



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/jeferson/2005/06.15.17.32-TDI

ESTIMAÇÃO CONJUNTA DE ÓRBITA E ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO UTILIZANDO OBSERVAÇÕES DO MAGNETÔMETRO E SENSOR SOLAR

Carmen Miranda de Lira Silva

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Roberto Vieira da Fonseca Lopes, e Hélio Koiti Kuga, aprovada em 01 de abril de 2005.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/jeferson/2005/06.15.17.32>>

INPE
São José dos Campos
2005

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Luciana Manacero - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/jeferson/2005/06.15.17.32-TDI

**ESTIMAÇÃO CONJUNTA DE ÓRBITA E ATITUDE DE
SATÉLITES ARTIFICIAIS ESTABILIZADOS POR
ROTAÇÃO UTILIZANDO OBSERVAÇÕES DO
MAGNETÔMETRO E SENSOR SOLAR**

Carmen Miranda de Lira Silva

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Roberto Vieira da Fonseca Lopes, e Hélio Koiti Kuga, aprovada em 01 de abril de 2005.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/jeferson/2005/06.15.17.32>>

INPE
São José dos Campos
2005

Si38e Silva, Carmem Miranda de Lira.
Estimação conjunta de órbita e atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação utilizando observações do magnetômetro e sensor solar / Carmen Miranda de Lira Silva. – São José dos Campos : INPE, 2005.

124 p. ; (sid.inpe.br/jeferson/2005/06.15.17.32-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2005.

Orientadores : Drs. Roberto Vieira da Fonseca Lopes, e Hélio Koiti Kuga.

1. satélites artificiais. 2. magnetômetros. 3. sensor solar. 4. órbita. 5. atitude. 6. filtro de Kalman. . I.Título.

CDU 629.783

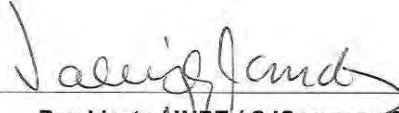
Copyright © 2005 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2005 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Mestrado em
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle

322

Dr. Valcir Orlando



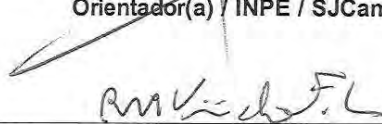
Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Roberto Vieira da Fonseca Lopes



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Maria Cecília França de Paula Zanardi



Convidado(a) / Unesp/Guaratinguetá / Guaratinguetá - SP

Aluno (a): Carmen Miranda de Lira Silva

São José dos Campos, 01 de abril de 2005

Ao Criador
Ao meu marido
Ao meu grande amigo Denis Hebert de Almeida
Aos meus primos Maria V. Silva e José S. Silva
À minha tia Maria C. Silva
À Janaina Lúcia Silva
Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo auxílio financeiro.

Aos meus orientadores prof. Dr. Roberto Vieira da Fonseca Lopes e prof. Dr. Hélio Koiti Kuga, pelo conhecimento transmitido, orientação, apoio e muita paciência na realização deste trabalho.

À inesquecível professora do primário Iraci Rodrigues e seu assistente de sala Fábio.

Aos Profs.: Dr. Antonio F. Bertachini de A. Prado, Dr. Mário César Ricci, Dr. Antonio Gil Vicente de Brum, Dr. Mauro Bianchini, Dr. Ulisses Thadeu V. Guedes, Ms. Paulo Trentim e Dr. Ricardo Fujiwara, por todos incentivos generosamente dados.

Ao Dr. Adenilson Roberto da Silva pela valiosa contribuição dada no que diz respeito aos programas desenvolvidos em *Matlab*[®], utilizados nesta dissertação, para executar programas desenvolvidos em *FORTRAN*[®].

Ao meu ex-chefe Eng. Mauricio Romera Alves.

Aos meus queridos amigos Alex, Bráulio, Cecília, Denis, Dinorah, Dorinha, Elizabeth, Fabiana, Juliana, Laide, Marta, Mauricio, Rolf, Solange, Tasinaffo e Wantuir, por todo carinho.

O meu muitíssimo obrigada: Bráulio, Denis, Elizabeth, Ivana, Juliana, Márcia Alvarenga, Solange, Tasinaffo, Viviane e Wantuir, pela ajuda no mestrado.

À pessoa mais bela que Deus colocou em minha vida, Jair Padovan. Ele me ensinou que a raiva apaga a luz da mente.

A todos a quem Deus revelou a Matemática e não a guardaram somente para si, tal como o professor Dr. Roberto Vieira da Fonseca Lopes.

RESUMO

Neste trabalho desenvolve-se e testa-se, sistematicamente, um procedimento de estimação conjunta de órbita e atitude destinado a satélites artificiais estabilizados por rotação em órbitas baixas. Para tanto, utiliza-se em técnicas ótimas de estimação de estados, medidas fornecidas por dois tipos de sensores, convencionais para determinação apenas de atitude. Este procedimento utiliza as técnicas Mínimos Quadrados e Filtro Estendido de Kalman para processar as medidas: ângulo do aspecto solar, fornecido por dois sensores solares e componentes axial e radial do campo geomagnético, fornecidas por um magnetômetro. Para a sua sistemática tal procedimento é dividido em pré-processamento e processo de estimação, e subdividido em curto, médio e longo períodos. Um algoritmo para a geração das informações a priori da órbita e da atitude de um satélite artificial foi desenvolvido e implementado em linguagem *Matlab*[®], assim como os estimadores. Este algoritmo é fundamentalmente inspirado nas passagens do satélite pela sombra da Terra e nas observações do campo geomagnético. O procedimento é testado com observações simuladas, com dados simulados e reais de órbita e atitude do satélite nacional de coleta de dados ambientais SCD-1, cuja órbita é quase circular, com altitude de 750 km e inclinação de 25°. O modelo da dinâmica orbital é o Kepleriano e o satélite é considerado inercialmente estabilizado. O modelo do campo geomagnético é considerado de ordem e grau 10, com coeficientes dados pelo IGRF-95. A convergência do processo foi alcançada com sucesso pelo Mínimos Quadrados e refinada pelo Filtro Estendido de Kalman. As estimativas obtidas indicam que o procedimento tem condições de fornecer, dentro da tolerante precisão de até 100 km a informação da órbita, conjuntamente com a atitude de um satélite artificial cujas características sejam equivalentes ao que foi utilizado nos testes do procedimento.

JOINT ESTIMATION OF ORBIT AND ATTITUDE OF SPIN STABILIZED ARTIFICIAL SATELLITES USING MAGNETOMETER AND SOLAR SENSORS MEASUREMENTS

ABSTRACT

In this work it is developed and it is tested, systematically, a procedure for joint estimation of orbit and attitude destined to artificial satellites stabilized by rotation in low orbits. For that, it is used optimal state estimation techniques, measures supplied for two types of sensors, conventionally used for attitude determination only. This procedure uses the Least Squares and the Extended Kalman Filter techniques to process the measures: of solar angle aspect, supplied by two solar sensors; and axial and radial components of the geomagnetic field, supplied by a magnetometer. For its systematics such procedure is divided in daily pre-processing and estimation process, and subdivided in short, mean and long periods. An algorithm for the generation of the a priori information of the orbit and attitude of an artificial satellite was developed and implemented in the *Matlab*® language, as well as the estimators. This algorithm is basically inspired on the passage of the satellite on Earth's shadow and in the geomagnetic field observations. The procedure is tested with simulated observations, with simulated and real data of orbit and attitude of the national satellite for environmental data collecting SCD-1, whose orbit is almost circular, with 750km of altitude and inclination of 25°. The model of the orbital dynamics is the Keplerian one and the satellite is considered inertially stabilized. The model of the geomagnetic field is considered of 10th order and degree, with coefficients given by IGRF-95. The convergence of the process was accomplished successfully by the Least Squares and refined by the Extended Kalman Filter. The estimates obtained indicate that the procedure has conditions to supply, within the precision of up to 100km, the information of the orbit, jointly with the attitude of an artificial satellite whose characteristics are equivalent to those of that one used in the tests of the procedure.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS.....	
LISTA DE TABELAS.....	
LISTA DE SÍMBOLOS.....	
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS.....	
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	25
1.1 Objetivo	25
1.2 Justificativa.....	26
1.3 Abordagem Adotada.....	28
1.4 Organização do Trabalho.....	30
1.5 Revisão Bibliográfica	31
1.6 Evolução do Presente Trabalho	33
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS	35
2.1 Introdução.....	35
2.2 Sistemas de Coordenadas	35
2.3 Determinação de Órbita.....	38
2.3.1 Introdução.....	38
2.3.2 Leis do Movimento Orbital.....	38
2.3.3 Potencial Gravitacional.....	41
2.3.3.1 Potencial Gravitacional Terrestre	41
2.3.3.2 Potencial Gravitacional Terrestre: por Aproximação.....	41
2.3.3.3 Potencial Gravitacional Terrestre: Distribuição de Massa	42
2.3.4 Elementos Orbitais	43
2.3.5 Perturbações nos Elementos Orbitais.....	44
2.3.5.1 Harmônicos Gravitacionais Terrestres	46
2.3.5.2 Arrasto Atmosférico	47
2.3.6 Métodos de Propagação de Órbita.....	48
2.3.6.1 Propagação Analítica.....	50
2.3.6.2 Propagação Numérica.....	50
2.4 Determinação de Atitude	51
2.4.1 Perturbações no Movimento de Atitude.....	51
2.4.2 Sensores de Atitude	53
2.4.2.1 Magnetômetros	54
2.4.2.2 Sensor Solar Digital de um Só Eixo	55
2.4.3 Determinação de Atitude em Um Só Eixo	56
2.4.4 Método de Determinação de Atitude: Solução Ambígua.....	58
2.5 Métodos Determinísticos Versus Não Determinísticos.....	60
2.6 Estimadores de Estados	61
2.6.1 Introdução.....	61
2.6.2 Estimador de Mínimos Quadrados	62
2.6.3 Filtro Estendido de Kalman.....	64

CAPÍTULO 3 – MODELOS MATEMÁTICOS	71
3.1 Introdução.....	71
3.2 Modelo do Campo Geomagnético: Dipolo.....	71
3.3 Modelo do Magnetômetro	73
CAPÍTULO 4 – METODOLOGIA	75
4.1 Introdução.....	75
4.2 Estratégias Utilizadas	75
4.3 Procedimento.....	77
4.4 Descrição do Procedimento	80
4.4.1 Resumo do Pré-Processamento	81
4.5 Estimativa <i>a Priori</i>	83
4.5.1 Processo de Seleção de Candidatos à Estimativa <i>a Priori</i> da Órbita.	85
4.5.2 Características Elementares da Estimativa <i>a priori</i>	87
4.5.3 Resumo da Estimativa <i>Priori</i>	88
4.5.4 Informação da Sombra a Partir do Sensor Solar do SCD-1	89
4.6 Processo de Estimação.....	89
4.7 Médio Período: Algoritmo de Mínimos Quadrados em Lotes	90
4.8 Médio Período: Filtro Estendido de Kalman.....	94
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E ANÁLISES	97
5.1 Introdução.....	97
5.2 Suprimentos Para as Simulações	98
5.3 Simulações.....	99
5.3.1 Resultados e Investigações	100
CAPÍTULO 6 – COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	113
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	117
APÊNDICE A – INTEGRADORES NUMÉRICOS	121
Fórmulas de Integração Generalizada: Método Numérico.....	121
Exemplo de Fórmula de Recorrência Corretora.....	122

LISTA DE FIGURAS

1.1 – Organização do trabalho.....	30
2.1 – Sistema de coordenadas longitude e latitude.....	36
2.2 – Sistema de coordenadas ascensão reta e declinação.....	37
2.3 – Sistema de referência geocêntrico inercial.....	44
2.4 – Sensor solar óptico de um só eixo.....	55
2.5 – Componentes: comando e medida.....	56
2.6 – Lugar geométrico da localização do versor de atitude.....	57
2.7 – Paralelogramos da intersecção dos lugares geométricos.....	57
2.8 – Geometria da medida com relação ao eixo de rotação.....	59
2.9 – Possíveis soluções para a Atitude.....	59
3.1 – Diagrama do Filtro de Kalman: processo iterativo.....	69
4.1 – Diagrama de fluxo.....	78
4.2 – Estimativas no eixo x do magnetômetro.....	82
4.3 – Estimativas no eixo y do magnetômetro.....	82
4.4 – Resíduos obtidos com o pré-processamento das observações do eixo x e y do magnetômetro em dois modos de resolução.....	83
4.5 – Entrada e saída da sombra da Terra.....	84
4.6 – Esquema do Indicador de Rotação.....	89
5.1 – Erros com atitude simulada.....	101
5.2 – Resíduos com atitude simulada.....	101
5.3 – Erros com atitude real.....	103
5.4 – Resíduos com atitude real.....	103
5.5 – Erros para tendenciosidade axial de 1 mG.....	106
5.6 – Resíduos para tendenciosidade axial de 1 mG.....	106
5.7 – Erros para tendenciosidade axial de 3 mG.....	107
5.8 – Resíduos para tendenciosidade axial de 3 mG.....	108
5.9 – Erros para tendenciosidade axial de 5 mG.....	109
5.10 – Resíduos tendenciosidade axial de 5 mG.....	109
5.11 – Erros para tendenciosidade axial de 10 mG.....	110
5.12 – Resíduos para tendenciosidade axial de 10 mG.....	111

LISTA DE TABELAS

2.1	Comparações básicas entre os métodos.....	60
4.1	Discriminação do Diagrama de fluxo.....	79
5.1	Informações do satélite SCD-1.....	99
5.2	Etapas do testes do procedimento.....	100
5.3	Condições da etapa 1.....	100
5.4	Médias Quadráticas da etapa 1.....	102
5.5	Condições da etapa 2.....	102
5.6	Médias Quadráticas da Etapa 2.....	104
5.7	Condições da etapa 3a.....	105
5.8	Condições da etapa 3b.....	107
5.9	Condições da etapa 3c.....	108
5.10	Condições da etapa 3d.....	110
5.11	Médias Quadráticas referentes a todas as simulações da etapa 3.....	111

LISTA DE SÍMBOLOS

p_F	parâmetro de Foucault
\vec{R}	posição do ponto onde o campo é desejado
\hat{M}	versor de H_0
R_e	raio equatorial da Terra
P_{nm}	polinômio associado de Legendre de grau n e ordem m
J_{nm}	coeficientes harmônicos
P_n	polinômio de Legendre de grau n e ordem 0
J_n	coeficiente harmônico de grau n e ordem 0
q_g	tempo sideral de Greenwich no mesmo tempo de referência
\vec{R}	posição do ponto onde o campo é desejado
$\mathbf{X}(\bullet)$	vetor de estado de dimensão $n \times 1$
$\mathbf{Y}(t_k)$	vetor de medidas de dimensão $m \times 1$
f e h	funções vetoriais não lineares
$G(t)$	matriz de dimensão $n \times n$
$E \{ \bullet \}$	operador esperança Matemática
r	distância geocêntrica
g_1^0, g_1^1, h_1^1	coeficientes harmônicos do campo geomagnético
T	tensão do magnetômetro
\mathbf{H}	vetor intensidade magnética local em coordenadas do sensor
$\hat{\mathbf{n}}$	direção de \mathbf{H}
T_0	tendenciosidade do magnetômetro
a_M	fator de escala do magnetômetro
S	área efetiva do satélite
m_s	massa do satélite
C_D	coeficiente de arrasto
v_R	velocidade relativa do satélite
\vec{L}	vetor momento angular
l	intensidade do momento angular

\hat{s}	direção do eixo de rotação do satélite
\vec{N}	soma dos torques externos
\vec{B}	vetor campo geomagnético
m_r	momento magnético residual
m_c	momento magnético da bobina
u	polaridade
Y_k	vetor de medidas
\hat{X}	estado estimado ou atualizado
\hat{P}	covariância estimada ou atualizada
\tilde{X}	estado propagado
\tilde{P}	covariância propagada
I	matriz identidade
K	Ganho de Kalman
V	função potencial escalar
B_X	coordenada cartesiana do campo geomagnético em x
B_Y	coordenada cartesiana do campo geomagnético em y
B_Z	coordenada cartesiana do campo geomagnético em z
N_T	saída discreta do conversor
T	período
t	tempo
i	inicial
f	final
v	velocidade
d/dt	derivada instantânea com relação ao tempo
n	movimento médio (velocidade angular média).
\bar{P}	parcela de perturbações
a	semi eixo-maior
e	excentricidade
i	inclinação
M	anomalia média

U	potencial gravitacional terrestre aproximado
d	distância
G	constante de gravitação universal
f	anomalia excêntrica
p	<i>semi latus rectum</i>
M_T	massa da Terra
\vec{B}	vetor campo geomagnético
H	altitude
K	passagem do satélite
c	fator de escala do conversor analógico-digital
T_p	instante de passagem pelo perigeu
α	matriz de transição
λ_{nm}	longitude de equilíbrio para J_{nm}
ϕ_m	latitude leste
θ_m	longitude leste
$\Phi(t)$	processo gaussiano branco
$v(k)$	seqüência gaussiana branca
$\text{sen } \theta$	dipolo alinhado com os eixos X e Y
$\text{cos } \theta$	potencial devido a um dipolo de intensidade
θ, φ	colatitude e longitude leste de Greenwich, respectivamente
ρ	densidade local do ar
Ω_T	velocidade angular de rotação da Terra
Δ	variação
Ψ	matriz de pesos
Ω	longitude do nodo ascendente
ω_π	argumento do perigeu
Θ_τ	potencial gravitacional terrestre
Θ	medida do sensor solar

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CCS	Centro de Controle de Satélites
CM	Centro de Massa
FKE	Filtro Estendido de Kalman
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IGRF	<i>International Geomagnetic Reference Field</i>
LG	Lugar Geométrico
MQ	Mínimos Quadrados
SCD	Satélite de Coleta de Dados

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Objetivo

O presente trabalho tem por objetivo a estimação conjunta de órbita e atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação a partir de sensores, convencionalmente, utilizados para determinar apenas a atitude. Para isto é desenvolvido e testado um procedimento computacional compreendendo: as modelagens das dinâmicas de órbita e atitude, a modelagem das observações e a implementação dos algoritmos de estimação de estados. Ambos, testes e as respectivas análises são apresentados para comprovação do procedimento e para a investigação de melhorias no mesmo.

A caracterização deste procedimento dar-se-á pelo processamento de medidas fornecidas por dois sensores: um magnetômetro de 3 eixos e um sensor solar digital de um só eixo para a estimação conjunta de órbita e atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbitas terrestres de baixa altitude e quase circulares.

O conhecimento da órbita de um satélite artificial é fundamental para o sucesso da missão a qual ele se destina, tão importante quanto, é também o conhecimento da atitude. São exemplos de tais importâncias às manobras orbitais e o apontamento de câmeras de imageamento.

O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) conta atualmente com dois satélites de coleta de dados ambientais em operação: o SCD-1, lançado em 1993 e o SCD-2, lançado em 1998. Ambos são estabilizados por rotação, com órbitas baixas e quase circulares, e equipados com os sensores acima citados para a determinação de suas respectivas atitudes. A motivação para o tema desta dissertação nasceu da farta quantidade de dados reais acumulados por estes satélites ao longo dos anos, a qual representa um precioso legado à pesquisa tecnológica espacial e proporciona oportunidades para diversas investigações visando o avanço do conhecimento no setor.

Até o presente, a determinação de órbita dos satélites SCD-1 e SCD-2 têm sido feita em solo, mediante as medidas efetuadas a partir de estações de rastreamento. Embora esta seja uma prática já consagrada, a mesma requer disponibilidade de mão-de-obra especializada para a execução das tarefas a ela relacionada. Um previsível crescimento no número de satélites monitorados e controlados pelo Centro de Controle de Satélites do INPE nos próximos anos pode fazer com que este aspecto venha a se tornar restritivo, e novas abordagens se tornem necessárias. Relativo à precisão numa órbita, assim determinada, esta pode variar de unidades, dezenas ou até centenas de metros.

Um outro meio bem preciso de determinação de órbita, é o sistema de posicionamento global (*Global Positioning System* - GPS), hoje bem difundido e com acesso facilitado a sociedade em geral. Sua precisão pode atingir a ordem de submúltiplos do metro.

A ordem de grandeza na precisão dependerá de quão grandes são as tendências dos equipamentos de medidas e de outras fontes de erros.

1.2 Justificativa

Em termos de precisão, tanto para determinação de órbita quanto para de atitude, são necessárias as observações adquiridas por meio de instrumentos de medidas sujeitos a erros, tais como: de alinhamento e de modelagem. Não obstante, outras fontes de erros também são relevantes em tais determinações, um exemplo, os métodos matemáticos de determinação.

A determinação de órbita em solo, por exemplo, está sujeita a erros relativos a estação de rastreamento, as medidas, as modelagens, a técnica utilizada na determinação e com os equipamentos utilizados no processo, bem como os erros de origem aleatória. Pode-se citar como exemplos de erros relacionados com o processo de determinação de órbita os erros no apontamento de antenas, dos equipamentos de telemetria na comunicação com o satélite, na conversão das medidas, erros computacionais de truncamento e arredondamento, relativísticos na correção de tempo e na modelagem tanto para dinâmica do estado (aproximações nos modelos) quanto para as observações.

Desse modo, métodos estocásticos são utilizados neste trabalho para a estimação conjunta de órbita e atitude, por terem condições de atenuar o efeito de erros relativos ao processo de conhecimento da órbita e atitude de um satélite artificial estabilizado por rotação.

O Sistema de Posicionamento Global GPS (*Global Positioning System*) permite determinar a órbita precisamente. Todavia, em geral, um sistema de determinação de órbita a bordo requer o uso de equipamentos que consomem recursos do satélite em termos de volume, peso, potência e financeiros. Além do mais, o sistema de posicionamento global, embora cada vez mais acessível, possui uma característica diferente dos demais tipos de sensores, pelo fato de se basear numa constelação de satélites pertencentes a nação estrangeira que detêm o seu controle. Embora até o momento não haja indícios de que o seu uso venha sofrer restrições, esse aspecto de dependência deve ser considerado no planejamento de uma missão espacial. No entanto, convém observar também que uma missão espacial tem custos não desprezíveis para um país, e não é recomendável depender inteiramente de tecnologia estrangeira quando o que se pretende obter é uma das informações mais delicadas de uma missão, ou seja, a órbita.

Por outro lado um sistema de determinação de órbita em solo requer além de recursos financeiros e mão de obra qualificada, acordos entre países para a colocação de antenas para rastreamento e comunicação com o satélite.

Embora o procedimento desenvolvido não tenha, por enquanto, condições de fornecer uma estimativa de órbita tão precisa quanto à feita em solo ou ainda mais precisa quando feita por GPS, o mesmo pode se tornar um meio alternativo de determinação de órbita em conjunto com a atitude, de forma autônoma. Podendo também ser utilizado no fornecimento de estimativa inicial de órbita para um sistema de navegação autônoma mais preciso, caracterizando um recurso reserva para reinicializar tal sistema, sem custos relevantes.

Um procedimento como este pode também atender missões em que a margem de erro da ordem de dezenas de quilômetros na determinação de órbita seja aceitável, permitindo a

redução de custos e a liberação de mais espaço para carga útil. Projetos de micro-satélites com restrições orçamentárias, são exemplos de candidatos naturais a este tipo de aplicação.

Desse modo, se o sensor solar e o magnetômetro estão embarcados no satélite como mecanismos do sistema de atitude, em termos de *hardware* não há necessidade de mecanismos adicionais para a utilização do procedimento de estimação conjunta. Apenas, faz-se necessário um *software* para a aquisição e processamento dos dados a serem utilizados no procedimento, ambos instalados no computador de bordo.

Por estas razões acima é que um procedimento, tal como o desenvolvido neste trabalho, que estime a órbita em conjunto com a atitude pela utilização de sensores convencionais de atitude é cabível como um meio alternativo, mesmo com um nível de precisão degradada quando comparado aos meios de determinação citados acima.

1.3 Abordagem Adotada

Adotam-se neste trabalho modelagens dinâmicas sem perturbações para implementação do procedimento. A decisão de trabalhar com modelos simplificados está alicerçada no fato de que um modelo que melhor represente o real estado de um satélite artificial pode tornar-se tão complicado quanto se queira em vista dos vários fenômenos a que está sujeito tal satélite, pois modelagens dinâmicas nesses moldes podem gerar variados níveis de dificuldades no processo de estimação. Além do mais se leva em conta o período de processamento das medidas que não ultrapassará a um dia (24h) e o fato de que um dos sensores tem relevantes problemas de precisão, dos quais se pode citar o efeito tendencioso em uma de suas componentes, o qual será estudado neste trabalho.

Desse modo, durante o período de amostragem de cada simulação realizada, as dinâmicas de órbita e atitude são consideradas isentas de efeitos perturbadores. Em função disso o modelo utilizado para a dinâmica da órbita é o Kepleriano, enquanto que para a dinâmica de atitude considera-se que a direção do eixo de rotação do satélite está fixa em relação a um espaço inercial.

No entanto, mesmo ignorando a existência de perturbações (nas dinâmicas do sistema satélite artificial em torno da Terra) nas simulações realizadas, são abordadas algumas perturbações no Capítulo 2 (fundamentos teóricos), sob o aspecto ilustrativo, uma vez que conclusões são feitas nos capítulos 5 e 6, acerca da não consideração de efeitos perturbadores.

Para a obtenção das estimativas de órbita e atitude são utilizadas as técnicas: método de Mínimos Quadrados e Filtro Estendido de Kalman. Primeiramente, obtém-se estimativas pela utilização do Mínimos Quadrados em seguida o Filtro Estendido de Kalman processa conjuntamente essas estimativas para o refinamento das mesmas.

Um algoritmo para a geração das informações a priori da órbita e da atitude (necessárias para inicialização das técnicas de estimação) foi desenvolvido baseando-se nas observações de um magnetômetro e no monitoramento das não observações do sensor solar para a obtenção aproximada dos instantes de entradas (ou saídas) consecutivas do satélite na (da) sombra da Terra.

Este procedimento de estimação conjunta atende a satélites artificiais de órbitas quase circulares, de baixa altitude e estabilizados por rotação.

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho divide-se em duas etapas: teoria e prática. Na etapa teórica são abordados assuntos relacionados aos sistemas de coordenadas, determinação de órbita, determinação de atitude e técnicas de estimação de estados. Na etapa prática apresentam-se o procedimento de estimação conjunta de órbita e atitude desenvolvido e os assuntos relacionados à sua implementação, bem como os resultados das simulações. De modo que este trabalho encontra-se organizado de acordo com o esquema da Figura 1.1, a seguir:

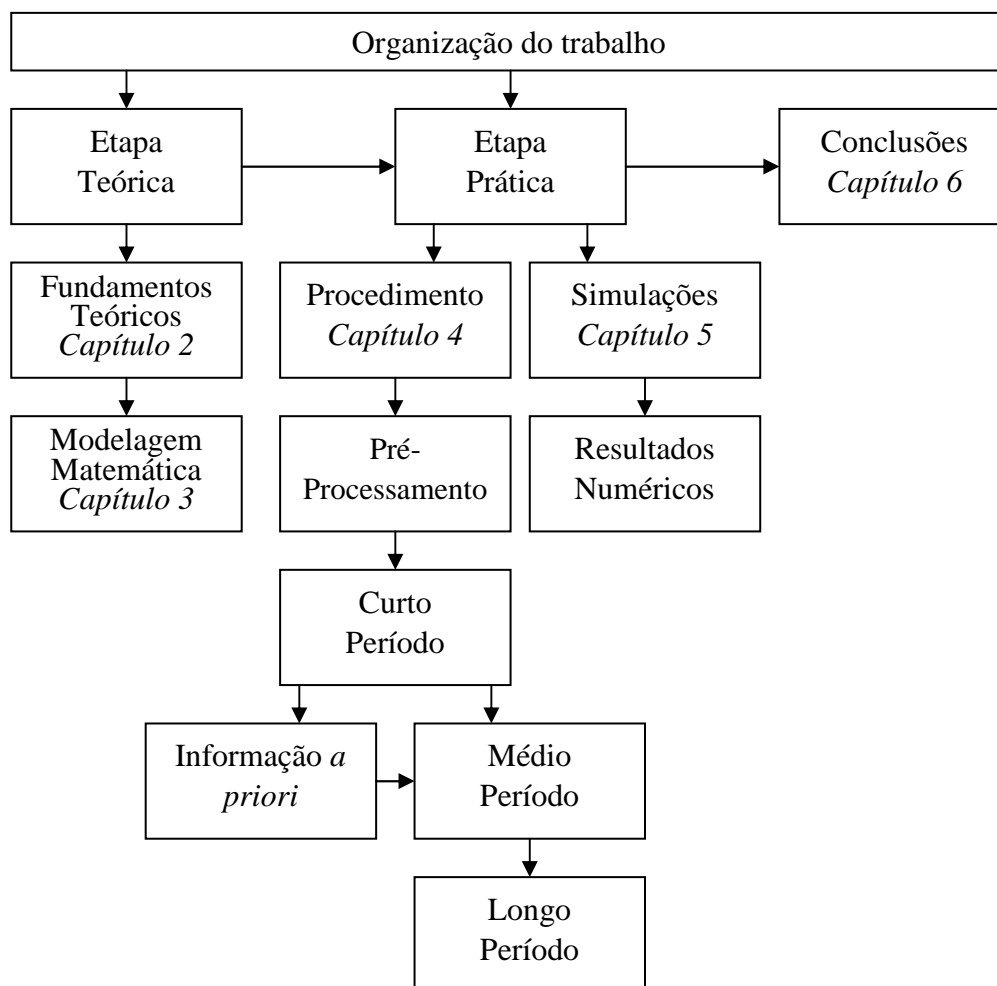


FIGURA 1.1 - Organização do trabalho.

1.5 Revisão Bibliográfica

A base deste trabalho é o uso do campo magnético terrestre para determinar conjuntamente a órbita e a atitude de um satélite artificial em órbita baixa. Para missões com baixo requisito de precisão na determinação da órbita de um satélite artificial, esta maneira não convencional de determinação de órbita já desenvolvida por outros autores, torna possível o conhecimento da órbita sem custos adicionais relevantes ao orçamento da missão.

Sendo o magnetômetro um dos sensores frequentemente escolhido para determinar a atitude de um satélite artificial com órbita baixa (*Low Earth Orbit*), um procedimento que faça uso da informação colhida pelo mesmo sensor, para conhecer também a sua órbita, não acrescentaria recursos de hardware adicionais à missão, exceto o uso do computador de bordo para processar o algoritmo do procedimento de determinação de órbita. No entanto, deve estar especificada no computador de bordo a utilização desta aplicação adicional do magnetômetro e de outro sensor.

Comentam-se nesta Seção alguns trabalhos já desenvolvidos a respeito do tema: determinação de órbita a partir de sensores típicos de atitude:

Shorshi, *et al.* (1995) desenvolveram e implementaram um algoritmo utilizando o Filtro Estendido de Kalman para determinação conjunta de órbita e atitude, a partir das observações de um magnetômetro, para viabilizar um procedimento para navegação autônoma de satélites artificiais estabilizados em três eixos. Como resultado, obtiveram em seus testes um erro médio de 5 km em posição.

Wiegand (1996) desenvolveu e implementou um algoritmo para determinação de órbita (somente), usando observações do campo geomagnético, para viabilizar um procedimento via Filtro Estendido de Kalman, para navegação autônoma de satélites artificiais. O procedimento poderá ser também utilizado como um recurso reserva a bordo do satélite, sem relevante custo adicional. Este autor indica que precisões melhores que 10 km podem ser alcançadas de acordo com a precisão do magnetômetro utilizado.

Deutschmann e Bar-Itzhack, (1997) desenvolveram e implementaram um procedimento utilizando o Filtro Estendido de Kalman para a estimação conjunta de órbita e atitude,

utilizando medidas de um magnetômetro e um girômetro. No vetor de estados estão contidos os elementos clássicos de órbita, o coeficiente de arrasto e a atitude representada por Quaternios. Foram realizados testes com três satélites, cujos resultados com o satélite RXTE, por exemplo são de: 20 km de erro em posição, $0,75^\circ$ em atitude e 0,025km/s em velocidade (satélite RXTE).

Deutschmann *et al.* (1997) desenvolveram e implementaram utilizando o Filtro Estendido de Kalman um procedimento para estimação de órbita, atitude e velocidade de rotação, para satélites artificiais estabilizados em três eixos, com o objetivo de tornar tal procedimento autônomo para economizar também os custos com os giros. Os sensores utilizados para os testes foram: o magnetômetro e o solar. Como resultados obtiveram um erro menor que 40 km na posição, menor que 1° na atitude e na velocidade angular um erro menor que 7×10^{-5} graus/s.

Iida *et al.* (1998) desenvolveram e implementaram um algoritmo utilizando o Filtro Estendido de Kalman para determinação conjunta de órbita e atitude, por meio das observações de um magnetômetro e um sensor de Terra, para aplicação em satélites artificiais estabilizados em três eixos. Como resultados obtiveram um erro na posição de 100 km com o uso do sensor de Terra e de 1.500km com o uso do magnetômetro. Estes resultados foram obtidos no processamento do algoritmo pelo computador de bordo, o qual não foi vantajoso segundo os autores, devido ao pequeno espaço de memória para processar o algoritmo.

Lopes *et al.* (1999) aplicaram o método dos Mínimos Quadrados em lotes, para a estimação conjunta de órbita e atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação e com órbitas baixas. Os sensores de atitude utilizados foram: o magnetômetro e o solar. O procedimento teve por objetivo a viabilização de um meio alternativo para a determinação conjunta de órbita e atitude para atender uma classe de missões tolerantes a erros na posição na faixa entre 50 km e 100 km. Como resultado da estimação de órbita obtiveram um erro de 100 km na posição. Os autores sugerem que: sejam realizados mais testes com o procedimento, seja feita uma melhor análise do algoritmo para a estimativa *a priori* e que seja utilizado o Filtro de Kalman.

Silva *et al.* (1999) estenderam o trabalho da referência Lopes *et al.* (1999) utilizando o Filtro Estendido de Kalman para melhorar as estimativas já obtidas. Isso realmente melhorou a

estimativa na posição, obtendo-se um erro inferior a 100 km. Como sugestões os autores indicam a investigação acerca da tendenciosidade do magnetômetro e que na modelagem da órbita considerem-se alguns efeitos perturbadores, tal como o achatamento terrestre.

1.6 Evolução do Presente Trabalho

Este trabalho dá continuidade aos trabalhos das referências (Lopes, *et al.* 1999) e (Silva, *et al.* 1999). Com relação à primeira referência é realizada a implementação do Filtro Estendido de Kalman, ao problema de estimação conjunta de órbita e atitude. Na segunda referência, foram levantadas as hipóteses de que a investigação a respeito da tendenciosidade do magnetômetro e a inclusão de efeitos perturbadores na modelagem orbital poderiam melhorar a estimativa de órbita. O presente trabalho faz essa investigação da influência da tendenciosidade devido aos resíduos magnéticos gerados por componentes do satélite, na componente axial do magnetômetro e outra investigação que avalia a inclusão de efeitos perturbadores na dinâmica de atitude.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Introdução

Basicamente, trata-se neste Capítulo, de assuntos relacionados às determinações de órbita e atitude, e às técnicas de estimação de estados. Essencialmente diferentes são estas determinações. Enquanto que a primeira refere-se ao movimento translacional do centro de massa, a segunda refere-se ao movimento rotacional em torno do centro de massa, ambos de um corpo.

No geral, os assuntos tratados neste Capítulo são pertinentes ao procedimento e também às conclusões e comentários realizados neste trabalho.

2.2 Sistemas de Coordenadas

Para determinar a posição de algum objeto de interesse no espaço, faz-se necessário definir um sistema de coordenadas adequado. Para definir um sistema de coordenadas precisa-se adotar um plano fundamental numa esfera que será escolhida de acordo com o interesse do estudo da posição, onde seja coincidente o ponto da localização do seu centro geométrico com a origem (0, 0, 0) do sistema de coordenadas. Para localizar a posição do objeto de interesse, tem-se de optar por um tipo de coordenada. Em geral utilizam-se coordenadas angulares, as quais descreverão os deslocamentos em arcos horizontais e verticais do raio vetor que indicará a posição do mesmo objeto (Filho, 2001).

Para o raio vetor tem-se de adotar uma origem e uma extremidade para a projeção desse raio vetor e uma origem e uma extremidade para o próprio raio vetor. A extremidade do raio vetor posição estará sobre o objeto de interesse e esse sobre um meridiano da esfera anteriormente adotada. Com as direções definidas, resta apenas a adoção do sentido do raio vetor posição.

Apresentam-se nas Figuras 2.1 e 2.2 os sistemas de coordenadas longitude-latitude e ascensão reta-declinação (inerciais) e suas respectivas ilustrações.

Sistema de coordenadas longitude e latitude:

- 1) Esfera: Terra
- 2) Plano fundamental: equador terrestre.
- 3) Coordenadas angulares: longitude e a latitude.
- 4) Direção da longitude: origem na intersecção do plano do equador com o meridiano de Greenwich e extremidade na intersecção do plano equatorial com o meridiano que contém o objeto de interesse.
- 5) Direção da latitude: origem na intersecção do plano equatorial com o meridiano que contém o objeto de interesse e extremidade no próprio objeto.
- 6) Sentido da longitude: do meridiano de Greenwich para leste de 0 a 180°, para oeste de 0 a -180°.
- 7) Sentido da latitude: do plano do equador para o pólo norte de 0 a 90° e para o pólo sul de 0 a -90°.
- 8) Altitude H: distância da observação.

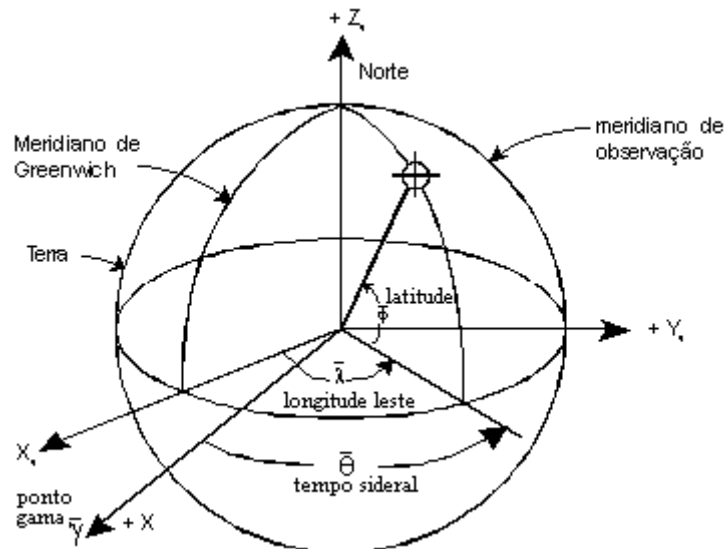


FIGURA 2.1 - Sistema de coordenadas longitude e latitude.
FONTE: Baseada em Escobal, (1965, p. 136).

Sistema de coordenadas ascensão reta e declinação:

- 1) Esfera: celeste ou terrestre.
- 2) Plano fundamental: equador celeste ou terrestre.
- 3) Coordenadas angulares: ascensão reta e declinação.
- 4) Direção da ascensão reta: origem no ponto vernal (ou ponto gama) e extremidade na intersecção do plano equatorial com o meridiano que contém o objeto.
- 5) Direção da declinação: origem na intersecção do plano equatorial com o meridiano que contém o objeto de interesse e extremidade no próprio objeto.
- 6) Sentido da ascensão reta: 0 a 360° para leste.
- 7) Sentido da declinação: do plano do equador para o pólo celeste norte 0 a 90° e para o pólo celeste sul de 0 a -90° .

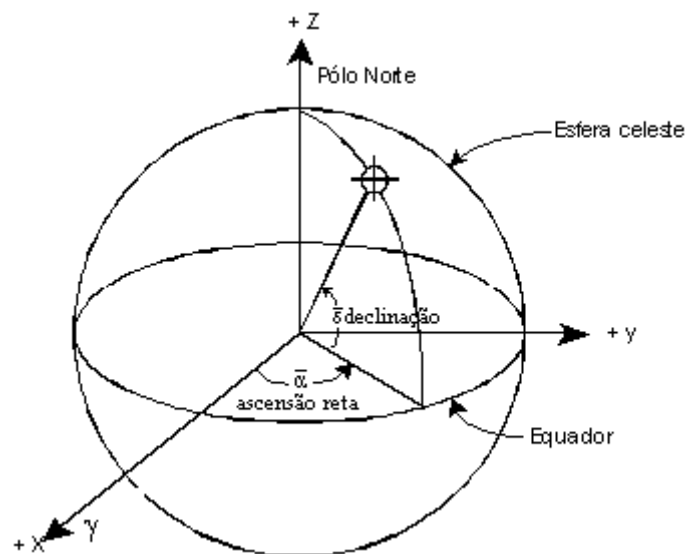


FIGURA 2.2 - Sistema de coordenadas ascensão reta e declinação.
FONTE: Baseada em Escobal (1965, p. 134).

2.3 Determinação de Órbita

2.3.1 Introdução

O conhecimento da órbita de um satélite artificial é indispensável numa missão espacial, seja essa uma missão onde o satélite é periodicamente acompanhado por estações terrestres ou até mesmo quando se trata de uma missão onde o satélite navega automaticamente.

A determinação de órbita é o processo para o conhecimento da magnitude; forma; orientação e posição num dado instante, referentes à trajetória de um satélite artificial no espaço. Este processo envolve tarefas que vão desde a modelagem das acelerações agentes no satélite, passando pela escolha dos métodos de propagação, até o processamento de medidas para levantamento dos resultados para gerar-se os conhecimentos, já mencionados, com relação a órbita do satélite (Kuga *et al*, 2001).

Com respeito ao acompanhamento por estações terrestres tem-se que imediatamente após a colocação de um satélite em órbita da Terra, pelo veículo lançador, faz-se necessário observar a sua evolução, para bem cumprir as tarefas pertinentes à missão, que são partes no sucesso desta, tais como: previsões de passagens (para apontamento de antenas parabólicas para telemetria e telecomando), rastreamento, manobras orbitais, etc (Kuga, 1982; Prado, 2001).

Na ausência de perturbações o movimento de um satélite artificial é descrito somente pela força da atração gravitacional entre dois corpos, ou seja, isento de quaisquer outras acelerações. Desse modo o plano da sua órbita encontra-se permanentemente fixo em relação a um referencial inercial. Porém, como já é sabido, um referencial inercial é somente uma idealização (Escobal, 1965).

2.3.2 Leis do Movimento Orbital

O movimento de um corpo (que seja um satélite artificial) em torno de outro (no caso a Terra) no espaço é modelado pela lei da gravitação universal ou lei do inverso quadrado (por Isaac Newton, 1687), de modo que o movimento do corpo descreve sua trajetória (ou órbita) nos domínios de uma seção cônica em torno do corpo central, que ocupa o ponto fixo, e que associado a uma reta fixa definem (juntos) a métrica dessa cônica; simplesmente denominados foco e diretriz, respectivamente. O resultado relativo à trajetória deve-se a

Johannes Kepler, o descobridor das três leis do movimento planetário (duas leis em 1609 e uma lei em 1619) (Escobal, 1965).

O astrônomo Johannes Kepler em seu trabalho “Astronomia Nova”, além de apresentar uma discussão a respeito do movimento de Marte (até então sem explicação), declara as leis para o movimento planetário, apresentadas abaixo:

Primeira lei (das órbitas elípticas): “A órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol em um dos focos. Como consequência da órbita ser elíptica, a distância do Sol ao planeta varia ao longo de sua órbita” (Filho, 2000).

Segunda lei (das áreas): “A reta unindo o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. O significado físico dessa lei é que a velocidade orbital não é uniforme, mas varia de forma regular: quanto mais distante o planeta está do Sol, mais devagar ele se move ” (Filho, 2000).

Terceira lei (harmônica): “Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas em torno do sol estão um para o outro como os cubos dos semi-eixos maiores de suas órbitas” (Pilchowski, 1981).

Ou seja, “Essa lei estabelece que planetas com órbitas maiores se movem mais lentamente em torno do Sol e, portanto, isso implica que a força entre o Sol e o planeta decresce com a distância ao Sol” (Filho, 2000).

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = k \quad (2.1)$$

Lei de Newton: “Duas partículas de massas M e m atraem uma a outra com uma força de magnitude f que é proporcional ao produto dessas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre essas massas” (Pilchowski, 1981).

$$\vec{f}(r) = \frac{GMm\hat{r}}{r^2} \quad (2.2)$$

Na qual, G é a constante de gravitação universal e \hat{r} é o versor \vec{r}/r

Da Equação 2.2 considerando o sistema satélite-Terra, com $M = M_T$ e $m = m_s$, respectivamente a massa da Terra e a massa do satélite, tem-se que movimento do corpo de massa m_s é modelado pela Equação diferencial 2.3 (Escobal, 1965):

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_T \vec{r}}{r^3} \quad (2.3)$$

Neste caso M_T é muito maior que m_s .

A solução da Equação diferencial 2.3 é a função definida pela Equação polar das cônicas:

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos f} \quad (2.4)$$

Na qual, d é a distância do foco a diretriz. O valor de e define o formato da cônica.

Obedecendo a primeira lei de Kepler a órbita de um corpo em torno de outro é elíptica, regida pela seguinte Equação:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (2.5)$$

O parâmetro p é o *semi latus rectum* da cônica, dado pela Equação:

$$p = a(1 - e^2) \quad (2.6)$$

Na Equação acima, a é o semi-eixo maior da elipse, que no caso de uma órbita circular é coincidente com o raio r ($a \equiv r$). Convém observar que a circunferência é um caso especial da elipse.

Resulta da solução para o movimento de dois corpos, que as órbitas podem ser: circulares, elípticas, parabólicas ou hiperbólicas. As duas primeiras são curvas fechadas e as duas últimas são curvas abertas.

A lei gravitacional de Newton é formulada para massas pontuais. Todavia cabe também a interpretação e a aplicação da mesma lei, aos casos onde a distância finita entre distribuições de massas é somente o que importa, pois essa distância será suficiente para considerar a

aproximação de que tais massas estão concentradas em seus respectivos centros (Pilchowski, 1981 ; Brouwer, 1961).

2.3.3 Potencial Gravitacional

O potencial gravitacional de um campo gerado por uma quantidade de massa é uma função escalar que depende somente da variável posição.

No intuito de manter a coerência com o sistema adotado (satélite-Terra), os próximos textos referir-se-ão a função potencial gravitacional terrestre, o que não causa qualquer desvio quantitativo na generalidade do tema (Chobotov, 1996).

2.3.3.1 Potencial Gravitacional Terrestre

Seja o planeta Terra um corpo de massa M_T . Existem duas distintas formas para a abordagem da modelagem do movimento do satélite ao redor da Terra: a primeira é a consideração de que a Terra é uma esfera perfeita (por aproximação) e a segunda é a consideração de que ela é uma distribuição de massa que tende a forma de uma pêra.

2.3.3.2 Potencial Gravitacional Terrestre: por Aproximação

Foi mostrado anteriormente que a principal força que rege o movimento dos corpos celestes, e também o movimento de um satélite artificial é dada pela Equação 2.2. No entanto, a Terra que é o corpo em torno do qual ocorre o movimento (do satélite) e que por isso ocupa um dos focos de uma elipse (ou o centro de um círculo) tem um potencial gravitacional que pode ser utilizado para encontrar uma Equação equivalente para esta força em questão.

Seja a função escalar U do potencial gravitacional terrestre, em primeira aproximação, dada pela Equação:

$$U = \frac{GM_T}{r} \tag{2.7}$$

O gradiente desta função potencial gera uma equação equivalente a Equação 2.3, o que permite escrever a equação do movimento em torno da Terra, como segue:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{\nabla} U \quad (2.8)$$

Por esta consideração, agora a referida força deriva de um potencial gravitacional (Chobotov, 1996).

2.3.3.3 Potencial Gravitacional Terrestre: Distribuição de Massa

Conforme a segunda consideração mencionada na Seção 2.3.3.1, a Terra possui uma distribuição de massa M_T , que não é nem simétrica e nem homogênea. O potencial gravitacional desta quantidade de massa pode ser modelado por uma série de harmônicos esféricos, cuja equação, apresenta-se abaixo:

$$\Theta_\tau = \frac{GM_T}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n P_n(\sin \phi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n J_{nm} \left(\frac{R_e}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \phi) \cos m(\lambda - \lambda_{nm}) \right] \quad (2.9)$$

Na qual,

- R_e raio equatorial da Terra;
- P_{nm} polinômio associado de Legendre de grau n e ordem m ;
- ϕ_Θ coordenada angular de latitude geocêntrica;
- λ_Θ coordenada angular de longitude geocêntrica;
- J_{nm} coeficientes harmônicos;
- λ_{nm} longitude de equilíbrio para J_{nm} ;
- P_n polinômio de Legendre de grau n e ordem 0 ;
- J_n coeficiente harmônico de grau n e ordem 0 .

Agora é conveniente escrever a Equação do movimento de um satélite artificial em torno da Terra:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{\nabla} \Theta_\tau \quad (2.10)$$

Comparando as equações 2.7 e 2.9 nota-se que a primeira parcela é comum entre elas, mais adiante será mostrado que os termos que as fazem diferentes causam perturbações no movimento de um satélite (Chobotov, 1996).

2.3.4 Elementos Orbitais

Os elementos orbitais, também conhecidos como elementos clássicos da órbita, que são as constantes de integração do movimento Kepleriano, compõem um conjunto solução para a Equação 2.3, ou seja:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(a, e, i, \Omega, \omega_\pi, M) \quad (2.11)$$

Os elementos i , Ω , ω_π definem o plano da órbita no espaço.

O elemento a representa o semi-eixo maior, o elemento e representa a excentricidade, o elemento i a inclinação deste plano com relação ao plano equatorial terrestre, o elemento Ω representa a longitude do nodo ascendente, o elemento ω_π representa o argumento do perigeu e o M a anomalia média.

No movimento Kepleriano com exceção do elemento M os demais são constantes no tempo, assim, M é dado pela Equação:

$$M = n(t - T_p) \quad (2.12)$$

Na qual,

T_p instante de passagem pelo perigeu;

n movimento médio (velocidade angular média).

Na ilustração 2.3 , mostra-se a disposição destes elementos clássicos num triedro dextrogiro com origem coincidente com o centro de massa ($C.M.$) da Terra:

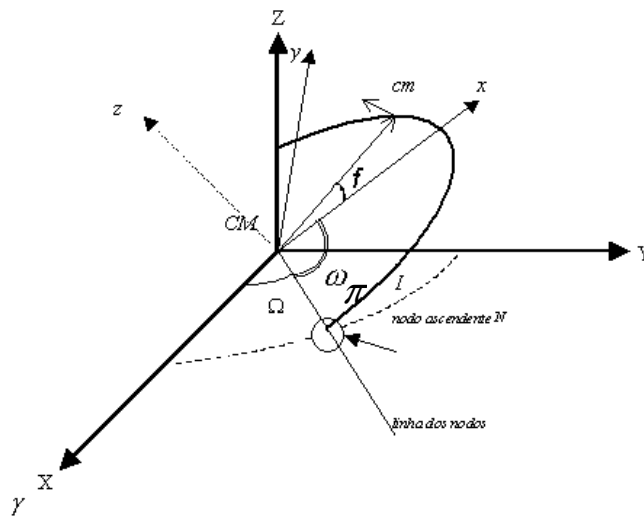


FIGURA 2.3 - Sistema de referência geocêntrico inercial.

2.3.5 Perturbações nos Elementos Orbitais

Como já exposto anteriormente, o conjunto de elementos clássicos $\{a, e, i, \Omega, \omega, M\}$ caracteriza a órbita de um satélite artificial, se ela estiver a todo tempo, isenta de perturbações de quaisquer naturezas. No entanto, a realidade do satélite no espaço é outra, explica-se: estes elementos até podem fornecer a localização de um satélite no espaço, mas somente enquanto os efeitos das acelerações perturbadoras não são significantes o suficiente para arruinar a missão deste satélite (extrema consequência), uma vez que por conta destas acelerações os elementos orbitais sofrem variações de curto período (igual ou menor que o período orbital), de longo período (maior que o período orbital) e secular (permanentemente) (Prado, 2001; Chobotov 1996).

Com a devida consideração da existência de outras acelerações, as quais perturbam o movimento de um satélite retirando-o de sua órbita Kepleriana, devem-se incluir na Equação 2.3 tantas parcelas quanto necessárias, possíveis de serem modeladas e integradas ou de acordo com os requisitos da missão, para compor o “real” movimento do satélite no espaço.

A Equação do movimento perturbado de um satélite pode ser escrita como:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu \vec{r}}{r^3} + \vec{P} \quad (2.13)$$

Na qual, a função vetorial \vec{P} (resultante) contém as perturbações agentes no sistema satélite-Terra.

O movimento de um satélite no espaço tem a sua maior magnitude vinda da força de atração gravitacional, enquanto que as demais, que compõem a função vetorial \vec{P} são muito menores, até mesmo a própria magnitude de \vec{P} é menor que esta força em questão.

Claramente, o que ocorre, é que estando submetido o movimento de um satélite somente à lei da gravitação universal, os elementos Keplerianos de sua órbita não mantêm-se constantes ao longo do tempo, ainda mais quando se tratar de uma missão sujeita a dias, semanas, meses, anos de operação no espaço. Desse modo, compreende-se que não se pode ignorar o efeito das acelerações perturbadoras na modelagem da dinâmica orbital de um satélite artificial, devido a degradação dos elementos de órbita, condicionada a estes efeitos perturbadores, pois isso causa uma predição errada (ou parcialmente errada) dos elementos de caracterização da órbita que pode custar a perda da missão.

As equações dos elementos de órbita com a devida consideração de que esses variam com o tempo, podem ser escritos expandindo-os em série de Taylor. Em projetos que exigem a predição de uma órbita com uma incerteza pequena faz-se necessário à avaliação de muitos termos nesta expansão, uma vez que quanto mais termos forem utilizados no modelo da dinâmica melhor será a predição de órbita, quanto a precisão.

Das perturbações de natureza conservativa, a mais influente em satélites com órbitas baixas, é a devida aos harmônicos gravitacionais terrestres. Enquanto que das perturbações de natureza dissipativa a mais influente é a devida ao arrasto atmosférico (Brouwer, 1961; Escobal, 1965; Kuga, 1982) para satélites de baixa altitude.

Além dos harmônicos gravitacionais terrestres e o arrasto atmosférico tem-se também acelerações perturbadoras devidas à pressão de radiação solar direta, as atrações gravitacionais do sol e da lua, entre outras mais. Estas acelerações influenciam mais satélites com órbitas médias ou altas, com painéis solares (apêndices) ou satélites cuja relação entre a área e a massa seja muito densa, etc.

A inclusão de parcelas de acelerações perturbadoras modifica a trajetória Kepleriana do satélite, como já foi mencionado. A solução para o movimento do satélite artificial, considerando o efeito de acelerações perturbadoras, muito provavelmente não mais terá uma solução analítica, implicando na recorrência aos métodos numéricos de propagação, pois o processo de resolução pode tornar-se uma tarefa exaustiva, dependendo da quantidade de parcelas consideradas em \bar{P} .

A precisão na solução do problema de dois corpos com a consideração de acelerações perturbadoras limita-se aos modelos imprecisos destas acelerações, aos erros originados no processo de integração, de observação, de modelagem, etc. (Rao, 1989).

2.3.5.1 Harmônicos Gravitacionais Terrestres

Harmônicos gravitacionais são os termos de uma expansão em série, que representam os desvios de um esferóide, como mostrado na Equação 2.9. Estes termos são fontes de perturbações no movimento de um corpo em torno de outro (Escobal, 1965 e Chobotov, 1996).

Os harmônicos podem ser classificados como zonais, tesserais ou setoriais, de acordo com as suas disposições no esferóide. Tratando-se da Terra, o coeficiente do segundo harmônico J_2 (zonal), representa o seu achatamento nos pólos o que gera a sua forma oblonga (Chobotov, 1996). Este coeficiente harmônico, responde pelas variações seculares nos elementos Ω , ω_π e no movimento médio n , dado na Equação 2.12.

Considerando apenas o efeito que cada aceleração perturbadora provoca no correspondente elemento de órbita, um modelo dinâmico que considere a variação temporal devida ao harmônico zonal J_2 pode ser escrito conforme as equações 2.14, 2.15 e 2.16 (Wertz, 1978):

- 1) Variação na anomalia média.

$$\frac{dM}{dt} = n_0 \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_e}{a} \right)^2 (1 - e^2)^{-3/2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \right]$$

Na qual, $\frac{dM}{dt} \equiv n$

(3.1)

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.14)$$

e R_e é o raio equatorial terrestre.

2) Variação na longitude do nodo ascendente.

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} J_2 n_0 R_e^2 a^{-2} (1-e^2)^{-2} (\cos i) \quad (2.15)$$

3) Variação no argumento do perigeu.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} J_2 n_0 R_e^2 a^{-2} (1-e^2)^{-2} \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \quad (2.16)$$

2.3.5.2 Arrasto Atmosférico

O satélite artificial tem seu movimento continuamente retardado pela dissipação da energia de sua órbita; o raio do apogeu, o semi-eixo maior e a excentricidade diminuídos, todos por consequência do atrito causado pela interação entre o satélite e a atmosfera da Terra. Como a densidade atmosférica decai com a altitude, as órbitas mais próximas da Terra são mais influenciadas por esta aceleração, do que órbitas mais afastadas. Na medida em que a altitude da órbita é elevada há um decaimento exponencial do efeito desta aceleração.

A aceleração consequente do efeito do arrasto atmosférico é dada pela Equação:

$$\ddot{\vec{r}}_D = -\frac{1}{2} \rho \frac{S}{m_s} C_D v_R \vec{v}_R \quad (2.17)$$

Na qual,

ρ densidade local do ar;
S área efetiva do satélite;
m_s massa do satélite;
C_D Coeficiente de arrasto;

$v_R = \dot{\vec{r}} - \Omega_T \times \vec{r}$ velocidade relativa do satélite;
$\dot{\vec{r}}$ velocidade do satélite com relação ao sistema inercial;
Ω_T velocidade angular de rotação da terra, pelo fato da atmosfera girar juntamente com ela, como aproximação;
\times produto vetorial.

A densidade ρ do ar que é função da altitude, longitude, latitude, atividade solar, índice geomagnético e o tempo, juntamente com o coeficiente de arrasto atmosférico C_D que é um parâmetro não muito bem definido, são incertezas que afetam a precisão do modelo do arrasto atmosférico (Rao, 1989).

2.3.6 Métodos de Propagação de Órbita

A determinação de órbita é uma especialidade científica centenária. Este ramo da Mecânica Celeste teve o seu primeiro método desenvolvido para sua realização em 1687, por Newton. Esse método determina a órbita a partir de três observações realizadas de um corpo celeste qualquer.

Com o passar do tempo a determinação de órbita tornou-se objeto de trabalhos, além de estudos. Um dos motivos é o desenvolvimento de satélites artificiais para diversos fins, tais como: satélites para sensoriamento remoto, comunicações, sistemas de navegação, pesquisa científica, acompanhamento meteorológico, etc.

Muitos métodos de determinação de órbita foram desenvolvidos no decorrer dos tempos. Desses pode-se citar, alguns como exemplos: determinação a partir da informação de dois vetores posições e o tempo entre eles; a partir de observações angulares; a partir de medidas combinadas de ângulos, distância e velocidade (*range* e *range-rate*); entre outros mais. Este último método é possível pela existência de radares (Escobal, 1965).

Além destes métodos mencionados acima, existem os métodos que tratam o problema de determinação de órbita de forma estatística. São os métodos estocásticos, tais como: Métodos de Mínimos Quadrados, desenvolvido por Gauss e Filtro de Kalman, pelo próprio.

Os sistemas físicos em geral, são regidos por leis que são decodificadas e equacionadas, a fim de obter-se a compreensão do comportamento de tais sistemas, para os mais diversos fins.

O comportamento temporal de um sistema físico é descrito por equações diferenciais. Em particular, o movimento de um satélite artificial é descrito por equações diferenciais não lineares. Dessa forma, para a manutenção da órbita do satélite tem-se de conhecer as propriedades inerentes às equações diferenciais que regem o seu movimento.

Uma forte diferença, entre os sistemas lineares e não-lineares é que pequenas variações nos parâmetros de sistemas lineares estáveis levam a mudanças apenas quantitativas na dinâmica associada, ao passo que pequenas mudanças em parâmetros de sistemas não lineares podem produzir variações qualitativas nas dinâmicas de tais sistemas (Boyce e Di Prima, 1994).

Uma Equação diferencial pode ser resolvida, mediante técnicas analíticas, tais como: integração ou desenvolvimento em série. No entanto, mesmo com a conquista de diversas técnicas para soluções analíticas, ainda persiste a deficiência, quanto ao encontro de uma técnica genérica.

Existem muitos problemas para os quais as várias técnicas analíticas encontradas, ou não se aplicam para um caso específico (sobretudo para os casos não lineares), ou se aplicam, mas torna-se inviável o seu uso, devido a complexidade da resolução. Uma alternativa é fazer aproximações, embora estas comprometam a precisão da solução.

Estas aproximações podem ser numéricas ou analíticas. Numéricas, pois, essencialmente os métodos desse tipo aproximam a Equação diferencial por meio de polinômios. Analíticas, pois, podem-se fazer tantas suposições na modelagem quanto possíveis, preferencialmente sem muitas perdas.

Em ambos os métodos a precisão é comprometida, porém a resolução por meio dos métodos analíticos compromete ainda mais a solução do problema, alguns motivos são: o descarte de parcelas (truncamentos) e as devidas linearizações (Kuga, 1987).

Os métodos numéricos, em geral, podem alcançar níveis de precisão melhores que os analíticos, no entanto tendem a ser mais morosos no processo de obtenção da solução.

A resolução de uma Equação diferencial do tipo não linear, geralmente requer o trabalho com métodos numéricos para os quais a implementação exige o uso de computadores.

Na combinação entre vantagens de um e de outro, ou seja: de rapidez dos métodos analíticos e da precisão e flexibilidade dos métodos numéricos surgem os métodos semi-analíticos.

Conclusivamente, os métodos de propagação de órbita, podem ser classificados como: analítico, numérico e semi-analítico. Existe ainda outro, chamado de multirevolução, mas este assim como o método semi-analítico, não será discutido no presente trabalho (Kuga, 1987).

2.3.6.1 Propagação Analítica

O problema em um método analítico é a dificuldade para conseguir-se a propagação de uma órbita com a consideração dos seus efeitos perturbadores. Para o uso deste método, tem-se de fazer aproximações na modelagem, de tal modo que amenize a tarefa árdua para a obtenção da solução do movimento perturbado do satélite artificial.

O método analítico de propagação é conhecido também, como método geral de perturbações. Um exemplo de métodos analíticos é o de Brouwer (Brouwer, 1959).

Outra vantagem neste método além da rapidez oferecida por ele na propagação da órbita é a facilidade para compreensão da evolução dos elementos orbitais. Esta compreensão não é alcançada em um método numérico (Kuga, 1987).

2.3.6.2 Propagação Numérica

Os métodos numéricos de propagação tendem a ser mais precisos que os analíticos, mesmo com seus erros de truncamento e arredondamento. No entanto, são mais demorados que os analíticos, pois são essencialmente constituídos por algoritmos sequenciais, e têm de ser utilizados para um número de revoluções orbitais limitadas. Estes são chamados de métodos especiais de perturbações.

Para o trabalho com órbitas, existem dois métodos bem conhecidos: método de Cowell e método de Encke. No método de Encke apenas as perturbações são integradas. No método de Cowell a integração usa diferenças finitas não usando, desse modo o conhecimento prévio da órbita.

Os métodos de integração numérica são mais requeridos em mecânica celeste, devido a sua flexibilidade de implementação para as mais diversas modelagens orbitais.

Vários são os métodos numéricos, alguns deles podem atender senão diretamente, podem ser adaptados a um problema específico e com uma exigência específica, dentro das possibilidades de cada método tais como: precisão, tempo de processamento e custo operacional.

Respeitando o caráter genérico da aplicação dos métodos numéricos no apêndice A apresenta-se um exemplo de método numérico de passo fixo que usam informações passadas e informação presente, ou seja, um algoritmo que tem duas fases: predição e correção.

2.4 Determinação de Atitude

A determinação de atitude é o processo de cálculo da orientação de um satélite artificial em relação a um referencial inercial, por meio das observações realizadas por sensores.

É necessário conhecer a atitude de um satélite para orientá-lo corretamente no espaço. As observações obtidas pelos sensores formam a base necessária para a determinação de atitude. Esta pode ser feita por métodos determinísticos ou não determinísticos. Dentre estes últimos, destacam-se o estimador de Mínimos Quadrados e o filtro de Kalman.

Nas próximas seções, serão brevemente comentadas as fontes de perturbação da atitude, sensores de atitude e métodos de determinação de atitude.

2.4.1 Perturbações no Movimento de Atitude

Uma modelagem da dinâmica de atitude que melhor represente a realidade do movimento rotacional de um satélite artificial no espaço deve incluir os efeitos de torques externos que perturbam o momento angular deste satélite, tais como: gradiente de gravidade, pressão de radiação solar, campo geomagnético, pressão aerodinâmica e os impactos de meteoritos.

Destes efeitos citados, o mais relevante no contexto de aplicações que trabalhem com satélites similares ao SCD-1 e SCD-2, é o devido ao campo geomagnético. Os demais, embora não sejam desprezíveis, não são significativos numa escala de curto tempo.

A interação entre os campos: magnético residual do satélite e geomagnético resulta numa perturbação no vetor momento angular do satélite, causando o movimento de precessão do satélite, porém sem afetar a sua taxa de rotação.

Outro torque de perturbação devido ao campo geomagnético é causado pelas correntes parasitas de Foucault induzidas em superfícies metálicas do satélite. Este torque é de natureza dissipativa e reduz exponencialmente a taxa de rotação do satélite, além de causar o fenômeno da precessão (em menor grau que o momento magnético residual).

Entre os torques devidos ao momento magnético residual do satélite e às correntes parasitas de Foucault, via de regra, o primeiro é mais relevante (Wertz, 1978).

A exemplo do que pode gerar um campo residual magnético no satélite, estão as permanentes indutâncias magnéticas geradas pelos materiais ferromagnéticos dos componentes do próprio satélite, as quais fazem variar a direção do momento angular do satélite.

Apresenta-se nas equações de 2.17 a 2.21, a modelagem das principais fontes de perturbação, partindo-se das equações da conservação do momento angular.

Supondo que o satélite seja equipado com um eficiente amortecedor de nutação, justifica-se a hipótese simplificadora de que seu movimento seja isento de nutação. Pode-se então considerar a seguinte Equação para o momento angular (Wertz, 1978):

$$\vec{L} = I\hat{s} \quad (2.17)$$

Na qual, \vec{L} é o vetor momento angular, I é a sua intensidade e \hat{s} é a direção do eixo de rotação do satélite.

Na presença de torques externos de perturbação o momento angular \vec{L} varia no tempo, obedecendo a seguinte Equação:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \quad (2.18)$$

Na qual \vec{N} é a soma dos torques externos de perturbação. No contexto deste trabalho, para satélites sem pronunciadas assimetrias tanto do ponto de vista geométrico quanto de momento

de inércia, os torques externos com efeito secular, mais relevantes são os devidos à interação com o campo geomagnético.

O torque devido ao momento magnético no satélite é dado pela Equação:

$$\vec{N}_{mag} = (m_r + u \cdot m_c) \hat{s} \times \vec{B} \quad (2.19)$$

Na qual, \vec{B} é o vetor campo geomagnético, m_r é o momento magnético residual do satélite na direção de seu eixo de rotação, m_c é o momento magnético da bobina do eixo de rotação, e u a sua polaridade.

Devido ao movimento de rotação do satélite, o efeito da componente radial de seu momento magnético sobre a atitude é cíclico, de modo que não resulta em variação secular do momento angular.

O torque devido às correntes parasitas de Foucault é dado pela Equação:

$$N_{cor} = p\omega(\hat{s} \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (2.20)$$

Na qual, p_F é o parâmetro de Foucault, que depende da geometria e da condutividade do satélite.

A modelagem da dinâmica de atitude específica é dada pela Equação abaixo:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}_{mag} + \vec{N}_{cor} \quad (2.21)$$

Na qual, as parcelas \vec{N}_{mag} e \vec{N}_{cor} já foram comentadas nas equações 2.19 e 2.20.

2.4.2 Sensores de Atitude

A determinação de atitude de um satélite artificial requer a utilização de sensores que possam observar direções conhecidas em um dado sistema de referência, tais como: o Sol, um planeta, uma estrela, a Lua, superfícies de planetas ou o campo geomagnético.

O uso de sensores é um meio para a determinação de atitude, outro seria o uso de giroscópios e acelerômetros.

Os sensores são os meios pelos quais se podem extrair informações do comportamento dinâmico do satélite, e partir daí determinar ou estimar a sua atitude.

Neste trabalho serão utilizados os dois tipos de sensores, sucintamente comentados nas subseções seguintes. Detalhes a respeito destes sensores podem ser encontrados em Wertz, 1978.

2.4.2.1 Magnetômetros

Magnetômetros são sensores de atitude que fornecem a intensidade e a direção do campo ao qual estão submetidos. Estes sensores possuem várias características favoráveis às suas aplicações na área espacial, são elas: confiabilidade, leveza, rigidez, baixo consumo de energia e robustez a amplas faixas de temperaturas.

Contudo, pesa sobre suas qualidades a incerteza na medida do campo magnético ao qual eles destinam-se a observar, particularmente o geomagnético. Incertezas no modelo do campo geomagnético e na posição do satélite bem como o campo residual do próprio satélite contribuem substancialmente para a imprecisão na medida deste sensor. Acrescentam-se a estes elementos, os erros devidos aos equipamentos de conversão, de envio, de recebimento e de processamento das observações.

Os magnetômetros possuem uma unidade conversora de sinal analógico para digital (mais uma fonte de erro) e são divididos em duas categorias, são elas: magnetômetros quânticos e magnetômetros induzidos. Nos satélites SCD-1 e SCD-2 são utilizados os magnetômetros induzidos de fluxo controlado (*fluxgate*).

Os sensores da categoria de fluxo controlado fornecem em cada um dos eixos ortogonais uma medida de tensão relacionada à componente local do campo observado no sistema do satélite. Cada medida de tensão já vem com uma adicional tendenciosidade. Esta tendenciosidade é gerada pela proximidade a materiais ferromagnéticos e pelo campo magnético residual, presentes no próprio satélite.

Além disso, bobinas magnéticas podem ser utilizadas pelo subsistema de controle de um satélite artificial para dominar os movimentos de precessão e nutação do vetor de rotação do satélite. Durante o período de atuação destas bobinas o magnetômetro pode sofrer interferências aumentando sua imprecisão (Wertz, 1978).

2.4.2.2 Sensor Solar Digital de um Só Eixo

Um *sensor solar* de um eixo é um dispositivo óptico que no encontro com Sol mede o ângulo formado entre o sensor e a direção do Sol. Desta forma, obtém-se (com certo nível de incerteza) o ângulo formado entre as direções do sol e do eixo de referência do sensor. A Figura 2.4 mostra como este ângulo é obtido pelo sensor:

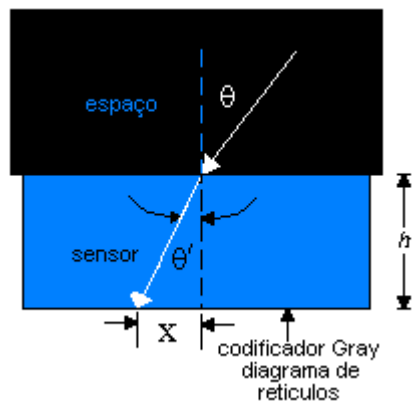


FIGURA - 2.4 Sensor solar óptico de um só eixo.
FONTE: Baseada em Wertz (1978, p. 223).

Um sensor solar de um só eixo fornece duas componentes básicas, as quais podem ser vistas na ilustração 2.5:



FIGURA 2.5 - Componentes: comando e medida.

FONTE: Baseada em Wertz (1978, p. 161).

Este tipo de sensor solar digital tem uma componente de medida e outra de comando. Nesta última, os raios solares incidem primeiro, daí esta componente detecta a presença do Sol. A componente de medida é gerada pela saída digital do ângulo do aspecto solar entre a linha normal plano do sensor, quando o Sol está na linha de visada da componente de comando.

É um sensor com estas características que está a bordo dos satélites artificiais SCD-1 e SCD-2.

2.4.3 Determinação de Atitude em Um Só Eixo

Seja um satélite artificial estabilizado por rotação. A determinação de sua atitude dar-se-á pelo cálculo da orientação do eixo de rotação, também denominado eixo de atitude.

Duas independentes medidas relacionadas ao eixo de atitude e a dois conhecidos versores de referência, cada qual a um desses versores, são necessárias para o cálculo da atitude (ao longo do eixo de atitude) do satélite artificial.

Cada medida define na esfera celeste o lugar geométrico das possíveis direções do vetor de rotação do satélite coerentes com a referida medida. A intersecção de dois destes lugares geométricos (obtidos por medidas de duas direções distintas no espaço) dá a indicação de onde está o eixo de rotação do satélite na esfera celeste. Porém, a intersecção ocorre em dois lugares ao mesmo tempo e as medidas contêm incertezas que aumentam a largura dos lugares geométricos. Sendo assim, este método resulta em soluções ambíguas.

Pela possibilidade da ocorrência de um aumento da largura dos lugares geométricos, o versor de atitude pode estar (após a intersecção desses) em uma área (por consideração) cuja largura dependerá das incertezas nas medidas dos sensores de atitude.

A compreensão do que foi mencionado acima é melhor alcançada observando as Figuras 2.6 e 2.7:

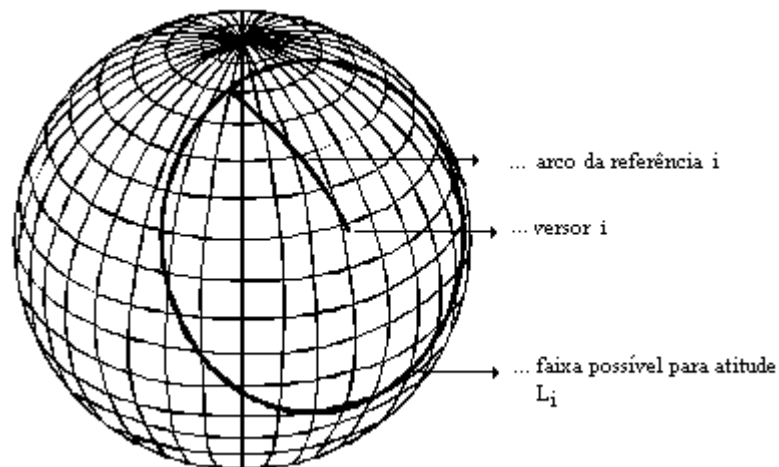


FIGURA 2.6 - Lugar geométrico da localização do vetor de atitude.
 FONTE: Baseada em Wertz (1978, p. 344).

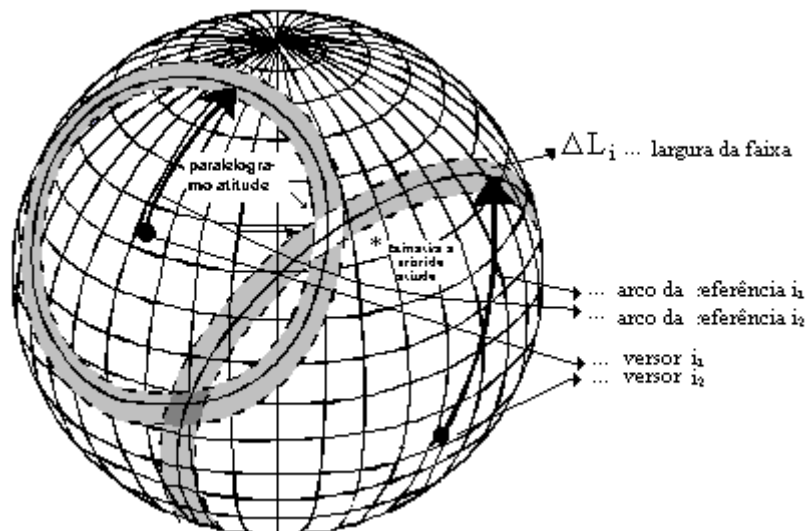


FIGURA 2.7 - Paralelogramos da intersecção dos lugares geométricos.
 FONTE: Baseada em Wertz (1978, p. 345).

Na qual, ΔL_i é a largura da faixa devido à incerteza na medida.

Deve ser feita a consideração de que as intersecções das faixas L_i 's formam regiões supostas pequenas o suficiente para serem delimitadas por paralelogramos, cuja área é proporcional a incerteza da medida.

O índice i refere-se a qualquer vetor de referência conhecido, tal como o vetor satélite-Terra ou vetor satélite-Sol.

Resta saber agora em qual dos dois paralelogramos está a verdadeira atitude. Esta ambiguidade pode ser resolvida com o auxílio da informação a priori da atitude ou pelo monitoramento da constância da solução no decorrer do tempo. A solução que variar muito deve ser descartada, enquanto que a outra será a atitude verdadeira.

2.4.4 Método de Determinação de Atitude: Solução Ambígua

Seja um satélite artificial estabilizado por rotação. Considerando-se ausente o movimento de nutação, a determinação de sua atitude consistirá da estimação da orientação do vetor de rotação num espaço inercial.

São necessários para o uso do método determinístico pela solução ambígua dois versores com direções conhecidas em algum sistema de referência bem definido e as medidas de arcos que fazem estes versores com o eixo de rotação do satélite.

Com as duas medidas de arcos, geram-se dois cones onde a solução da atitude está em uma das intersecções desses cones, conforme a Figura 2.8:

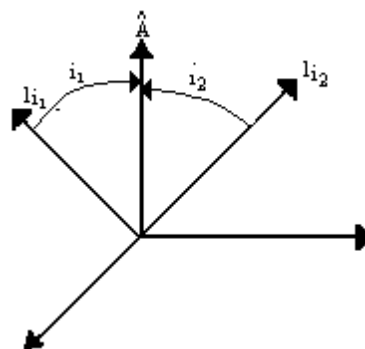


FIGURA 2.8 - Geometria da medida com relação ao eixo de rotação.
 FONTE: Baseada em manual da Princeton Satellite Systems (p. 163).

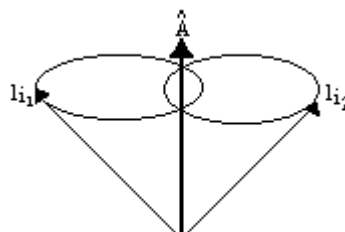


FIGURA 2.9 - Possíveis soluções para a atitude \hat{S} .
 FONTE: Baseada em manual da Princeton Satellite Systems (p. 164).

Nas Figuras acima 2.8 e 2.9, i_{11} e i_{12} são os versores de referência e seus respectivos arcos i_1 e i_2 . O versor \hat{s} refere-se ao eixo de rotação do satélite.

Suponha-se que i_{11} é o versor Sol \hat{S} , i_{12} é o versor Terra \hat{E} , i_1 é o arco β formado entre o Sol e o eixo \hat{s} e finalmente i_2 é o arco ξ formado entre a Terra e o versor \hat{s} .

Utilizando agora esta notação, segue o equacionamento para a resolução deste método das intersecções dos cones.

$$\hat{s} \bullet \hat{S} = \cos \beta \quad (2.22)$$

$$\hat{s} \bullet \hat{E} = \cos \xi \quad (2.23)$$

$$\hat{s} \bullet \hat{s} = 1 \quad (2.24)$$

$$x \equiv \frac{\cos \beta - \hat{E} \bullet \hat{S} \cos \xi}{1 - (\hat{E} \bullet \hat{S})^2} \quad (2.25)$$

$$y = \frac{\cos \xi - \hat{E} \bullet \hat{S} \cos \beta}{1 - (\hat{E} \bullet \hat{S})^2} \quad (2.26)$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{1 - x \cos \beta - y \cos \xi}{1 - (\hat{E} \bullet \hat{S})^2}} \quad (2.27)$$

$$\hat{C} = \hat{S} \times \hat{E} \quad (2.28)$$

Finalmente, a atitude do versor \hat{s} é dada pela Equação:

$$\hat{s} = x\hat{S} + y\hat{E} + z\hat{C} \quad (2.8)$$

Nota-se que a solução possui ambiguidade no sinal de z .

2.5 Métodos Determinísticos Versus Não Determinísticos

Geralmente, métodos determinísticos são mais bem vistos que os não determinísticos, quando a intenção é a de obter (mediante qualquer esforço que se faça necessário) uma solução confiável.

As diferenças entre um método e outro podem ser melhor visualizadas na tabela comparativa abaixo:

TABELA 2.1 - Comparações básicas entre os métodos.

ESPECIFICAÇÕES	MÉTODOS	
	DETERMINÍSTICO	NÃO DETERMINÍSTICO
Robustez (sempre fornece uma solução, ainda que seja aproximada)	Grande	Pequena*
Dependência de estimativa a priori	Pequena	Grande
Complexidade do método em si.	Pequena	Grande
Dificuldade de interpretação física dos resultados	Pequena	Grande**
Dificuldade de interpretação geométrica dos resultados	Pequena	Grande
Capacidade para a inclusão de informações adicionais	Não possui	Possui
Capacidade de processar grandes quantidades de medidas (dados)	Não tem	Tem

*Os métodos não determinísticos podem divergir da solução.

** Este fato pode ser compensado pela análise de covariância do erro no estado.

Na prática estes métodos podem ser utilizados conjuntamente. Para satélites estabilizados por rotação, métodos determinísticos podem ser utilizados como fonte de informação *a priori* para métodos não determinísticos.

2.6 Estimadores de Estados

"A teoria da probabilidade começou como teoria dos jogos de azar, através da correspondência entre Pascal e Fermat (1654), a propósito de dois problemas formulados pelo Cavaleiro de Méré..."

"Não tardou que se descobrisse que a teoria dos jogos de azar podia ser aplicada a uma variedade de problemas que nada tinham a ver com jogos, como exemplo, erros de observações astronômicas..."

Torres, 1.967

2.6.1 Introdução

Um estimador de estados consiste em um algoritmo numérico que processa medidas sujeitas a incertezas, a fim de, encontrar o estado de um sistema dinâmico, por sua vez, sujeito a distúrbios não modelados.

Serão abordados posteriormente, métodos de estimação apresentados na forma de técnicas ótimas, porque retiram das medidas de observações tudo quanto puderem a respeito do sistema. Cada um com a sua particularidade.

Um estimador é considerado ótimo quando ele satisfaz a um determinado critério de otimalidade, ou seja, quando tem condições de processar as medidas e por essas calcular o que se deseja estimar, oferecendo a melhor estimativa que ele pode alcançar. Desse modo, torna-se mínimo o erro entre a trajetória real e a calculada por ele.

Em princípio, um estimador precisa das informações pertinentes ao sistema dinâmico na forma de equações, porque elas constituem o modelo matemático do sistema.

Considerando a aplicação de métodos de estimação em sistemas dinâmicos, convém esclarecer desde já que o vetor de estados pode conter quantos elementos forem necessários para o conhecimento do comportamento temporal desses sistemas. É até mesmo admissível neste vetor de estados, a inclusão de elementos que sequer tenham representação física ou geométrica.

O vetor de medidas pode conter tantas medidas quantas forem possíveis de serem coletadas e suportadas pelo processo computacional. Desde que estas medidas não sejam totalmente correlacionadas, elas contribuem para reduzir a incerteza na estimativa.

Serão apresentadas nas próximas seções duas técnicas ótimas de estimação, bem como os seus respectivos algoritmos. Estas técnicas são empregadas nas soluções de problemas diversificados, de modo que as suas equações podem ser apresentadas genericamente. São elas: Mínimos Quadrados e Filtro Estendido de Kalman, as quais serão apresentadas nesta mesma ordem.

2.6.2 Estimador de Mínimos Quadrados

O estimador de Mínimos Quadrados é aplicado à estimação de parâmetros. No entanto, pode-se estender a mesma técnica para a estimação de estados (processos dinâmicos). O modelo dinâmico, bem como o das observações, pode ser expresso como uma função linear, ou não, do estado.

Em essência este método minimiza o quadrado da diferença entre o que foi observado e o que se deseja estimar, desde que ambos estejam relacionados. Nestes moldes é minimizado o índice de desempenho do quadrado dos resíduos, escrito pela Equação:

$$\text{Min}(J(\mathbf{X})_k) = \{[\mathbf{Y}_k - h(\mathbf{X}_k)]^T [\mathbf{Y}_k - h(\mathbf{X}_k)]\} \quad (2.29)$$

Na qual,

\mathbf{Y}_k vetor de medidas de dimensão $m \times 1$;

\mathbf{X}_k vetor de estados de dimensão $n \times 1$;

h função vetorial não linear no estado \mathbf{X}_k de dimensão $m \times n$;

k $\forall k \mid k \in \mathbb{N}^*$;

T transposto;

O vetor de medidas \mathbf{Y}_k é dado pela Equação:

$$Y_k = h(X_k) + v_k \quad (2.30)$$

Na qual, v_k é uma seqüência branca gaussiana de ruídos nas medidas, cujas informações estatísticas seguem abaixo:

- Momento natural de ordem 1

$$E [v_k] = 0 \quad (2.31)$$

- Momento centrado de ordem 2

$$E [v_j v_k^T] = R_k \delta_{jk} \quad (2.32)$$

Na qual, δ_{jk} é o delta de Kröenecker, dado por:

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \quad (2.33)$$

A matriz R_k é a informação quanto ao erro nas medidas, assim denominada matriz de densidade espectral do ruído nas observações.

As equações acima 2.31 e 2.32 podem ser lidas conjuntamente como: a esperança Matemática de que o erro, representado pelo ruído branco, nas medidas tenha média 0 e covariância R_k .

Quando estão contidas no vetor Y_k medidas procedentes de n equipamentos ($\forall n \mid n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1$), o comum é que o erro seja característico a cada equipamento. Assim, pode-se introduzir uma matriz de pesos dada por Ψ , para ponderar o erro em cada medida na Equação 2.26, assim considera-se nessa Equação esta matriz:

$$\text{Min}(J(\mathbf{X}_k)) = \{[\mathbf{Y}_k - h(\mathbf{X}_k)]^T \Psi [\mathbf{Y}_k - h(\mathbf{X}_k)]\} \quad (2.34)$$

Para estimar-se estados pelo método dos Mínimos Quadrados, devem-se agregar ao estimador as equações que regem a dinâmica do sistema, sem qualquer consideração de que o modelo matemático considerado contém imprecisões. A Equação diferencial da dinâmica do sistema é dada por:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = f(\mathbf{X}(t), t) \quad (2.35)$$

Na qual, f é uma função vetorial não linear no estado \mathbf{X} , $\forall \mathbf{X} \mid \mathbf{X} \in \mathfrak{R}$.

A solução de Mínimos Quadrados para a Equação 2.34, após as devidas linearizações (de h e f), discretizações (dinâmica e covariância) e a consideração da informação a priori do estado e da covariância, é dada por:

$$\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{P}}(\tilde{\mathbf{P}}^{-1}\tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}) \quad (2.36)$$

A matriz \mathbf{R} na Equação acima é a inversa da matriz Ψ ; a simbologia $\tilde{\bullet}$ representa a informação a priori; a matriz de covariância atual do erro no estado é dada por:

$$\hat{\mathbf{P}} = (\tilde{\mathbf{P}}^{-1} + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})^{-1} \quad (2.37)$$

Na qual, $\hat{\mathbf{X}}$, $\hat{\mathbf{P}}$, $\tilde{\mathbf{X}}$ e $\tilde{\mathbf{P}}$ representam o estado e a sua covariância depois de todas as medidas processadas, e o estado e a covariância, devidos à informação a priori, respectivamente (Brown, 1997 ; Ogata, 1987).

Esta solução acima é a de Mínimos Quadrados em lotes. Outra maneira de obter solução para o mesmo problema é utilizar um processamento recursivo e sequencial que será visto na seguinte Seção dedicada ao Filtro Estendido de Kalman.

2.6.3 Filtro Estendido de Kalman

O Filtro Estendido de Kalman está para um sistema não linear, assim como o filtro de Kalman está para um sistema linear. Esta técnica de estimação de estados é em essência a mesma técnica aplicada aos sistemas lineares, com a diferença de que com ele é possível o trabalho com sistemas dinâmicos não lineares, por meio da linearização do sistema em torno da estimativa corrente do estado.

Esta técnica é mais completa do que a de Mínimos Quadrados, pois além de considerar que o modelo da dinâmica é suscetível a erros de modelagem, ainda tem condições de fornecer estimativas imediatamente após o instante de chegada da medida, ou seja, em tempo real. Esta capacidade é atribuída ao seu caráter recursivo e sequencial. Isso implica em economia de

memória de armazenamento, pois cada medida é processada tão logo esteja disponível, e por meio dela o estado é imediatamente atualizado num processo iterativo até que certas quantidades de medidas sejam por ele processadas para o alcance da convergência do processo. O Filtro Estendido de Kalman está dividido em duas fases, são elas: fase de propagação e de atualização do estado e da sua respectiva covariância.

Na fase de propagação o valor do estado no próximo instante da amostragem é estimado com base no modelo dinâmico do sistema. Enquanto que na fase de atualização o estado é estimado com a informação da medida, no instante de amostragem da mesma (Kuga, 1982 e 1989).

Seja um sistema físico regido pela seguinte Equação diferencial, não linear e estocástica, abaixo:

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = f(\mathbf{X}(t), t) + G(t) \Phi(t) \quad (2.38)$$

Seja ainda um conjunto de observações deste sistema modelado pela seguinte Equação vetorial não linear e estocástica:

$$\mathbf{Y}(t_k) = h(\mathbf{X}(t_k), t_k) + v(t_k) \quad (2.39)$$

Na qual,

$\mathbf{X}(\bullet)$ vetor de estado de dimensão $n \times 1$;
$\mathbf{Y}(t_k)$ vetor de medidas de dimensão $m \times 1$;
f e h funções vetoriais não lineares cujas dimensões são respectivamente $n \times n$ e $m \times n$;
$\Phi(t)$ processo gaussiano branco de dimensão $n \times 1$;
$v(k)$ seqüência gaussiana branca de dimensão $m \times 1$;
$G(t)$ matriz de dimensão $n \times n$.

As informações estatísticas referentes ao processo aleatório acima, são:

- Momentos naturais de ordem 1

$$E[\mathbf{X}(0)] = \hat{\mathbf{X}}(0) \quad (2.40)$$

$$E [\Phi(t)] = 0 \quad (2.41)$$

$$E [v(k)] = 0 \quad (2.42)$$

- Momentos centrados de ordem 2

$$E \{ [\mathbf{X}(t_0) - \hat{\mathbf{X}}(t_0)] [\mathbf{X}(t_0) - \hat{\mathbf{X}}(t_0)]^T \} = \mathbf{P}_0 \quad (2.43)$$

$$E \{ [\Phi(t) \Phi^T(t)] \} = \mathbf{Q}(t) \delta(t - \tau) \quad (2.44)$$

Na qual, $\mathbf{Q}(t)$ é uma matriz semidefinida positiva e $\delta(t - \tau)$ é o delta de Dirac.

$$E \{ [v(j) v^T(k)] \} = \mathbf{R}(k) \delta_{jk} \quad (2.45)$$

Na qual, $\mathbf{R}(k)$ é uma matriz definida positiva.

$$E \{ [\Phi(j) v^T(k)] \} = 0, \quad \forall j \text{ e } k \quad (2.46)$$

Na qual, $E \{ \bullet \}$ é o operador esperança Matemática.

A solução de um problema não linear como este escrito de acordo com as equações 2.38 e 2.39, depois de verificados os momentos acima, segue conforme abaixo:

1) Dada uma seqüência de medidas não correlacionadas $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_k$, deseja-se obter a estimativa ótima de $\hat{\mathbf{X}}$ em t , de modo que a covariância do erro neste estado seja dada por:

$$\mathbf{P}(t) = E [\Delta\mathbf{X}(t) \Delta\mathbf{X}^T(t)] \quad (2.47)$$

Assim, a estimativa ótima do estado terá um erro dado por:

$$\Delta\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t) \quad (2.48)$$

O erro médio quadrático L é mínimo quando a matriz de covariância $\mathbf{P}(t)$ for mínima, ou seja:

$$L = E [\Delta\mathbf{X}^T(t) \Delta\mathbf{X}(t)] \Rightarrow J = \text{tr } \mathbf{P}(t) \quad (2.49)$$

As equações 2.38 e 2.39 do sistema dinâmico acima devem ser linearizadas por meio da série de Taylor em torno de uma trajetória de referência (a trajetória corrente do estado), da seguinte maneira:

2) Dada a trajetória de referência $\bar{\mathbf{X}}(t)$ que satisfaz a Equação 2.34, sem a parcela estocástica, deriva-se parcialmente a função f desta Equação, considerando a aproximação de primeira ordem $\Delta\mathbf{X}(t)$. De modo que, considera-se que o desvio seja pequeno e que a primeira derivada na série basta para aproximar o modelo dinâmico não linear pela Equação abaixo, com relação à trajetória de referência. Assim, produz-se a seguinte Equação diferencial linearizada e estocástica:

$$\frac{d\Delta\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), t) \Delta\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t) \Phi(t) \quad (2.50)$$

Na qual, $\mathbf{F}(\bar{\mathbf{X}}(t), t) \approx \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right] \Big|_{\mathbf{X}(t)=\bar{\mathbf{X}}(t)}$, $\Leftrightarrow f$ é contínua em todo domínio de $\mathbf{X} \forall \mathbf{X} \in \mathfrak{R}$.

Analogamente, pode ser feito o mesmo com a Equação observações 2.30, resultando em:

$$\Delta\mathbf{Y}(k) = \mathbf{H}(\bar{\mathbf{X}}(k), k) \Delta\mathbf{X}(k) + \nu(k) \quad (2.51)$$

Na qual, $\mathbf{H}(\bar{\mathbf{X}}(k), k) \approx \left[\frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}} \right] \Big|_{\mathbf{X}(k)=\bar{\mathbf{X}}(k)}$, $\Leftrightarrow h$ é contínua em todo domínio de $\mathbf{X} \forall \mathbf{X} \in \mathfrak{R}$.

A matriz de transição α de dimensão $n \times n$ propaga o estado \mathbf{X} e a respectiva covariância do seu erro $\mathbf{P}(t)$ do instante t_k ao seu sucessor t_{k+1} . Esta matriz é solução da seguinte Equação diferencial:

$$\dot{\alpha}(t_k, t_0) = \mathbf{F}(\bar{\mathbf{X}}(t_k), t_k) \alpha(t_k, t_0) \quad (2.52)$$

A condição inicial é dada por:

$$\alpha(t_0, t_0) = \mathbf{I} \quad (2.53)$$

Na qual, \mathbf{I} é a matriz identidade.

Finalmente a solução da Equação 2.50 pode ser obtida:

$$\Delta \mathbf{X}(t) = \alpha(t, t_0) \Delta \mathbf{X}(t_0) + \Gamma(t) \Phi(t) \quad (2.54)$$

$$\text{Na qual, } \Gamma(t) \triangleq \int_{t_0}^t \alpha(t, \tau) G(\tau) d\tau \quad (2.55)$$

A matriz de transição $\alpha(t, t_0)$ depende implicitamente da informação a priori $\tilde{\mathbf{X}}(t_0)$.

A matriz de covariância do erro no estado deve ser propagada utilizando também, a matriz de transição, conforme abaixo:

$$P(t) = \alpha(t, t_0) P(t_0) \alpha^T(t, t_0) + \int_{t_0}^t \alpha(t, \tau) G(\tau) Q(\tau) G^T(\tau) \alpha^T(t, \tau) d\tau$$

Agora, podem-se utilizar as equações do filtro de Kalman (linear) no sistema linearizado acima, para que enfim, estime-se o valor $\hat{\mathbf{X}}$, dados os valores $\mathbf{Y}(t_k)$, de acordo com as seguintes fases:

Para a fase de propagação as equações são convenientemente escritas, como:

$$\tilde{\mathbf{X}}(t_k) = \alpha(t_k, t_{k-1}, \hat{\mathbf{X}}(t_{k-1})) \quad (2.56)$$

$$\tilde{P}(t_k) = \alpha(t_{k-1}) \hat{P}(t_{k-1}) \alpha^T(t_{k-1}) + G(t_{k-1}) Q(t_{k-1}) G^T(t_{k-1}) \quad (2.57)$$

Para a fase de atualização as equações são:

$$\hat{\mathbf{X}}(t_k) = \tilde{\mathbf{X}}(t_k) + \mathbf{K}(t_k) \{ \mathbf{Y}_k - h(\tilde{\mathbf{X}}(t_k, t_k)) \} \quad (2.58)$$

Na qual, $\mathbf{K}(t_k)$ é o ganho de Kalman.

$$\mathbf{K}(t_k) = \tilde{P}(t_k) \mathbf{H}^T(t_k, \tilde{\mathbf{X}}(t_k)) [\mathbf{H}(t_k, \tilde{\mathbf{X}}(t_k)) \tilde{P}(t_k) \mathbf{H}^T(t_k, \tilde{\mathbf{X}}(t_k)) + \mathbf{R}(t_k)]^{-1} \quad (2.59)$$

$$\hat{P}(t_k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(t_k) \mathbf{H}(t_k, \tilde{\mathbf{X}}(t_k))] \tilde{P}(t_k) \quad (2.60)$$

Racionalizando as equações do filtro estendido de forma a ficarem semelhantes as do filtro de Kalman (linear), reescrevem-nas da seguinte maneira:

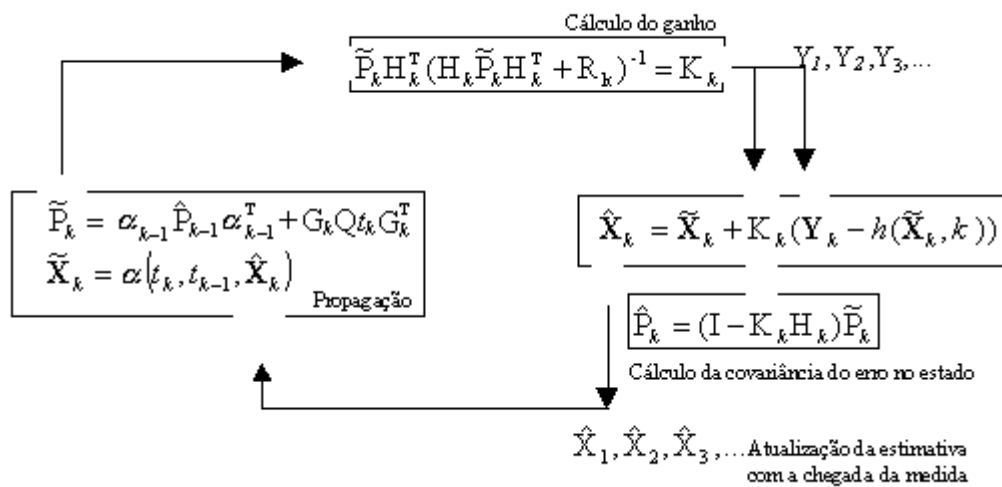


FIGURA 3.1 - Diagrama do Filtro de Kalman: processo iterativo.
 FONTE: Baseada em Brown (1997, p. 219).

Conclusivamente, pode-se utilizar o algoritmo recursivo de Kalman para processar as medidas e calcular a estimativa do estado juntamente com a informação da covariância do seu erro. Preferencialmente com a utilização da medida escalar, para evitar a inversão de matrizes no processo (Shuster, 1982 ; Ogata, 1987 ; Hélio, 1989/1982 ; Brown, 1997 ; Lefferts, 1982).

CAPÍTULO 3

MODELOS MATEMÁTICOS

3.1 Introdução

Na modelagem de um sistema, um estudo que aponte o quê mais pode degradar a estimativa do estado é necessário, pois as escolhas dos modelos devem estar de acordo com estas técnicas de estimação para não comprometer o processo nem pela falta e nem pelo excesso de efeitos perturbadores. Um modelo isento de efeitos perturbadores pode comprometer a precisão e um modelo muito sofisticado pode comprometer o tempo de processamento. Outro motivo pelo qual a precisão da estimativa pode ficar comprometida é a precisão das medidas que serão fornecidas ao estimador.

Como este trabalho utiliza um sensor não muito preciso para o fornecimento das medidas, faz-se necessário uma investigação a respeito dessa precisão. Logo, utilizam-se modelagens dinâmicas sem perturbações e representadas por vetores nos testes do procedimento.

3.2 Modelo do Campo Geomagnético: Dipolo

O campo geomagnético é modelado por uma função potencial escalar V a qual satisfaz a Equação de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.1)$$

A componente de maior intensidade do campo geomagnético é a do vetor dipolo, esse é referente a uma aproximação de grau 1 e ordem 0 em V , dada por:

$$V_d(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r^2} (g_1^0 a^3 \cos \theta + g_1^1 a^3 \cos \varphi \sin \theta + h_1^1 a^3 \sin \theta \sin \varphi) \quad (3.2)$$

Na qual,

r distância geocêntrica;

θ, φ colatitude e longitude leste de Greenwich, respectivamente;

$\cos \theta$ potencial devido a um dipolo de intensidade $g_1^0 a^3$ alinhado com o eixo polar;

$\text{sen } \theta$ dipolo alinhado com os eixos X e Y;

g_1^0, g_1^1, h_1^1 coeficientes harmônicos do campo geomagnético; fornecidos pelo IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*).

Assim, o modelo do campo geomagnético considerando somente o dipolo magnético, é dado pela Equação:

$$\vec{B} = -\nabla V = \frac{a^3 H_0}{R^3} [3(\hat{M} \cdot \hat{R})\hat{R} - \hat{M}] \quad (3.3)$$

A intensidade do dipolo é dada pela Equação:

$$a^3 H_0 = a^3 (g_1^{20} + g_1^{21} + g_1^{21})^{1/2} \quad (3.4)$$

Na qual,

\vec{R} posição do ponto onde o campo é desejado;

\hat{M} é um versor de H_0 .

A direção do dipolo (ao sul geográfico) é pela Equação:

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} \text{sen } \theta_m \cos q_m \\ \text{sen } \theta_m \text{sen } q_m \\ \cos \theta_m \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$q_m = q_g + \dot{q}_g t + \phi_m \quad (3.6)$$

$$\dot{q}_g = 360,9856469^0 / \text{dia} \quad (3.7)$$

Na qual,

q_g tempo sideral de Greenwich no mesmo tempo de referência;

ϕ_m latitude leste;

θ_m longitude leste.

Por fim, dado o raio da órbita R e os cossenos diretores R_x , R_y e R_z em coordenadas geocêntricas inerciais, calcula-se as componentes do campo geomagnético em coordenadas cartesianas B_x , B_y e B_z .

A Equação geral do campo geomagnético segundo o modelo: Campo Referência Geomagnética Internacional (*International Geomagnetic Reference Field – IGRF*), é dada por uma série de harmônicos esféricos cujos coeficientes são recalculados e publicados de cinco em cinco anos (Wertz, 1978).

O presente trabalho utiliza uma adaptação para a linguagem *Matlab*[®] de uma rotina que calcula o campo geomagnético e as e suas derivadas parciais até o harmônico de ordem e grau 10. Esta rotina foi desenvolvida pela referência (Lopes *et al*, 1983) e implementada em linguagem *FORTRAN*[®]. A mesma é utilizada pelo INPE no processamento dos dados das missões SCD's, desde 1.993 quando o primeiro satélite artificial desta linha foi lançado com sucesso e continua em operação até o presente momento.

3.3 Modelo do Magnetômetro

A medida em um eixo de um magnetômetro é a tensão dada pela Equação abaixo:

$$T = a_M (\hat{\mathbf{n}} \bullet \mathbf{H}) + T_0 \quad (3.8)$$

Esta tensão é convertida (conversão de analógico para digital) por:

$$N_T = \text{Int}\{c[a_M (\hat{\mathbf{n}} \bullet \mathbf{H}) + T_0] + 0,5\} \quad (3.9)$$

Na qual,

T tensão;

\mathbf{H} vetor intensidade magnética local em coordenadas do sensor;

$\hat{\mathbf{n}}$ direção de \mathbf{H} ;

T_0 tendenciosidade do magnetômetro;
 a_M fator de escala do magnetômetro;
 c fator de escala do conversor analógico-digital
 Int parte inteira
 N_T saída discreta do conversor.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

4.1 Introdução

A teoria fundamental já foi apresentada na primeira etapa (Capítulos anteriores) deste trabalho, agora dar-se-á início a etapa de aplicação do que foi visto anteriormente.

O problema colocado neste trabalho é de estimar conjuntamente órbita e atitude de um satélite artificial estabilizado por rotação em órbita baixa, pela utilização de um magnetômetro em três eixos e um sensor solar de um eixo, ambos, sensores convencionais de atitude, e também, investigar alguns aspectos que contribuem para o erro em tais estimativas.

Com relação aos erros nas estimativas são investigados: o efeito da tendenciosidade na componente axial do magnetômetro nas estimativas de órbita e atitude, e também, quais melhorias nos modelos dinâmicos em relação aos modelos simples (sem perturbações) podem melhorar a precisão em tais estimativas. E isto é feito pela análise de dois casos: um quando se utilizam dados simulados e outro quando se utilizam dados reais de atitude.

4.2 Estratégias Utilizadas

Para o processamento das medidas fornecidas pelos sensores de atitude foram utilizadas duas técnicas ótimas de estimação de estados: Mínimos Quadrados e Filtro Estendido de Kalman, nessa ordem.

As medidas fornecidas pelo magnetômetro passam por uma etapa denominada pré-processamento, antes de serem fornecidas ao estimador Mínimos Quadrados. Nesta etapa as muitas medidas coletadas por este sensor são comprimidas (resultando em poucos lotes de medidas de campo magnético) e agrupadas em duas componentes, são elas: componente radial (perpendicular ao eixo de rotação do satélite) e axial (na direção do eixo de rotação). Depois, a componente radial tem sua tendenciosidade, frequência e a amplitude da sua variação senoidal ajustadas localmente pelo método dos Mínimos Quadrados.

Para iniciar o processo de estimação dos estados tem-se de fornecer às técnicas utilizadas a estimativa *a priori* do estado (órbita e atitude) e a respectiva covariância do erro nesse. Por esta razão foi elaborado um algoritmo computacional fundamentalmente inspirado nas passagens do satélite pela sombra da Terra, no campo geomagnético e na observação desse. Assim, as condições iniciais do problema para o estimador são obtidas também pela utilização do magnetômetro e do sensor solar.

Com a estimativa *a priori* e as medidas pré-processadas disponíveis o algoritmo de Mínimos Quadrados, as processa de uma só vez (em lotes) fornecendo as estimativas de órbita e atitude e também a covariância do erro nessas estimativas. Cada estimativa (de órbita e atitude) obtida com este estimador é processada conjuntamente pelo Filtro Estendido de Kalman, ou seja, a estimativa obtida pelo procedimento de Mínimos Quadrados tornar-se-á observação para o Filtro Estendido de Kalman.

O procedimento elaborado para ser implementado a bordo é um processo iterativo, pois o sensor mede, esta medida passa por um pré-processamento, depois ela é processada pelo primeiro estimador, com isso a primeira estimativa do estado é obtida e depois o segundo estimador refina essa estimativa.

Pela utilização dos Mínimos Quadrados para fornecer observações para o Filtro de Kalman e pelo fato de que essas são as estimativas do estado, ocorre que a relação entre a observação e o estado é linear. Por consequência disto é que o trabalho do filtro é de refinar as estimativas obtidas pelo método dos Mínimos Quadrados.

Quanto às investigações, no que se refere à tendenciosidade na componente axial são realizadas simulações sob mesmas condições, mudando apenas o valor de tendenciosidade em cada simulação, a fim de analisar a ordem de grandeza do erro nas estimativas. Com base na tendenciosidade conhecida (por meio do pré-processamento realizado) da componente radial limita-se um valor de tendenciosidade para a componente axial.

No que se refere aos efeitos perturbadores são realizados testes com dados de atitude simulada e real.

4.3 Procedimento

Para realização das estratégias acima (4.2), um procedimento com dois modos de atuação foi desenvolvido, um de inicialização e outro de rotina, no qual implementam-se as técnicas de estimação: Mínimos Quadrados e Filtro Estendido de Kalman. Esse procedimento divide-se em duas etapas, são elas: pré-processamento e processo de estimação. No pré-processamento são realizadas as tarefas de curto período, enquanto que no processo de estimação são realizadas as tarefas de médio e longo período.

Neste trabalho o procedimento é testado com medidas simuladas, com dados reais de órbita e atitude e também com dados simulados de atitude, de acordo com a investigação a ser realizada. O enfoque das simulações está na investigação do efeito magnético tendencioso na componente axial do magnetômetro.

Para que o procedimento (aqui proposto) seja implementado a bordo, mais alguns ajustes seguidos de mais testes ainda devem ser realizados, por exemplo, as medidas utilizadas nos testes são simuladas, como consta no parágrafo anterior. Além do mais, os modelos utilizados estão isentos de perturbações. No entanto, a metodologia utilizada é a mesma que a apresentada neste trabalho, bem como a sistematização do trabalho (de estimar órbita e atitude conjuntamente) mostrada na Figura 4.1 num diagrama de fluxo.

SISTEMATIZAÇÃO DO TRABALHO

PROCEDIMENTO

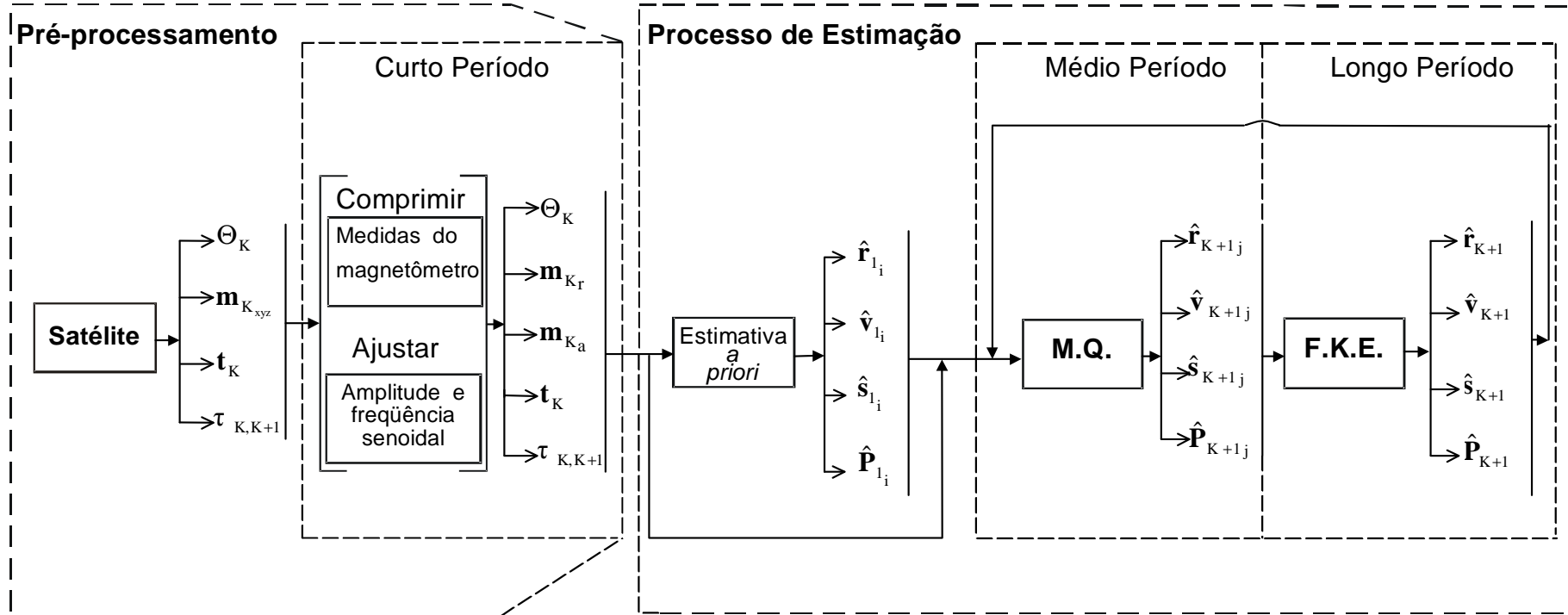


FIGURA 4.1 - Diagrama de fluxo.

TABELA 4.1 - Discriminação do diagrama de fluxo.

Estimativa a Priori	Condição inicial para o estimador M.Q.	CARACTERES	VARIÁVEIS
M.Q.	Estimador Mínimos Quadrados	K ... órbita	t ... tempo de realização de cada medida de campo magnético
F.K.E	Estimador Filtro Estendido de Kalman	r ... radial	τ ... tempo de entrada (ou saída) na (ou da) sombra da Terra
<p><i>Observação</i></p> <p>A tarefa “ajustar” do curto período é feita somente com as componentes x e y medidas pelo magnetômetro.</p>		a ... axial	m ... medida de campo magnético (dimensão $3 \times m$)
		^ ... estimativa	Θ ... ângulo do aspecto solar (dimensão 1×1)
		1_i ... estimativa para condição inicial pelo primeiro conjunto de medidas	r ... posição (dimensão 3×1)
		j ... instante de fornecimento da observação (estimativa) pelo Mínimos pelo Quadrados	v ... velocidade (dimensão 3×1)
			ê ... atitude (dimensão 2×1)
	P ... covariância do erro na Estimativa (dimensão 3×3)		

4.4 Descrição do Procedimento

No satélite, as medidas fornecidas pelo sensor solar e magnetômetro são enviadas ao computador de bordo, no qual estará instalado também o *software* que gerenciará o procedimento desenvolvido. São as medidas fornecidas: um ângulo do aspecto solar e a intensidade do campo geomagnético (mais o residual) na direção x,y e z no sistema de coordenadas do satélite.

Além destas medidas (fornecidas pelos sensores já mencionados) necessárias para o modo de rotina do procedimento, faz-se necessário também a informação de quando o sensor solar não observou o Sol, necessária para o modo inicialização, bem como o instante de tempo em cada medida foi coletada. Convém observar que o procedimento testado necessita de dados de pelo menos uma entrada consecutiva (ou saída) na sombra da Terra para inicialização do trabalho de estimação conjunta.

As muitas medidas do magnetômetro passam por um pré-processamento, no qual são comprimidas em lotes (menores). No pré-processamento cada lote de 32 medidas realizadas em 16 segundos (em cada eixo do magnetômetro) é comprimido para uma só medida a cada segundo.

As componentes no plano xoy são ajustadas para retirada de sua tendenciosidade magnética. A componente em z (ao longo do eixo de rotação) não passa pela tarefa do ajuste, pois em curto período ela é considerada constante. As tarefas de compressão de medidas e ajustes fazem parte do curto período, cuja duração é de poucos segundos. As medidas de intensidade geomagnética saem deste curto período em duas direções: axial e radial. No estudo realizado (mostrado no Capítulo a seguir) é possível concluir que a não retirada da parcela magnética tendenciosa na componente axial contribui relevantemente no erro em órbita e atitude.

Passando à etapa do processo de estimação, a informação da não observação do Sol, as componentes axial e radial e o tempo em que essas foram coletadas são utilizadas na inicialização desta etapa, ou seja, para o levantamento da estimativa *a priori*, que é utilizada no médio período pelo Mínimos Quadrados.

O estimador na tarefa de médio período, cuja duração é de no máximo um período orbital, processa todas as medidas de uma só vez, para fornecer uma estimativa de posição, velocidade, atitude e a covariância em cada uma dessas estimativas.

Cada estimativa obtida pelo Mínimos Quadrados é observação do Filtro Estendido de Kalman, no longo período. Nesse longo período o filtro recebe as estimativas obtidas pelo Mínimos Quadrados e as utiliza como observações, processando-as e fornecendo conjuntamente as estimativas refinadas em tempo real, a todo instante de fornecimento das observações. Note que esse é um processo iterativo de estimação e a primeira estimativa dos estados obtida pelo Filtro é utilizada como condição inicial para o próximo lote de medidas de campo geomagnético e ângulo do aspecto solar para que os novos estados sejam estimados pelo Mínimos Quadrados e depois refinados pelo Filtro.

4.4.1 Resumo do Pré-Processamento

O pré-processamento é a etapa em que as medidas dos sensores de atitude (no satélite) são recebidas no procedimento, e que depois de recebidas são comprimidas e retirada a tendenciosidade da componente radial do magnetômetro.

A componente radial gira no plano perpendicular ao eixo de rotação do satélite (estabilizado por rotação), assim as medidas distribuem-se numa senóide que não oscila em torno da origem, mas quando realizado um ajuste de amplitude a mesma passa a oscilar em torno da origem, ocorrendo assim, a retirada da tendenciosidade nesta componente. E o valor dessa amplitude é utilizado como componente radial no processo de estimação.

Um pré-processamento foi realizado com as observações reais do SCD-1 para as passagens de 5267 a 5276. Apresentam-se abaixo os resultados da passagem 5267:

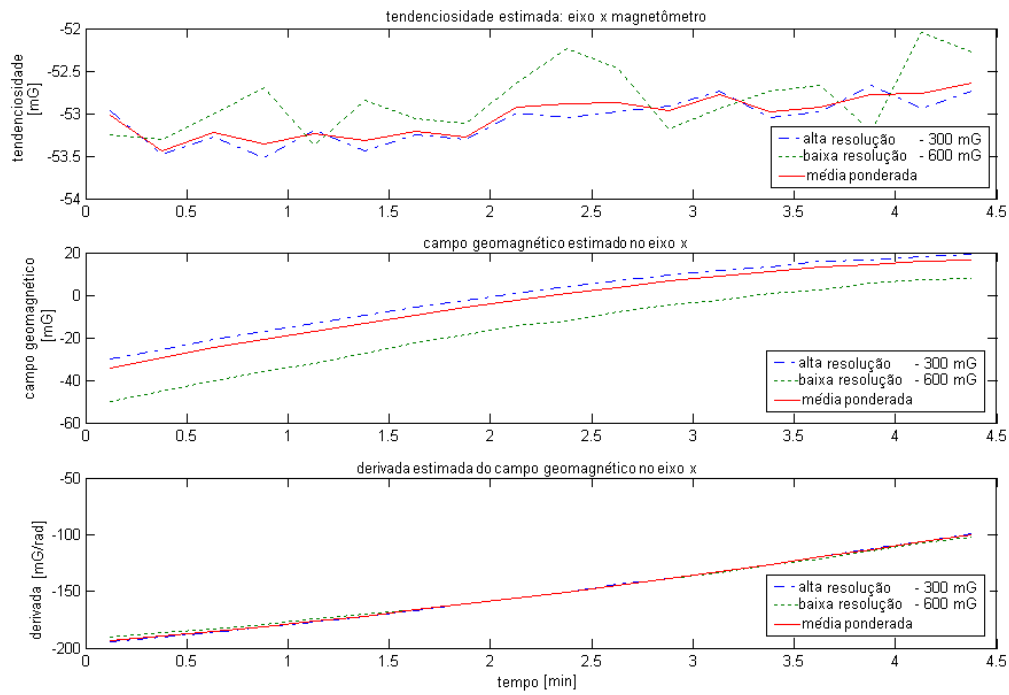


FIGURA 4.2 - Estimativas no eixo x do magnetômetro.

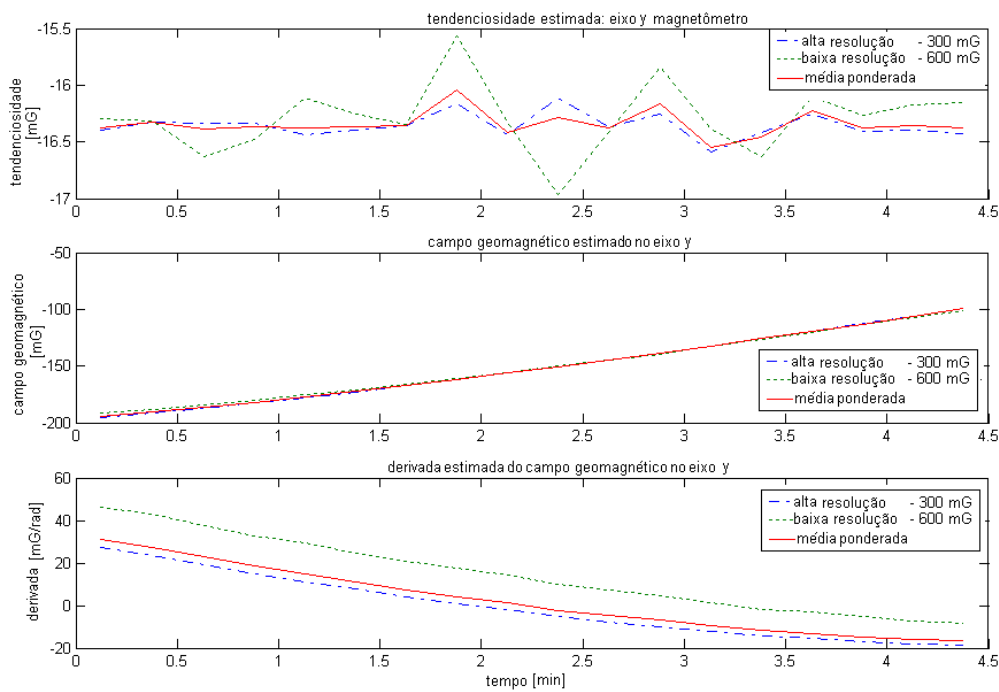


FIGURA 4.3 - Estimativas no eixo y do magnetômetro.

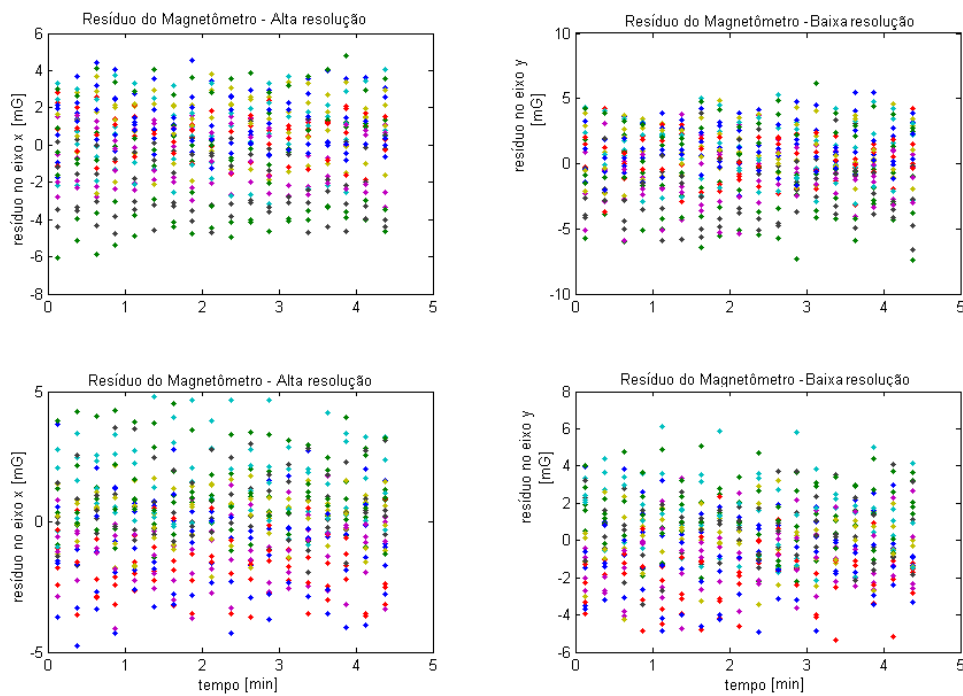


FIGURA 4.4 - Resíduos obtidos com o pré-processamento das observações do eixo x e y do magnetômetro em dois modos de resolução.

Neste trabalho as medidas dos sensores são simuladas e processadas em um curto período com duração de 15 segundos e em um médio período com duração de 60 minutos. As medidas são reportadas a todo instante ao procedimento (pelo computador) a uma frequência de 2Hz.

4.5 Estimativa a Priori

Passando para etapa do processo de estimação, na inicialização do procedimento informações *a priori* com respeito à órbita e atitude são necessárias para os estimadores.

A importância da estimativa *a priori* está na necessidade que têm as técnicas de estimação, no caso de sistemas não lineares, de conhecer a condição inicial dos estados para sua inicialização. Quanto mais precisa for a estimativa a priori, melhor, pois isso agiliza o processo de convergência do estimador.

Neste trabalho, as estimativas *a priori* para a órbita e atitude são obtidas em uma época t_{1i} , a partir de informações com respeito ao Sol e campo geomagnético. Assim, para atender o algoritmo computacional da estimativa *a priori*, as medidas são fornecidas somente pelos sensores de atitude.

Do sensor solar, utiliza-se além do ângulo do aspecto solar, também a informação de presença do Sol em seu campo de visada, para o cálculo dos instantes de entradas (ou saídas) do satélite na (ou da) sombra da Terra. Com isso são utilizados os instantes em que o plano da órbita do satélite intercepta o envelope de sombra da Terra, causando um eclipse no satélite, conforme a ilustração da Figura 4.1.

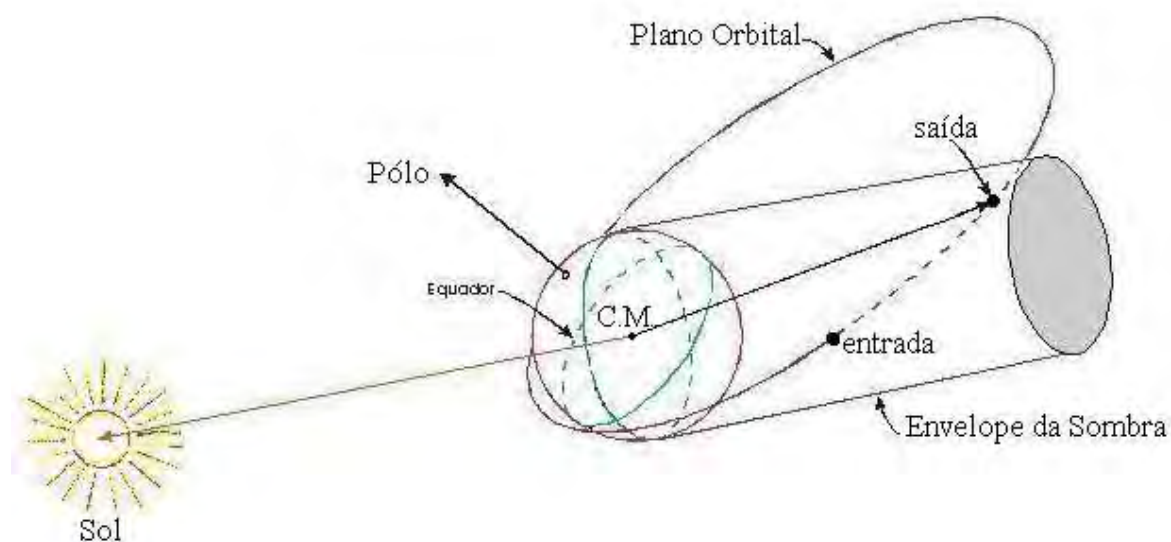


FIGURA 4.5 - Entrada e saída da sombra da Terra.

FONTE: Baseada em Escobal (1965, p. 157).

Com as informações dos instantes em que o plano orbital intercepta o envelope de sombra da Terra, obtém-se o período orbital (aproximado) e com esse o semi eixo-maior (aproximado), de acordo com a terceira lei de Kepler. Além do semi-eixo maior são ainda necessárias às informações do magnetômetro com respeito às componentes radial e axial e o instante de tempo em que cada medida foi coletada. Dessa maneira compõe-se o conjunto de elementos básicos para a utilização do algoritmo computacional para o levantamento da estimativa *a priori* dos elementos de órbita \mathbf{r}_{1i} e \mathbf{v}_{1i} , e a atitude $\hat{\mathbf{S}}_{1i}$.

A atitude inicial é obtida pela solução de Mínimos Quadrados, ou seja:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (4.1)$$

No qual,

\mathbf{y} é o vetor de observações (neste caso é a componente axial do campo geomagnético);

\mathbf{H} é a matriz que relaciona o estado a observação;

$\hat{\mathbf{x}}$ estado (neste caso a atitude $\hat{\mathbf{S}}$).

Implementando o algoritmo, mencionado no parágrafo anterior tem-se de escolher a melhor estimativa a priori para os elementos do estado referentes à órbita, segundo um processo de seleção, que adota os critérios, em princípio, de múltipla escolha e, posteriormente, de minimização.

4.5.1 Processo de Seleção de Candidatos à Estimativa a Priori da Órbita

Um satélite em órbita da Terra demora um intervalo de tempo Δt para deixar uma posição \mathbf{r}_i e chegar a outra posição \mathbf{r}_f , de modo que ao completar um período (orbital) um conjunto de posições descreverá sua trajetória espacial.

A cada posição ocupada pelo satélite, em sua trajetória, uma medida de campo geomagnético é obtida, pelo magnetômetro. Associado a esta medida está o instante em que ela foi coletada. De modo que, há uma relação entre o tempo de coleta da medida, a própria medida e a posição do satélite.

Com o modelo do campo geomagnético se conhece os lugares na Terra onde esse campo é mais (ou menos) intenso. Assim, as curvas de níveis dessas intensidades podem ser utilizadas como informação para o conhecimento (aproximado) da posição do satélite, pois o que se precisa saber é a posição do satélite em um dado instante t_{li} .

Uma solução para este problema é obtida quando se obtém o par $(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_f)$ pertence, respectivamente ao par de lugares geométricos LG_o, LG_e . Uma solução numérica é encontrada

quando se utiliza um processo de seleção de candidatos (pares de posições) onde o par minimiza o resíduo magnético dos campos modelado e observado. Obedecendo a dois critérios um de compatibilidade e outro próprio da minimização.

O lugar geométrico que contém a posição procurada \mathbf{r} coincide com uma curva de nível de intensidade geomagnética. Com a observação do campo geomagnético, pelo magnetômetro, é possível avaliar (dadas posições \mathbf{r} 's) qual é a curva de nível que existe a posição ocupada pelo satélite em um dado instante inicial t_{1i} . Da mesma forma pode-se encontrar a curva de nível que existe a posição ocupada pelo satélite em um dado instante final t_{1f} . Como são muitas as posições em ambas as curvas de níveis, são necessários pares compatíveis para verificar se o par minimiza o resíduo magnético. A compatibilidade de cada par é avaliada de acordo com o tempo gasto pelo satélite entre uma posição inicial e final quando foi feita a medida do campo geomagnético. O satélite sai de uma posição para outra e gasta um tempo Δt , nesse mesmo tempo a observação do campo mudou, assim com as várias posições iniciais e finais obtidas pela grade de pontos, faz-se um processo de seleção de candidatos compatíveis (r_i, r_f) com o tempo entre uma observação e outra do magnetômetro. Nesse processo é avaliada a compatibilidade do par, de forma que o ângulo entre essas posições está para o intervalo de tempo entre elas assim como o ângulo de uma volta está para o período orbital (obtido da informação da não observação do sensor solar), conforme a seguinte proporcionalidade.

$$\frac{\angle \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_f}{t_f - t_i} = \frac{2\Pi}{T_k} \quad (4.2)$$

T_k é o período orbital obtido anteriormente, pela observação da sombra.

Assim, um processo de seleção de candidatos que obedece a dois critérios um de compatibilidade e outro de otimização, como o descrito acima, é um método numérico de solução para o problema do cálculo da estimativa *a priori* de órbita com informações somente dos sensores a bordo.

Como é conhecido o semi-eixo maior (aproximado) e uma malha de pontos com várias latitude e longitudes é utilizada, posições podem ser obtidas com essas latitudes e longitudes cujo módulo é igual ao valor deste semi-eixo maior encontrado pela terceira lei de Kepler,

como mencionado anteriormente. Com estas posições, a intensidade do campo geomagnético é obtida. Com a intensidade do campo geomagnético observado e as longitudes e latitudes é possível obter outras longitudes e latitudes (mais próximas da realidade), o que implica em poder obter as posições iniciais (tudo ocorreu para o instante t_i), lembrando que o módulo destas posições é o valor do semi-eixo maior (aproximado), pois a órbita é considerada circular e as direções são avaliadas por essas últimas coordenadas angulares obtidas.

O mesmo é feito para encontrar a posição final, utilizando o tempo final da observação.

Esse processo preliminar é para seleção de pares candidatos $\underline{\mathbf{r}}_i, \underline{\mathbf{r}}_f$. Sendo que a posição $\underline{\mathbf{r}}_f$ é avaliada sob as mesmas condições que a posição $\underline{\mathbf{r}}_i$, uma que vez passado um intervalo de tempo Δt , a observação do campo é outra e a posição do satélite também.

Selecionados e verificado a compatibilidade os pares, calcula-se o campo geomagnético para todas as posições entre uma posição inicial e final e depois se avalia o resíduo magnético global. Serão escolhidos os candidatos que obedecem ao critério de minimização do resíduo magnético, os demais são dispensados.

Ao final do processo obtém-se o par mínimo para o cálculo da velocidade inicial. A posição inicial é própria da escolha deste par.

$$\hat{\mathbf{r}}_{1_i} = \underline{\mathbf{r}}_i \quad (4.3)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{1_i} = n_0 \frac{(\underline{\mathbf{r}}_f - \underline{\mathbf{r}}_i \cos(\angle \underline{\mathbf{r}}_f, \underline{\mathbf{r}}_i))}{\text{sen}(\angle \underline{\mathbf{r}}_f, \underline{\mathbf{r}}_i)} \quad (4.4)$$

4.5.2 Características Elementares da Estimativa a Priori

É possível realizar o processo descrito acima para a obtenção do par $\underline{\mathbf{r}}_i, \underline{\mathbf{r}}_f$ mínimo para a estimativa *a priori* mediante as seguintes considerações:

- 1) A órbita é quase circular;
- 2) O satélite está estabilizado em relação ao referencial inercial;

- 3) Existam observações que indiquem quando ocorreu a entrada/saída na (da) sombra da Terra;
- 4) A rotação de $\sim 1^\circ$ por dia da Terra em torno do Sol é desprezível.

4.5.3 Resumo da Estimativa Priori

- 1) Do sensor solar obtêm-se as entradas (ou saídas) do satélite na (da) sombra da Terra e calcula-se o período orbital aproximado.
- 2) Do período aproximado calcula-se o semi-eixo maior, também aproximado.
- 3) Com a função *meshgrid* do *Matlab*[®] calculam-se muitas longitudes e latitudes;
- 4) Com essas longitudes e latitudes mais o semi-eixo maior, calcula-se o campo geomagnético pela função *GEOMAG* (Lopes, et al. 1983). Com o módulo do campo geomagnético calculado mais o módulo do campo geomagnético observado em t_n , (no qual $n = i, f$) calcula-se o lugar geométrico das respectivas posições Terra com a função do *Contour* do *Matlab*[®].
- 5) Encontram-se latitudes e longitudes nesse lugar geométrico. Com estas encontram-se as posições para forma os pares candidatos à condição inicial.
- 6) Verifica-se a compatibilidade dos pares.
- 7) Verifica-se entre os pares compatíveis qual posição minimiza o resíduo magnético.
- 8) Encontrada a posição que minimiza o resíduo magnético finalmente, obtém-se a estimativa inicial de órbita.

4.5.4 Informação da Sombra a Partir do Sensor Solar do SCD-1

O indicador de presença do Sol considerado neste trabalho baseia-se no *bit* reservado para a informação sobre a velocidade angular do sensor solar do satélite SCD-1. A frequência com que este bit alterna de valor indica a velocidade angular do satélite. É esta informação que é utilizada para obtenção do período orbital.

Nos instantes em que o valor do *bit* é mantido constante (para de alternar) o sensor não observa o Sol, o que indica que ele está na região de sombra da Terra.

A estimativa *a priori* requer informações acerca de entradas consecutivas ou saídas consecutivas na sombra ou saídas da sombra da Terra. Segue uma ilustração (Figura 4.6) de como é o processo de obtenção da informação da sombra a partir do sensor solar do SCD-1.

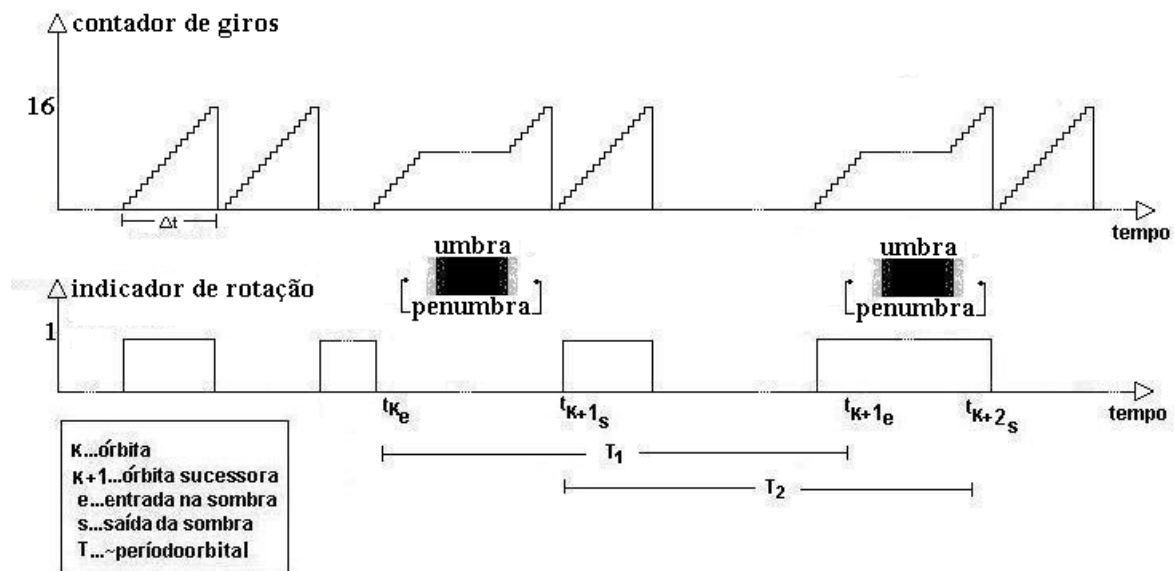


FIGURA 4.6 - Esquema do indicador de rotação.

4.6 Processo de Estimação

O processo de estimação é a segunda etapa do procedimento. Nesta etapa são utilizadas as técnicas de estimação de estados. A estimativa de posição, velocidade, atitude e covariâncias dos erros são primeiramente obtidas pelo Mínimos Quadrados, sendo que a cada período essas estimativas são enviadas ao Filtro Estendido de Kalman, uma vez que elas são processadas todas de uma só vez pelo Mínimos Quadrados. Com a disponibilidade das observações

(estimativas do Mínimos Quadrados) o filtro atualiza e propaga os estados, fornecendo assim novas estimativas, devidamente refinadas.

Este processo de estimação é dividido em médio e longo período. O período em que as medidas são processadas pelo Mínimos Quadrados é classificado como médio e o que as observações são processadas pelo Filtro Estendido de Kalman é classificado como longo.

4.7 Médio Período: Algoritmo de Mínimos Quadrados em Lotes

Com a estimativa *a priori* disponível o estimador de Mínimos Quadrados inicia o processamento em lotes das medidas dos sensores de atitude com o seguinte algoritmo.

Este algoritmo foi desenvolvido pela referência (Lopes, et al. 1999). O vetor de estados contém o vetor posição do satélite, \mathbf{r}_i , o vetor velocidade instantânea do satélite em relação ao Sistema Inercial, $\dot{\mathbf{r}}_i$, e o versor da direção do eixo de rotação do satélite, $\hat{\mathbf{s}}_i$, todos no i -ésimo instante do lote de observações, t_i , e escritos no Sistema Inercial:

$$\mathbf{X}_i \equiv \left\{ \mathbf{r}_i^T \quad \dot{\mathbf{r}}_i^T \quad \hat{\mathbf{s}}_i \right\}^T, \quad (4.5)$$

Este vetor pode ser relacionado com o estado no instante inicial do lote, t_0 , pela seguinte Equação:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{f}(\mathbf{X}_0, t_i - t_0) \quad (4.6)$$

Na qual, \mathbf{f} é a função não linear de propagação analítica do sistema, cujos elementos, relacionados à propagação da órbita são dados pela referência (Kuga, 1986), e a parte referente à propagação de atitude é trivial por considerar que esta é constante durante todo o lote de observações.

O modelo de observação, por sua vez, considera que o vetor de observação \mathbf{Y}_i no instante t_i é dado por uma função não linear do estado, \mathbf{h}_i , corrompida por uma sequência branca não tendenciosa, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$, de matriz de covariância $\boldsymbol{\Xi}_i$:

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{h}_i(\mathbf{X}_i) + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (4.7)$$

Cada lote de observações contém observações provenientes do pré-processamento de dados do magnetômetro, a saber, as componentes radial e axial do campo geomagnético no sistema do satélite, e pode conter, adicionalmente, uma observação resultante do pré-processamento dos dados do sensor solar, a saber, o co-seno diretor da direção do Sol em relação ao eixo de rotação do satélite. Assim sendo, a função \mathbf{h}_i é dada por 4.8:

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{X}_i) = \begin{cases} \hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{s}}_0, & \text{para } i = 0, \\ \left\{ \begin{array}{l} [\mathbf{B}_i^T (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{s}}_i^T) \mathbf{B}_i]^{1/2} \\ \mathbf{B}_i^T \hat{\mathbf{s}}_i \end{array} \right\}, & \forall i \in [1, N_{MP}] \end{cases}, \quad (4.8)$$

em que $\hat{\mathbf{S}}$ é o versor na direção do Sol no Sistema Inercial em t_0 , \mathbf{I} é a matriz identidade no \mathcal{R}^3 , N_{MP} é o tamanho do lote de observações magnéticas, e \mathbf{B}_i representa o campo geomagnético no Sistema Inercial em t_i no local do satélite, dado pelo modelo IGRF (Lopes, et al. 1.983).

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{B}(\mathbf{r}_i, t_i). \quad (4.9)$$

A observação solar pode ser arbitrariamente associada ao instante inicial do lote porque a direção do Sol fica praticamente constante durante o intervalo.

De acordo com o método dos Mínimos Quadrados, o estado inicial \mathbf{X}_0 deve minimizar a seguinte função custo:

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}_0) = \sum_i [\mathbf{Y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{X}_i)]^T \Xi_i^{-1} [\mathbf{Y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{X}_i)]. \quad (4.10)$$

Devido a não linearidade das funções de observação e de propagação do estado, a relação entre as observações e o estado inicial deve ser linearizada em torno de um valor inicial nominal $\bar{\mathbf{X}}_0$. Com esta finalidade, e considerando que $\hat{\mathbf{s}}_0$ possui apenas dois graus de liberdade, ambos no plano perpendicular a $\hat{\mathbf{s}}_0$, define-se um vetor reduzido de correções no estado, \mathbf{p} :

$$\mathbf{p} \equiv \left\{ \mathbf{r}_0^T - \bar{\mathbf{r}}_0^T \quad \dot{\mathbf{r}}_0^T - \dot{\bar{\mathbf{r}}}_0^T \quad \xi^T \right\}^T, \quad (4.11)$$

tal que:

$$\hat{\mathbf{s}}_0 = \bar{\mathbf{s}}_0 + [(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{s}}_0 \bar{\mathbf{s}}_0^T) \hat{\mathbf{S}} : [\hat{\mathbf{S}} \times] \bar{\mathbf{s}}_0] \xi , \quad (4.12)$$

$$\mathbf{X}_0 = \bar{\mathbf{X}}_0 + \Psi \mathbf{p} . \quad (4.13)$$

Em que a barra superior indica valor nominal, $[V \times]$ indica o operador produto vetorial, a matriz Ψ é dada por:

$$\Psi \equiv \frac{\partial(\mathbf{X}_0 - \bar{\mathbf{X}}_0)}{\partial \mathbf{p}} \quad (4.14)$$

E sua expressão Matemática pode ser deduzida das Equações 4.5 e 4.11-4.13.

Com isso, o estado e a função de observação em t_i podem ser escritos em função de $\bar{\mathbf{X}}_0$ e de \mathbf{p} :

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_0, t_i - t_0) + \mathbf{F}_i \Psi \mathbf{p} , \quad (4.15)$$

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{X}_i) = \mathbf{h}_i(\mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_0, t_i - t_0)) + \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i \Psi \mathbf{p} , \quad (4.16)$$

Nas quais, as matrizes \mathbf{F}_i e \mathbf{H}_i são dadas respectivamente por:

$$\mathbf{F}_i \equiv \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{X}_0, t_i - t_0)}{\partial \mathbf{X}_0} \Big|_{\mathbf{X}_0 = \bar{\mathbf{X}}_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \dot{\mathbf{r}}_0} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_i}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_i}{\partial \dot{\mathbf{r}}_0} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I} \end{pmatrix} , \quad (4.17)$$

$$\mathbf{H}_i \equiv \frac{\partial \mathbf{h}_i(\mathbf{X}_i)}{\partial \mathbf{X}_i} \Big|_{\mathbf{X}_i = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_0, t_i - t_0)} = \begin{bmatrix} \nabla \mathbf{B}_i (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}}_i \bar{\mathbf{A}}_i^T) \bar{\mathbf{B}}_i / \bar{\beta}_i & \mathbf{A}_i \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ -\bar{\mathbf{B}}_i \bar{\mathbf{B}}_i^T \bar{\mathbf{A}}_i / \bar{\beta}_i & \bar{\mathbf{B}}_i \end{bmatrix}^T , \quad \forall i \neq 0 \quad (4.18)$$

Nas Equações 4.17 e 4.18, as derivadas parciais de \mathbf{r}_i e $\dot{\mathbf{r}}_i$, são dadas analiticamente pela referência (Kuga, 1986); $0_{n \times m}$ representa a matriz nula no $\mathfrak{R}^{n \times m}$; e $\bar{\mathbf{B}}_i$, seu gradiente $\nabla \mathbf{B}_i$, e a componente radial do campo geomagnético, β_i , são dados respectivamente por:

$$\bar{\mathbf{B}}_i = \mathbf{B}(\bar{\mathbf{r}}_i, t_i) , \quad (4.19)$$

$$\nabla \mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t_i)}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=\bar{\mathbf{r}}_i} , \quad (4.20)$$

$$\beta_i = [\bar{\mathbf{B}}_i^T (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}}_i \bar{\mathbf{A}}_i^T) \bar{\mathbf{B}}_i]^{1/2} , \quad (4.21)$$

Finalmente, a matriz \mathbf{H}_0 é dada por:

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 6} & \mathbf{S}^T \end{bmatrix} . \quad (4.22)$$

A função custo pode então ser reescrita em função do vetor de correções \mathbf{p} :

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) = \sum_i [\mathbf{Y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_0 + \Psi \mathbf{p}, t_i - t_0))]^T \Xi_i^{-1} [\mathbf{Y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_0 + \Psi \mathbf{p}, t_i - t_0))] . \quad (4.23)$$

Aplicando a condição necessária de otimalidade dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{p}} = \sum_i [\mathbf{Y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{f}(\bar{\mathbf{X}}_0 + \Psi \mathbf{p}, t_i - t_0))]^T \Xi_i^{-1} \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i \Psi = \mathbf{0} \quad (4.24)$$

Obtém-se que a solução ótima \mathbf{p}^* é dada por:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{C}_p \mathbf{v} , \quad (4.25)$$

Em que \mathbf{C}_p é a matriz de covariância do erro de estimação de \mathbf{p} , e \mathbf{v} é o resíduo médio ponderado das observações, dados respectivamente por:

$$\mathbf{C}_p = \left\{ \sum_i \Psi^T \mathbf{F}_i^T \mathbf{H}_i^T \Xi_i^{-1} \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i \Psi \right\}^{-1} , \quad (4.26)$$

$$v = \sum_i \Psi' F_i^T H_i^T \Xi_i^{-1} [Y_i - h_i(f(\bar{X}_0, t_i - t_0))] . \quad (4.27)$$

Uma vez calculado \mathbf{p}^* , a estimativa do estado é dada por:

$$\mathbf{X}_0^* = \bar{\mathbf{X}}_0 + \Psi \mathbf{p}^* . \quad (4.28)$$

Esta estimativa pode ser utilizada como um novo valor nominal e todo o processo ser repetido até atingir algum critério de convergência. Após cada iteração, o versor \hat{s}_0 é normalizado, de modo a garantir que seu módulo permaneça unitário.

4.8 Médio Período: Filtro Estendido de Kalman

Nesta etapa do processo de estimação o estimador Filtro Estendido de Kalman apenas refina a estimativa obtida no processamento de Mínimos Quadrados. Essa estimativa é a observação do Filtro Estendido Kalman, assim ele refina conjuntamente a órbita e atitude do satélite. Os modelos dinâmicos são escritos na forma do estimador conforme a Equação 4.1:

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{f}(\mathbf{X}_i, \mathbf{t}_i) + \mathbf{G}_i \Phi_i \quad (4.1)$$

A função \mathbf{f} é uma função não linear do estado \mathbf{X}_i que propaga-o ao seu sucessor \mathbf{X}_{i+1} .

Na qual,

- \mathbf{X} vetor de estado de dimensão $n \times 1$;
- \mathbf{f} função vetorial não linear de dimensão $n \times n$
- Φ_i e v_i seqüências gaussianas brancas de dimensão $m \times 1$;
- \mathbf{G}_i matriz de dimensão $n \times n$.

A função de propagação dos estados orbitais foi desenvolvida implementada em linguagem *FORTRAN*[®] pela referência (Kuga, 1986).

Os sistemas dinâmicos são considerados isentos de quaisquer perturbações, cujas equações são apresentadas abaixo:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{r}(t) = \mathbf{v}(t) \quad (4.2)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v}(t) = \mathbf{a}(t) \quad (4.3)$$

Na qual, \mathbf{a} é a aceleração da dinâmica de dois corpos, sem perturbações.

A atitude é representada por um versor $\hat{\mathbf{s}}$ ao longo do eixo de rotação do satélite.

Para o longo período a relação entre o estado e a observação é linear, na qual a observação é o próprio estado estimado pelo Mínimos Quadrados.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E ANÁLISES

5.1 Introdução

Neste Capítulo são apresentados os resultados obtidos para os erros em posição, velocidade e atitude, bem como os resíduos magnéticos nas componentes radial e axial.

Os resultados são obtidos a partir de testes com atitude real e simulada, órbita real e medidas simuladas. Estes são realizados de tal forma a possibilitar as investigações: da influência da tendenciosidade na componente axial do magnetômetro e do que acontece com a estimativa de atitude quando se utiliza dados reais no processo.

A finalidade dos testes com o efeito magnético residual na componente axial é de investigar e analisar o quanto esta parcela tendenciosa interfere na precisão das estimativas.

Os resultados de 6 simulações são obtidos utilizando o software *Matlab*[®], no qual os programas foram desenvolvidos nesta linguagem para testar o procedimento foram executados em um microprocessador *AMD ATHLON AX2000*[®].

Convém destacar que valiosas contribuições, para testar o procedimento foram dadas pelas referências (Kuga, 1986) e (Lopes, et al. 1983). A primeira delas, no que diz respeito ao trabalho de propagação do movimento Kepleriano e a segunda no que diz respeito ao trabalho do cálculo recursivo do vetor campo geomagnético até o 10^o harmônico, ambos em linguagem *FORTRAN*[®].

Os dados reais de órbita utilizados para realização dos testes são correspondes a órbita do satélite ambiental SCD-1, cuja especificação é de uma órbita quase circular, com altitude de 750 km e inclinação de 25°.

5.2 Suprimentos Para as Simulações

Suprimento 1: observações.

As medidas são simuladas com a inclusão de uma parcela estocástica de distribuição gaussiana e o desvio padrão de cada sensor.

Nos testes de investigações do efeito tendencioso na componente axial, um valor de tendenciosidade é adicionado.

Suprimento 2: estimativa *a priori*.

Os tempos de entradas consecutivas na sombra da Terra são simulados para a obtenção do período orbital e depois do semi-eixo maior.

As medidas das componentes radial e axial do magnetômetro são fornecidas a condição inicial (sem tendenciosidade).

Suprimento 3: Mínimos Quadrados em lotes

A medida componente axial do magnetômetro é fornecida ao estimador Mínimos Quadrados (com e sem tendenciosidade, dependendo da simulação).

A medida da componente radial do magnetômetro é fornecida ao estimador Mínimos Quadrados (com e sem tendenciosidade).

A estimativa *a priori* é fornecida ao Mínimos Quadrados para a obtenção das estimativas de posição, velocidade, atitude e respectivas covariâncias.

A medida do ângulo do aspecto solar é fornecida ao estimador Mínimos Quadrados.

Suprimento 4: Filtro de Kalman

As estimativas obtidas no processo do Mínimos Quadrados são fornecidas ao Filtro de Kalman como sendo suas observações.

5.3 Simulações

As simulações apresentadas nesta Seção atestam a aplicabilidade do procedimento descrito no Capítulo 4 e apresentam as investigações provenientes deste trabalho.

Nestas simulações o processamento pelo Mínimos Quadrados é realizado num período de 60 minutos, ou seja, a cada lote de medidas fornecido a essa técnica uma estimativa de posição, velocidade, atitude e respectivas covariâncias são obtidas a cada 60 minutos. Com a chegada da observação (estimativa) enviada pelo Mínimos Quadrados o Filtro Estendido de Kalman atualiza e propaga conjuntamente a órbita e atitude do satélite.

Para cada investigação realizada, os resultados de um dia de simulações são apresentados em um só gráfico a fim de se comparar as estimativas de ambas as técnicas e assim acompanhar o devido refinamento do filtro. Em seguida, a cada gráfico de resultados é apresentada uma tabela de médias quadráticas das estimativas de ambas as técnicas.

Antes da apresentação de cada gráfico de resultados é apresentada uma tabela com as condições da simulação em cada investigação realizada. Tais, gráficos mostram os resultados de erros em posição, velocidade e atitude. Seguinte a cada gráfico de resultados estão os resíduos magnéticos nas componentes simuladas, radial e axial do magnetômetro.

Foram utilizados dados da órbita e atitude do primeiro satélite nacional de coleta de dados ambientais (SCD-1), esses cedidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE, para as investigações dos modelos utilizados neste trabalho. Algumas informações deste satélite são apresentadas na tabela 5.1, a seguir:

TABELA 5.1 - Informações do satélite SCD-1.

Lançamento	9 de fevereiro de 1993.
Geometria	prisma reto de base octogonal
Massa	~97 quilos
Órbita	próxima a circular
Altitude	750 km
Inclinação	25°
Estabilização	por rotação (<i>spin</i>)
Sensores de atitude	2 sensores solares digitais e 1 magnetômetro de 3 eixos
precisão do magnetômetro	1 mG
precisão do sensor solar	1/2°

5.3.1 Resultados e Investigações

As simulações foram realizadas por etapas, ou seja, de acordo com os dados utilizados (se simulados ou não) e de acordo com o meio utilizado para inicializar o algoritmo de Mínimos Quadrados (se automático ou manual), essas diferenças fazem parte das etapas 1 e 2 para a investigação dos modelos. Além dessas, há mais uma etapa que divide-se em 3 tipos de simulações, cujo objetivo é de investigar o efeito da tendenciosidade magnética na componente axial, ou seja o quanto a parcela tendenciosa nessa componente afeta as estimativas de órbita e atitude. Por fim, todas as etapas testam o procedimento de estimação conjunta de órbita e atitude, conforme tabela das etapas, a seguir.

TABELA 5.2 - Etapas do testes do procedimento.

	1	2	3a	3b	3c	3d
ÓRBITA	Real	Real	Real	Real	Real	Real
ATITUDE	Real	Simulada	Simulada	Simulada	Simulada	Simulada
SENSORES	Simulados	Simulados	Simulados	Simulados	Simulados	Simulados

Condições de realização da simulação da etapa 1.

TABELA 5.3 - Condições da etapa 1.

Ruído da Dinâmica Orbital	0,1
Ruído da Dinâmica de atitude	1×10^{-11}
Erro em altitude	1 km
Tendenciosidade magnética	0 mG
Erro em posição	100 km
Erro em velocidade	50 m/s
Erro em atitude	5 graus
Estimativa Inicial	Manual

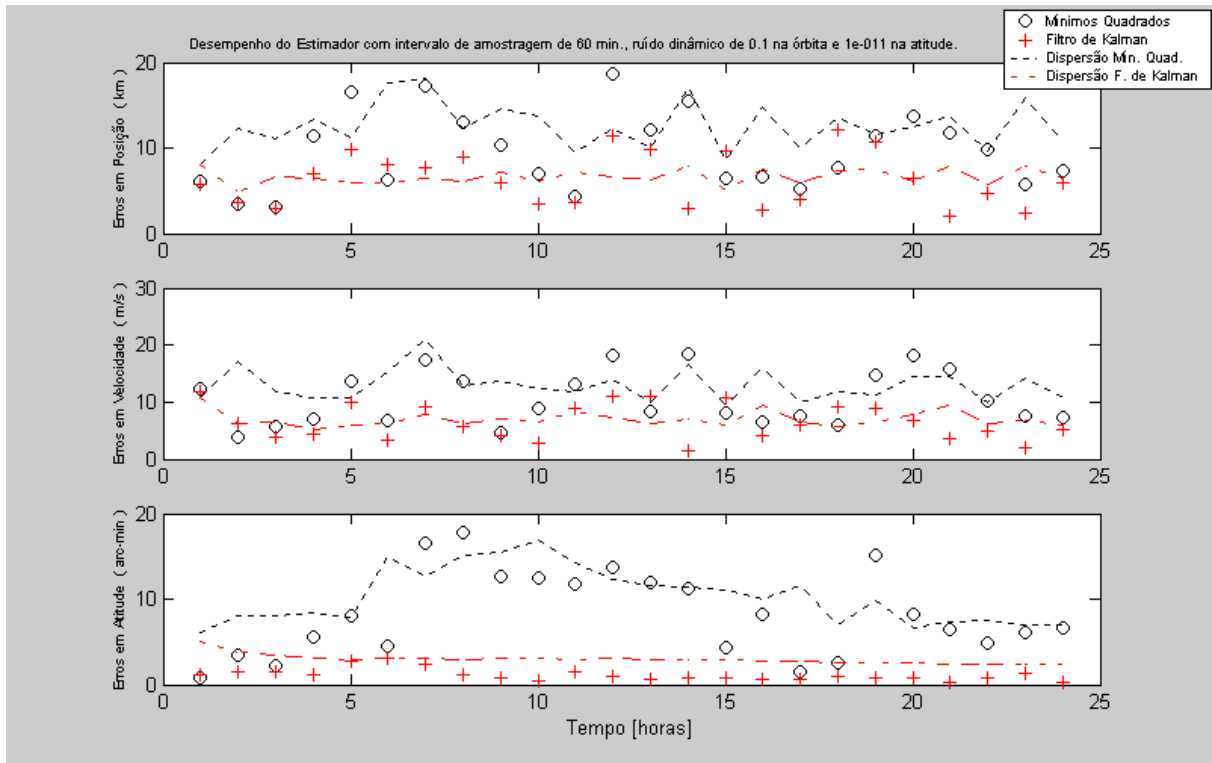


FIGURA 5.1 - Erros com atitude simulada.

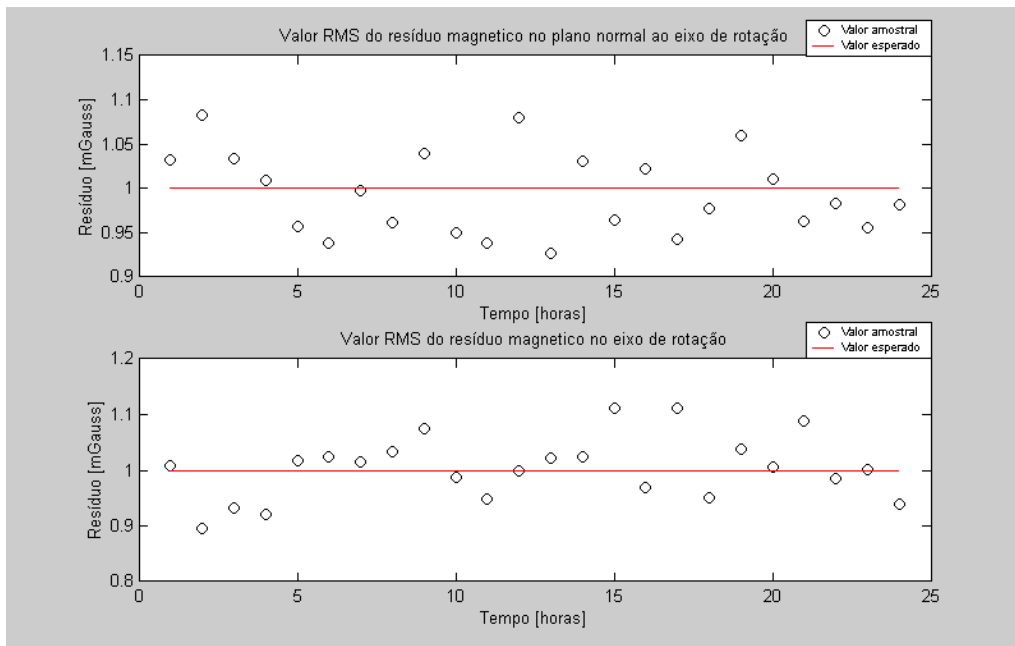


FIGURA 5.2 - Resíduos com atitude simulada.

TABELA 5.4 - Médias quadráticas da etapa 1.

Média quadrática	Mínimos Quadrados	Filtro de Kalman
Em posição	10,5883 km	7,0250 km
Em velocidade	11,5563 m/s	7,1764 m/s
Em atitude	9,5067 (arc-min)	1,3414 (arc-min)
Em componente radial	0,9942 mG	
Em componente axial	1,0056 mG	

Condições de realização da simulação da etapa 2.

TABELA 5.5 - Condições da etapa 2.

Ruído da Dinâmica Orbital	0,1
Ruído da Dinâmica de atitude	1×10^{-11}
Erro em altitude	1 km
Tendenciosidade magnética	0 mG
Estimativa Inicial	Automático

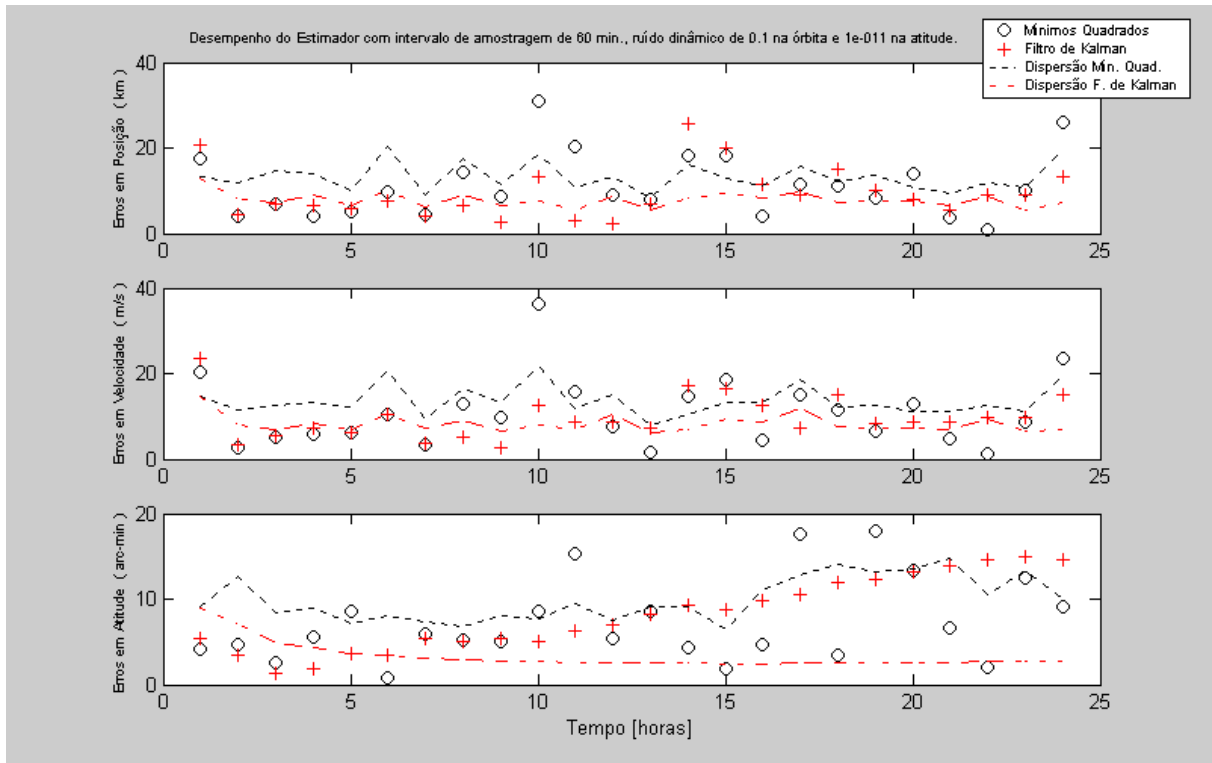


FIGURA 5.3 - Erros com atitude real.

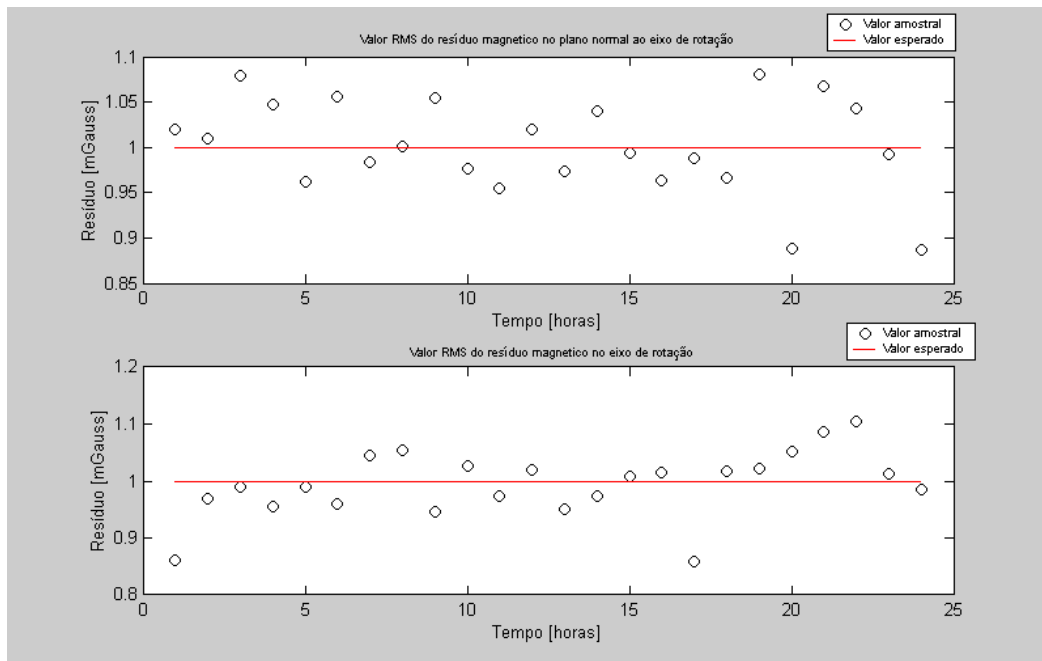


FIGURA 5.4 - Resíduos com atitude real.

TABELA 5.6 - Médias quadráticas da etapa 2.

Média quadrática	Mínimos Quadrados	Filtro de Kalman
Em posição	13,4259 km	11,1317 km
Em velocidade	13,3925 m/s	10,8915 m/s
Em atitude	8,6715 (arc-min)	9,1564 (arc-min)
Em componente radial	1,0032 mG	
Em componente axial	0,9967 mG	

Das etapas 1 e 2, cujos resultados foram mostrados nas Figuras 5.1 a 5.4, avalia-se o seguinte:

Utilizando informações de atitude real do SCD-1, verifica-se que a estimativa de atitude do Filtro Estendido de Kalman começa divergir depois da 10^a hora. O mesmo não ocorre quando a atitude é simulada.

Entre os dados simulados e os dados reais de atitude o refinamento do filtro ocorreu com significativa melhora na estimativa de atitude com dados simulados, enquanto que com dados reais o filtro não refinou a estimativa do Mínimos Quadrados. Isso mostra a importância de se incluir no modelo dinâmico de atitude os efeitos perturbadores.

Com os resultados destas etapas, onde uma utiliza dados reais e outra dados simulados e á que utiliza dados simulados utiliza uma estimativa inicial manual, cujos valores são mostrados na tabela verifica-se que a estimativa inicial fornecida pelo método descrito no Capítulo 4, funciona com sucesso.

A etapa 3 divide-se em quatro simulações a, b, c, e d. Essas simulações foram realizadas com a utilização da estimativa inicial automática e a investigação do efeito tendencioso na componente axial é realizada em tais simulações.

Analisando os resíduos nas componentes (simuladas) radial e axial, observam-se valores residuais muito bons, pois a única incerteza em tais componentes é devida ao desvio do equipamento e ao processo aleatório Gaussiano branco.

No entanto, na prática o sucesso nos resíduos magnéticos não é tão favorável, assim. Explica-se: como já foi comentado a respeito do magnetômetro no Capítulo 2 (fundamentos teóricos), esse sensor tem problemas de precisão, por conta dos resíduos magnéticos no satélite. Mediante esta característica desfavorável as componentes do campo medido pelo satélite apresentam resíduos magnéticos consideravelmente altos quando comparados à sua precisão e a amplitude da componente radial após a retirada desta tendenciosidade (*bias*) no pré-processamento, conforme um teste realizado com medidas reais e apresentado no Capítulo 4. Na componente axial não é possível realizar o mesmo tipo de ajuste que é feito na radial e para levá-la ao processo de estimação sem a parcela magnética tendenciosa. E assim, uma investigação deve ser realizada verificar o quão errada fica a estimativa de órbita e atitude pela influência do efeito tendencioso.

Condições de realização da simulação da etapa 3a.

TABELA 5.7 - Condições da etapa 3a.

Ruído da Dinâmica Orbital	0,1
Ruído da Dinâmica de atitude	1×10^{-11}
Erro em altitude	1 km
Tendenciosidade magnética componente axial	1 mG
Estimativa Inicial	Automático

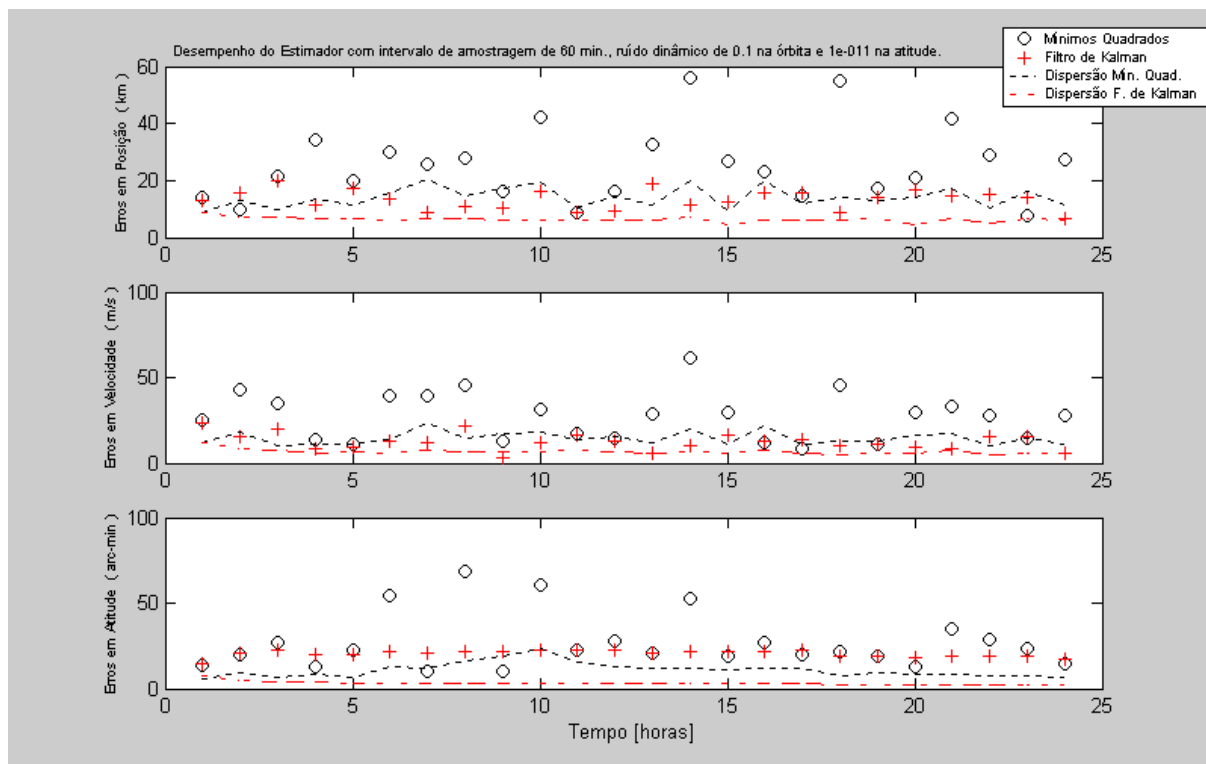


FIGURA 5.5 - Erros para tendenciosidade axial de 1 mG.

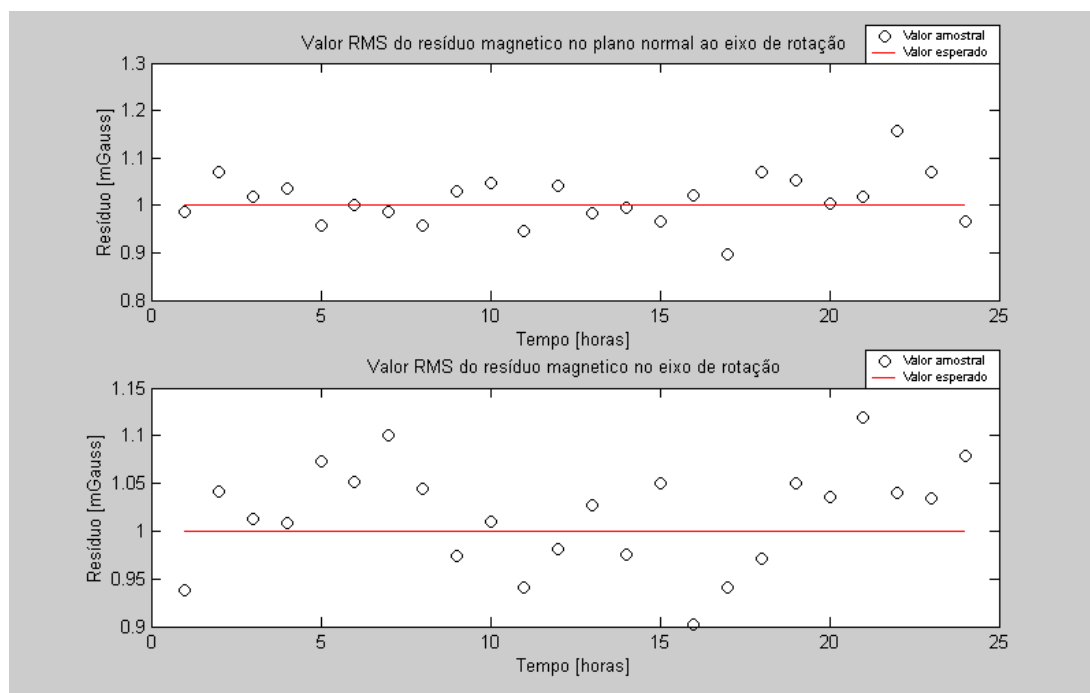


FIGURA 5.6 - Resíduos para tendenciosidade axial de 1 mG.

Condições de realização da simulação da etapa 3b.

TABELA 5.8 - Condições da etapa 3b.

Ruído da Dinâmica Orbital	0,1
Ruído da Dinâmica de atitude	1×10^{-11}
Erro em altitude	1 km
Tendenciosidade magnética componente axial	3 mG
Estimativa Inicial	Automático

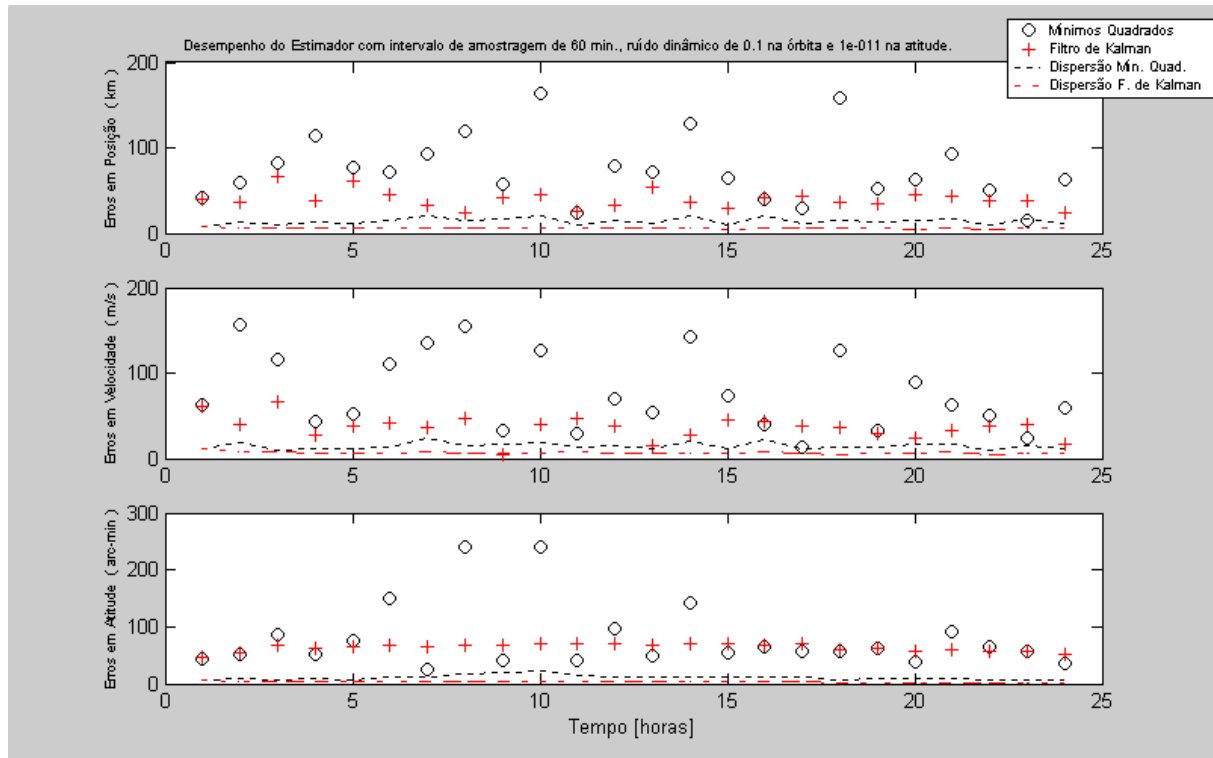


FIGURA 5.7 - Erros para tendenciosidade axial de 3 mG.

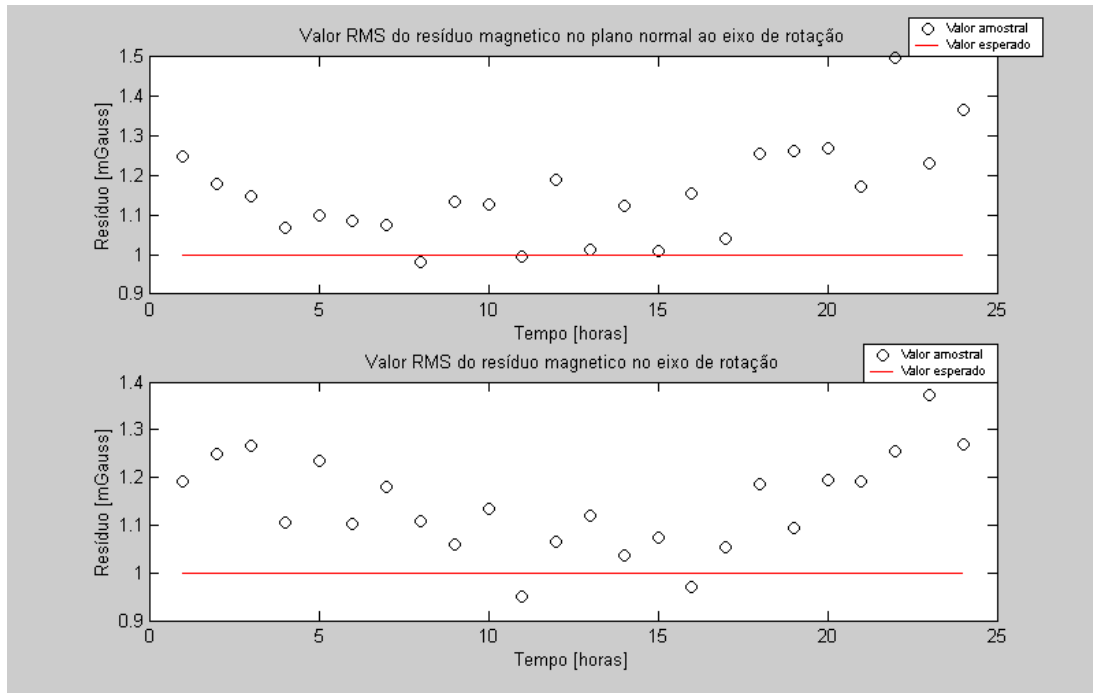


FIGURA 5.8 - Resíduos para tendenciosidade axial de 3 mG.

Condições de realização da simulação da etapa 3c.

TABELA 5.9 - Condições da etapa 3c.

Ruído da Dinâmica Orbital	0,1
Ruído da Dinâmica de atitude	1×10^{-11}
Erro em altitude	1 km
Tendenciosidade magnética componente axial	5 mG
Estimativa Inicial	Automático

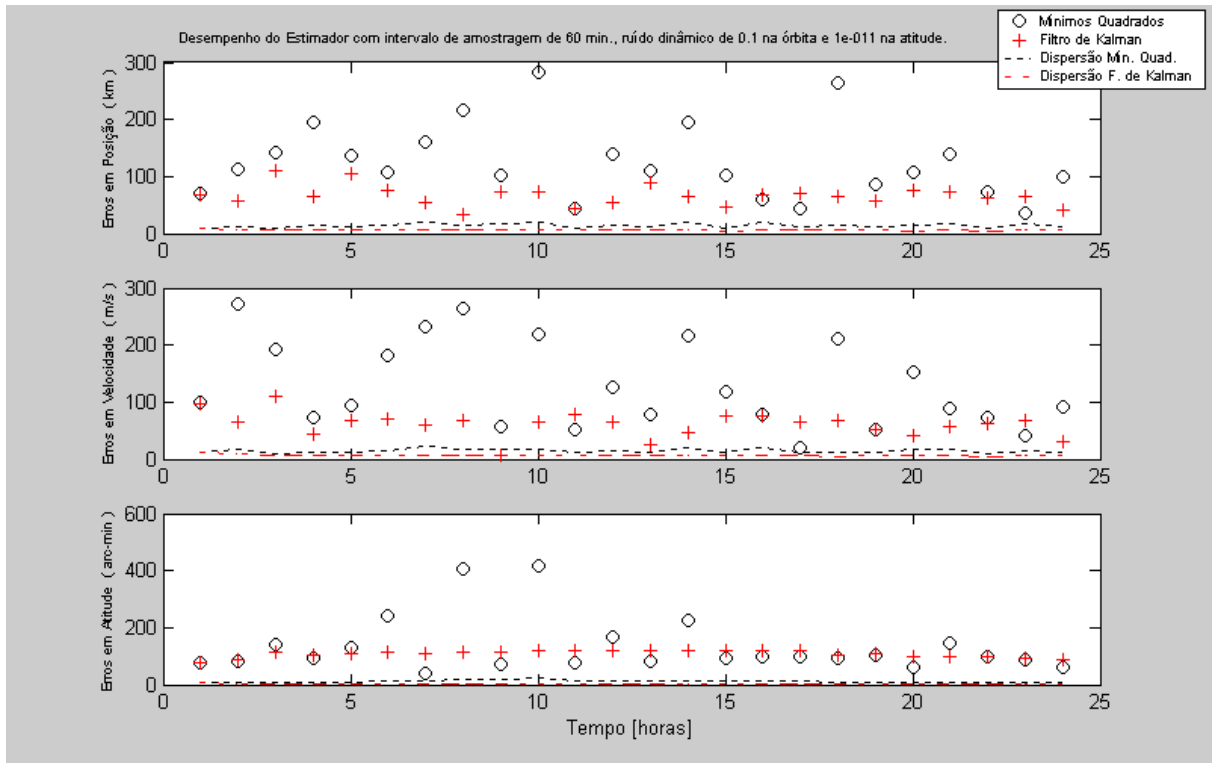


FIGURA 5.9 - Erros para tendenciosidade axial de 5 mG.

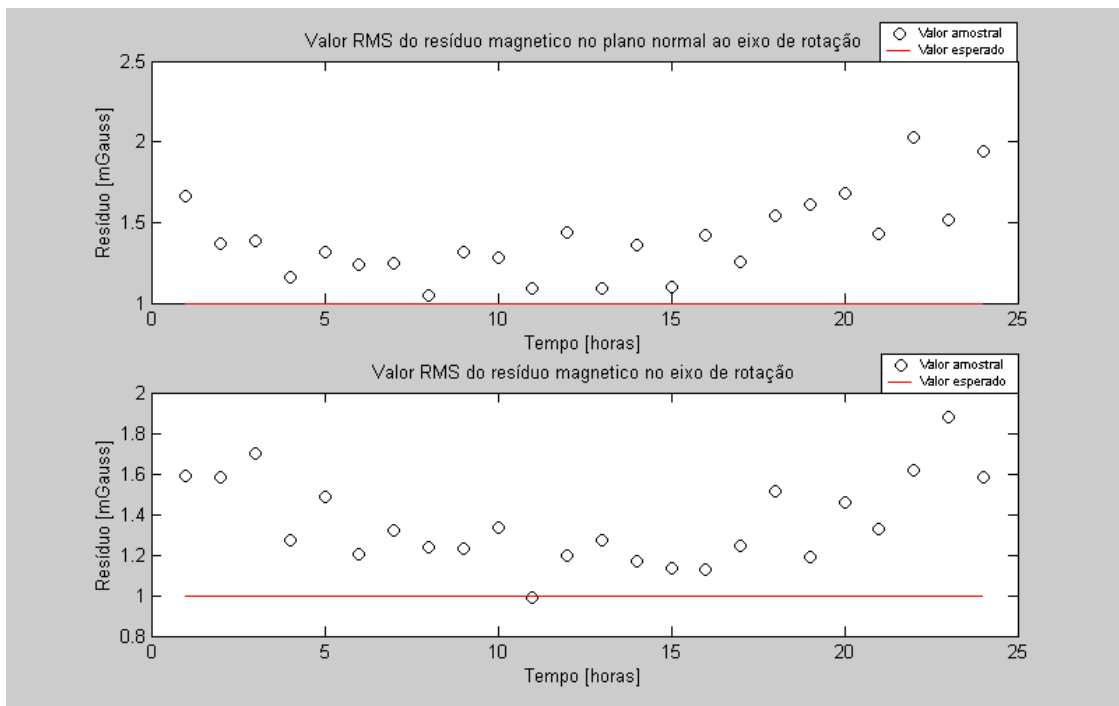


FIGURA 5.10 - Resíduos tendenciosidade axial de 5 mG.

Condições de realização da simulação da etapa 3d.

TABELA 5.10 - Condições da etapa 3d.

Ruído da Dinâmica Orbital	0,1
Ruído da Dinâmica de atitude	1×10^{-11}
Erro em altitude	1 km
Tendenciosidade magnética componente axial	10 mG
Estimativa Inicial	Automático

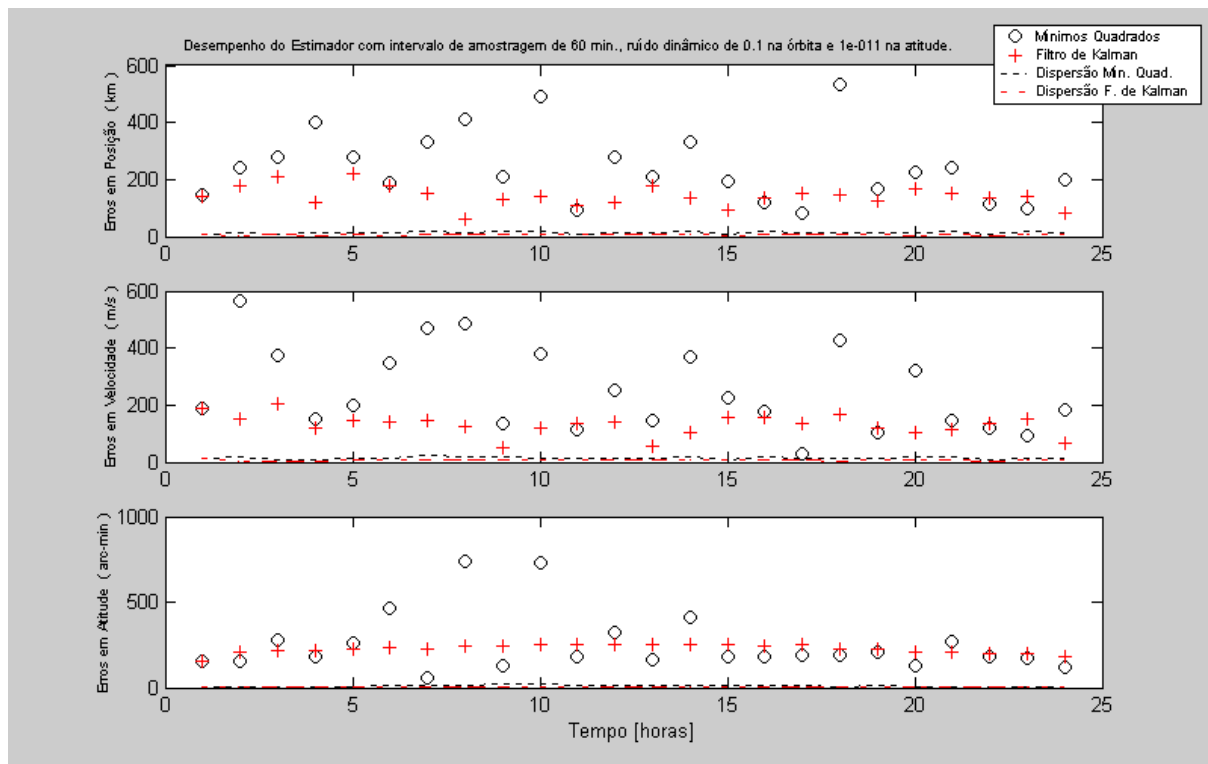


FIGURA 5.11 - Erros para tendenciosidade axial de 10 mG.

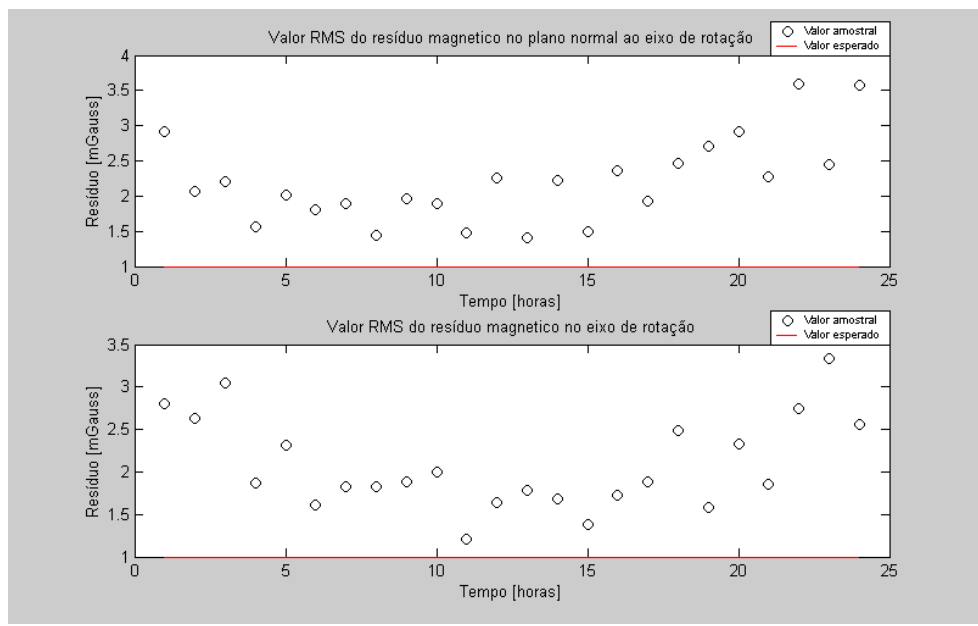


FIGURA 5.12 - Resíduos para tendenciosidade axial de 10 mG.

TABELA 5.11 - Médias quadráticas referentes a todas as simulações da etapa 3.

Tendenciosidade x em mG			
x=1	x=3	x=5	x=10
Mínimos Quadrados			
<i>Posição r em km</i>			
28,7673	84,5319	141,3986	272,3212
<i>Velocidade v em m/s</i>			
30,5391	88,9443	148,4801	288,538
<i>Atitude em arc-min</i>			
31,1857	97,8247	163,7438	304,0079
Filtro Estendido de Kalman			
<i>Posição r em km</i>			
13,7536	40,8191	68,5652	146,6134
<i>Velocidade v em m/s</i>			
13,3829	38,6248	64,5837	134,8239
<i>Atitude em arc-min</i>			
20,5118	64,1543	108,1706	227,9338
Componente radial mG			
1,013	1,1614	1,4185	2,2807
Componente axial mG			
1,0182	1,1488	1,377	2,1504

Estas simulações realizadas sob mesmas condições mostram o quão degradada fica a estimativa dos estados quando a tendenciosidade na componente axial aumentada. Isso é interessante, pois bobinas magnéticas utilizadas pelo sistema de controle aumentam significativamente esta tendenciosidade.

Os resultados obtidos nestas etapas indicam que se deve incluir a tendenciosidade magnética da componente axial na etapa do processo de estimação do procedimento.

Convém observar que estas simulações atestam a eficiência do Filtro Estendido de Kalman em refinar, com sucesso, as estimativas obtidas pelo Mínimos Quadrados.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Por meio das simulações realizadas no Capítulo 5 chega-se a conclusões relevantes que contribuem para que o procedimento seja implementado como meio alternativo (ou substitutivo) em missões espaciais de satélites em órbitas baixas.

O procedimento apresentado neste trabalho tem condições de estimar conjuntamente a órbita e a atitude a partir de informações apenas do magnetômetro e do sensor solar.

Os estimadores desempenharam suas tarefas com sucesso e o processo de cálculo de uma estimativa inicial para partida do processo de estimação foi capaz de atender o requerimento da estimativa *a priori* exigida pelo estimador de estados.

A qualidade da precisão das estimativas está vinculada a precisão de um dos sensores de atitude, no caso o magnetômetro. Sendo que o que mais influencia na degradação das estimativas é a tendenciosidade magnética.

Com isso, em projetos que visam a implementação deste procedimento a bordo deve-se levar em conta a qualidade da observação deste sensor, pois não adianta escolher modelos sofisticados para as dinâmicas (órbita e atitude com a inclusão de várias perturbações) sem resolver o problema da presença de erros tendenciosos na componente axial, sendo assim recomenda-se que se inclua no vetor de estados esta tendenciosidade.

Pela razão de que o Filtro Estendido de Kalman utilizou observações melhores, porque foram as estimativas obtidas pelo Mínimos Quadrados, este estimador foi capaz de refinar tais estimativas, por isso, em projetos que usem um procedimento como este para a determinação de órbita e atitude conjuntamente é recomendada a utilização do Filtro Estendido de Kalman em parceria com o Mínimos Quadrados.

O processador Mínimos Quadrados é capaz de retirar das medidas, por processá-las todas de uma só vez, a melhor informação do estado.

O filtro de Kalman mostrou um melhor desempenho em suas estimativas quando a atitude real não foi considerada. No entanto quando ela foi considerada o filtro começou a divergir nos últimos tempos da simulação e com isso, entende-se que se deve incluir no processo de estimação as perturbações de origem magnética no modelo de atitude, conforme o que foi apresentado no Capítulo 2 de fundamentos teóricos. O fenômeno da divergência ocorre quando o modelo da dinâmica no filtro é simples demais, tal como o utilizado neste trabalho.

Observando o arquivo de dados de uma órbita fornecido pelo C.C.S. do INPE, nota-se que as variações ocorrem a todo instante nos elementos: argumento do perigeu e longitude do nodo ascendente. Isso justifica uma aplicação do procedimento, futuramente, com a inclusão da perturbação na órbita devido ao J_2 e o arrasto atmosférico. Tal como fez a referência (Deutschmann e Bar-Itzhack, 1997), na qual obteve boas precisões, incluindo no vetor de estados o coeficiente de arrasto.

Finalmente, pode-se concluir que este trabalho pode servir de base para orientar pesquisas futuras com respeito a estimação conjunta de órbita e atitude pelas seguintes razões: contém em seu domínio uma estimativa a priori utilizando dados dos dois sensores de atitude; o procedimento encontra-se organizado pela sua sistematização; comprovou-se a degradação nas estimativas dos estados por conta da tendenciosidade do magnetômetro; investigou-se a influência que causa a inclusão (no processo) de dados de atitude real, nos resultados.

Este é um trabalho muito interessante de pesquisa e aplicação. Um desafio que poderia ser buscado por futuros trabalhos seria o de implementar técnicas de avaliação do ruído no estado, para utilização de modelos simples, a fim de não sobrecarregar o processo de estimação e ao mesmo tempo que esse processo não divirja.

O único inconveniente deste procedimento de determinação conjunta é a tendenciosidade da componente axial, o qual não pode ser retirada na etapa do pré-processamento. O ideal é que com base no valor da componente radial, estime-se um valor inicial para essa componente e a partir daí a inclua no vetor de estados para ser estimada juntamente com os estados.

Sendo assim citam-se abaixo algumas sugestões que podem ser consideradas em trabalhos futuros, preferencialmente nesta ordem crescente de prioridades:

1^o) Com respeito aos sensores:

a) A tendenciosidade magnética na componente axial ser incluída no vetor de estados para ser estimada conjuntamente com a órbita e a atitude.

2^o) Com respeito a atitude:

a) O efeito perturbador devido aos torques residuais e bobina magnética ser considerado no modelo da dinâmica de atitude;

b) O parâmetro de Foucault ser incluído no vetor de estados.

3^o) Com respeito a órbita:

a) O efeito perturbador do achatamento terrestre (J_2) ser considerado na dinâmica da órbita;

b) O efeito do arrasto atmosférico ser considerado na dinâmica da órbita.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brown, R.G.; Hwang, P.Y.C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering**. 3. ed., New York: John Wiley & Sons, 1997.
- Brouwer, D.; Clemence, G.M. **Methods of celestial mechanics**. New York: Academic Press, 1961.
- Boyce, W. E.; Di Prima, R.C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Rio de Janeiro: LTC, 1994.
- Chobotov, V.A. **Orbital mechanics**. 2. ed. Washington: AIAA Education Series, 1996.
- Deutschmann, J.; Bar-Itzhack, I Y. Comprehensive evaluation of attitude and orbit estimation using real earth magnetic field data. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 12., 1997, Darmstadt, Germany. **Proceedings...**Darmstadt: ESOC, 1997. p. 173-178.
- Escobal, P.R. **Methods of orbit determination**. New York: John Wiley & Sons, 1965.
- Filho, K. S. O.; Saraiva, M. F. O. **Astronomia e astrofísica**. Porto Alegre: Editora da Universidade UFRGS, 2000.
- Iida, H.; Hashimoto, T.; Ninomiya, K. Onboard orbit determination algorithm based on earth referenced attitude sensors. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 100, p. 651-665, 1998.
- Kittel, C.; Knight, W.D.; et al. **Curso de física de Berkeley**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, v. 1, 1973.
- Kuga, H. K. **Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação combinadas a técnicas de suavização de estado**. (INPE-4959-TDL/388). Tese (Doutorado Em Ciência Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1989. 219 p.
- Kuga, H. K. **Estimação adaptativa de órbitas aplicada a satélites a baixa altitude**. (INPE-2316-TDL/079). Dissertação (Mestrado Em Ciência Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1982. p. 97.
- Kuga, H. K.; Rao, K.R.; Prado, A.F.B.A. **Introdução à determinação de órbita e manobras orbitais**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2001. p. 38-49.
- Kuga, H. K. **Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico**. (INPE-3779-NTE/250). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1986. 13 p.
- Kuga, H.K.; Silva, W.C.C.; Guedes, U.T.V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação**. (INPE-4403-NTE/275). São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1987. 27 p.

Kuga, H.K. **Métodos numéricos em propagação de órbita de satélites artificiais terrestres.** (INPE-4405-RPE/556). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, p. 47, 1987.

Kuga, H.K.; Silva, W.C.C.; Guedes, U.T.V. **Simplified dynamic modelling for spin stabilized satellites.** Dmc-Andin-002/86. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1986. 9 p.

Kuga, H. K. **Técnicas de determinação de órbita de satélites artificiais.** São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, p. 137-169, 2001.

Lefferts, E.J.; Markley, F.L. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. **Proceedings of the Journal of the Astronautical Sciences**, v. 5, n. 5, p. 417-429, 1982.

Leithold, L. **O cálculo com geometria analítica.** 2. ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, v. 2, 1978.

Lopes, R.V.F.; Carrara, V.; Kuga, H.K.; Medeiros, V.M. **Cálculo recursivo do vetor campo geomagnético.** (INPE-2865-PRE/400). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 19 p., 1983.

Lopes, R.V.F.; Kuga, H. K.; Silva, A.R. Coarse orbit determination as a dividend from attitude sensors for spin-stabilized satellites. In: BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES, 1999, Foz do Iguaçu, Brasil. **Journal...** Foz do Iguaçu, 1999. p.346-355. v. 21, Special Issue

Lopes, R.V.F.; Orlando, V.; et al. Attitude determination of the Brazilian Satellite SCD-1. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas.** Brasil: v. 16, Special Issue, p.11-18., 1994.

Mendel, J. M. **Lessons in estimation theory for signal processing communications and control.** New Jersey: Editora Hall Ptr, 1995.

Ogata, K. **Discrete -time control systems.** New Jersey: Prentice-Hall, 1987.

Osório, J.P. **Perturbações de órbitas de satélites no estudo do campo gravitacional terrestre.** Portugal: Imprensa Portuguesa, 1973.

Pilchowski, H.U.; Silva, W.C.C.; Ferreira, L.D.D. **Introdução à mecânica celeste.** (INPE-2126-RPE/350). São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, p. 119, 1981.

Prado, A.F.B.A. **Análise de missões espaciais.** São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2001. p. 25-37.

Rao, K.R. **Avaliação da influência de erros envolvidos na propagação de órbitas de satélites artificiais.** (INPE-4962-TDL/391). Tese (Doutorado em Ciência Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1989. 219 p.

Salvadori, M.G.; Baron, M.L. **Numerical methods in engineering.** Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1961.

Shorshi, G.; Bar-Itzhack, I Y. Satellite autonomous navigation based on magnetic field measurements. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 18, n.4, p. 843-850, 1995.

Shuster, M.D. A survey of attitude representations. **Journal of the Astronautical Sciences**, v.41, n. 4, p. 439-517, 1993.

Shuster, M.D. Efficient algorithms for spin-axis attitude estimation. **Journal of the Astronautical Sciences**, v. 31, n. 2, p. 237-249, 1983.

Silva, W.C.C. **Movimento orbital**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2001. p. 9-24.

Silva, A. J.; Lopes, R.V.F.; Kuga, H. K. Estimação de órbita de satélites estabilizados por spin a partir de dados de sensores de atitude. In: CNMAC CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 22., 1999, Santos. **Anais...** São Carlos: SBMAC, 1999.

Torres, O.F.F. **Curso de estatística cálculo de probabilidades**. São Paulo, v. 01, 1967.

Wertz, J.R. **Spacecraft attitude determination and control**. London: D. Reidel Astrophysics and Space Science Library, 1978. v. 73.

Wiegand, M. Autonomous satellite navigation via Kalman filtering of magnetometer data. **Acta Astronautica**, v. 38, p. 395-403, 1986.

Zanardi, M.C.; Lopes, R.V.F. Spacecraft attitude representation, propagation and determination: theory and some applications on the Brazilian Space Program. In: PRADO, A. F. B. A. (ed.). **Advances in space dynamics**. São José dos Campos: INPE, 2000. p. 235-240.

APÊNDICE A

INTEGRADORES NUMÉRICOS

Neste apêndice apresenta-se um exemplo de como encontrar uma fórmula de recorrência a partir de uma fórmula generalizada para resolver numericamente uma Equação diferencial.

Fórmulas de Integração Generalizada: Método Numérico

A metodologia a seguir levará a obtenção das fórmulas de recorrências dos métodos de predição e correção.

Primeiramente escreve-se a solução da Equação diferencial em sua forma de aproximação com os coeficientes, denominados de α_i e β_i , da seguinte maneira:

Seja a Equação diferencial ordinária escrita na forma,

$$\frac{dz(t)}{dt} = f(t, z(t)) \quad (\text{A.1})$$

A solução de A.A.1 pode ser obtida por aproximação, ou seja,

$$\dot{z}(t_n) \approx \frac{z(t_{n+1}) - z(t_n)}{p} \quad (\text{A.2})$$

Um método numérico de passo fixo que solucione A.1 pode extraído da seguinte fórmula generalizada, mediante o encontro das constantes α_i e β_i .

$$z_{n+1} = \sum_{i=1}^k \alpha_i z_{n+1-i} + p \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+1-i} \quad (\text{A.3})$$

$\forall k \in \mathbf{N}$

Com $z_{i+1} \approx z(t_{n+1})$

Na qual,

p passo do integrador.

z_{i+1} solução numérica da Equação A.1.

Na Equação A.3, acima, se a constante β_i , quando $i = 0$, for nula ($\beta_i = 0$) a Equação é referida como aberta, explícita ou preditora, pois z_{i+1} só ocorre no primeiro membro desta Equação. No entanto, quando $i = 0$, mas β_i não for nula ($\beta_i \neq 0$) tem-se uma Equação fechada, implícita ou corretora, pois z_{i+1} ocorre em ambos os membros da Equação, ou seja, não é possível obter z_{i+1} sem obter $f(t_{n+1}, z(t_{n+1}))$.

Para determinar os coeficientes α_i e β_i faz-se o uso de um polinômio em q . Seja esse polinômio de grau r a fórmula de recorrência resultante será de ordem r e o número de coeficientes a serem determinados seguirá a sentença aberta $r+1$.

Exemplo de Fórmula de Recorrência Corretora

Primeiramente deve-se escolher o grau r do polinômio em q . Para o exemplo escolheu-se $r = 2$, assim o número de coeficientes α_i e β_i a serem encontrados, seguindo a sentença aberta $r+1$, será igual a três, desse modo:

Dada a fórmula de integração numérica generalizada,

$$z_{n+1} = \sum_{i=1}^k \alpha_i z_{n+1-i} + p \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+1-i} \quad (\text{A.4})$$

$\forall k \in \mathbf{N}$

Escolhendo o limite superior dos somatórios acima igual a 1 ($k = 1$) e conforme a escolha indireta da ordem da fórmula de recorrência ser igual a 2, o número de coeficientes a serem encontrados é igual a 3: α_1 , β_0 e β_1 .

A Equação corretora para este caso assumirá a seguinte forma:

$$z_{n+1} = \alpha_1 z_n + p[\beta_0 f_{n+1} + \beta_1 f_n] \quad (\text{A.5})$$

Desse modo, basta resolver as 3 equações abaixo para encontrar os valores das constantes α_1 , β_0 e β_1 :

Item *a*

$$a) \alpha_1 q_n^0 + p\beta_0 0 + p\beta_1 0 = 1$$

$$b) \alpha_1 q_n^1 + p\beta_0 1 + p\beta_1 1 = q_{n+1}$$

$$c) \alpha_1 q_n^2 + p\beta_0 2q_n + p\beta_1 2q_n = q_{n+1}^2$$

$$\alpha_1 q_n^0 = 1 \Rightarrow \alpha_1 = 1 \tag{A.6}$$

Item *b*

$$q_n + p\beta_0 + p\beta_1 = q_n + p$$

$$p\beta_0 + p\beta_1 = -q_n + q_n + p$$

$$\beta_0 + \beta_1 = 1$$

$$\beta_0 = 1 - \beta_1$$

(A.7)

Item *c*

$$\alpha_1 t_n^2 + p[2\beta_0 t_{n+1} + 2\beta_1 t_n] = t_{n+1}^2$$

$$1t_n^2 + p[2\beta_0 t_{n+1} + 2\beta_1 t_n] = t_n^2 + 2t_n p + p^2$$

$$p[2\beta_0(t_n + p) + 2\beta_1 t_n] = 2t_n p + p^2$$

$$2t_n - 2\beta_1 t_n + 2p - 2\beta_1 p + 2\beta_1 t_n = 2t_n + p$$

$$+ p - 2\beta_1 p = 0$$

$$-2\beta_1 = -1 \Rightarrow \beta_1 = \frac{1}{2}$$

(A.8)

Com a substituição das constantes encontradas chega-se a fórmula de recorrência de Euler modificada, regra trapezoidal ou método Crank-Nicholson, apresentada abaixo:

$$z_{n+1} = z_n + \frac{p}{2}(f_{n+1} + f_n) \tag{A.9}$$

As fórmulas preditoras fazem uma primeira aproximação para z_{i+1} , que depois pode ser corrigida por uma fórmula corretora, tal como esta acima, fornecendo nova aproximação para melhorar a precisão.

Os métodos numéricos que utilizam o par de fórmulas preditora-correctora, são chamados de métodos de predição e correção (Salvadori e Baron, 1961).