_1, R_2\}$	$\{R_3, R_4\}$	VII
	$\{R_3, R_4\}$	$\{R_1\}$	$\{R_2\}$	II		$\{R_1, R_4\}$	$\{R_2, R_3\}$	VIII
	$\{R_1, R_3\}$	$\{R_2\}$	$\{R_4\}$	III		$\{R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_3\}$	IX
	$\{R_2, R_4\}$	$\{R_1\}$	$\{R_3\}$	IV		$\{R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_1\}$	X
	$\{R_1, R_4\}$	$\{R_2\}$	$\{R_3\}$	V		$\{R_1, R_3, R_4\}$	$\{R_2\}$	XI
	$\{R_2, R_3\}$	$\{R_1\}$	$\{R_4\}$	VI		$\{R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_4\}$	XII

Cor associada às classes:  $\omega_1$ -Vermelho,  $\omega_2$ -Verde,  $\omega_3$ -Azul



**Figura 2. Resultados obtidos na classificação da imagem simulada.**

Tabela 2 quantifica o desempenho dos métodos segundo a acurácia global, isto é, a porcentagem de *pixels* classificados de forma correta.

**Tabela 2. Acurácia global (em %) das classificações (casos I a XII).**

Caso	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
<b>Distância</b>	100	75	100	100	75,25	100	52,65	75,25	75,25	75	99,28	75,25
<b>SVM Regiões</b>	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

#### 4. Conclusões e perspectivas futuras

Os resultados obtidos mostraram que o uso do método SVM, associado à função *kernel* proposta, proporcionou resultados superiores à classificação por distâncias estocásticas. Este estudo inicial apresenta perspectivas para o desenvolvimento de novas funções *kernel* para classificação de imagens de Sensoriamento Remoto, óptico ou SAR, a partir de distribuições estatísticas específicas.

#### Referências

- Gonzalez, R. C. e Woods, R. E. (2001). *Digital Image Processing*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 2nd edition.
- Richards, J. A. e Jia, X. (2005). *Remote sensing digital image analysis : an introduction*. Springer, New York, 4th ed. edition.
- Schölkopf, B. e Smola, A. J. (2002). *Learning with kernels : support vector machines, regularization, optimization, and beyond*. Adaptive computation and machine learning. MIT Press.
- Theodoridis, S. e Koutroumbas, K. (2008). *Pattern Recognition, Third Edition*. Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA.