



20 e 21 de outubro
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
São José dos Campos - SP

O Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos: uma revisão parcial dos trabalhos da literatura

Rodolfo Ranck Júnior¹, Horacio Hideki Yanasse²

¹Programa de Doutorado em Computação Aplicada – CAP, INPE

²Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE
Caixa Postal 515 – 12.227-010 – São José dos Campos – SP – Brazil

rodolfo@inpe.br, horacio@lac.inpe.br

Abstract. *In this paper we present a partial review of the literature on Vehicle Routing and Loading Integrated Problems. The two problems, vehicle routing and vehicle loading, are computationally difficult to solve and have been treated independently in the literature but, recently, there is a growing number of studies addressing both problems in an integrated manner. In this review, we try to present what has been proposed in the recent literature, including solution methods and comments about the difficulties, the challenges encountered, and possible extensions for future work.*

Resumo. *Neste trabalho faz-se uma revisão parcial da literatura sobre Problemas Integrados de Carregamento e Roteamento de Veículos. Os dois problemas, carregamento de veículos e roteamento de veículos, são computacionalmente difíceis de serem resolvidos e têm sido tratados de maneira independente na literatura, mas, recentemente, observa-se um crescente número de trabalhos abordando os dois problemas de forma integrada. Nessa revisão, procura-se apresentar o que tem sido proposto na literatura recente, incluindo métodos de solução e comentários sobre as dificuldades, desafios encontrados e possíveis extensões para trabalhos futuros.*

Palavras-chave: *Vehicle Routing and Loading Integrated Problem, Combinatorial Optimization.*

1. Introdução

O planejamento e gerenciamento do transporte é uma atividade muito comum em diversas empresas, particularmente em indústrias que precisam atender a um conjunto de clientes fornecendo e/ou coletando diferentes tipos de produtos. Essa atividade integra as tarefas de distribuição e coleta com a demanda de uma companhia e está intimamente relacionada com sua lucratividade e/ou com a satisfação de sua carteira de clientes. Por esse motivo, há um grande interesse em realizá-la da maneira mais eficiente possível.

O transporte de produtos pode ser feito por vários modais, isto é, por vários meios, por exemplo, rodoviário, ferroviário, aquaviário e aéreo. Geralmente, para cada um deles existe um veículo especializado que tem acoplado a ele algum espaço destinado ao transporte de carga. Normalmente, esse espaço corresponde a um ou mais contêineres que acondicionam a mercadoria sendo transportada (distribuída ou recolhida) facilitando sua movimentação e manejo com maior segurança. Contêineres geralmente obedecem a padrões internacionais de dimensões, para facilitar a integração de diferentes modais e diferentes células logísticas.

Em um contêiner, a carga é normalmente acomodada em estruturas comuns construídas por agrupamento, por exemplo, em caixas, que, por sua vez, podem ser agrupadas em estruturas similares sobre paletes. Assim como o contêiner, a disposição da mercadoria em caixas e paletes facilitam a padronização e o carregamento/descarregamento da carga, por exemplo, facilitando sua operação por máquinas empilhadeiras.

A unidade mínima de carga sendo carregada em um contêiner de uma única vez, que normalmente corresponde à unidade mínima em um pedido de algum cliente, é aqui denominada de item. Um item pode ser entendido como uma caixa, um palete, ou um conjunto de produtos lacrados juntos e podem ser classificados de acordo com algum tipo.

Dentre os problemas inerentes ao transporte de carga estão os problemas de Carregamento de Veículos (*Vehicle Loading Problem* - VLP) e o de Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP).

1.1. O Problema de Carregamento de Veículos

Pode-se considerar 2 casos do VLP: a) Problema de Carregamento de Contêiner (*Container Loading Problem* - CLP); b) O Problema de Carregamento de Bins (*Bin Packing Problem* - BPP).

No CLP, dado um conjunto de itens, cada um com seu respectivo valor de utilidade, e um único contêiner, busca-se escolher um subconjunto de itens que caibam neste contêiner satisfazendo a um conjunto de restrições. O objetivo é maximizar a soma das utilidades dos itens empacotados no contêiner.

O CLP é um problema da mochila (*Knapsack problem* – KSP) em que 3 dimensões espaciais são consideradas. Normalmente, o CLP considera restrições adicionais de carregamento que o distinguem de um KSP mais simples. De acordo com Pisinger (2002), o problema CLP é NP-difícil (para mais detalhes sobre complexidade vide Garey e Johnson, 1979). Exemplos de modelos e métodos exatos para o CLP podem ser encontrados em: Chen et al. (1995); Lai et al. (1998); Hifi (2004). Exemplos de trabalhos que estudam heurísticas para o CLP podem ser encontrados em: George e Robinson (1980); Morabito e Arenales (1994); Pisinger (2002); Cecílio (2003); Moura e Oliveira (2005).

No BPP existe um número suficiente de contêineres (*bins*) para se carregar um conjunto de itens e o objetivo é minimizar o número de contêineres utilizados. O BPP é um problema de empacotamento equivalente ao Problema de Corte de Estoque (*Cutting Stock Problem* - CSP) e também é NP-difícil. Esse problema é estudado há algumas décadas, por exemplo, para o caso unidimensional: Gilmore e Gomory (1961,1963);

Coffman Jr. et al. (1997); Marques (2000). Para o caso bidimensional: Chambers e Dyson (1976); Dell Amico et al. (2002); Macedo et al. (2010). Para o caso tridimensional: Martello et al. (2000); Eley (2002); Lodi et al. (2002); Silva et al. (2003); Silva e Soma (2003).

No VLP admite-se que o objeto sendo empacotado (contêiner) é submetido a um transporte, o que leva à consideração de diversas restrições práticas de carregamento. A seguir, apresenta-se um conjunto possível dessas restrições discutidas em Bischoff e Ratcliff (1995), Davies e Bischoff (1999) e em Iori et al. (2007).

- 1) **Restrições Clássicas de Problemas de Empacotamento:**
 - a) **Restrição de Sobreposição:** itens não podem ocupar o mesmo lugar no espaço.
 - b) **Restrição de Conteúdo (de espaço):** itens devem estar contidos completamente dentro de um contêiner.
- 2) **Restrições de Ortogonalidade:** admite-se que todos os itens assim como o contêiner são cuboides e suas faces devem ser colocadas paralelas aos lados do contêiner.
- 3) **Restrição de Peso de Carga:** a soma dos pesos de todos os itens no contêiner deve ser menor ou igual a um valor limite.
- 4) **Restrição de Orientação:** nem todas as rotações dos itens são permitidas.
- 5) **Restrição de Fragilidade da Carga:** itens podem ter resistividades diferentes à pressão exercida a eles no caso de empilhamento. Essa restrição limita alguns tipos de arranjos da carga para que itens não sofram avarias.
- 6) **Restrição de Estabilidade da Carga:** limita alguns tipos de arranjos da carga para que itens não se movam durante o transporte.
- 7) **Restrição de Balanceamento da Carga:** restringe o arranjo da carga de maneira que o peso dela seja distribuído (geralmente, de maneira homogênea) por todo o lado inferior do contêiner (em que os itens são sustentados).
- 8) **Restrição de Sequenciamento:** dada uma sequência de clientes a serem atendidos, itens devem ser colocados em um contêiner seguindo alguma política de carregamento de modo a minimizar os custos (dado, por exemplo, pelo tempo) com o manejo da carga.

As restrições (1-8) podem dificultar ainda mais a resolução do VLP. Algumas delas podem precisar ser satisfeitas necessariamente (restrições fortes) enquanto que outras podem ser apenas desejáveis (restrições fracas). As restrições fortes delimitam a envoltória convexa de soluções factíveis enquanto que as fracas podem ser incorporadas à função custo, podendo levar a um problema multiobjetivo.

1.2 O Problema de Roteamento de Veículos

No VRP, busca-se encontrar um conjunto ótimo de rotas para que uma frota de veículos possa realizar entregas e/ou coletas entre clientes e depósitos. Segundo Laporte (1992), no VRP clássico deseja-se encontrar um conjunto de rotas de menor custo (por exemplo, minimizando a distância total percorrida pelos veículos no transporte da carga) impondo que cada cliente seja atendido por exatamente um veículo e cada veículo inicie e termine seu caminho em um mesmo depósito.

Uma possível solução para o VRP é dada por um plano de rotas que informa qual o caminho a ser percorrido por cada veículo e quais os itens de cada cliente está sendo levado por cada veículo. Normalmente, admite-se que os custos com um determinado plano de rotas sejam todos em função da distância percorrida pelos veículos, por isso o interesse em minimizá-la. Entretanto, outros tipos de custos, como custos fixos pelo uso de um determinado veículo também podem ser considerados, nesse caso, outro possível objetivo para o VRP é a minimização do número de veículos utilizados.

O VRP tem sido estudado por diversos pesquisadores nas últimas décadas gerando um extenso número de publicações. Como observado em Dantzig e Ramser (1959) esse problema pode ser entendido como uma generalização do problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem - TSP*), um problema NP-difícil em que se dispõe de apenas um veículo para visitar os clientes.

Um problema similar ao VRP e que o generaliza, é o problema de coleta e entrega (*Pick-up and Delivery Problem - PPD*). O PPD é um problema de roteamento em que itens precisam ser coletados e entregues entre clientes, diferentemente do VRP em que os itens precisam ser entregues e/ou coletados entre pontos clientes e depósitos (normalmente um). Diferenças entre o PPD e o VRP podem ser vistas em Savelsbergh e Sol (1995).

Existem diversas variações do VRP encontradas na literatura que dependem de uma composição entre diferentes restrições e objetivos normalmente encontrados na prática. Das possíveis variações do VRP destacam-se três, bem conhecidas na literatura:

- VRP Capacitado (CVRP): é o problema VRP com restrição no máximo de carga que o veículo pode levar, por exemplo, o peso (veja Fisher e Jaikumar, 1981; Campos e Mota, 2000; Fukasawa et al., 2006; Ai e Kachitvichyanukul, 2009);
- VRP com coleta e entrega (VRPPD): esse problema é idêntico ao VRP mais simples, mas com a possibilidade de coletar itens além de distribuí-los (veja Mosheiov, 1998; Desaulniers et al., 2001; Katoh e Yano, 2006; Lin, 2008);
- VRP com janelas de tempo (VRPTW): nesse problema, além das restrições do VRP, existem restrições de atendimento de clientes em um intervalo de tempo (veja Solomon, 1987; Potvin and Rousseau, 1993; Chiang e Russell, 1996; Azi et al., 2007).

1.3 O Problema Integrado de Roteamento e Carregamento de Veículos

Os problemas VRP e VLP na prática estão quase sempre relacionados, uma vez que uma carga é acomodada em veículos para ser transportada para algum lugar.

Os objetivos do VRP e do VLP são normalmente conflitantes, ou seja, uma boa solução para um deles pode levar a uma solução ruim para o outro. Por exemplo, a resolução de um VLP com o objetivo único de minimizar o número de veículos, pode levar a um carregamento em que itens de diferentes clientes estejam misturados no contêiner, aumentando o tempo de descarregamento da carga.

Pode-se definir o problema integrado de carregamento e roteamento de veículos (*Vehicle Routing and Loading Integrated Problems - VRLIP*) como um problema de roteamento de veículos - VRP em que se incluem restrições e custos inerentes a um VLP (veja algumas dessas restrições na §1.1).

No problema integrado outros objetivos podem ser de interesse como a minimização do tempo de carregamento/descarregamento dos itens no contêiner. Este tempo tem a ver com a distribuição de carga (maneira como os itens são acomodados) nos contêineres, que deve agora levar em consideração o plano de rotas. Essa distribuição pode influenciar outras restrições de carregamento, como balanceamento, estabilidade e fragilidade da carga. Para minimizar o tempo de carregamento/descarregamento dos itens no contêiner, procura-se evitar o manejo de itens. Desta forma, pode ser interessante a adoção de uma política de carregamento conhecida como LIFO (último a entrar, primeiro a sair). Geralmente, os trabalhos que utilizam essa política consideram que o carregamento é feito pela traseira do veículo ou então que os itens são armazenados em pilhas. Outra vantagem em evitar a movimentação da carga é reduzir a probabilidade de ocorrerem acidentes com os itens.

Outro objetivo poderia ser a manutenção do balanceamento da carga do veículo ao longo de sua rota. Toda vez que itens são carregados/descarregados do contêiner a carga pode ficar desbalanceada, comprometendo a estabilidade do veículo. Para rearranjar a carga remanescente no contêiner, buscando o balanceamento, itens podem precisar ser remanejados incorrendo em custos. Uma situação similar acontece quando se deseja manter a estabilidade da carga.

O tempo gasto com manejo da carga pode influenciar a eficiência do transporte de uma companhia. Por exemplo, ao minimizá-lo diminui-se o *lead time* (período de tempo compreendido entre o início e o término de uma atividade possivelmente produtiva) do transporte de carga. A redução deste tempo permite à companhia atender um maior número de pedidos, economizar recursos, e pode ter reflexos na satisfação dos clientes. Para reduzi-lo, além da adoção de políticas de carregamentos convenientes, há outras opções possíveis como a inclusão de mais ajudantes, ou a utilização de veículos especiais.

2. Uma Revisão parcial de Problemas Integrados de Carregamento e Roteamento de Veículos

Nesta seção apresenta-se um resumo das contribuições de cada trabalho revisado e, para cada um deles, comentários sobre as dificuldades, desafios encontrados e possíveis extensões para trabalhos futuros.

2.1 Abordagem de Xu et al. (2003)

Em Xu et al. (2003) trata-se um PPD com diversas restrições encontradas em problemas reais, como de jornada de trabalho dos motoristas, de janelas de tempo de entrega dos clientes, de compatibilidade entre itens e entre itens e veículos. O problema considerado é multiobjetivo e adota-se uma política de carregamento LIFO. Os autores propõem um modelo de programação linear inteira para o problema e para resolvê-lo utilizam uma técnica de geração de colunas. Nos testes computacionais, as soluções obtidas pelo método proposto foram comparadas com limitantes inferiores para o problema.

Comentários:

- Uma dificuldade da abordagem utilizada pelos autores está em resolver o subproblema que gera as colunas do modelo. Ainda que heurísticas sejam utilizadas, os tempos crescem muito com o aumento do problema. Segundo os autores, devido ao alto consumo de memória e processamento durante a

resolução exata do subproblema, não foi possível gerar limitantes inferiores para o valor da função objetivo de instâncias maiores que 300 pedidos.

- Nos testes computacionais, observou-se que não foram apresentadas informações de interesse para uma avaliação de desempenho do método proposto como o número de colunas geradas e o tempo para se obter uma solução inteira a partir da solução ótima do problema relaxado.
- Como extensões possíveis para este trabalho, poder-se-ia pensar em: desenvolver métodos computacionalmente mais eficientes para resolver os subproblemas; impor que as colunas geradas atendam também outras restrições de carregamento como balanceamento, estabilidade, etc.; verificar a possibilidade de se utilizar alguma heurística de arredondamento para encontrar soluções inteira a partir da solução fracionária do problema relaxado (veja detalhes sobre essas heurísticas em POLDI, 2003) e comparar a qualidade destas soluções com a proposta adotada pelos autores.

2.2 Abordagem de Iori (2004), Iori et al. (2003, 2007) e Gendreau et al. (2008)

Nos trabalhos de Iori (2004), Iori et al. (2003, 2007) e Gendreau et al. (2008), são considerados veículos idênticos, capacitados (peso e espaço físico para o caso bidimensional) e com restrições de agrupamento. Os itens são diferentes e o objetivo é minimizar a distância total das rotas. Para resolver o problema Iori et al. (2007) propõem um método exato de *branch and cut* e para obter soluções melhores, Gendreau et al. (2008) apresentam uma heurística de busca Tabu. Nos testes computacionais as soluções do método exato são comparadas com limitantes inferiores e também com as soluções da heurística.

Comentários:

- Dentre os trabalhos revisados, o de Iori et al. (2003, 2007) é o primeiro a tratar o problema 2L-CVRP.
- Uma vantagem da heurística proposta em Gendreau et al. (2008), além do baixo tempo computacional, é obter soluções viáveis para problemas grandes (foram obtidas em todos os casos avaliados). Uma vantagem do modelo proposto em Iori et al. (2007), ao que parece, é a possibilidade de estendê-lo para considerar outras restrições práticas de carregamento.
- Um ponto negativo nesses trabalhos é que muitas restrições importantes de um problema prático não são consideradas, como o balanceamento, fragilidade e estabilidade de carga.
- Em Iori et al. (2007), poderia ser comentado o fato de algumas classes de teste grandes serem resolvidas rapidamente em comparação a outras pequenas com o método exato.

2.3 Abordagem de Gendreau et al. (2006)

Em Gendreau et al. (2006) considera-se uma frota de veículos idênticos capacitados, que precisam ser carregados com itens distintos satisfazendo restrições de fragilidade, estabilidade, ortogonalidade e orientação. O objetivo é minimizar o tamanho total das rotas. O método de solução proposto pelos autores pode ser entendido como uma extensão do algoritmo de busca tabu de Gendreau et al. (2008) para o caso tridimensional. Os autores resolvem instâncias de problemas baseadas na literatura de

CVRP e também analisam as variações no valor da função objetivo do problema ao desconsiderar diferentes restrições de carregamento.

Comentários:

- Dentre os trabalhos revisados, esse foi o primeiro a tratar o problema 3L-CVRP.
- As soluções obtidas dos problemas relaxados apresentam informações úteis para avaliar o impacto de algumas restrições impostas sobre o carregamento. Essas informações podem ser utilizadas em uma heurística para ajudar a definir os custos de uma solução que viole essas restrições e também para escolha de qual restrição relaxar na busca por limitantes inferiores mais apertados para o problema.
- Neste trabalho não foi feita uma avaliação da qualidade das soluções obtidas, nem comparações com soluções obtidas por outros métodos de solução, ou com limitantes inferiores.
- Uma extensão desse trabalho poderia incluir custos fixos na utilização de veículos.

2.4 Abordagem de Doerner et al. (2007)

Em Doerner et al. (2007) aborda-se um problema real de transporte em que itens devem ser arranjados em pilhas respeitando a altura do veículo e a política de carregamento LIFO. O problema é biobjetivo e foram apresentados dois métodos de solução para resolvê-lo: um algoritmo de busca tabu similar ao proposto em Gendreau et al. (2006) e um algoritmo de ACO (Ant Colony Optimization). A vantagem deste algoritmo ACO é permitir a geração de soluções com custos diferentes para os problemas de roteamento e carregamento. Nos testes computacionais as meta-heurísticas foram comparadas e apresentou-se também um estudo considerando a minimização no número de veículos utilizados.

Comentários:

- Esse trabalho apresenta o problema que menos impõe restrições de carregamento dentre os outros revisados do mesmo tipo. No entanto, destacam-se os seus pontos positivos: apresenta uma aplicação real e diferenciada com relação aos outros trabalhos, principalmente na possibilidade de carregar os itens em pilhas distintas; apresenta a possibilidade em favorecer mais as boas soluções de carregamento do que de roteamento, possibilitando a minimização do número de veículos; desenvolveu-se uma nova meta-heurística para resolver o problema;
- A avaliação dos resultados variando os pesos entre o carregamento e o roteamento poderia ser melhorado apresentando também o espaço útil disponível nos veículos (espaço em que podem ser colocados mais itens). Da forma proposta pelos autores, só é possível observar a melhora no empacotamento quando um veículo não precisa mais ser utilizado.
- Os itens formados por compensados grandes parecem ser os grandes complicadores do problema, pois, sem eles não haveria dificuldades em carregar a carga. Uma sugestão alternativa a ser considerada é a possibilidade de se dedicar veículos apenas para o transporte de itens grandes. Com isso, em alguns casos, poderia ser necessário permitir o atendimento de um cliente por múltiplos veículos (*Split Delivery VRP - SDVRP*).

2.5 Abordagem de Moura e Oliveira (2008)

No trabalho de Moura e Oliveira (2008) trata-se um problema multiobjetivo e hierárquico em que veículos idênticos, capacitados (para as 3 dimensões do espaço físico) e sujeitos a janelas de tempo, precisam transportar itens diversos. O carregamento deve seguir a política LIFO e atender as restrições de ortogonalidade, agrupamento, orientação e estabilidade. Os autores formulam esse problema como um modelo de programação linear mista e dois métodos são propostos para resolvê-lo. Um deles resolve os problemas de carregamento e roteamento simultaneamente e o outro os resolvem em etapas distintas. Nos testes computacionais esses métodos foram comparados entre si.

Comentários:

- Dentre os trabalhos revisados sobre *iL-CVRPs*, esse é o primeiro que considera janelas de tempo. Destaca-se o baixo tempo computacional utilizado para resolver todos os problemas avaliados (menos de 1 minuto), em comparação aos outros trabalhos estudados até aqui. Aparentemente, isso se deve em boa parte a rapidez da heurística construtiva e gulosa de Moura e Oliveira (2005) utilizada para resolver o problema de carregamento. Desta observação, uma sugestão seria utilizar essa heurística, ou outra similar, em conjunto com as propostas de outros autores que tiveram um alto tempo computacional como desvantagem de seus métodos.
- Como se observa nos resultados computacionais, o número de veículos varia com o tempo disponível para realizar o transporte. De fato, quanto menos tempo disponível mais veículos podem ser necessários para realizar o transporte a tempo. Uma sugestão para esse trabalho seria fazer uma análise de sensibilidade dessas duas medidas. Esse estudo pode ser interessante para determinar um melhor balanço entre os custos com janelas de tempo e o uso de mais veículos.
- Parece que o bom resultado com o uso da heurística GRASP em comparação com as demais no método H1, proposto em Moura e Oliveira (2008), deve-se ao fato dela ter sido a melhor elaborada e, diferentemente das outras, considera vários critérios de busca. Para uma comparação não tendenciosa, uma sugestão seria avaliar todas as heurísticas em condições similares.

3. Conclusão

A seguir, a Tabela 1 apresenta um resumo da contribuição dos trabalhos revisados nesta seção quanto a algumas características dos problemas VRP e VLP, em que:

- R_VLP são restrições do VLP apresentadas na §1.1 utilizando o mesmo número para indexá-las;
- R_VRP são restrições de janelas de tempo (i) e de coleta e entrega (ii);
- Obj são os objetivos de minimizar a distância total percorrida (O1), minimizar o número de veículos (O2) e minimizar o tempo total de viagem (O3).

Tabela 1. Súmula das características dos trabalhos revisados quanto a suas restrições e função objetivo.

| | R_VLP | R_VRP | Obj |
|--|-------|-------|-----|
|--|-------|-------|-----|

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | i | ii | O1 | O2 | O3 |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Xu et al. (2003) | | | | | | | | | | | | | |
| Iori (2004), Iori et al. (2003, 2007), Gendreau (2008) | | | | | | | | | | | | | |
| Gendreau et al. (2006) | | | | | | | | | | | | | |
| Doerner et al. (2007) | | | | | | | | | | | | | |
| Moura e Oliveira (2008) | | | | | | | | | | | | | |

Em todos os trabalhos analisados que focalizam o iL-CVRP, observa-se que:

- quase todos os métodos de solução propostos seguem um mesmo procedimento fundamental: um problema de roteamento (problema principal) é utilizado para gerar soluções e iterativamente invoca algum algoritmo (subproblema) para checar se a solução cumpre os requisitos de carregamento. Em todos esses trabalhos, normalmente, algum algoritmo construtivo fornece uma solução inicial para o problema principal e as soluções factíveis são armazenadas assim que obtidas.
- outra característica comum nesses problemas é a utilização de uma frota homogênea de veículos. No entanto, na prática, os veículos podem ser distintos, por exemplo, no caso em que itens exigem condições de acomodação diferenciadas (veja XU et al., 2003).

Em todos os trabalhos revisados observa-se que:

- em nenhum deles o balanceamento da carga foi considerado. Segundo Davies e Bischoff (1999), essa restrição tem sido geralmente ignorada na literatura de CLP, ainda que seja de grande importância na prevenção de danos com a carga ou para garantir a segurança do pessoal envolvido no seu transporte. Uma explicação para isso pode estar relacionada à dificuldade computacional em resolver problemas que incluem essa restrição. Deve-se destacar que, mesmo sem considerá-la, apenas instâncias pequenas do VRLIP podem ser resolvidas de maneira exata (vide, IORI et al., 2007).
- apenas a política de carregamento LIFO foi utilizada;
- nas soluções factíveis para o problema de carregamento todas as restrições são fortes (veja §1.1). No entanto, em uma abordagem mais realista, algumas dessas restrições podem ser apenas desejáveis.

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil.

4. Referências

- AI, T. J.; KACHITVICHYANUKUL, V. Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem. **Computers and Industrial Engineering**, v. 56, n. 1, p. 380-387, 2009.
- AZI, N.; GENDREAU, M.; JEAN-YVES, P. An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles. **European Journal of Operational Research**, v. 202, n. 3, p. 756-763, 2010.

- BISCHOFF, E.; RATCLIFF, M. Loading multiple pallets. **Journal of the Operational Research Society**, v. 46, n. 11, p. 1322-1336, 1995.
- CAMPOS, V.; MOTA, E. Heuristic procedures for the capacitated vehicle routing problem. **Computational Optimization and Applications**, v. 16, n. 3, p. 265-277, 2000.
- CECILIO, F. O. **Heurísticas para o problema de carregamento de carga dentro de contêineres**. Dissertação de Mestrado, UFSCar, São Carlos, p. 112, 2003.
- CHAMBERS, M. L.; DYSON, R. G. The cutting stock problem in the flat glass industry-selection of stock sizes. **Operational Research Quarterly**, v. 27, n. 4, p. 949-957, 1976.
- CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An analytical model for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 80, n. 1, p. 68-76, 1995.
- CHIANG, W. C.; RUSSELL, R. A. Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. **Annals of Operations Research**, v. 63, n. 1, p. 3-27, 1996.
- COFFMAN JR, E. G.; GAREY, M. R.; D.S., J. Approximation algorithms for bin-packing: a survey. In: HOCHBAUM, D. **Approximation Algorithms for NP-Hard Problem**. Boston: PWS Publishing, 1997. p. 46-93.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**, v. 6, n. 1, p. 80-91, 1959.
- DAVIES, A. P.; BISCHOFF, E. E. Weight distribution considerations in container loading. **European Journal of Operational Research**, v. 114, n. 3, p. 509-527, 1999.
- DELL AMICO, M. et al. A lower bound for the non-oriented two dimensional bin packing problem. **Discrete Applied Mathematics**, v. 118, n. 1-2, p. 13-24, 2002.
- DESAULNIERS, G. et al. VRP with pickup and delivery. In: TOTH, P.; VIGO, D. **The vehicle routing problem book contents**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001. p. 225 - 242.
- DOERNER, K. F.; FUELLERER, G.; HARTL, R. F. Metaheuristics for the vehicle routing problem with loading constraints. **Networks**, v. 49, n. 4, p. 294-307, 2007.
- ELEY, M. Solving container loading problems by block arrangement. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 393-409, 2002.
- FISHER, R.; JAIKUMAR, M. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 109-124, 1981.
- FUKASAWA, R. et al. Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. **Mathematical Programming**, v. 106, n. 3, p. 491-511, 2006.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness**. New York: W.H. Freeman & Company, 1979.
- GENDREAU, M. et al. A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. **Transportation Science**, v. 40, n. 3, p. 342-350, 2006.
- GENDREAU, M. et al. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. **Networks**, v. 51, n. 1, p. 4-18, 2008.

- GEORGE, J. A.; ROBINSON, D. F. A heuristic for packing boxes into a container. **Computers & Operations Research**, v. 7, n. 3, p. 147-156, 1980.
- GILMORE, P.; GOMORY, R. A linear programming approach to the cutting-stock problem. **Operations Research**, v. 9, n. 6, p. 849-859, 1961.
- GILMORE, P.; GOMORY, R. A linear programming approach to the cutting-stock problemII. **Operations Research**, v. 11, n. 6, p. 863-888, 1963.
- GOMORY, R. E. An algorithm for integer solutions to linear programs. In: GRAVES, R. L.; WOLFE, P. **Recent Advances in Mathematical Programming**. New York: McGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC, 1963. p. 269-302.
- HIFI, M. Exact algorithms for unconstrained three-dimensional cutting problems: a comparative study. **Computers and Operations Research**, v. 31, n. 5, p. 657-674, 2004.
- IORI, M. **Metaheuristic algorithms for combinatorial optimization problems**. Tese de Doutorado DEIS - University of Bologna, Bologna, 2004.
- IORI, M.; SALAZAR GONZÁLEZ, J. J.; VIGO, D. **An exact approach for the symmetric capacitated vehicle routing problem with two dimensional loading constraints**. DEIS, Università di Bologna. Bologna. 2003. (OR/03/04).
- IORI, M.; SALAZAR GONZALEZ, J. J.; VIGO, D. An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. **Transportation Science**, v. 41, n. 2, p. 253 - 264, Maio 2007.
- KATOH, N.; YANO, T. An approximation algorithm for the pickup and delivery vehicle routing problem on trees. **Discrete Applied Mathematics**, v. 154, n. 16, p. 2335 - 2349 , 2006.
- LAI, K. K.; XUE, J.; XU, B. Container packing in a multi-customer delivering operation. **Computers & Industrial Engineering**, v. 35 , n. 1-2, p. 323-326, 1998.
- LAND, A. H.; DOIG, A. G. An automatic method for solving discrete problems. **Econometrica**, v. 28, n. 3, p. 497-520, 1960.
- LAPORTE, G. The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 59, n. 3, p. 345-358, 1992.
- LIN, C. K. Y. A cooperative strategy for a vehicle routing problem with pickup and delivery time windows. **Computers and Industrial Engineering** , v. 55, n. 4, p. 766-782 , 2009.
- LODI, A.; MARTELLO, S.; VIGO, D. Heuristic algorithms for the three-dimensional bin packing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 410-420, 2002.
- MACEDO, R.; ALVES, C.; VALÉRIO DE CARVALHO, J. M. Arc-flow model for the two-dimensional guillotine cutting stock problem. **Computers and Operations Research**, v. 37, n. 6, p. 991-1001, Junho 2010.
- MARQUES, F. P. O Problema da mochila compartimentada. Dissertação de Mestrado, ICMC-USP, 2000.

- MARTELLO, S.; PISINGER, D.; VIGO, D. The three dimensional bin packing problem. **Operations Research**, v. 48, n. 2, p. 256-267, 2000.
- MITCHELL, J. E. Branch-and-cut algorithms for combinatorial optimization problems. In: PARDALOS, P. M.; RESENDE, M. G. C. **Handbook of Applied Optimization**. 1. ed. New York: Oxford University Press, 2002. p. 65-77.
- MORABITO, R.; ARENALES, M. An and/or-graph approach to the container loading problem. **International Transactions in Operations Research**, v. 1, n. 1, p. 59-73, 1994.
- MOSHEIOV, G. Vehicle routing with pick-up and delivery: tour partitioning heuristics. **Computers and Industrial Engineering**, v. 34, n. 3, p. 669-684, 1998.
- MOURA, A.; OLIVEIRA, J. F. A GRASP approach to the container loading problem. **IEEE Intelligent Systems**, v. 20, n. 4, p. 50-57, 2005.
- MOURA, A.; OLIVEIRA, J. F. An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems. **OR Spectrum**, v. 31, n. 4, p. 775-800, 2008.
- PISINGER, D. Heuristics for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 382-392, 2002.
- POLDI, K. C. **Algumas extensões do problema de corte de estoque**. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação e Matemática Computacional), ICMC-USP, 2003., 2003.
- POTVIN, J. Y.; ROUSSEAU, J. M. A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. **European Journal of Operational Research**, v. 66, n. 3, p. 331-340, 1993.
- SAVELSBERGH, M. W. P.; SOL, M. The general pickup and delivery problem. **Transportation Science**, v. 29, n. 1, p. 17-29, 1995.
- SILVA, J. L. C.; SOMA, N. Y. Um algoritmo polinomial para o problema de empacotamento de contêineres com estabilidade estática da carga. **Pesquisa Operacional**, v. 23, n. 1, p. 79-98, 2003.
- SILVA, J. L. C.; SOMA, N. Y.; MACULAN, N. A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. **International Transactions in Operational Research**, v. 10, n. 2, p. 141-153, 2003.
- SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. **Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 254-265, 1987.
- XU, H. et al. Solving a practical pickup and delivery problem. **Transportation Science**, v. 37, n. 3, p. 347-364, 2003.