

Modelagem de Dinâmicas Espaciais com Autômatos Celulares

Evaldinolia Pinto	Karla D. Fook	Antônio M. Monteiro	Gilberto Câmara
<i>DPI - INPE</i>	<i>DPI - INPE</i>	<i>DPI - INPE</i>	<i>DPI - INPE</i>
<i>eva@dpi.inpe.br</i>	<i>karla@dpi.inpe.br</i>	<i>miguel@dpi.inpe.br</i>	<i>gilberto@dpi.inpe.br</i>

Resumo

A introdução de novas ferramentas de análise espacial tem potencializado o estudo de fenômenos naturais de dimensão espaço-temporal, tais como escoamento de água da chuva, dispersão de sementes, crescimento populacional, fenômenos urbanos, entre outros. Os autômatos celulares (AC) vêm sendo utilizados com sucesso para avaliar a evolução desses fenômenos dinâmicos. Os AC podem ser acoplados a Sistemas de Informações Geográficas (SIG), aumentando a complexidade destes sistemas de modo a torná-los mais realistas, sendo muito utilizados no estudo de ambientes urbanos, considerados como sistemas complexos. Neste artigo, apresentam-se as aplicações e tendências no uso da tecnologia dos autômatos celulares para modelagem da dinâmica espacial, com particular enfoque a modelagem da dinâmica urbana.

Palavras-chave: *modelagem dinâmica, autômatos celulares, modelos urbanos, sistemas de informações geográficas.*

1. Introdução

Grande parte dos fenômenos geográficos naturais e humanos que se deseja representar no computador tem dimensões espaciais e temporais. Exemplos são: escoamento de água da chuva, planejamento urbano, dispersão de sementes, e crescimento populacional. A representação destes fenômenos na forma de modelos espaciais dinâmicos é uma área de pesquisa emergente em Geoinformação. Para simular este conjunto de fenômenos, é necessário desenvolver técnicas e abstrações que possam tratar apropriadamente suas componentes espacial e temporal [26].

A modelagem dinâmica busca transformar as atuais tecnologias de Geoinformação, essencialmente estáticas, em ferramentas capazes

de representar processos de dimensões espaço-temporais. “Um ambiente de modelagem dinâmica deve ser capaz de capturar ações à distância e abstrair os componentes discretos e contínuos de um sistema dinâmico” [26].

Um dos métodos mais utilizados para modelagem dinâmica de dados espaço-temporais são os autômatos celulares. Autômatos celulares (AC) são ferramentas computacionais espacialmente explícitas, que podem ser utilizadas na modelagem de sistemas preditivos ou de exploração espacial. São capazes de reproduzir a evolução temporal de sistemas, a exemplo de processos de reação-difusão. São particularmente atraentes por dar origem a padrões globais a partir de uma ação local [8]. Segundo Couclelis, pode-se considerar os AC como uma metáfora do crescimento urbano [18]. Modelos baseados em AC possuem aplicações nas mais diversas áreas, desde a física teórica e experimental, engenharia, controle de tráfego, disseminação de epidemias e biologia comportamental, dentre outras. Torrens e O’Sullivan (2001) sugerem temas de pesquisa em Geoinformação com o uso de AC, como: exploração da complexidade espacial; avanços teóricos referentes à dinâmica urbana; aplicação para fins educacionais; desenvolvimento de modelos híbridos e técnicas para validação de modelos especificamente urbanos.

Podemos citar alguns trabalhos recentes de pesquisadores brasileiros que usam AC para modelagem dinâmica: (i) o modelo de simulação espacial DINAMICA aplicado a modelos ambientais [31] e a modelagem urbana [3, 19]; (ii) o modelo celular de Barros (2004a, 2004b), dito modelo de periferização, que visa proporcionar um maior entendimento do crescimento das cidades da América Latina, bem como auxiliar as políticas públicas urbanas; (iii) o modelo TerraME que usa uma organização multiescala, chamada de “autômatos aninhados” [14]. Para atender estes diversos tipos de aplicações, os AC sofreram modificações e novos

componentes e funcionalidades foram introduzidas ao AC convencional.

O objetivo principal deste artigo é apresentar aplicações e tendências no uso da tecnologia dos AC para modelagem espacial, com particular enfoque para a modelagem da dinâmica urbana, que serão abordados na seção 2. Considerações finais referentes ao estudo serão expostas na seção 3.

2. Modelagem dinâmica espacial

Na definição de Burrough, “um modelo espacial dinâmico é uma representação matemática de um processo do mundo real, em que uma localização na superfície terrestre muda em resposta a variações em suas forças direcionadoras” [11]. Esses sistemas têm sido implementados através de modelos celulares, frequentemente embutidos em estruturas computacionais baseadas em autômatos celulares.

Os primeiros estudos de modelagem dinâmica utilizaram organizações espaciais regulares e hipóteses de homogeneidade e uniformidade, mas, para modelar processos dinâmicos com níveis de realismo é necessário dispor de modelos flexíveis de organização e propriedades do espaço geográfico [26]. É preciso abrir mão de hipóteses convenientes, como homogeneidade e uniformidade do espaço geográfico. Para Couclelis [18], é preciso modelar o espaço de forma heterogênea, tanto em termos de suas propriedades, quanto de sua estrutura. Segundo ela, os conceitos de vizinhanças precisam ser variáveis no espaço; as funções de transição podem ser diferentes para diferentes localidades; a representação do tempo deve prever intervalos variáveis; e o sistema deve ser aberto para comportar influências externas. A Figura 1 exibe algumas generalidades dos AC para modelagem dinâmica em Sistemas de Informações Geográficas (SIG).

Espaço	Estrutura	Regular 	Irregular
	Propriedades	Uniforme 	Não uniforme
Vizinhança	Estacionária 	Não estacionária 	
Função de Transição	Universal δ 	Não universal δ/λ 	
Tempo	Regularidade ----->	Irregularidade ----->	
Sistema	Fechado 	Aberto 	

Figura 1. Generalizações dos AC para modelagem dinâmica em SIG [18]

A modelagem tem como resultado a construção de modelos que são representações simplificada e abstrata de um fenômeno ou situação concreta, baseado em uma descrição formal de objetos, relações e processos, que permite com a variação de seus parâmetros, simular os efeitos de alterações em tal fenômeno. Os modelos são tipologizados de várias formas, em função das próprias ideologias inerentes a cada autor, área de conhecimento, ou ainda, segundo objetivos específicos. Isto significa que, considerando-se forma e expressão, os modelos podem ser agrupados ou classificados em uma série interminável de tipos [30]. Neste trabalho, adotamos a tipologia de Briassoulis que considera que os modelos podem ser agrupados em duas categorias principais, considerando a existência ou a ausência de uma teoria formal: modelos teóricos e modelos empíricos [10].

Para Wegener, um modelo é dinâmico quando possui uma dimensão temporal explícita, se suas entradas e saídas variam com o tempo e se os seus estados dependem de estados anteriores [35].

Os modelos espaciais dinâmicos descrevem a evolução de padrões espaciais de um sistema ao longo do tempo. Para Lambin [21], o modelo espacial dinâmico de um fenômeno deve responder às seguintes questões:

Quais variáveis ambientais e culturais contribuem para explicar o fenômeno, e quais são os processos ecológicos e sócio-econômicos existentes por trás do fenômeno?

Como o processo evolui?

Onde ocorrem os fenômenos?

Pode-se identificar que um modelo deve responder às seguintes questões clássicas “Por quê”, “Quando” e “Onde”. Um modelo que responde a estas questões é capaz de descrever quantitativamente um fenômeno e prever sua evolução, integrando suas escalas temporal e espacial [27].

O processo de modelagem de fenômenos espaciais envolve as fases de construção da base de dados, definição do modelo, parametrização do modelo e calibração, verificação e validação do modelo. O processo de modelagem não precisa envolver todas estas fases e nem possui uma seqüência preestabelecida para ser realizada, podendo algumas fases ser realizada de forma concorrente [13].

2.2 Modelagem dinâmica de processos urbanos com autômatos celulares

A teoria de autômatos celulares foi introduzida inicialmente por John von Neumann, tendo o conceito se popularizado três décadas mais tarde com o trabalho “The Game of Life” de Conway

[12]. Neste jogo, o espaço celular é composto de uma grade quadrada regular bidimensional, onde a vizinhança das células consiste de seus oito vizinhos imediatos. O próximo estado da célula é função do seu estado e dos estados anteriores de sua vizinhança. De forma mais geral, um autômato celular pode ser definido como um sistema dinâmico determinístico, que consiste de um campo matricial, onde cada célula assume valores discretos. A vizinhança é definida como sendo a própria célula e suas células adjacentes. Em AC, padrões globais complexos emergem da aplicação de regras locais [8].

Um exemplo de AC bidimensional é apresentado na Figura 2. Cada célula tem dois estados (branco e preto), e a vizinhança local das células é definida por duas células adjacentes. As regras de transição especificam o estado de uma célula no tempo $t + \Delta t$, que é igual ao estado dos seus vizinhos no tempo t , se seus vizinhos têm o mesmo estado; caso contrário, o seu estado permanece o mesmo.

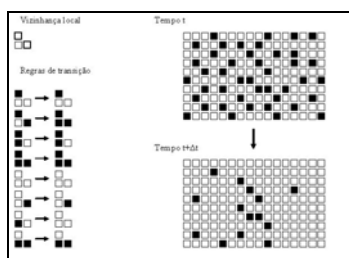


Figura 2. Exemplo de AC [12]

Para Batty, “autômatos celulares são objetos existentes no tempo e espaço, cujas características (estados) alteram-se discreta e uniformemente em função dos estados dos objetos de sua vizinhança imediata” [6].

O espaço celular pode ter várias formas de vizinhanças, como pode ser observada na Figura 3 a vizinhança de Moore, com suas 8 células adjacentes e a vizinhança de von Neumann, com 4 células adjacente.

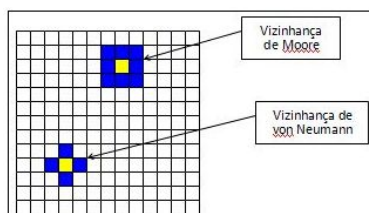


Figura 3. Exemplo de vizinhança em AC

Vários modelos computacionais, tais como autômatos celulares e arquiteturas baseadas em agente, têm sido usados para o desenvolvimento e avaliação de modelos dinâmicos urbanos e de paisagem.

De acordo com Batty [6], os autômatos celulares foram inicialmente utilizados para modelagem computacional no início dos anos 60 de forma implícita, por Chapin na Carolina do Norte (1968) para modelar processos de uso da terra, utilizando modelos celulares, nos quais mudanças de estado eram previstas em função de uma variedade de fatores intervenientes em cada célula. De igual forma, AC estiveram implicitamente presentes nas simulações celulares propostas por Lathrop e Hamburg (1965) para o desenvolvimento do oeste do Estado de Nova York. Nos anos 70, Waldo Tobler propôs modelos celulares para simular o desenvolvimento de Detroit, começando a explorar formalmente a maneira na qual os autômatos celulares poderiam ser aplicados a sistemas geográficos [6]. Nos anos 80, Couclelis, influenciada por Tobler, começa a explorar os AC na dinâmica espacial de forma pedagógica, demonstrando como padrões globais emergem de ações locais, e propõe extensões aos AC, para que estes possam ser aplicados a sistemas geográficos reais.

Nos anos 90, os modelos urbanos baseados em AC, passaram a incorporar dimensões ambientais, sócio-econômicas e políticas, com articulação analítica de fatores de micro e macro-escala espaciais [28, 36, 37]. Além destas aplicações pode-se citar também as seguintes aplicações urbanas de AC: intra-migração e segregação social [29], otimização de localização comercial [9], expansão do sistema viário [7], crescimento urbano [17], o modelo DINAMICA que foi aplicado para fins urbanos por Almeida et al [2] e por Godoy [19], o modelo de periferização [5], entre outros.

Estudos empíricos consolidam o uso dos AC na modelagem de fenômenos urbanos específicos, como por exemplos, pode-se citar: a análise estatística dos dados de uso do solo na área metropolitana de Tokyo, realizada por Arai e Akiyama. Esta análise propiciou uma importante confirmação empírica de que os estados das células da vizinhança do solo têm influência nas células centrais [4]. Citam-se também os trabalhos de Goldstein et al. [20], que investiga uma aplicação dos autômatos celulares urbanos SLEUTH, baseados nos mapas do crescimento urbano de Santa Bárbara, Califórnia, no período de 1929-2001, e de Liu, que examina o impacto do grau de dinâmica temporal no comportamento de um modelo de crescimento urbano, baseado em autômatos celulares probabilísticos [23].

Adaptação e experimentação com AC em modelagem urbana estão sendo produtivas e inovadoras. As dimensões e estrutura das árvores de AC e a faixa dos estados das células têm sido

ampliados. A vizinhança tem sofrido variações consideráveis para acomodar a ação de distância para além dos limites da abordagem estacionária. Assim, as tradicionais vizinhanças de Moore e Von Neumann do AC convencional passam a ceder lugar a matriz genérica de proximidade (GPM - *Generalized Proximity Matrix*) [1, 24] e as regras de transição foram generalizadas para incluir restrições econômicas e demográficas na modelagem de mudança de cobertura do solo [37]. Ainda quanto a regras de transição, combinações de expansões por células-semente, possibilitam a incorporação de processos de difusão [31]. As modificações têm sido extensas, às vezes chegando a ter pouca semelhança com o modelo de AC convencional, o que leva alguns autores a questionarem se os atuais AC para modelagem urbana constituem-se em um AC propriamente dito ou se estes modelos são simplesmente modelos celulares de sistemas urbanos [34] [5].

Segundo Carneiro et al (2005), todas essas extensões aos AC compartilham de uma limitação: a aplicação de um único conjunto de regras, sendo que o processo de decisão humana envolve respostas locais diferenciadas para os desafios globais. Para suprir essa limitação, isto é, capturar respostas diferentes, alguns pesquisadores propuseram o uso de modelos baseados em agentes para a modelagem de paisagem e dinâmica urbana [25]. Modelos baseados em agentes permitem conjuntos de regras diferentes (cada regra representa um tipo diferente de agente) para simular o comportamento do sistema. Foram usados modelos baseados em agente para compreensão da escala local dos processos de mudança do uso da terra em Altamira, Pará, o Brasil [22]; para o entendimento do crescimento das cidades da América Latina [5]; e para modelagem da participação de cobertura da terra nas montanhas do norte do Vietnã [16]. A Figura 4 ilustra de forma simplificada o uso de AC com agentes.

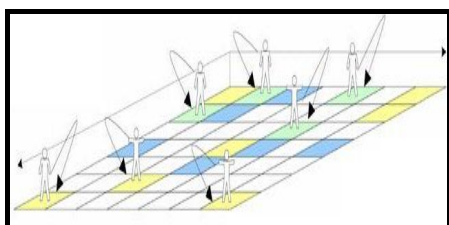


Figura 4. Uso de AC com agentes [33]

Os atuais modelos baseados em agentes ainda não suprem um aspecto crucial da dinâmica humana e de paisagem, que são as mudanças dependentes de escalas. Isto é, olhando-se para uma paisagem ou uma cidade em escalas

diferentes, fenômenos diferentes serão revelados. Para superar esta limitação, foi proposto o uso de AC multiescala [38], ou então, a extensão dos AC em camadas [32]. Uma arquitetura de AC estendida em camadas permite a combinação de modelos que operam em resoluções de espaço diferentes. Um exemplo dado por Straatman et al (2001), incorpora um modelo ecológico detalhado dentro de um modelo de bacia hidrográfica muito maior. Porém, o modelo de AC estendido em camadas requer uma decisão sobre a estratificação de espaço, onde cada célula é dependente de uma célula-pai que por sua vez controla várias células-filhas. Este arranjo restringe a generalidade do sistema, já que os processos diferentes são restringidos para se ajustar à estrutura de espaço hierárquico. Em um AC estendido em camadas, “a estrutura de espaço vem antes dos processos de espaço” [15]. Para superar as limitações de modelos baseados em agente e dos AC estendidos em camadas, Carneiro (2005) propôs um novo tipo de AC: autômatos celulares aninhados (Nested Cellular Automata). A idéia de um AC aninhado é permitir embutir espaços celulares em outros espaços celulares. As construções de AC em blocos aninhados são chamadas de ambientes celulares (ou ambientes). Um ambiente está composto de um espaço celular e de uma ou mais máquinas de estados que operam neste espaço. Os ambientes podem ser aninhados, como mostrado na Figura 5.

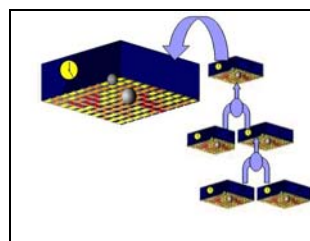


Figura 5. Um AC aninhado como uma composição de ambientes celulares [15]

O conceito de ambientes aninhados é apropriado para análise multi-escalar, pois permite associar cada processo à escala de espaço apropriada. Cada processo é representado por seu próprio conjunto de regras, associado a um ambiente cujo espaço celular tem resolução espacial adequada e um conjunto de atributos de célula. Esta flexibilidade permite que processos diferentes operem na mesma paisagem, com escala de espaço diferente. Em um AC aninhado, “processos espaciais vêm antes das estruturas espaciais” [15]. Além disso, os processos podem se comunicar por meio de mensagem. O modelo de AC aninhado foi implementado como parte do ambiente TerraME [15].

3. Considerações finais

Neste artigo, apresentou-se um panorama dos autômatos celulares e à sua aplicação na modelagem da dinâmica urbana. Como mostram as referências da literatura, os autômatos celulares são muito utilizados na Geoinformação para modelar fenômenos de natureza variada. Servem como instrumento para apoiar a tomada de decisão em implicações espaciais.

A experiência no uso de AC para modelagem urbana mostrou limitações no modelo tradicional para representação de fenômenos complexos. Tais limitações culminaram em propostas de extensões ao modelo de autômato celular tradicional, ao integrar fatores ambientais e sócio-econômicos para representar a dinâmica espacial mais elaborada. Outra consequência é o surgimento de propostas que sugerem a utilização conjunta da tecnologia de AC com outras tecnologias, de forma a garantir uma melhor representação destes fenômenos. Como por exemplo, o TerraME que é uma combinação dos “Autômatos Celulares Aninhados” com agentes. Nele as comunicações entre ambientes são realizadas pelos agentes. Dentro do exposto, percebe-se que existem novas abordagens de AC para dinâmica urbana, que se constituem em temas de pesquisa.

O TerraME permite que construções de modelos espaciais dinâmicos sejam organizadas hierarquicamente de forma simples, o que possibilita a incorporação de partições espaciais geográficas diferentes. Um exemplo disto é o caso de atores específicos e processos que agem no espaço geográfico em diferentes escalas espaciais e resoluções temporais. Além disto, este ambiente de modelagem é fortemente acoplado a um SIG, o que é desejável para representar fenômenos espaciais. Devido aos recursos possibilitados pelo TerraME, objetiva-se futuramente a condução de experimentações neste ambiente, com enfoque particular para a modelagem de processos urbanos.

4. Referências

- [1] Aguiar, A.P.D., Câmara, G., Souza, R.C.M. *Modeling Spatial Relations by Generalized Proximity Matrices*. In: Casanova, M. (ed.): *GeoInfo 2003 - V Brazilian Symposium on Geoinformatics*. Campos do Jordao, 2003.
- [2] Almeida, C. *Modelagem Espacial Dinâmica como Ferramenta de Planejamento: Simulação de Mudanças de Uso do Solo em Bauru e Piracicaba (SP)*. INPE, São José dos Campos, 2003.
- [3] Almeida, C.M.d., Monteiro, A.M.V., Camara, G., Soares-Filho, B.S., Cerqueira, G.C., Pennachin, C.L., Batty, M., "Empiricism and Stochastics in Cellular Automaton Modeling of Urban Land Use Dynamics", *Computers, Environment and Urban Systems*, 27 2003 481-509.
- [4] Arai, T., Akiyama, "Empirical analysis for estimating land use transition potential functions—case in the Tokyo metropolitan region", *Computer, Environment and Urban Systems*, 28 2004 65-84.
- [5] Barros, J., "Simulating Urban Dynamics in Latin American Cities", *CASA working paper* 2004.
- [6] Batty, M. *GeoComputation Using Cellular Automata*. In: Openshaw, S., Abrahart, R.J.(ed.): *GeoComputation*. Taylor&Francis, London 2000 95-126.
- [7] Batty, M., Xie, Y., "Possible urban automata", *Environment and Planning B*, 24 1997 175-192.
- [8] Batty, M., Couclelis, H., Eichen, M., "Urban systems as cellular automata", *Environment and Planning B*, 24 1997 159-164.
- [9] Benati, S., "Cellular automaton for the simulation of competitive location", *Environment and Planning B*, 24 1997 205-218.
- [10] Briassoulis, H. *Analysis of Land Use Change: Theoretical and Modeling Approaches*. Regional Research Institute, West Virginia University, Morgantown, WV, 2000.
- [11] Burrough, P. *Dynamic Modelling and Geocomputation*. In: Longley, P., Brooks, S., McDonnell, R., Macmillan, B.(ed.): *Geocomputation: A Primer*. John Wiley, New York 1998.
- [12] Câmara, A.S., Ferreira, F., Castro, P. *Spatial simulation modelling*. In: Fischer, M., Scholten, H.J., Unwin, D.(ed.): *Spatial Analytical Perspectives on GIS*. Taylor&Francis, London 1996 201-212.
- [13] Carneiro, T. *Engenharia de Software aplicada à construção de modelos espaciais dinâmicos*. Monografia de qualificação. INPE. 2003.
- [14] Carneiro, T.G., Aguiar, A.P., Escada, M.I., Câmara, G., Monteiro, A.M. *A Modelling Environment for non-isotropic and non-homogeneous spatial dynamic models development*. In: *International Workshop on Integrated assessment of the land system: The future of land use*. Wageningen University, Amsterdam, 2004.
- [15] Carneiro, T.G.d.S., Aguiar, A.P., Escada, M.I., Monteiro, A., Câmara, G. *Nested Cellular Automata: A Foundation for Building Multifunctional Rural and Urban Dynamic Models*. 2005. Artigo não publicado.
- [16] Casttela, J., Trung, T.N., Boissau, S., "Participatory simulations of land-use changes in the northern mountains of Vietnam: the combined use of

- an agent-based model; a role-playing game, and a geographic information system", *Ecology and Society*, 10 2005.
- [17] Clarke, K., Hoppen, S., Gaydos, L., "A self-modifying cellular automaton model of historical urbanization in the San Francisco Bay area", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24 1997 247-261.
- [18] Couclelis, H., "From Cellular Automata to Urban Models: New Principles for Model Development and Implementation", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24 1997 165-174.
- [19] Godoy, M.M.G. *Modelagem da Dinâmica de Ocupação do Solo no Bairro Savassi, Belo Horizonte, Brasil*. Departamento de Geografia, UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.
- [20] Goldstein, N.C., Candau, J.T., Clarke, K.C., "Approaches to simulating the "March of Bricks and Mortar"", *Computers, Environment and Urban Systems*, 28 2004 125-147.
- [21] Lambin, E.F. *Modeling Deforestation Processes - A Review. Trees series B: Research Report*. European Commission, Luxembourg, 1994.
- [22] Lim, K., P. J. Deadman, E. Moran, E. Brondízio, and S. McCracken. *Agent-Based Simulations of Household Decision Making and Land Use Change near Altamira, Brazil*. Oxford University Press, New York, 2002.
- [23] Liu, X.H., Andersson, C., "Assessing the impact of temporal dynamics on land-use change modeling", *Computers, Environment and Urban Systems*, 28 2004 107-124.
- [24] O'Sullivan, D., "Graph-cellular automata: a generalised discrete urban and regional model", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 28 2001 687-705.
- [25] Parker, D., Berger, T., Manson, S., McConnel, S. *Agent-Based Models of Land-Use /Land-Cover Change. Report and Review of an International Workshop*. LUCC Report Series no 6, LUCC Project, Irvine, California, USA, 2002.
- [26] Pedrosa, B., Câmara, G. *Modelagem Dinâmica e Geoprocessamento*. In: Meirelles, M., Câmara, G.(ed.): *Geomática: Fundamentos e Aplicações*. EMBRAPA, Brasília 2002.
- [27] Pedrosa, M.B. *Ambiente Computacional para Modelagem Dinâmica Espacial*. INPE, São José dos Campos, 2003.
- [28] Phipps, M., Langlois, A., "Spatial dynamics, cellular automata, and parallel processing computers", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24 1997 193-204.
- [29] Portugali, J., Benenson, I., Omer, "Spatial cognitive dissonance and sociospatial emergence in a self-organizing city", *Environment and Planning B*, 24 1997 263-285.
- [30] Sayão, L.F., "Modelos teóricos em ciência da informação abstração e método científico", *Ci. Inf.*, 30 2001 82-91.
- [31] Soares-Filho, B., Cerqueira, G., Pennachin, C., "DINAMICA – a stochastic cellular automata model designed to simulate the landscape dynamics in an Amazonian colonization frontier." *Ecological Modelling*, 154 2002 217 – 235.
- [32] Straatman, B., Hagen, A., al. e. *The Use of Cellular Automata for Spatial Modelling and Decision Support in Coastal Zones and Estuaria*. In., Maastricht, The Netherlands, MATRIKS Maastricht Technological Research Institute for Knowledge and Systems, Maastricht University, 2001.
- [33] Torrens, P.M. *Automata-based models of urban systems*. In: Batty, P.A.L.a.M.(ed.): *Advanced Spatial Analysis: The CASA book of GIS*. ESRI, London 2003 464.
- [34] Torrens, P.M., O'Sullivan, D., "Cellular automata and urban simulation: where do we go from here?" *Environment and Planning B: Planning and Design*, 28 2001 163-168.
- [35] Wegener, M., "New spatial planning models", *JAG*, 3 2001 224-237.
- [36] White, R., Engelen, G., "Cellular automata as the basis of integrated dynamic regional modelling", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24 1997 235-246.
- [37] White, R., Engelen, G., Uljee, I., "The Use of Constrained Cellular Automata for High-resolution Modelling of Urban Land Use Dynamics", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24 1997 323-343.
- [38] Wolfram, S., "Approaches to Complexity Engineering", *Physica D*, 22 1986 385-399.