



Ministério da  
Ciência e Tecnologia



GOVERNO FEDERAL

INPE-16618-TDI/1594

## OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS ESPACIAIS COM PROPULSÃO ELÉTRICA SOLAR E MANOBRAS GRAVITACIONALMENTE ASSISTIDAS

Denilson Paulo Souza dos Santos

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Evandro Marconi Rocco, aprovada em 02 de outubro de 2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/10.06.12.40>>

INPE  
São José dos Campos  
2009

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6911/6923

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: [pubtc@sid.inpe.br](mailto:pubtc@sid.inpe.br)

## **CONSELHO DE EDITORAÇÃO:**

### **Presidente:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

### **Membros:**

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Haroldo Fraga de Campos Velho - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr<sup>a</sup> Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

## **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Jefferson Andrade Ancelmo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Simone A. Del-Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

## **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Marilúcia Santos Melo Cid - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

## **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Viveca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da  
Ciência e Tecnologia



INPE-16618-TDI/1594

## OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS ESPACIAIS COM PROPULSÃO ELÉTRICA SOLAR E MANOBRAS GRAVITACIONALMENTE ASSISTIDAS

Denilson Paulo Souza dos Santos

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Evandro Marconi Rocco, aprovada em 02 de outubro de 2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/10.06.12.40>>

INPE  
São José dos Campos  
2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Santos, Denilson Paulo Souza dos.

Sa59ot Otimização de trajetórias espaciais com propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas / Denilson Paulo Souza dos Santos. – São José dos Campos : INPE, 2009.  
128 p. ; (INPE-16618-TDI/1594)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009.

Orientadores : Drs. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Evandro Marconi Rocco.

1. Mecânica celeste. 2. Astrodinâmica. 3. Propulsão elétrica solar. 4. Otimização. I. Título.

CDU 629.7.036.7

---

Copyright © 2009 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2009 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de Doutor(a) em  
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



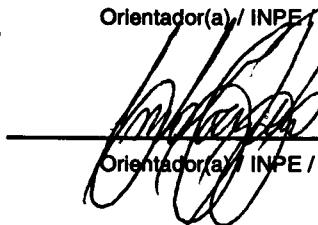
Presidente / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado



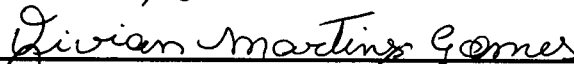
Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Evandro Marconi Rocco



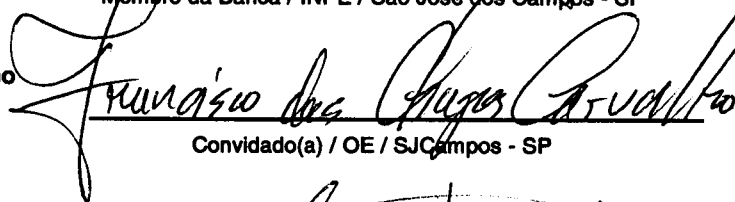
Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dra. Vivian Martins Gomes



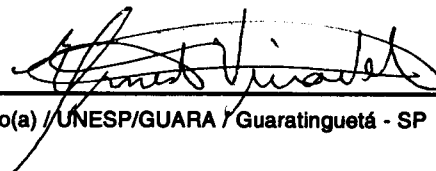
Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Francisco das Chagas Carvalho



Convidado(a) / OE / SJCampos - SP

Dr. Ernesto Vieira Neto



Convidado(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Aluno (a): Denílson Paulo Souza dos Santos

São José dos Campos, 02 de outubro de 2009



*“Aquele que possui a resposta e não a compreende, é igual aquele que não a possui”.*

*Mestre dos Magos*

*“Dizer do que é, que não é ou do que não é, que é, é falso; ao passo que dizer do que é, que é ou do que não é, que não é, é verdadeiro”*

*Aristóteles*

*"De que irei me ocupar no céu, durante toda a eternidade, se não me derem uma infinidade de problemas de matemática para resolver".*

*Cauchy, Augustin Louis*





## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por tudo (...).

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

À CAPES pela confiança depositada financiando esta pesquisa.

Aos professores do INPE pelos conhecimentos compartilhados.

Este trabalho foi elaborado com a parceria do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE - Brasil) e o Instituto Politécnico de Torino (Itália), sob o custeio da CAPES – Brasil.

Agradeço imensamente ao Prof.: Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado pelo apoio e dedicação durante todo este tempo, a minha esposa Heliene Santos, a minha mãe Vanilda Souza e aos amigos conquistados ao longo desta jornada: Jean Paulo, Marcelo Moreira, Rolf Vargas, Silvânio Bezerra, Jorge Formiga, Gonçalo Renildo, Walter, Evandro Rocco, Vilhena Moraes, Marcelo Lopes, entre outros.

Aos professores Maria Hildete de Magalhães França, Antônio Delson C. de Jesus e Carloman Carlos Borges da UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA – UEFS pelo incentivo e apoio a minha vida acadêmica.



## RESUMO

O futuro das missões interplanetárias é utilizar os foguetes convencionais para deixar a esfera de influência da Terra, e propulsão elétrica solar para realizar as outras manobras da missão. Neste trabalho será abordado a otimização de manobras em missões interplanetárias utilizando propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas para reduzir os custos da missão. Explorando o alto impulso específico e a capacidade da propulsão elétrica para obter uma manobra gravitacionalmente assistida com a Terra após um ano da partida da espaçonave. Missões para vários asteróides próximos a Terra serão consideradas. A análise sugere critérios para a definição de soluções iniciais exigidas para o processo de otimização de trajetórias. Serão analisadas trajetórias otimizadas de uma espaçonave que deixa uma órbita baixa na Terra (LEO) e chega em um asteróide, neste caso o 2002TC70 e o 1989UQ, utilizando propulsão iônica, podendo fazer: uma trajetória direta; uma manobra gravitacional na Terra, uma manobra gravitacional na Terra e uma em Marte; uma manobra gravitacional na Terra e uma em Vênus. O método de otimização indireto será utilizado nas simulações.



# OPTIMAL TRAJECTORIES USING SOLAR ELECTRIC PROPULSION AND GRAVITY ASSISTED MANEUVER

## ABSTRACT

The future interplanetary missions will probably use the conventional chemical rockets to leave the sphere of influence of the Earth, and solar electric propulsion (SEP) to accomplish the other maneuvers of the mission. In this work the optimization of interplanetary missions using solar electric propulsion and Gravity Assisted Maneuver to reduce the costs of the mission, is considered. The high specific impulse of electric propulsion makes a Gravity Assisted Maneuver 1 year after departure convenient. Missions for several Near Earth Asteroids will be considered. The analysis suggests criteria for the definition of initial solutions demanded for the process of optimization of trajectories. Trajectories for the asteroid 2002TC70 and 1989UQ are analyzed. Direct trajectories, trajectories with one gravity assisted from the Earth, with two gravity assisted from the Earth and either Mars and two gravity assisted from the Earth and either Venus are present. An indirect optimization method will be used in the simulations.

## SUMÁRIO

Pág.

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE TABELAS

### LISTA DE SÍMBOLOS

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>27</b>
1.1 Objetivos.....	28
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>31</b>
<b>3 REVISÃO TEÓRICA.....</b>	<b>35</b>
3.1 Teoria de Controle Ótimo.....	35
3.2 Problema de Mayer.....	35
3.2.1 Princípio de Máximo de Pontryagin.....	36
<b>4 MÉTODOS COM EMPUXOS CONTÍNUOS .....</b>	<b>39</b>
4.1 Método Direto Sub-Ótimo de Biggs.....	39
4.1.1 Hipóteses Fundamentais e Descrição do Método.....	39
4.1.2 Formulação Matemática .....	43
4.1.3 Algoritmo de Resolução do Problema – Diagrama de Blocos .....	44
4.1.4 Conclusões sobre o Método.....	45
4.2 Método Indireto – Teoria do Vetor Fundamenta (Primer Vector) .....	45
4.2.1 Formulação Matemática para o Sistema com Velocidade de Ejeção Constante (CEV). .....	46
4.2.2 Sistema IFT – Impulso Infinito .....	50
4.2.3 Algoritmo do Método Indireto – Diagrama de Blocos.....	52
4.2.4 Conclusões sobre o Método.....	53
4.3 Método Híbrido (Biggs, 1979) .....	53
4.3.1 Formulação Matemática do Método Híbrido .....	53
4.3.2 – Conclusões do Método .....	58

4.4 Métodos Modernos - Manobras Assistidas por Gravidade – <i>Flyby</i> / <i>Flyby</i> .....	58
4.4.1 Formulação Matemática do <i>Flyby</i> .....	59
4.4.2 Hipóteses para um <i>Flyby</i> na Terra.....	65
4.4.3 Conclusões do Método .....	66
4.5 Propulsão Elétrica.....	66
<b>5 MANOBRAS COM PROPULSÃO ELÉTRICA.....</b>	<b>69</b>
5.1 Descrição do Problema.....	69
5.2 Procedimentos de Otimização .....	72
5.3 O Algoritmo.....	76
5.4 Asteróides .....	77
<b>6 APLICAÇÕES COM O PPS 1350 (ESA).....</b>	<b>79</b>
6.1 Missão para o Asteróide 2002TC70 .....	79
6.1.1 Simulação sem <i>flyby</i> .....	79
6.1.2 Missão com <i>Flyby</i> na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted).....	83
6.1.3 Múltiplos <i>Flyby</i> 's: Missão com <i>Flyby</i> na Terra e em Marte - EMGA (Earth Mars Gravity Assisted) .....	87
6.2 Missão para o Asteróide 1989UQ .....	90
6.2.1 Simulação sem <i>Flyby</i> .....	90
6.2.2 Missão com <i>Flyby</i> na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted) .....	94
6.2.3 - Múltiplos <i>Flyby</i> : Missão com <i>Flyby</i> na Terra e em Vênus - EVGA (Earth Venus Gravity Assisted) .....	98
6.3 Conclusão .....	102
<b>7 APLICAÇÕES COM O PHALL1 (UNB) .....</b>	<b>103</b>
7.1 Análise Numérica .....	103
7.2 Missão para o Asteróide 2002TC70 .....	104
7.2.1 Simulação Direta .....	104
7.2.2 Missão com <i>Flyby</i> na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted) .....	106
7.2.3 Múltiplos <i>flybies</i> : Missão com <i>Flyby</i> na Terra e em Marte - EMGA (Earth Mars Gravity Assisted) .....	109
7.3 Missão para o Asteróide 1989UQ .....	112

7.3.1 Simulação Direta .....	112
7.3.2 Missão com <i>Flyby</i> na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted) .....	115
7.3.3 Múltiplos <i>flybies</i> : Missão com <i>Flyby</i> na Terra e em Vênus - EVGA (Earth Venus Gravity Assisted) .....	117
7.4 Comparações e Análises .....	120
<b>8 CONCLUSÕES FINAIS .....</b>	<b>123</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>125</b>





## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 4.1 – Diagrama de Blocos do Método de Biggs. ....	44
FIGURA 4.2 – Lei de Controle para o sistema CEV. ....	48
FIGURA 4.3 – Lei de Controle para o Sistema TIF.....	51
Fonte: Marec, 1979.....	51
FIGURA 4.4 – Diagrama de Blocos do Método Indireto.....	52
FIGURA 4.5 – Diagrama de Blocos do Método Híbrido.....	57
FIGURA 4.6 - Manobra de <i>Flyby</i> .....	60
FIGURA 4.7 – Descrição da passagem do corpo $M_3$ pelo corpo $M_2$ , na realização do <i>Flyby</i> . ....	62
FIGURA 4.8 - Geometria do <i>Flyby</i> . ....	63
FIGURA 4.9 - Manobra de <i>Flyby</i> .....	65
FIGURA 6.1 – Massa final ( $\Delta m$ ) vs. duração da missão sem <i>flyby</i> . ....	80
FIGURA 6.2 – Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC70. ....	81
FIGURA 6.3 – Função de Comutação (Switching Function) na Simulação direta (sem <i>flyby</i> ) para o asteroide 2002TC70, com o PPS1350. ....	82
FIGURA 6.4 - Semi-eixo maior e Excentricidade da órbita da manobra direta para o asteroide 2002TC.....	82
FIGURA 6.5 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteroide 2002TC70. ....	83
FIGURA 6.6 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando a manobra de <i>flyby</i> na Terra (EGA).....	84
FIGURA 6.7 – Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteroide 2002TC70, com o PPS1350. ....	84
FIGURA 6.8 – Semi-eixo maior e Excentricidade da órbita da manobra EGA para o asteroide 2002TC70 .....	85
FIGURA 6.9 - Semi-eixo maior ( $a$ ) e excentricidade ( $e$ ) na simulação com <i>flyby</i> na Terra (EGA) para o asteroide 2002TC70. ....	85

FIGURA 6.10 - Comparação do consumo da missão direta com a missão com <i>flyby</i> na Terra.....	86
FIGURA 6.11 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 2002TC utilizando 2 manobras de <i>flyby</i> (EMGA), a primeira na Terra e a segunda em Marte.....	88
FIGURA 6.12 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EMGA para o asteróide 2002TC70, com o PPS1350. ....	88
FIGURA 6.13 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra e em Marte (EMGA) para o asteróide 2002TC70. ....	89
FIGURA 6.14 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos <i>flyby</i> : na Terra e em Marte (EMGA) para o asteróide 2002TC70. ....	89
FIGURA 6.15 - Massa final vs. duração da missão (tempo) sem <i>flyby</i> para o asteróide 1989UQ, com o PPS1350.....	91
FIGURA 6.16 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 1989UQ. ....	92
FIGURA 6.17 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação direta para o asteróide 1989UQ, com o PPS1350. ....	93
FIGURA 6.18 – Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação direta (sem <i>flyby</i> ) para o asteróide 1989UQ.....	93
FIGURA 6.19 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteróide 1989UQ. ....	94
FIGURA 6.20 - Comparação do consumo da missão direta com a missão com <i>flyby</i> para o asteróide 1989UQ. ....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
FIGURA 6.21 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 1989UQ utilizando a manobra de <i>flyby</i> na Terra (EGA).....	95
FIGURA 6.22 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteróide 1989UQ, com o PPS1350. ....	96
FIGURA 6.23 – Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra (EGA) para o asteróide 1989UQ.....	97
FIGURA 6.24 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com <i>flyby</i> Terra (EGA) para o asteróide 1989UQ. ....	97

FIGURA 6.25 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ, utilizando 2 manobras de <i>flyby</i> , a primeira na Terra e a segunda em Vênus.....	98
FIGURA 6.26 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EVGA para o asteroide 1989UQ, com o PPS1350. ....	99
FIGURA 6.27 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ.....	100
FIGURA 6.28 – Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos <i>flyby</i> : na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ.....	100
FIGURA 7.1 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC, utilizando o Phall 1.....	104
FIGURA 7.2 - Função de Comutação (Switching Function) na Simulação direta (sem <i>flyby</i> ) para o asteroide 2002TC70, com o Phall 1. ....	105
FIGURA 7.3 - Semi-eixo maior e Excentricidade da órbita da manobra direta para o asteroide 2002TC., com Phall 1. ....	105
FIGURA 7.4 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteroide 2002TC70, com Phall 1.....	106
FIGURA 7.5 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando a manobra de <i>flyby</i> na Terra (EGA), com o Phall 1. ....	107
FIGURA 7.6 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteroide 2002TC70, com o Phall 1.....	108
FIGURA 7.7 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra (EGA) para o asteroide 2002TC70, com o Phall 1. ....	108
FIGURA 7.8 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com <i>flyby</i> Terra (EGA) para o asteroide 2002TC70, com Phall 1.....	109
FIGURA 7.9 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando 2 manobras de <i>flyby</i> (EMGA), a primeira na Terra e a segunda em Marte, utilizando o Phall 1.....	110
FIGURA 7.10 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EMGA para o asteroide 2002TC70, com o Phall 1.....	110
FIGURA 7.11 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra e em Marte (EMGA) para o asteroide 2002TC70, com Phall 1. ....	111

FIGURA 7.12 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos <i>flyby</i> : na Terra e em Marte (EMGA) para o asteroide 2002TC70, com Phall 1. ....	111
FIGURA 7.13 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	112
FIGURA 7.14 – Função de Comutação (Switching Function) na simulação direta para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	113
FIGURA 7.15 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação direta (sem <i>flyby</i> ) para o asteroide 1989UQ, com Phall 1. ....	113
FIGURA 7.16 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	114
FIGURA 7.17 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ, utilizando a manobra de <i>flyby</i> na Terra com o propulsor Phall 1. ....	115
FIGURA 7.18 – Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	116
FIGURA 7.19 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra (EGA) para o asteroide 1989UQ, com Phall 1. ....	116
FIGURA 7.20 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com <i>flyby</i> Terra (EGA) para o asteroide 1989UQ, com Phall 1. ....	117
FIGURA 7.21 – Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ utilizando 2 manobras de <i>flyby</i> (EVGA), a primeira na Terra e a segunda em Vênus, utilizando o Phall 1. ....	118
FIGURA 7.22 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EVGA para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	118
FIGURA 7.23 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com <i>flyby</i> na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	119
FIGURA 7.24 – Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos <i>flyby</i> : na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1. ....	119

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Elementos Keplerianos dos Asteróides (unidades normalizadas) .....	77
Tabela 6.1 – Massa final otimizada sem <i>flyby</i> .....	80
Tabela 6.2 - Massa final otimizada sem <i>flyby</i> .....	91
Tabela 6.3 – Quadro comparativo de uso do <i>Flyby</i> na missão para os Asteróides 2002TC70 e 1989UQ. ....	101
Tabela 7.1 – Comparação de desempenho entre os propulsores PPS 1350 (ESA) e o Phall 1 (UNB), em missões utilizando conjuntamente Manobras Gravitacionalmente Assistidas para o Asteróide 2002TC70.....	120
Tabela 7.2- Comparação de desempenho entre os propulsores PPS 1350 (ESA) e o Phall 1 (UNB), em missões utilizando conjuntamente Manobras Gravitacionalmente Assistidas para o Asteróide 1989UQ.....	121



## LISTA DE SÍMBOLOS

- $\mathfrak{R}$  - Conjunto dos números reais
- $\pi$  - Número PI
- CEV - Velocidade de Ejeção Constante
- $a$  - Semi-eixo maior da órbita de transferência
- $r$  - Raio da órbita de transferência
- $r_o$  - Raio da órbita inicial
- $r_f$  - Raio da órbita final
- $t_o$  - Tempo inicial
- $t_f$  - Tempo final
- $m$  - Massa
- $m_o$  - Massa inicial
- $m_f$  - Massa final
- $\Delta V_o$  - Impulso inicial aplicado
- $\Delta V_f$  - Impulso final aplicado
- $\Delta t$  - Variação do tempo
- $T$  - Período
- $O_o$  - Órbita inicial
- $P$  - Ponto de saída do veículo espacial.



- Q - Ponto de chegada do veículo espacial.
- $S_3$  - especifica se o corpo  $M_2$  passa no periapside (+1) ou apoapside (-1) quando  $\psi = 0$
- $R_n$  - Magnitude do vetor posição  $\vec{R}$  do corpo n
- $V_r$  - Velocidade radial
- $V_t$  - Velocidade transversal
- C - Momento angular
- $\Delta C$  - Variação do momento angular
- E - Energia
- e - Excentricidade
- $\Delta V$  - Variação da velocidade
- $\Delta E$  - Variação da energia
- $M_n$  - Corpo de massa n (primário, secundário, ...)
- $r_p$  - Raio do periapside
- $\vec{V}_i, \vec{V}_0$  - Vetores velocidade do veículo espacial relativo à  $M_1$ , antes e depois do encontro em um referencial inercial.
- $\vec{V}_\infty^-, \vec{V}_\infty^+$  - Vetores velocidade do veículo espacial em relação a  $M_2$ , antes e depois do encontro.
- $\vec{V}_2$  - Velocidade de  $M_2$  em relação a  $M_1$ .
- $|\vec{V}_\infty|$  - Magnitude da velocidade da nave espacial no infinito, antes ou depois do encontro.

E - Anomalia excêntrica

$\mu$  - Parâmetro gravitacional

$\psi_0$  - Ângulo inicial da manobra

$\psi_f$  - Ângulo limite máximo da manobra

$\psi$  - Ângulo final de cada manobra

$\Delta\psi$  - Variação do ângulo da manobra

$\theta_1$  - Ângulo de posição do ponto de partida da órbita

$\theta_2$  - Ângulo de posição do ponto de chegada da órbita

$\delta$  - Ângulo de deflexão

$\psi_A$  - Ângulo de aproximação

$\omega$  - Velocidade angular

H - hamiltoniana

$(p_r, p_v, p_c)$  - Multiplicadores de Lagrange associados ao problema

$(\lambda_r, \lambda_v, \lambda_m)$

$\Delta V_{el}$   $\Delta V$  elétrico: (incremento na velocidade obtido por meio da propulsão elétrica)

$\Delta m$   $m_0 - m_c$  (massa inicial menos a massa consumida pelo propulsor)

## 1 INTRODUÇÃO

Durante vários séculos a humanidade buscava a conquista dos céus, mesmo que de forma mitológica, os gregos antigos já descreviam uma jornada espacial na epopéia de Daedalus e Ícarus, que construíram uma máquina voadora para sair do labirinto do Minotauro.

A literatura apresenta várias possibilidades para os modelos envolvidos no problema de trajetórias espaciais. Esses modelos podem ser divididos basicamente em três partes: dinâmica do sistema, tipos de atuadores e métodos de otimização.

A dinâmica é usualmente baseada na força gravitacional dos corpos envolvidos e nas forças geradas pelo atuador, que são mecanismos utilizados para introduzir movimento ou segurar um objeto para impedir o movimento. As possibilidades mais comuns são:

- a) Modelagem de dois corpos, em que assume-se que um corpo principal (Sol, Terra, etc) governa o movimento de um veículo espacial sem massa em órbitas Keplerianas, com exceção do tempo em que os atuadores estão ligados;
- b) Modelagem de dois corpos perturbados, em que adicionam-se uma ou mais perturbações a dinâmica acima descrita, como por exemplo o arrasto atmosférico, a influência de um terceiro corpo, a pressão de radiação, etc;
- c) Modelagem de três corpos, em que a presença de três massas são consideradas (a versão restrita desse problema - ver Szebehely, 1967 - é um modelo muito utilizado na prática);
- d) Modelagem com N corpos, em que N pontos de massa são considerados.

Para o controle a ser aplicado ao sistema existem duas modelagens principais:

- a) Empuxo instantâneo e infinito, que consiste em mudanças instantâneas de velocidade ( $\Delta V$ );

- b) Empuxo contínuo finito, que consiste na aplicação de uma força finita por um intervalo de tempo diferente de zero.

Para o método de otimização temos basicamente três possibilidades:

- a) Método direto, em que o problema é resolvido através de uma busca de parâmetros que minimizem uma certa função objetivo que representa o consumo de combustível;
- b) Método indireto, em que as condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado são usadas para resolver o problema;
- c) Método híbrido, em que as condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado são escritas e transformadas em uma busca direta de parâmetros.

Para os tipos de propulsão mais utilizados temos:

- a) Propulsão química: em que utilizam-se combustíveis sólidos, líquidos ou híbridos;
- b) Propulsão Nuclear: em que utilizam-se fissão ou fusão nuclear;
- c) Propulsão elétrica: em que utilizam-se reatores eletro-estático, solar-elétrico, magneto plasma, etc.

## **1.1 Objetivos**

Este trabalho tem como objetivos:

- a) O estudo de manobras de otimização de trajetórias para corpos celestes próximos a Terra utilizando propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas, analisando simulações numéricas com os tipos de manobras:
  - Manobras com órbitas diretas;

- Manobras utilizando *Flyby* na Terra;
  - Manobras utilizando *Flyby* na Terra e em Marte;
  - Manobras utilizando *Flyby* na Terra e em Vênus.
- b) A comparação de desempenho nas simulações entre propulsores elétricos da Agência Espacial Européia (ESA), o PPS1350, e o protótipo da Universidade de Brasília (UNB), o Phall 1.

Encontra-se no Capítulo 2 deste trabalho, uma revisão bibliográfica acerca da evolução do estudo de trajetórias espaciais, iniciando com os primeiros estudos de transferências espaciais no início do século XX e finalizando nos dias atuais com trajetórias espaciais que utilizam métodos de propulsão mais avançados.

No Capítulo 3, encontra-se uma revisão teórica acerca da teoria de controle ótimo: definições, aplicações, restrições e condições empregadas na resolução de problemas, que foram aplicados no algoritmo de resolução deste trabalho.

No Capítulo 4, serão descritos métodos de estudos de trajetórias, analisando os principais métodos de abordagem, suas variáveis e suas principais características, para fins de complemento da teoria, pois, no futuro (outros trabalhos), poderão ser feitas comparações entre eles. Neste trabalho, será aplicado o método de otimização indireto na resolução do problema conjuntamente com os métodos que utilizam manobras gravitacionais, com o objetivo de melhorar a performance da missão, no que se refere a otimização do consumo do propelente na missão.

No Capítulo 5, descreve-se a metodologia de manobra utilizando propulsão elétrica, que faz parte dos objetivos deste trabalho, sua formulação, parâmetros e principais particularidades consideradas neste trabalho. Visualiza-se também uma descrição do algoritmo utilizado e uma explanação do destino final da missão, que são os asteróides próximos a Terra.

No Capítulo 6, apresenta-se as simulações numéricas para os asteróides escolhidos, gráficos das órbitas, principais parâmetros da missão, e datas de saída e chegada de cada simulação para os asteróides em questão. Nestas simulações são utilizados como atuadores de propulsão o PPS-1350 (ESA) e consideradas manobras gravitacionalmente assistidas nos planetas, Terra, Marte e Vênus.

No Capítulo 7, são apresentadas as simulações para os asteróides, seus respectivos gráficos de órbitas e principais parâmetros considerados no trabalho. Nas simulações são utilizados como atuadores de propulsão o Phall 1 (UNB) e consideradas manobras gravitacionalmente assistidas nos planetas, Terra, Marte e Vênus. Serão comparados os desempenhos entre o PPS-1350 e o Phall 1 nas simulações numéricas de missões para os asteróides.

No Capítulo 8, encontram-se as conclusões do trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Goddard (1919) foi pioneiro a estudar o problema de transferência de um veículo espacial entre dois pontos. No seu trabalho foram propostas soluções ótimas aproximadas para o problema de enviar um foguete a grandes altitudes. Sobre transferências orbitais, um trabalho clássico foi o de Hohmann (1925). O problema estudado por Hohmann consiste em transferir um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares com tempo livre em um campo de força central (kepleriano), obtendo como solução uma órbita de transferência elíptica bi-impulsiva. Lawden (1953) descreveu uma solução teórica completa do problema de transferência orbital entre dois pontos com consumo mínimo de combustível. Este problema recebeu o nome Problema de Lawden devido ao seu empenho em resolvê-lo (LAWDEN 1953, 1955 e 1962). Lawden (1953, 1954) introduziu um novo conceito, o “primer vector”, que é o multiplicador de Lagrange associado ao vetor velocidade, para encontrar uma condição necessária para otimização de trajetórias impulsivas em função da magnitude deste vetor. Hoelker e Silber (1959) e Sthernfeld (1959), mostraram que a solução proposta por Hohmann é a solução ótima quando esta razão é maior que 11,93876 e a partir da qual a de Hohmann deixa de ser ótima e a transferência bi-elíptica tri-impulsiva é mais econômica. Gobertz e Doll (1969) mostraram transferências derivadas da bi-elíptica para os casos de transferências entre uma órbita circular e uma elíptica e entre órbitas elípticas co-axiais. Para uma manobra de transferência ótima entre duas órbitas coplanares existem duas possibilidades, no que se refere ao consumo mínimo de combustível: a do tipo Hohmann bi-impulsiva ou a tri-impulsiva passando pelo infinito. Ting (1960) mostrou que o acréscimo de mais impulsos finitos não consegue otimizar o consumo de combustível.

Vários trabalhos presentes na literatura utilizam a técnica do “primer-vector” desenvolvida por Lawden (1953, 1954). Em Lion e Handelsman (1968) a definição do “primer-vector” estende-se às trajetórias não ótimas e ótimas, e foi estudada a implementação de mais um impulso para avaliar o quanto uma dada trajetória pode ser melhorada. Em Prussing (1969, 1970) as manobras de “rendezvous” com mínimo

consumo de combustível são consideradas. Múltiplos impulsos são estudados para o caso onde o tempo gasto na transferência é especificado.

Famílias das órbitas de colisão com múltiplos impulsos foram examinadas por Bruno (1981), Perko (1983), Hitzl e Hénon (1977a, 1977b) no problema de três corpos circular restrito. Hitzl (1977) e outros investigaram a importância da relação entre a constante de Jacobi nas famílias de órbitas para o caso  $\mu = 0$  (caso restrito) e a estabilidade na vizinhança das órbitas para  $\mu > 0$ . Hitzl buscava determinar consecutivos encontros entre o terceiro corpo  $M_3$  e as órbitas no problema restrito de três corpos para o caso  $\mu = 0$ , problema também estudado por Howell (1987 e 1991).

Com relação ao Problema de Trajetórias de Múltiplos Encontros, Hénon (1968) estudou as órbitas de colisão consecutiva, que são definidas como órbitas que se interceptam em dois pontos distintos, caracterizando as manobras de veículos espaciais que partem de um corpo e retornam para o mesmo corpo. Ele mostrou que se pode reduzir a solução a simples equações algébricas. Esta manobra passou a ser conhecida como Transferência de Hénon (citado por PRADO E BROUCKE, 1993).

Prado e Broucke (1995a e 1995b) e Prado (1996), analisaram o comportamento da energia e da variação da velocidade em trajetórias utilizando manobras gravitacionais de *flyby*, inclusive utilizando a Lua, com o intuito de otimizar o índice de performance da variação da velocidade ( $\Delta V$ ) das manobras de transferências e, verificaram também, os efeitos do arrasto atmosférico nas manobras de *flyby*, analisando o momentum angular e o jacobiano destas trajetórias. Dando prosseguimento ao trabalho, Broucke e Prado (1996) estudaram trajetórias utilizando entre três e quatro impulsos nas manobras de transferência entre orbitas planares.

Felipe e Prado (2000), analisaram manobras com *flyby* em três dimensões, caracterizando os efeitos da manobra tridimensional e exibindo as famílias de soluções. Buscando soluções para o problema de captura gravitacional, Prado e Vieira-Neto (2000) estudaram a importância de diversos parâmetros na captura gravitacional no



sistema Terra-Lua, e entre outros (Sol-Marte, Sol-Terra, Sol-Júpiter), em especial parâmetros como o tempo de captura e os efeitos sobre o periapside do veículo espacial.

Manobras de rendezvous utilizando a dinâmica do movimento relativo com formação de voo (Formation Flying) foram estudadas por Santos et al. (2005). As órbitas de múltiplos encontros também foram estudadas por Santos (2005), Santos et al (2006a, 2006b), generalizando as aplicações e acrescentando manobras gravitacionalmente assistidas de *flyby*, com o objetivo de redução de consumo e otimização das trajetórias (SANTOS et al. 2005, 2006).

Casalino et al.(1998, 1999a, 1999b, 2007a, 2007b) estudaram problemas que envolviam otimização de trajetórias utilizando manobras gravitacionais, dando ênfase à variação de velocidade ( $\Delta V$ ) durante as manobras de *flyby* no planeta Terra ( $\Delta V$ -EGA). Foram analisadas trajetórias utilizando o método indireto de otimização considerando a formulação do Problema de Dois Corpos no sistema de referencia heliocêntrico. Casalino e Guido (2001, 2003, 2007) analisaram manobras utilizando o método de otimização indireto na busca de trajetórias de rendezvous para asteróides e utilizaram na sua formulação a propulsão elétrica solar e a propulsão elétrica nuclear. Entre os anos de 2005 e 2009, foram organizadas competições anuais de otimização de trajetórias (Global Trajectory Optimisation Competition), entre vários grupos de estudo (EUA, Itália, Alemanha, China, França, etc. ), para verificar qual o melhor método de otimização, com soluções numéricas, em padrões pré-definidos, para problemas de contorno.

Santos et al.(2008, 2009a, 2009b, 2009c), como parte do Doutorado em Engenharia Espacial (modalidade sanduiche) em conjunto com Lorenzo Casalino e Guido Colasurdo do grupo de estudo de trajetórias espaciais do Instituto Politécnico de Turim (Itália), e, Antônio F. B. A. Prado do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - Brasil), analisaram trajetórias para asteróides utilizando propulsão elétrica solar, e, foram incluídas na formulação manobras gravitacionais para outros asteróides, com órbitas próximas a Terra.

Na UNB (Universidade de Brasília) um grupo de pesquisadores vêm desenvolvendo um projeto de criação e testes de um propulsor a plasma (Phall 1), que utiliza a energia elétrica solar como fonte de energia do propulsor (FERREIRA, et al., 2006, 2008 e 2009). Neste trabalho serão considerados parâmetros deste propulsor que está em fase de testes.

### 3 REVISÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão abordados conceitos da teoria de controle ótimo que será utilizada na formulação do trabalho.

#### 3.1 Teoria de Controle Ótimo

O problema de otimização na forma de Mayer e o Princípio de Máximo de Pontryagin é utilizado como ferramenta para obtenção do controle ótimo (MAREC, 1979), portanto define-se,

#### 3.2 Problema de Mayer

Seja o sistema de equações diferenciais ordinárias (MAREC, 1979) :

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = f(\vec{x}, \vec{u}) \quad (3.1)$$

onde  $\vec{x} \in \mathfrak{R}^n$  e  $\vec{u} \in U \subset \mathfrak{R}^m$ .

O problema consiste em determinar a lei de controle  $\mathbf{U}(\vec{u}(t), t_0, t_f, \vec{x}(t_0), \vec{x}(t_f))$  que conduz o ponto  $\vec{x}(t)$  do espaço de fase de uma condição inicial  $\vec{x}(t_0)$  em  $t_0$ , que satisfaz  $p$  condições

$$\varphi_l(x_1(t_0), \dots, x_n(t_0), t_0) = 0 \quad (3.2)$$

$l = 1, \dots, p$ ,  $p < n+1$ ; para uma condição final  $\vec{x}(t_f)$  em  $t_f$  que satisfaz  $q$  condições

$$\psi_m(x_1(t_f), \dots, x_n(t_f), t_f) = 0 \quad (3.3)$$

$m = 1, \dots, q$ ,  $q < n+1$ ; e que minimiza o funcional

$$IP[\mathbf{U}] = g(t_0, \vec{x}(t_0), t_f, \vec{x}(t_f)) \quad (3.4)$$

As funções  $x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , definem as variáveis de estado e as funções  $u_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, m$ , definem as variáveis de controle. O subconjunto  $U$  é, por hipótese, fechado e limitado (compacto) e define o domínio de controle. As funções  $f_k(\cdot)$  são contínuas para todos os valores de  $(x, u) \in R^n \times U$ . Além disto, as derivadas parciais  $\partial f_k / \partial x_i$ ,  $i, k = 1, \dots, n$ , também são definidas e contínuas em todo espaço  $R^n \times U$ . A função  $g(\cdot)$  também é contínua para todos os valores de  $(t_0, x(t_0), t_f, x(t_f))$  e as suas derivadas parciais com respeito a todos os argumentos são definidas e contínuas em todo  $R^{2n+2}$ .

Reescreve-se as Equações (3.2) e (3.3), respectivamente, como:

$$\varphi(\bar{x}(t_0), t_0) = 0 \quad (3.5)$$

$$\psi(\bar{x}(t_f), t_f) = 0 \quad (3.6)$$

É importante notar que o domínio de controle  $U$  impõe restrições sobre as variáveis de controle, de forma que assumiremos que as funções  $u_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, m$ , são seccionalmente contínuas, admitindo descontinuidades de primeira ordem e que as trajetórias geradas por  $\bar{u}(t)$ , i.e. as funções  $x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , são contínuas.

### 3.2.1 Princípio de Máximo de Pontryagin

As condições necessárias de otimalidade ao problema de Mayer acima enunciado são sintetizadas no seguinte teorema (multiplicadores de Lagrange em espaço de dimensão finita), conhecido como Princípio de Máximo de Pontryagin (LEITÃO, 2001) :

1. *Teorema 1:* Se  $\bar{u}^*(t)$ ,  $t \in [t_0, t_f]$ , é um controle ótimo então existem multiplicadores  $\lambda_0 \geq 0$ ,  $v_0 \in R^p$ ,  $v_f \in R^q$  e  $\lambda(t) \in R^n$ , não se anulando simultaneamente, e a função

$$H(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{u}) = \bar{\lambda}^t \cdot f(\bar{x}, \bar{u}) \quad (3.7)$$

tais que as seguintes condições são satisfeitas:

i) Multiplicadores  $\lambda_0$ ,  $v_0$  e  $v_f$  são constantes;

ii)  $\lambda(t)$  é contínuo e satisfaz o sistema de equações diferenciais:

$$\frac{d\bar{x}^*}{dt} = H_\lambda^T \quad (3.8)$$

$$\frac{d\bar{\lambda}^*}{dt} = -H_x^T \quad (3.9)$$

com,

$$H = H(\bar{x}^*(t), \lambda(t), \bar{u}^*(t)) \quad (3.10)$$

iii) Para todo  $t \in [t_0, t_f]$  a função  $H(\bar{x}^*(t), \lambda(t), \bar{u})$  atinge o seu máximo em  $u^*(t)$ ,

$$\bar{u}^*(t) = \arg \max_{u \in U} H(\bar{x}^*(t), \lambda(t), \bar{u}) \quad (3.11)$$

iv) As condições de transversalidade são verificadas, i.e. a condição

$$[-H\delta t + \lambda\delta x]_{t_0}^{t_f} + \delta \bar{g} = 0 \quad (3.12)$$

com

$$\bar{g} = \lambda_0 \bar{g}(t_0, \bar{x}(t_0), t_f, \bar{x}(t_f)) + \bar{v}_0 \cdot \varphi(t_0, \bar{x}(t_0)) + \bar{v}_f \cdot \psi(t_f, \bar{x}(t_f)) \quad (3.13)$$

v) A função  $H$  é uma integral primeira do sistema (3.7).

Notamos que o multiplicador  $\lambda_0$  é utilizado como fator de escala; usualmente, adota-se  $\lambda_0 = 1$ .

O Princípio de Máximo de Pontryagin é condição necessária para a otimalidade, pois afirma que certas condições são satisfeitas por um controle ótimo. Por outro lado, um controle para o qual o Princípio de Máximo é verificado, não é necessariamente ótimo.

Denominamos de “controle extremal”, o controle para o qual o princípio é verificado. Portanto, um controle ótimo é um controle extremal, mas a recíproca não é verdadeira. O Princípio de Máximo deve ser interpretado como um método para determinação de candidatos a controle ótimo. Se um controle ótimo existe, então pertence a um conjunto de controles extremais. Existem, contudo, condições suficientes que asseguram a otimalidade de um controle, mas são de difícil aplicação. Para algumas classes especiais de problemas o Princípio de Máximo de Pontryagin é, no entanto, condição necessária e suficiente.

## **4 MÉTODOS COM EMPUXOS CONTÍNUOS**

Neste capítulo serão abordados métodos de otimização que serviram com base para a formulação deste trabalho e outros métodos que poderão ser utilizados (no futuro) para fins de comparações e análises.

### **4.1 Método Direto Sub-Ótimo de Biggs**

Este método é utilizado para parametrizar a função de controle e determinar a solução através de um método de busca direta para minimizar um funcional, regido pelas equações dinâmicas do movimento e sujeito aos vínculos envolvidos: vínculos devidos às órbitas inicial e final; outros vínculos desejados; valores máximos e mínimos das variáveis de controle, etc.

O método utilizado por Biggs (1978) consiste em uma busca direta para estudar o problema de transferências com empuxo contínuo, conhecidos na literatura como Métodos Diretos Sub-Ótimos. Para isso é necessária uma parametrização da função de controle, que consiste na força aplicada em cada instante no veículo espacial, que é medido pelo empuxo.

#### **4.1.1 Hipóteses Fundamentais e Descrição do Método**

A idéia principal do uso é assumir que o empuxo aplicado ao veículo espacial possui magnitude constante e uma forma linear para as direções de queima dos propulsores. Considera-se a possibilidade de mudanças no plano orbital do veículo, desta forma, o empuxo é aplicado em duas componentes, uma no plano da órbita e a outra fora do plano orbital.

A aproximação linear foi desenvolvida por Biggs (1978):

$$\begin{aligned}\alpha(s) &= \alpha_0 + \frac{d\alpha}{ds}(s - s_0) \\ \beta(s) &= \beta_0 + \frac{d\beta}{ds}(s - s_0)\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde:

$\alpha$  - ângulo de “pitch” – ângulo entre o vetor empuxo e o vetor perpendicular ao vetor raio.

$\beta$  - ângulo de “yaw” – ângulo entre o vetor empuxo e o vetor do plano orbital.

$s$  - “range angle” – ângulo que o raio do vetor faz com uma linha de referência (arbitrária) pertencente ao plano da órbita.

$\alpha_0, \beta_0$  e  $s_0$  - são os valores iniciais à aplicação do empuxo, quando  $t = 0$  s.

$\frac{d\alpha}{ds}$  e  $\frac{d\beta}{ds}$  - são as taxas de variação de  $\alpha$  e  $\beta$  em relação a  $s$ , são constantes (é suposto uma linearidade para a aplicação do método).

O problema agora fica transformado na busca de parâmetros ( $\alpha_0, \beta_0$ ), as taxas (constantes) de variação de  $\alpha$  e  $\beta$  ( $\frac{d\alpha}{ds}$  e  $\frac{d\beta}{ds}$ ) e os valores de  $s_0$  e  $s_f$ , para encontrar uma órbita que satisfaçam os vínculos (condições terminais) e que minimizem um funcional que representa o combustível gasto na manobra.

As equações utilizadas para resolver o problema, escritas como variáveis de estado, e modificadas para evitar singularidades são definidas (BIGGS, 1978) por um novo conjunto de equações (4.2 - 4.10) para o problema:

$$X_1 = \sqrt{\frac{a(1-e^2)}{\mu}}\tag{4.2}$$



$$X_2 = e \cos(\omega - \phi) \quad (4.3)$$

$$X_3 = e \sin(\omega - \phi) \quad (4.4)$$

$$X_4 = \frac{\text{Combustível Consumido}}{C_0} \quad (4.5)$$

$$X_5 = t \quad (4.6)$$

$$X_6 = \cos\left(\frac{i}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega + \phi}{2}\right) \quad (4.7)$$

$$X_7 = \sin\left(\frac{i}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega - \phi}{2}\right) \quad (4.8)$$

$$X_8 = \sin\left(\frac{i}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega - \phi}{2}\right) \quad (4.9)$$

$$X_9 = \cos\left(\frac{i}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega + \phi}{2}\right) \quad (4.10)$$

onde:

(a, e, i,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $\nu$ )  $\rightarrow$  (semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, ascensão reta do nodo ascendente, *argumento do periapside*, anomalia verdadeira) do veículo;

$$\phi = \nu + \omega - s;$$

(s,  $\mu$ ,  $m_0$ )  $\rightarrow$  (variável independente, constante gravitacional, massa inicial do veículo).

Definido dessa forma, as equações de movimento com  $s$  como variável livre, temos as seguintes equações diferenciais (Equações 4.11 - 4.19) (BIGGS, 1978; PRADO, 1989):

$$\frac{dX_1}{ds} = S_i X_1 F_1 \quad (4.11)$$

$$\frac{dX_2}{ds} = G_a \{[(G_a + 1) \cos(s) + X_2] F_1 + \nu F_2 \sin(s)\} \quad (4.12)$$

$$\frac{dX_3}{ds} = S_i \{[(G_a + 1)\text{sen}(s) + X_3]F_1 - vF_2 \cos(s)\} \quad (4.13)$$

$$\frac{dX_4}{ds} = \frac{S_i v |\vec{F}| (1 - X_4)}{X_1 W} \quad (4.14)$$

$$\frac{dX_5}{ds} = \frac{S_i v (1 - X_4) m_0}{X_1} \quad (4.15)$$

$$\frac{dX_6}{ds} = \frac{-S_i F_3 [X_7 \cos(s) + X_8 \text{sen}(s)]}{2} \quad (4.16)$$

$$\frac{dX_7}{ds} = \frac{S_i F_3 [X_6 \cos(s) - X_9 \text{sen}(s)]}{2} \quad (4.17)$$

$$\frac{dX_8}{ds} = \frac{S_i F_3 [X_9 \cos(s) + X_6 \text{sen}(s)]}{2} \quad (4.18)$$

$$\frac{dX_9}{ds} = \frac{S_i F_3 [X_7 \text{sen}(s) + X_8 \cos(s)]}{2} \quad (4.19)$$

onde:

$$\begin{aligned} G_a &= 1 + X_2 \cos(s) + X_3 \text{sen}(s) \\ S_i &= \left[ \frac{\mu X_1^4}{(1 + X_2 \cos(s) + X_3 \text{sen}(s))^3 m_0 (1 - X_4)} \right] \\ F_1 &= |\vec{F}| \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ F_2 &= |\vec{F}| \text{sen}(\alpha) \cos(\beta) \\ F_3 &= |\vec{F}| \text{sen}(\beta) \end{aligned} \quad (4.20)$$

$\vec{F}$  = força de empuxo

W = velocidade de ejeção do gases

Prevendo outro tipo de problema na apresentação da solução final ( $S_f < S_0$ ), faz-se necessário uma outra transformação de coordenadas (PRADO, 1989), para garantir que  $S_f > S_0$ , esta transformação consiste em:

$$\begin{aligned}
u_1 &= s_0 \\
u_2 &= (s_f - s_0)\cos(\alpha_0)\cos(\beta_0) \\
u_3 &= (s_f - s_0)\text{sen}(\alpha_0)\cos(\beta_0) \\
u_4 &= (s_f - s_0)\text{sen}(\beta_0) \\
u_5 &= \frac{d\alpha}{ds} \\
u_6 &= \frac{d\beta}{ds}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Desta forma, define-se a relação  $s_f - s_0 = \sqrt{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2}$ , impondo a condição  $s_f > s_0$ , mantendo esta relação sempre positiva.

#### 4.1.2 Formulação Matemática do Problema de Minimização

O problema consiste em minimizar o funcional,

$$\min J(\vec{u}) = \int_{s_0}^{s_f} X(\vec{s})ds \tag{4.22}$$

Sujeito aos vínculos, (range angle (s), semi eixo maior (a), raio dos apside ( $r_a$  e  $r_p$ ), inclinação (i), ascensão reta do nodo ascendente ( $\Omega$ ), argumento do periapside ( $\omega$ ):

$$u_1 \geq 0 \tag{4.23}$$

$$G_a \{[(G_a + 1)\cos(s) + X_2]F_1 + \nu F_2 \text{sen}(s)\} \geq 0 \tag{4.24}$$

$$\frac{(a - a^*)}{|a_0 - a^*|} = 0 \tag{4.25}$$

$$\frac{[a(1-e) - a^*(1+e^*)]}{[a_0(1-e) - a^*(1+e^*)]} = 0 \quad (4.26)$$

$$\frac{(i - i^*)}{|i_0 - i^*|} = 0 \quad (4.27)$$

$$\frac{(\Omega - \Omega^*)}{|\Omega_0 - \Omega^*|} = 0 \quad (4.28)$$

$$\frac{(\omega - \omega^*)}{|\omega_0 - \omega^*|} = 0 \quad (4.29)$$

#### 4.1.3 Algoritmo de Resolução do Problema – Diagrama de Blocos

No figura abaixo (Figura 4.1), evidencia-se um diagrama de blocos que representa o Método de Biggs, mostrando as etapas dos processos (separados por blocos) para a obtenção dos resultados .

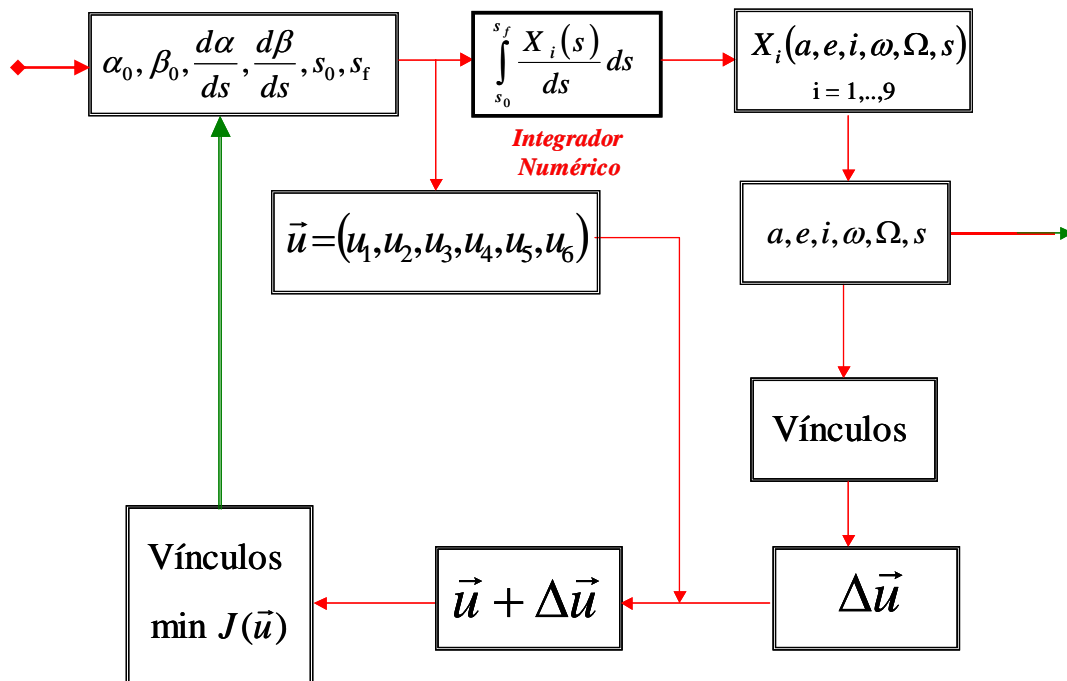


FIGURA 4.1 – Diagrama de Blocos do Método de Biggs.

#### 4.1.4 Conclusões sobre o Método

Esse método é conhecido como "abordagem sub-ótima" do problema, pois não procura a melhor função de controle para resolver o problema, busca-se a melhor das retas (ou outra forma parametrizada qualquer). Essa técnica fornece excelentes resultados, porque os dados são gerados rapidamente, sendo de fácil implementação em nível computacional e com consumo de combustível muito próximo do obtido pelo método ótimo, conforme documentado em Prado (1989). Neste método pode-se utilizar manobras com mais de um arco de propulsão, aumentando a dimensão do vetor  $\vec{u}$  para utilizar novas variáveis dos novos arcos de propulsão (BIGGS, 1978; PRADO, 1989).

#### 4.2 Método Indireto – Teoria do Vetor Fundamenta (Primer Vector)

Pode-se considerar o empuxo aplicado no veículo espacial como finito e contínuo, isto é, aplicar uma força finita no veículo durante um intervalo  $t \in [t_0, t_f]$  de tempo, integrando a órbita ao longo deste intervalo finito  $[t_0, t_f]$  para conhecer os seus efeitos (MAREC, 1979, PRADO, 1989, LAW DEN 1953 e 1954). Lawden (1953) descreveu uma solução teórica completa do problema de transferência orbital entre dois pontos com consumo mínimo de combustível. Este problema recebeu o nome Problema de Lawden devido ao seu empenho em resolvê-lo. Lawden (1959, 1962, 1963) utilizou, o vetor fundamental (*primer vector*), que consiste no multiplicador de Lagrange associado ao vetor velocidade, foi utilizado para encontrar uma condição necessária para otimização de trajetórias impulsivas.

#### 4.2.1 Formulação Matemática para o Sistema com Velocidade de Ejeção Constante (CEV).

Será abordado o sistema de propulsão do tipo CEV (velocidade de ejeção constante) e será considerado um campo gravitacional Newtoniano, entretanto pode-se expandir a aplicação para outros campos gravitacionais  $\vec{g} = g(r,t)$ (MAREC, 1979).

As equações dinâmicas do movimento são dadas por:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{r}} &= \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} &= -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{\Gamma} \\ \dot{c} &= \Gamma\end{aligned}\tag{4.30}$$

onde:

$$c = \int \Gamma dt = -\int \frac{W}{m} dm = W \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)\tag{4.31}$$

$\Gamma$  é a aceleração devido ao empuxo e mede o combustível gasto;

$W$  é o módulo da velocidade de ejeção de gases do propulsor;

$(m_0, m)$  são respectivamente, a massa inicial e a massa do veículo, com  $m \leq m_0$ .

Escrevendo as condições necessárias de 1ª ordem do problema de controle ótimo associado, então a hamiltoniana do problema é escrita como:

$$H = \vec{p}_r \dot{\vec{r}}^t + \vec{p}_v \dot{\vec{v}}^t + \vec{p}_c \dot{c}\tag{4.32}$$

onde  $p_r$ ,  $p_v$  e  $p_c$  são os multiplicadores de Lagrange associados ao problema.

Então, substituindo as equações (4.30) em (4.32), temos,

$$H = \bar{p}_r \bar{v}^t + \bar{p}_v \left( -\frac{\mu}{r^3} \bar{r}^t + \bar{\Gamma}^t \right) + p_c \Gamma \quad (4.33)$$

Utilizando o Princípio de Máximo de Pontryagin, para que a hamiltoniana seja maximizada é necessário escolher  $\Gamma$  na direção de  $p_v$ , o que transforma a hamiltoniana em:

$$H = \bar{p}_r \bar{v}^t + p_v \Gamma - \bar{p}_v \left( \frac{\mu}{r^3} \bar{r}^t \right) + p_c \Gamma \quad (4.34)$$

assim,

$$H = \bar{p}_r \bar{v}^t + \Gamma(p_v + p_c) - \bar{p}_v \left( \frac{\mu}{r^3} \bar{r}^t \right) \quad (4.35)$$

e, utilizando o Princípio de Máximo de Pontryagin (MAREC, 1979), o empuxo ótimo será:

$$\Gamma^* = \Gamma_{\max}(c)U(p_v + p_c) \quad (4.36)$$

De acordo com Princípio de Máximo de Pontryagin, a aceleração ótima  $\bar{\Gamma}^*$  deve ser selecionada dentre os controles admissíveis de forma a maximizar  $H$ . Onde, Marec (1979):

$$U(x) = \frac{(1+\text{sign}(x))}{2} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

aplicado ao problema,

$$U(p_v + p_c) = \begin{cases} 1, & \text{se } p_v + p_c > 0 \\ \text{arco singular em } [t_0, t_f], & p_v + p_c = 0 \\ 0, & \text{se } p_v + p_c < 0 \end{cases} \quad (4.38)$$

Tem-se, então, o controle do tipo bang-bang (arcos balísticos alternados com arcos de empuxo máximo, segundo a Equação 4.38). O controle do tipo bang-bang não permite empuxos intermediários, isto é, os valores oscilam entre  $F = 0$  e  $F = F_{max}$  (Figura 4.2).

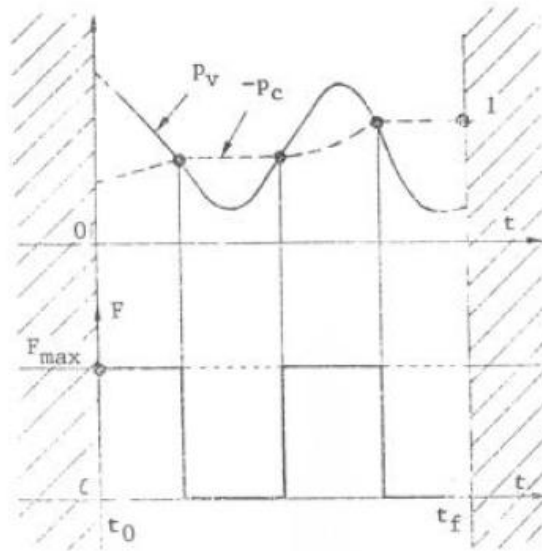


FIGURA 4.2 – Lei de Controle para o sistema CEV.

Fonte: Marec (1979)

Por meio do Princípio de Máximo de Pontryagin, não é possível neste caso determinar o módulo de  $\Gamma$ , entretanto sabe-se a direção (que foi escolhida anteriormente).  $\Gamma_{max}$  é dependente de  $c$ , pois a massa do veículo  $m_0$  é reduzida devido a ejeção de gases (Eq. 4.31).

As equações adjuntas do sistema,

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_r &= -\frac{\partial H}{\partial r} \\
 \dot{p}_v &= -\frac{\partial H}{\partial v} \\
 \dot{p}_c &= -\frac{\partial H}{\partial c}
 \end{aligned}
 \tag{4.39}$$



Aplicando as equações na hamiltoniana obtemos,

$$\dot{\vec{p}}_r = -\vec{p}_v G \quad (4.40)$$

$$\dot{\vec{p}}_v = -\vec{p}_r \quad (4.41)$$

$$\dot{p}_c = -\left(\frac{\Gamma^*}{W}\right)(p_v + p_c) \quad (4.42)$$

onde  $G = \frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{r}}$  é o tensor de gradiente de gravidade.

Assim, combinando as Equações 4.40 e 4.41 temos:

$$\ddot{\vec{p}}_v = -\dot{\vec{p}}_r = -\vec{p}_v G \quad (4.43)$$

A solução desta equação diferencial em  $\vec{p}_v$ , é chamada de vetor fundamental “*Primer vector*”.

Integrando as equações adjuntas (Eq. 4.39), encontra-se como solução os trechos com propulsão e os arcos balísticos. Sendo necessário um número suficiente de condições de contorno, pois os elementos do estado final nem sempre são especificados, salvo nos casos de manobra de *rendezvous*. As condições de contorno são dadas pelo enunciado do problema (estado inicial (elementos orbitais:  $a, e, i, \omega, \Omega$ ), massa do veículo ( $m_0$ ), magnitude do empuxo disponível (Newton), range angle (s), tempo inicial ( $t_0$ ), velocidade de ejeção de gases, estado final (órbita final do veículo) desejado). As demais condições de contorno necessárias são obtidas pelos multiplicadores de Lagrange e vêm das condições de transversalidade que podem variar de missão para missão.

Para o problema de transferência com tempo livre, têm-se como condições de transversalidade,

$$\begin{aligned}
H^* &= 0 \\
\bar{p}_{r_0} \bar{v}_0^t + \bar{p}_{v_0} \bar{g}_0^t &= 0 \\
\bar{p}_{r_f} \bar{v}_f^t + \bar{p}_{v_f} \bar{g}_f^t &= 0 \\
p_c &= -1
\end{aligned} \tag{4.44}$$

A solução analítica deste problema não é possível, porque precisa de um conjunto completo de condições de contorno em um mesmo instante, o que não é conhecido. As soluções para este problema são numéricas (Prado, 1989), e, são bastante conhecidas na literatura, como por exemplo “TPBVP – Two Point Boundary Value Problem” (Subrahmanyam, 1986).

É possível buscar valores iniciais a partir da solução da manobra bi-impulsiva ótima, estimando-se os valores iniciais para os multiplicadores de Lagrange (Handelsman, 1966).

#### 4.2.2 Sistema IFT – Impulso Infinito

No caso impulsivo, utiliza-se a seguinte abordagem:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{máx} \rightarrow \infty \\ t \rightarrow 0 \\ \Delta c(\text{finito}) = \int_{t^-}^{t^+} \Gamma_{máx} dt \end{array} \right. \tag{4.45}$$

Será escolhido “c” como variável independente, para evitar as singularidades devido a esta abordagem (Eq. 4.45). Assim, durante o impulso tem-se que  $\bar{r}$ ,  $t$ ,  $\bar{p}_r$ ,  $\bar{p}_v$ ,  $H^*$  e  $p_c$  são constantes. Então,

$$\begin{aligned}
p_c &= -1 \Rightarrow \dot{p}_c = 0 \\
p_c &= -1 \quad (\text{em } t_f)
\end{aligned} \tag{4.46}$$

$$p_v \leq -p_c = 1$$

$\vec{p}_v = -\vec{p}_c = 1$  nos instantes de aplicação de empuxo (MAREC, 1979), conforme a Figura 4.3.

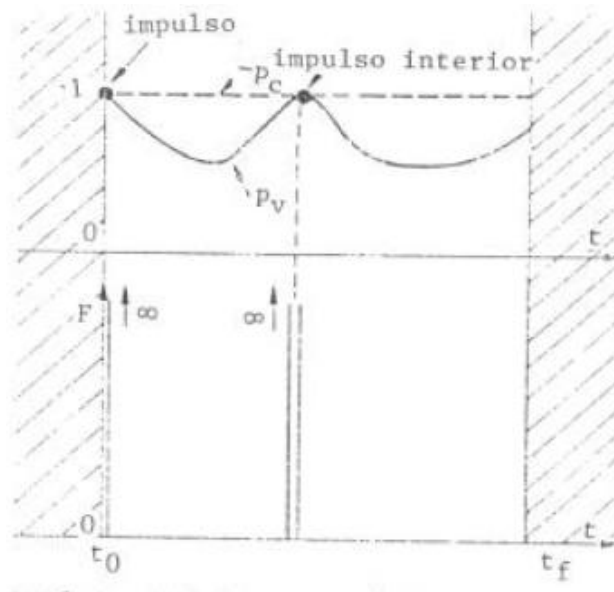


FIGURA 4.3 – Lei de Controle para o Sistema TIF.

Fonte: Marec (1979).

Nas trajetórias relativas ao sistema de impulsos infinitos (TIF) é permitido alternar impulsos infinitos com arcos nulos (NT) e arcos singulares (SA) na mesma lei de controle, que pode ser visto com maiores detalhes em Marec (1979).

### 4.2.3 Algoritmo do Método Indireto – Diagrama de Blocos

No esquema abaixo (Figura 4.4) ver-se o diagrama de blocos do Método Indireto, evidenciando as equações de estado, a hamiltoniana, os Multiplicadores de Lagrange, e as etapas do algoritmo para a obtenção da solução.

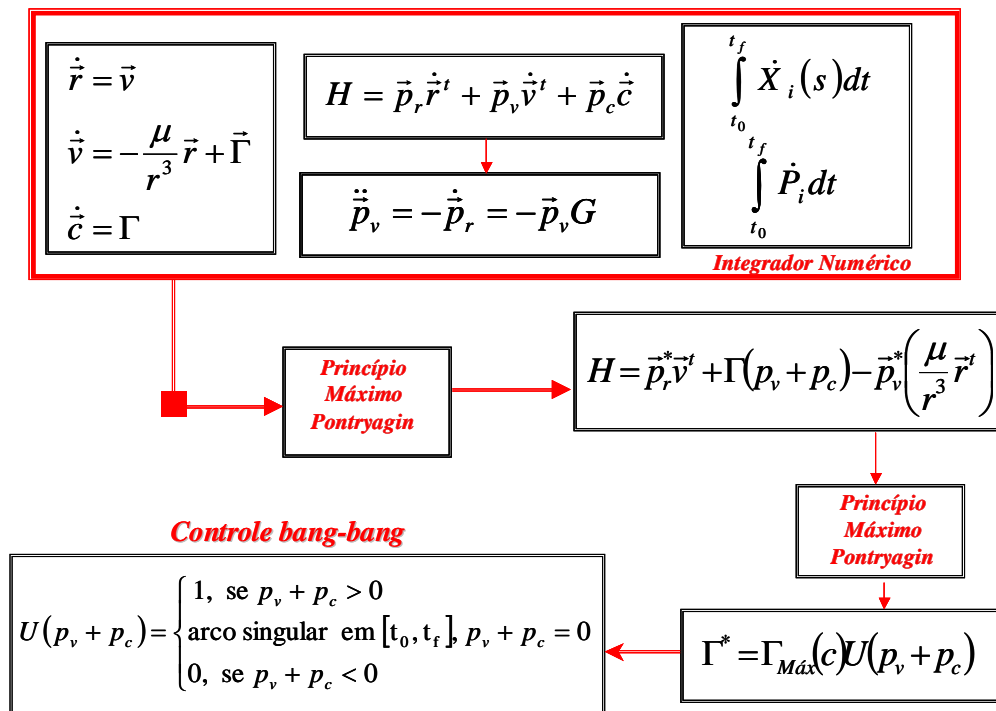


FIGURA 4.4 – Diagrama de Blocos do Método Indireto

Integrando conjuntamente as equações de estado, a hamiltoniana, as equações adjuntas, obtêm-se uma solução para o problema, entretanto, a solução encontrada à cada iteração, tem que ser validada pelo PMP para ser considerada uma solução otimizada.

#### 4.2.4 Conclusões sobre o Método

O problema fica então reduzido a integração das equações adjuntas para verificar o sinal de  $p_v + p_c$  em cada instante. A solução do problema é feita através de integradores numéricos.

Esse método é válido tanto para manobras coplanares quanto para manobras em três dimensões, aumentando o número de equações, condições de contorno e vínculos.

#### 4.3 Método Híbrido (Biggs, 1979)

Neste método as condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado são escritas e transformadas em uma busca direta de parâmetros. Uma combinação de procedimentos do método direto (Biggs, 1978) e do método indireto (Biggs, 1979, Prado, 1989, Lawden, 1955).

Assim as equações de estado, equações dinâmicas e do vetor  $\vec{u}$ , são escritas as mesmas do método direto (Eq. 4.2 - 4.20), assim o problema se transforma em minimizar o combustível gasto em uma transferência com um motor que fornece um empuxo de magnitude constante e cujo controle é obtido por meio dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ .

##### 4.3.1 Formulação Matemática do Método Híbrido

O Problema de Controle ótimo associado,

$$\text{Minimizar } J(.) = X_4(s_f) \quad (4.47)$$

Sujeito a,

1. Equações dinâmicas

$$\dot{X}_i = f_i(\vec{x}, s, \alpha, \beta) \quad i = 1, \dots, 9 \quad (4.48)$$

2. Vínculos (condições de contorno),

$$S_j(\vec{X}(s_f)) \quad j = 1, \dots, 9 \quad (4.49)$$

Utiliza-se o Princípio de Máximo de Pontryagin para obter os valores dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  (*pitch* e *yaw*), que são livres, em cada instante e que são obtidos da integração simultânea das equações dinâmicas e das equações adjuntas.

3. Equações Adjuntas

$$\frac{dp_i}{ds} = -\sum_{j=1}^9 p_j \frac{\partial f_i}{\partial X_j} \quad j = 1, \dots, 9 \quad (4.50)$$

onde  $p_i$  são os multiplicadores de Lagrange associados às equações de movimento. Para os  $f_i$  são utilizados,

$$\frac{dX_i}{ds} = f_i \quad i = 1, \dots, 9 \quad (4.51)$$

temos,

$$\frac{dp_1}{ds} = -\frac{1}{X_1} \left[ 4 \sum_{j=1}^9 p_j f_j + p_1 f_1 - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] \quad (4.52)$$

$$\frac{dp_2}{ds} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\cos(s)}{G_a} \left[ 3 \sum_{j=1}^9 p_j f_{j1} - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] - S_1 p_2 F_1 + \\ -S_i \cos^2(s) (p_2 F_1 - p_3 F_2) - S_i \cos(s) \sin(s) (p_2 F_2 - p_3 F_1) \end{array} \right\} \quad (4.53)$$

$$\frac{dp_3}{ds} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(s)}{G_a} \left[ 3 \sum_{j=1}^9 p_j f_{j1} - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] - S_1 p_3 F_1 + \\ -S_i \cos(s) \sin(s) (p_2 F_1 - p_3 F_2) - S_i \sin^2(s) (p_2 F_2 - p_3 F_3) \end{array} \right\} \quad (4.54)$$

$$\frac{dp_4}{ds} = -\frac{1}{m_0(1-X_4)} \left[ \sum_{j=1}^9 p_j f_j - p_4 f_4 - p_5 f_5 \right] \quad (4.55)$$

$$\frac{dp_5}{ds} = 0 \quad (4.56)$$

$$\frac{dp_6}{ds} = -\frac{S_i F_3}{2} [p_7 \cos(s) + p_8 \text{sen}(s)] \quad (4.57)$$

$$\frac{dp_7}{ds} = \frac{S_i F_3}{2} [p_6 \cos(s) - p_9 \text{sen}(s)] \quad (4.58)$$

$$\frac{dp_8}{ds} = \frac{S_i F_3}{2} [p_6 \text{sen}(s) + p_9 \cos(s)] \quad (4.59)$$

$$\frac{dp_9}{ds} = -\frac{S_i F_3}{2} [p_8 \cos(s) - p_7 \text{sen}(s)] \quad (4.60)$$

#### 4. Condições de Transversalidade

$$p_i(s_f) = \left( \frac{\partial J}{\partial \vec{X}_f} \right) + \vec{\lambda} \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{X}_f} \right) \quad (4.61)$$

onde  $\vec{\lambda}$  é o multiplicador de Lagrange associado aos vínculos.

#### 5. Princípio de Máximo de Pontryagin

$$\text{Máx}_{\alpha, \beta} \sum_{i=1}^9 p_i f_i \quad (4.62)$$

substituindo os  $f_i$  e igualando as derivadas em relação aos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  a zero, fornece:

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{q_2}{\left(\pm \sqrt{q_1^2 + q_2^2}\right)} \quad (4.63)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{q_1}{\left(\pm \sqrt{q_1^2 + q_2^2}\right)}$$

$$\begin{aligned} \text{sen}(\beta) &= \frac{q_3}{\left(\pm \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}\right)} \\ \cos(\beta) &= \frac{\left(\pm \sqrt{q_1^2 + q_2^2}\right)}{\left(\pm \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}\right)} \end{aligned} \quad (4.64)$$

onde:

$$\begin{aligned} q_1 &= p_1 X_1 + p_2 [X_2 + (G_a + 1)\cos(s)] + p_3 [X_3 + (G_a + 1)\text{sen}(s)] \\ q_2 &= p_2 G_a \text{sen}(s) - p_3 G_a \cos(s) \\ q_3 &= -\frac{1}{2} \left\{ p_6 [X_7 \cos(s) + X_8 \text{sen}(s)] + p_7 [X_6 \cos(s) - X_9 \text{sen}(s)] + \right. \\ &\quad \left. p_8 [X_6 \text{sen}(s) + X_9 \cos(s)] + p_9 [X_7 \text{sen}(s) - X_8 \cos(s)] \right\} \end{aligned} \quad (4.65)$$

6. Se,  $s_0$  e/ou  $s_f$  livre:

$$\sum_{i=1}^9 p_i f_i = 0 \quad (4.66)$$

Em posse das condições iniciais, das equações do movimento, das equações adjuntas e das expressões para os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  a cada instante, pode-se transformar o problema de otimização com dimensão infinita em um problema de programação não linear com dimensão finita, enunciado da seguinte forma:

Determinar  $\min X_4(s_f)$

Com relação a  $s_0, s_f, p_i(s_0)$  (4.67)



$$\text{Sujeito a } S_j(\bar{X}(s_f))=0 \quad j=1,\dots,n$$

Este problema é equivalente ao anterior, onde  $X_4(s_4)$  e  $S_j(\bar{X}(s_f))$  são obtidos por meio dos procedimentos de integração que satisfazem simultaneamente as equações dinâmicas e as condições de otimalidade.

O algoritmo do método (Figura 4.5) funciona em forma de retroalimentação, isto é, os valores iniciais  $(s_0, s_f, p_i(s_0))$  fornecidos como entrada, são utilizados nas equações de estado e nas equações adjuntas no processo de integração numérica, logo em seguida, são testadas no PMP. Saindo do PMP como soluções otimizadas, então são testadas se minimiza ou não o funcional, se não minimiza repete-se o processo, se minimiza, finaliza o processo.

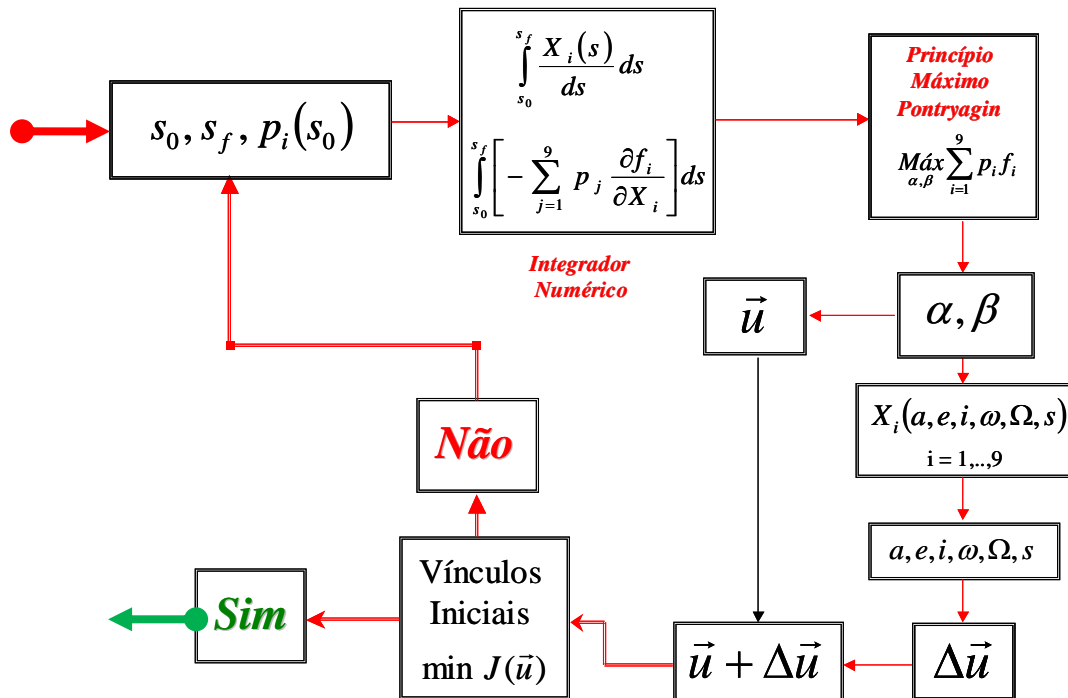


FIGURA 4.5 – Diagrama de Blocos do Método Híbrido.

### 4.3.2 – Conclusões do Método

Combinando o método direto com o método indireto, busca-se uma velocidade maior na obtenção da solução, utilizando a agilidade de cada método para obter os parâmetros necessários para uma melhor precisão das soluções com um menor número de iterações, sem a necessidade do método da tentativa para os valores iniciais de algumas variáveis fundamentais para o início do processo de busca direta de parâmetros.

### 4.4 Métodos Modernos - Manobras Assistidas por Gravidade – *Swing-by / Flyby*

Os métodos modernos de estudos de trajetórias espaciais baseiam-se em dois conceitos importantes: captura gravitacional e manobras assistidas por gravidade. Nesta Seção será abordado o uso da manobra conhecida usualmente como manobra de *flyby*. Será mostrado um tratamento matemático desse problema dentro de uma dinâmica de dois corpos. Essa abordagem é usualmente conhecida como “patched conics”.

Em meados do século XIX, os astrônomos e matemáticos já conheciam este tipo de manobra gravitacionalmente assistida, chamada de *flyby*. Posteriormente, foram encontradas equações analíticas e resultados numéricos que descrevem o *flyby*, especialmente no problema de captura de cometas por Júpiter (Broucke, 1988; Broucke e Prado, 1993b).

No início da década de 60, no Jet Propulsion Laboratory (JPL) M. Minovich (1961) estudou este problema e publicou um trabalho que explicava os cálculos das alterações na energia e no semi-eixo maior de uma manobra gravitacionalmente assistida de *flyby* para uma órbita elíptica. Uma revisão bem detalhada do trabalho de Minovich foi efetuada por Dowling et. al. (1990 e 1991).

Numerosas Aplicações são conhecidas no âmbito da Astronáutica (Prado, 2001):

1. 1972: Pioneer 10 para Júpiter /exterior do sistema solar;
2. 1973: Pioneer 11 para Júpiter /Saturno /exterior do sistema solar;
3. 1973: Mariner 10 para Vênus / Mercúrio / Mercúrio;
4. 1977: Voyager para Júpiter /Saturno/Urano/Netuno/exterior do sistema solar;
5. 1990: Ullisses para Júpiter / Sol/ fora da eclíptica;

A utilização da manobra assistida por gravidade (*flyby*) é considerada muito importante na otimização dos custos de uma missão. *Flyby* é uma manobra em que o veículo espacial se utiliza de uma passagem próxima a um corpo celeste para ganhar ou perder energia, velocidade e momento angular (Prado, 1993b).

As manobras assistidas por gravidade (*flyby*) podem ser utilizadas para a redução de consumo de combustível em missões que requerem um escape da Terra, como é o caso de viagens interplanetárias. Nesse caso o veículo parte da Terra com energia suficiente apenas para entrar em uma órbita elíptica que cruze com a órbita de um outro corpo celeste (Lua, Júpiter, Saturno, etc) e a partir daí as alterações gravitacionais da energia completam a missão.

#### **4.4.1 Formulação Matemática do *Flyby***

Utilizando o modelo da dinâmica de dois corpos na presente abordagem, conforme (PRADO, 2001). Considera-se que o sistema é formado por três corpos (Figura 4.6):

1. O corpo  $M_1$ , massivo, localizado no centro do sistema de referência;
2.  $M_2$ , um corpo menor, que pode ser um planeta ou um satélite de  $M_1$ , em órbita kepleriana em torno de  $M_1$ ;

3. Um corpo  $M_3$ , um veículo espacial com massa infinitesimal, viajando em uma órbita cônica ao redor de  $M_1$ , quando faz um encontro com  $M_2$ .
4. Este encontro altera a órbita de  $M_3$  e, por definição, considera-se que as órbitas de  $M_1$  e  $M_2$  não se alteram.

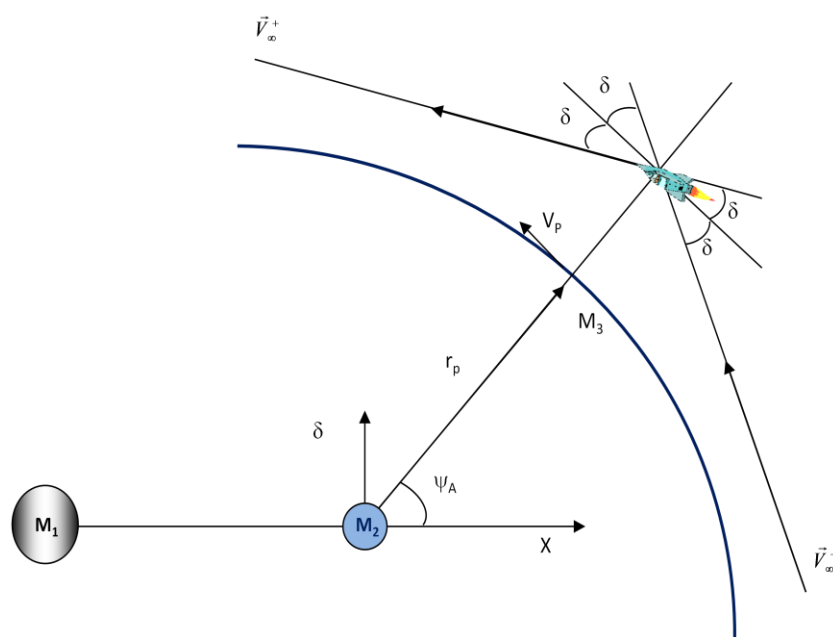


FIGURA 4.6 - Manobra de *Flyby*.

As variáveis que descrevem a manobra de *flyby*, utilizadas por Broucke (1988), são:

1.  $\delta$ : ângulo de deflexão, que pode ser encontrado na literatura e é dado por

$$\text{(Broucke, 1988): } \delta = \arcsen \left( \frac{1}{1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_2}} \right);$$

2.  $|\vec{V}_\infty|$ : magnitude da velocidade da nave espacial no infinito com relação a  $M_2$ , antes ou depois do encontro;
3.  $r_p$ : distância de máxima aproximação durante o encontro, entre  $M_2$  e  $M_3$ ;
4.  $\psi_A$ : ângulo de aproximação.

O método “*patched conics*”, tem as seguintes etapas:

1. Desconsidera-se o efeito gravitacional de  $M_2$  e é tomado como órbita kepleriana o movimento de  $M_3$  em torno de  $M_1$ .
2. Supõe-se que  $M_3$  entra na esfera de influência de  $M_2$  (local onde o corpo  $M_2$  possui uma força gravitacional de maior intensidade agindo em  $M_3$ ). Então se calcula  $\vec{V}_\infty^-$  a partir da equação:  $\vec{V}_\infty^- = \vec{V}_i - \vec{V}_2$ . O efeito de  $M_1$  é desconsiderado. O movimento de  $M_3$  ao redor de  $M_2$  é hiperbólico (Figura 4.6). Nesta órbita hiperbólica  $M_3$  é desviado por  $M_2$  e seu vetor velocidade (com relação a  $M_2$ ) gira um ângulo de  $2\delta$ , mantendo sua magnitude constante. Então, o veículo cruza novamente a esfera de influência de  $M_2$  e a abandona retornando a uma órbita kepleriana em torno de  $M_1$ . Neste ponto, a velocidade  $\vec{V}_\infty^+$  é dada por:

$$\vec{V}_\infty^+ = \vec{V}_0 - \vec{V}_2.$$

- $\vec{V}_2$  - velocidade de  $M_2$  em relação a  $M_1$ ;
- $\vec{V}_\infty^-, \vec{V}_\infty^+$  - vetores velocidade do veículo espacial em relação a  $M_2$ , antes e depois do encontro;

- $\vec{V}_i, \vec{V}_0$  - vetores velocidade do veículo espacial relativo à  $M_1$ , antes e depois do encontro em um referencial inercial;
  - $\delta$  - metade do ângulo da curvatura (ângulo entre  $\vec{V}_\infty^-$  e  $\vec{V}_\infty^+$ );
3. Enfim, dentro destas condições o veículo espacial entra em uma nova órbita kepleriana ao redor de  $M_1$  e o *Flyby* está completo.

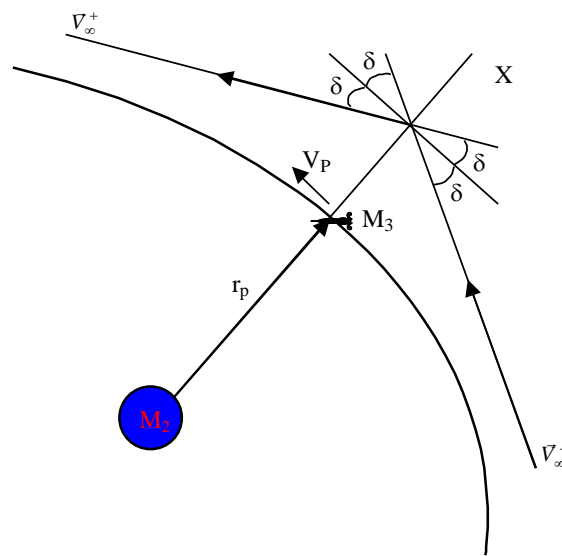


FIGURA 4.7 – Descrição da passagem do corpo  $M_3$  pelo corpo  $M_2$ , na realização do *Flyby*.

A variação da velocidade é uma grandeza de grande importância para a análise do problema, sendo dada por  $\Delta\vec{V} = \vec{V}_0 - \vec{V}_i$ , que representa a diferença entre as velocidades inerciais antes e depois da manobra de *flyby* (Prado, 2001). Utilizando geometria simples (Figura 4.7) é possível demonstrar que  $\Delta V = |\Delta\vec{V}| = 2|\vec{V}_\infty| \text{sen}(\delta) = 2V_\infty \text{sen}(\delta)$  e que  $\Delta\vec{V}$  faz um ângulo  $\Psi_A + 180^\circ$  com a linha  $M_1$ - $M_2$  (Figura 4.8). Analisando geometricamente o problema, conclui-se que as componentes verticais e horizontais dos incrementos da velocidade são dadas por:

$$\Delta\dot{X} = -2V_{\infty} \text{sen}(\delta)\cos(\Psi_A) \quad (4.68)$$

$$\Delta\dot{Y} = -2V_{\infty} \text{sen}(\delta)\text{sen}(\Psi_A) \quad (4.69)$$

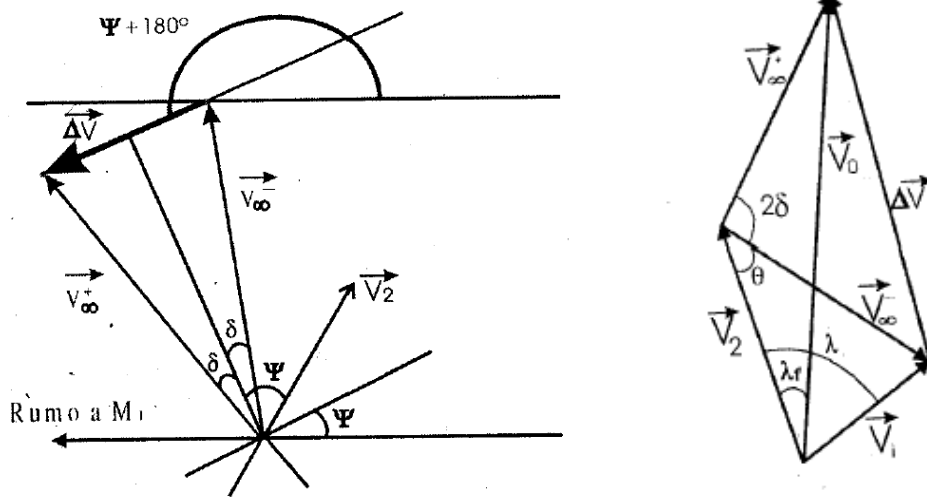


FIGURA 4.8 - Geometria do *Flyby*.

Fonte: Prado (2001).

A segunda grandeza importante para a análise é o momento angular. Partindo da sua definição podemos escrever que  $\Delta C = X(\Delta\dot{Y}) + (\Delta X)\dot{Y} - Y(\Delta\dot{X}) - (\Delta Y)\dot{X}$  para sua primeira variação. Utilizando a condição de contorno de que o encontro é instantâneo ( $\Delta X = \Delta Y = 0$ ) e que  $t = 0$ ,  $X = R$  e  $Y = 0$ , a equação do momento angular se torna  $\Delta C = R\Delta\dot{Y}$ , e substituindo na equação de  $\Delta\dot{Y}$  obtemos:

$$\omega\Delta C = -2V_2 V_{\infty} \text{sen}(\delta)\text{sen}(\Psi_A) \quad (4.70)$$

Uma terceira grandeza derivada aqui é a variação da energia. Podendo ser adquirida por subtração direta da energia antes e após o encontro, e escrita da seguinte forma:

$$E_- = \left[ \frac{(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2)}{2} \right] \quad (4.71)$$

$$E_+ = \left[ \frac{(\dot{X} + \Delta\dot{X})^2 + (\dot{Y} + \Delta\dot{Y})^2}{2} \right] \quad (4.72)$$

Calculando a variação,

$$\Delta E = E_+ - E_- = 2V_\infty \text{sen}(\delta) \left[ 2V_\infty \text{sen}(\delta) - (\dot{X} \cos(\Psi_A) + \dot{Y} \text{sen}(\Psi_A)) \right] \quad (4.73)$$

Simplificando esta equação (Broucke, 1988) temos:

$$\Delta E = -2V_2 V_\infty \text{sen}(\delta) \text{sen}(\Psi_A) \quad (4.74)$$

Olhando para as equações acima, um resultado fundamental pode ser encontrado:

$$\Delta E = \omega \Delta C \quad (4.75)$$

Algumas conseqüências importantes dessas equações podem ser derivadas estudando a equação para variação da energia. Os parâmetros  $|\vec{V}_2|$  e  $|\vec{V}_\infty|$  são quantidades positivas, assim como o  $\text{sen}(\delta)$  (porque  $0^\circ < \delta < 90^\circ$ ). Então, o único parâmetro que afeta o sinal de  $\Delta E$  é o  $\text{sen}(\Psi_A)$  (Prado, 1995).

Para valores de  $\Psi_A$  no intervalo  $0^\circ < \Psi_A < 180^\circ$ ,  $\Delta E$  é negativo (decrece em energia) e, para  $\Psi_A$  no intervalo  $180^\circ < \Psi_A < 360^\circ$ ,  $\Delta E$  é positivo (aumenta em energia).

Então, as conclusões finais são:

1. Se o *flyby* ocorre na frente de  $M_2$  ( $0^\circ < \Psi_A < 180^\circ$ ), há um decréscimo na energia de  $M_3$  com uma perda máxima quando  $\Psi_A = 90^\circ$ ;
2. Se o *flyby* ocorre atrás de  $M_2$  ( $180^\circ < \Psi_A < 360^\circ$ ), há um aumento na energia de  $M_3$  com um ganho máximo quando  $\Psi_A = 270^\circ$ .



#### 4.4.2 Hipóteses para um *Flyby* na Terra

Como exemplo para as trajetórias de Múltiplos Encontros, vamos estudar o problema de um veículo espacial que sai da terra, viaja pelo espaço interplanetário, e retorna a Terra, efetuando um *flyby*. As hipóteses utilizadas são:

O sistema é formado por dois corpos principais em órbitas elípticas e um terceiro corpo de massa desprezível se movendo sob a ação de forças gravitacionais;

1. O Veículo espacial sai de P, cruza a linha horizontal (Sol - Terra), passa pelo apside e vai para Q, onde ocorre o encontro (Figura 4.9);

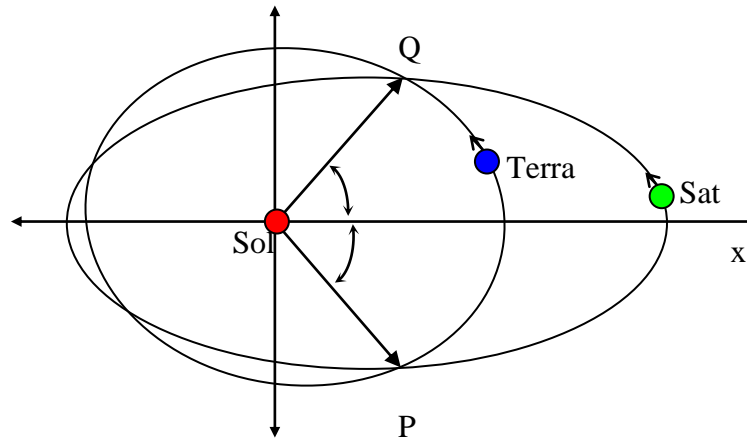


FIGURA 4.9 - Manobra de *Flyby*.

2. Ocorrerão variações da energia, velocidade e do momento angular do veículo espacial devido a esse encontro;
3. Usamos o sistema de unidades canônicas. Isto implica que:
  - i) Unidade de distância é à distância entre  $M_1$  (Sol) e  $M_2$  (Terra);
  - ii) Velocidade angular  $\omega$  de rotação de  $M_1$  e  $M_2$  é unitária;

- iii) Massa de  $M_2 = \mu = \frac{m_2}{m_1+m_2}$  e de  $M_1$  é  $(1 - \mu)$ , assim sendo, a massa total é unitária;
- iv) Constante gravitacional é um;
- v)  $\mu_t = 2,9970165E-6$  (Terra);
- vi) A origem do sistema é situada no centro de massa.

A origem do sistema é situada no centro de massa. O eixo horizontal é a linha  $M_1$  e  $M_2$  e o eixo vertical é perpendicular ao horizontal. As equações dinâmicas utilizando o sistema de unidades canônicas descritas acima podem ser encontradas em Prado (2001), Santos (2005).

#### **4.4.3 Conclusões do Método**

A manobra gravitacional assistida – *flyby* pode proporcionar ao veículo espacial uma considerável variação de velocidade e de energia, verifica-se também, que o *flyby* é uma poderosa ferramenta, podendo ser utilizada também em missões interplanetárias que saiam de um corpo e necessitem retornar a este corpo posteriormente (PRADO E BROUCKE, 1993, SANTOS, et. al., 2005).

#### **4.5 Propulsão Elétrica**

O desenvolvimento de sistemas elétricos de propulsão vêm sendo desenvolvidos há mais de quatro décadas. Depois do "Gridded" o motor do íon em 1960, muitos pesquisadores, dentro e fora da comunidade da área espacial, acreditaram que os benefícios desta tecnologia seriam aplicados satisfatoriamente em poucos anos. Com

propulsão de íon, as partículas carregadas são aceleradas pelas grades altamente carregadas do elétrodo. Na teoria, um impulso específico relativamente elevado pode ser conseguido, mas à custa das exigências de energia elevada.

Os propulsores de Núcleo Elétrico (Propulsão Elétrica Solar (SEP) ou Propulsão Elétrica Nuclear (NEP)) possuem uma limitação porque o empuxo é muito menor quando comparado a foguetes químicos. Em consequência, propulsores elétricos não servem para lançamentos de veículos espaciais da Terra ou da superfície de planetas. Eles estão sendo considerados para missões planetárias de longas distâncias e para envio de grandes cargas, para o qual a duração da missão não é de fundamental importância. Como exemplo o envio de suprimentos, combustíveis e outros equipamentos ao planeta Marte por um veículo espacial com propulsor elétrico em preparação a uma missão tripulada. Lança-se o veículo espacial com um lançador a propulsão química até uma órbita LEO e depois utiliza-se a propulsão elétrica até o destino.

Nas missões que utilizam propulsores elétricos nucleares (NEP), o reator nuclear é utilizado para aquecer o propelente que se expande e é ejetado em alta velocidade pelo bico do foguete, produzindo o empuxo. Obtendo-se como principal vantagem a temperatura, e conseqüentemente a velocidade de ejeção do propelente é independente do propelente utilizado, comparando com os foguetes químicos, na qual a temperatura é determinada pela característica do combustível. Uma outra vantagem é a liberdade de escolher o propelente, enquanto em foguetes químicos o propelente é o produto de queima do combustível.



## 5 MANOBRAS COM PROPULSÃO ELÉTRICA

Neste capítulo serão abordadas aplicações do procedimento indireto de otimização que objetiva a busca de trajetórias de escape para o sistema solar, utilizando estratégias para a maximização da energia do veículo espacial, propulsão elétrica solar (SEP) e manobras gravitacionalmente assistidas.

A Propulsão elétrica poderá ser a melhor opção para os transportes do futuro devido a sua massa, baixo custo e altos impulsos específicos quando comparado com a propulsão química. Propulsores elétricos estão sendo extensamente usados para auxiliar a propulsão de satélites terrestres nas manobras de correção de órbita e podem ser considerados como propulsão primária em missões que envolvem outros corpos do sistema solar.

A necessidade de uma propulsão mais eficiente levou ao desenvolvimento de propulsores de núcleo-elétrico para o uso em missões futuras, com o intuito de reduzir a massa de propelente e o tempo de voo de transferência e para possibilitar manobras como inserção de veículos espaciais em órbitas de planetas. Propulsão elétrica solar (SEP) será utilizado para alcançar corpos que estão orbitando nas proximidades da Terra. A NASA<sup>1</sup> projetou a missão Deep Space 1 (DS1) e a ESA<sup>2</sup> a missão SMART 1 (Small Missions for Advanced Research in Technology), onde, ambas implantaram a propulsão iônica e propulsão elétrica solar (SEP) (CASALINO E COLASURDO, 2002).

### 5.1 Descrição do Problema

O veículo espacial será considerado um ponto com massa variável  $m$  e sua trajetória será analisada utilizando a aproximação *patched-conics*, que consiste em uma

---

<sup>1</sup> National Aeronautics and Space Administrator

<sup>2</sup> European Space Agency

simplificação do problema dividindo o espaço em várias partes, destinando cada um dos  $n$  corpos a sua própria esfera de influência. Quando o veículo espacial é capturado pela esfera de influência de um ou mais pequenos corpos, só a força gravitacional entre o veículo espacial e o menor corpo é considerado. Reduzindo um problema de  $n$ -corpos a múltiplos problemas de dois corpos, para os quais as soluções são as seções cônicas bem conhecidas das órbitas Keplerianas. Entretanto, apesar deste método fornecer uma boa aproximação de trajetórias interplanetárias, há missões para as quais esta aproximação não fornece resultados suficientemente exatos, precisando de soluções e métodos mais elaborados.

O tempo necessário para o veículo espacial deixar a esfera de influência da Terra é desprezado.> Nesta formulação somente as equações do movimento no sistema de referência heliocêntrico serão consideradas. O veículo espacial sofre influência da aceleração gravitacional do Sol  $\vec{g}(r)$  e os sistemas de propulsão do veículo exercem um empuxo de magnitude  $T$ . Com esta formulação, pode-se utilizar uma manobra de *flyby* na Terra para ganho de energia e velocidade, que provoca uma descontinuidade nas variáveis de estado relativas a velocidade.

As variáveis são normalizadas utilizando o raio da órbita da Terra, a velocidade circular correspondente, e a massa do veículo espacial na órbita estacionária como valores de referência.

A propulsão elétrica solar será considerada, e portanto, a potência disponível e o empuxo variam num campo gravitacional Newtoniano, isto é, variam com o quadrado da distância do Sol.

No problema, o "disparo" é o único controle durante os arcos heliocêntricos, e será otimizado para obter o menor consumo, que será medido pela massa final do veículo espacial. Tem-se, então, o controle do tipo *bang-bang*, que consiste em arcos balísticos alternados com arcos de empuxo máximo. A trajetória é composta de uma sucessão de arcos balísticos e arcos de empuxo máximo, onde a direção ótima será fornecida pelo procedimento de otimização. As condições de contorno devem ser impostas de maneira satisfatória para às junções dos arcos de trajetória, através das equações de contorno.

A integração inicia quando o veículo espacial deixa a esfera de influência da Terra, na posição  $\vec{r}_i = \vec{r}_\oplus(t_i)$  que coincide com a posição da Terra ( $\oplus$ ), considerando a velocidade  $\vec{v}_i$  livre. A velocidade hiperbólica será dada por  $\vec{v}_{\infty i} = \vec{v}_i - \vec{v}_\oplus(t_i)$ , assumindo que um propulsor é utilizado para deixar a orbita (LEO - low *Earth* orbit) com manobras impulsivas; e a massa inicial do veículo é especificada. O incremento de velocidade ( $\Delta V$ ) exigido para prover a velocidade hiperbólica é  $\Delta V = \sqrt{v_{\infty i}^2 + v_e^2} - v_c$ , onde  $v_e$  e  $v_c$  são velocidades de escape e circular do raio da órbita baixa (LEO) (CASALINO et al., 2002).

A massa inicial é,

$$m_i = (1 + \varepsilon)e^{-\frac{\Delta V}{c}} - \varepsilon \quad (5.1)$$

onde,

1.  $c$  é a velocidade efetiva de exaustão do foguete;
2.  $\varepsilon(1 - m_i)$  é a massa lançada do motor de exaustão, que é proporcional ao massa do propelente.
3.  $\varepsilon$  é a constante de proporcionalidade do propelente, de acordo com as especificações.

O veículo espacial intercepta a Terra e realiza uma manobra gravitacionalmente assistida. A posição do veículo  $\vec{r}_\pm = \vec{r}_\oplus(t_\pm)$  é o vínculo e a magnitude da velocidade hiperbólica  $\vec{v}_{\infty \pm} = \vec{v}_\pm - \vec{v}_\oplus(t_\pm)$  é contínua  $v_{\infty+}^2 = v_{\infty-}^2$ .

E se a altura mínima do *Flyby* é requerida, então a condição da velocidade será:

$$\vec{v}_{\infty+}^T \vec{v}_{\infty-} = -\cos(2\phi)v_{\infty-}^2 \quad (5.2)$$

onde,

$$\cos(\phi) = \frac{v_p^2}{(v_{\infty-}^2 + v_p^2)} \quad (5.3)$$

$v_p$  é a velocidade circular (do veículo) da mínima distancia permitida de um planeta.

No ponto final (sub-escrito pelo índice  $f$ ), os vetores posição e velocidade do veículo espacial e do asteróide coincidem,

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_A(t_f) \quad (5.4)$$

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_A(t_f) \quad (5.5)$$

A teoria de Controle Ótimo fornece a lei de controle e as condições de contorno necessárias para a otimalidade, através do Princípio de Máximo de Pontryagin.

## 5.2 Procedimentos de Otimização

O objetivo é utilizar procedimentos de otimização para maximizar o valor final da energia específica de um veículo espacial.

Equações Dinâmicas,

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}} &= \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} &= -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{\Gamma} \\ \dot{c} &= \Gamma \end{aligned} \quad (5.6)$$

Aplicando a teoria de controle ótimo (Princípio de Máximo de Pontryagin), a função Hamiltoniana é definida como (CASALINO, et al., 1999):

$$H = \lambda_r^t v + \lambda_v^t \left( g + \frac{T}{m} \right) - \lambda_m \frac{T}{c} \quad (5.7)$$

Onde  $\lambda_i$ , representa os multiplicadores de Lagrange associado ao problema.

O empuxo nominal  $T_0$  é considerado a 1 UA (unidades astronômicas), e a potência elétrica correspondente (CASALINO et al, 2002):



$$\begin{aligned}
P_0 &= \frac{T_0 c}{2\eta} \\
T_{Max} &= \frac{T_0}{r^2} \\
S_f &= \frac{\lambda_v}{m} - \frac{\lambda_m}{c}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

onde,

$S_f$  – é definido como a função de comutação (*switching function*);

$c$  - é a velocidade exaustão (propulsor);

$$T_{Max} = \begin{cases} \frac{T_0}{r^2}, & \text{se } S_f > 0 \\ 0, & \text{se } S_f < 0 \end{cases} \tag{5.9}$$

As condições de Euler-Lagrange aplicadas ao problema fornecem as equações adjuntas do problema.

Equações Adjuntas,

$$\dot{\bar{\lambda}}_r^t = \bar{\lambda}_v^t \frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{r}} - S_f \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} \tag{5.10}$$

$$\dot{\bar{\lambda}}_v^t = -\bar{\lambda}_r^t \tag{5.11}$$

$$\dot{\bar{\lambda}}_r = \bar{\lambda}_v^t \frac{\bar{T}}{m^2} \tag{5.12}$$

Condições de Contorno,

$$\left( H_{j_-} + \frac{\partial \varphi}{\partial t_{j_-}} + \mu^t \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t_{j_-}} \right) \delta t_{j_-} = 0 \tag{5.13}$$

$$\left( H_{j_+} - \frac{\partial \varphi}{\partial t_{j_+}} - \mu^t \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t_{j_+}} \right) \delta t_{j_+} = 0 \tag{5.14}$$

$$\left( \lambda_{j_-}^t - \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}_{j_-}} - \mu^t \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial \bar{x}_{j_-}} \right) \delta \bar{x}_{j_-} = 0 \quad (5.15)$$

$$\left( \lambda_{j_+}^t + \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}_{j_+}} + \mu^t \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial \bar{x}_{j_+}} \right) \delta \bar{x}_{j_+} = 0 \quad (5.16)$$

que são as condições necessárias ótimas (CASALINO, et al., 1999). Onde:

$\bar{\chi}$  é o vetor das equações de vínculos;

$$\varphi = CE_f = C \left( \frac{v_f^2}{2} - \frac{1}{r_f} \right) \quad (5.17)$$

onde:  $\varphi$  é um múltiplo arbitrário da energia do veículo no ponto final (sub-escrito pelo índice  $f$ ).

No ponto inicial:

1. a posição do vetor é  $\vec{r}_0 = \vec{r}_\oplus$  ;
2. a magnitude da velocidade hiperbólica é  $(\vec{v}_0 - \vec{v}_\oplus)^2 = \vec{v}_{\infty 0}^2$  ;
3. a condição ótima necessária do estado é que  $\vec{\lambda}_{v_0}$  seja paralelo à velocidade hiperbólica;
4.  $\vec{\lambda}_{r_0}$  e  $\lambda_{m_0}$  são livres.

E se a altura mínima do *flyby* é requerida, então a condição da velocidade será:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\infty+}^t \vec{v}_{\infty-} &= -\cos(2\phi) \vec{v}_{\infty-}^2 \\ \cos(\phi) &= \frac{v_p^2}{\vec{v}_{\infty-}^2 + v_p^2} \end{aligned} \quad (5.18)$$

onde:

$$\vec{v}_{\infty\pm} = \vec{v}_{i\pm} - \vec{v}_4 ;$$

Assim (CASALINO, et al., 1999),

1. Nas equações (5.15 e 5.16) o  $\vec{\lambda}_{vi}$  é paralelo a velocidade hiperbólica antes e depois da manobra de *flyby* livre; a magnitude é contínua;
2. As equações (5.13 e 5.14) são usadas para obter as condições de transversalidade, que implica em determinar o tempo dos arcos utilizados;
3. Os estados da Hamiltoniana permanecem contínuos através da manobra de *flyby*;
4. No ponto final,  $\vec{\lambda}_{vf}$  é paralelo a velocidade,  $\vec{\lambda}_{rf}$  ao raio e  $\vec{\lambda}_{rf}^t \vec{v}_f + \vec{\lambda}_{vf}^t \vec{g} = 0$ ;
5. Os valores finais de  $\vec{\lambda}_{mf}$  e  $H_f$  dependem do modo de controle que foi considerado na manobra;
6. A variável adjunta  $\vec{\lambda}_v$  é zero durante toda a trajetória.

As trajetórias dos veículos espaciais que utilizam ao mesmo tempo propulsão (elétrica ou outro tipo) e manobras gravitacionalmente assistidas podem utilizar esta formulação. As condições necessárias ótimas podem ser formuladas de acordo com o problema; o controle do tipo bang-bang é utilizado na formulação com limite de potência e vínculos de tempo em relação à vida útil do propulsor na missão. Pode-se implementar outros vínculos de acordo com a necessidade da missão, como: tempo da missão, manobras de rendezvous e manobras de múltiplos encontros.

As condições necessárias ótimas foram formuladas de acordo com o problema; o controle do tipo bang-bang foi utilizado na formulação com limite de potência e vínculos de tempo em relação à vida útil do propulsor na missão (SANTOS, 2006). Os estados da Transferência de Hohmann para o incremento da velocidade mínima foram implementados como parâmetros mínimos de velocidade para as transferências entre órbitas circulares coplanares. A minimização do consumo de combustível é o critério mais frequentemente encontrado na prática e o de maior interesse por estar relacionado à vida útil do veículo espacial. Outros critérios também podem ser utilizados; como o tempo de duração da transferência.

Foram analisadas trajetórias otimizadas para asteróides que possuem órbitas próximas a terra (NEAR), pois existe a possibilidade do cruzamento das órbitas destes asteróides com a órbita da Terra.

### 5.3 O Algoritmo

O algoritmo utilizado para a resolução do problema consiste em um programa principal que gerencia um grupo de rotinas em linguagem Fortran, agrupadas em 4 pacotes principais, que resolvem o problema de otimização de trajetórias por meio do método de otimização indireta. Estas rotinas foram desenvolvidas com o modelo de propulsão da ESA (Agência Espacial Européia), seguem os parâmetros de precisão, número de iterações, passos de integração e erros nas condições de contorno de missões implementadas pela ESA.

Na programa principal, são definidos todos os parâmetros para a simulação de acordo com a missão, tais como: quantidade de variáveis envolvidas no problemas, ajuste das condições de contorno, características do sistema propulsivo, limites de tolerância (passos do integrador, erros aceitáveis, quantidade de iterações), distâncias mínimas de aproximação para as manobras de *flyby*, entre outras coisas. Numa sub-rotina que simula o movimento dos astros, entra-se com os elementos orbitais dos corpos envolvidos, e requer um ajuste manual para as datas dos encontros, pois as trajetórias procuradas devem encontrar o corpo no momento exato da passagem, como vínculos de restrição.

Dois passos são necessários para determinar a solução ótima: primeiro, uma estrutura de comutação conveniente deve ser assumida para a trajetória; então, uma tentativa inicial próxima à solução real deve ser fornecida ao código de otimização para analisar a convergência. Depois, com as iterações, o código irá melhorar as soluções e buscar a solução ótima. O número de parâmetros desconhecidos é bastante grande: partida e datas de chegada, datas das manobras gravitacionais, velocidade inicial, posição, e

variáveis adjuntas, velocidade e variáveis de adjuntas logo depois *flybies*, e os tempos quando o motor está no modo ligado e desligado.

Os arcos de trajetórias são divididos em 3 trechos, com passos de integração (do Integrador) que podem variar durante a busca da solução. Dividindo a busca da solução em trechos independentes.

## 5.4 Asteróides

São conhecidos atualmente cerca de 1000 asteróides cujas órbitas se aproximam significativamente da órbita heliocêntrica da Terra, constituindo uma ameaça ao planeta pois podem cruzar a órbita da Terra. Estes asteróides são usualmente designados pelas iniciais NEA (Near Earth Asteroid). Os dados dos asteróides utilizados na simulações foram coletados do banco de dados do JPL, que faz parte do projeto da NASA "Near Earth Object Search Program" do Jet Propulsion Laboratory (JPL) localizado em Pasadena, California.

Para fins de simulação foram escolhidos os asteróides 2002TC70 e 1989UQ, que fazem parte do grupo de asteróides que possuem órbitas próximas a da Terra, NEOs (Near Earth Object), e também devido ao tamanho do semi-eixo maior ( $a$ ) e baixa inclinação ( $i$ ) em relação ao eixo de eclíptica (Tabela 5.1), que são parâmetros que favorecem as manobras que serão simuladas.

Tabela 5.1 – Elementos Keplerianos dos Asteróides (unidades normalizadas)

<i>Nome</i>	<b>2002TC70</b>	<b>1989UQ</b>
<i>Época</i>	54200	54200
<i>a</i>	1.369831	0.915249
<i>e</i>	0.19691574	0.264832
<i>i</i>	2.13932	1.29152
$\Omega$	161.89427	178.2965
$\omega$	134.84892	15.0241
<i>M</i>	351.6336031	189.172
<i>r<sub>a</sub></i>	1.639572	1.157636
<i>r<sub>p</sub></i>	1.10009	0.672861

O tamanho do semi-eixo maior ( $a$ ) do asteroide também poderá ser utilizado no critério de escolha das manobras gravitacionalmente assistidas em Marte, Vênus ou outro planeta, pois, a depender do seu tamanho, favorece uma manobra de *flyby* em Marte ou em Vênus, para chegar ao asteroide.

Diversos tipos de missões podem ser implementados com o algoritmo de otimização utilizado neste trabalho, dos quais os principais são: transferência com tempo livre (trocar a órbita de um veículo espacial sem restrições ao tempo necessário a execução da manobra); *Rendezvous* (deseja-se que o veículo espacial se encontre e permaneça ao lado de um segundo veículo espacial); *Flyby* ou *Swing-by* (utiliza-se de uma passagem próxima a um corpo celeste para ganhar ou perder energia, velocidade e momento angular), etc.

## 6 APLICAÇÕES COM O PPS 1350 (ESA)

O propulsor PPS 1350 foi utilizado na missão SMART-1, e consiste em um propulsor a plasma produzido por corrente Hall, para acelerar o veículo espacial de acordo com as necessidades da missão.

Neste capítulo, serão feitas simulações de trajetórias para os asteróides 2002TC70 e 1989UQ, utilizando os parâmetros do propulsor PPS 1350 e manobras gravitacionalmente assistidas.

As características do sistema de propulsão do veículo espacial, com um altitude de 200 km em uma órbita circular LEO, é assumido como (CASALINO et al., 1999):

1. a massa inicial é de 2133,3 Kg, que será normalizada como 1;
2. impulso específico  $I_s = 1550s$  ;
3. energia específica  $\varepsilon = 0,06$ ;
4.  $T = 2 \cdot 70mN$  (2 propulsores PPS 1350);
5. O tempo:  $time = 0$  corresponde a data 01/01/2000.
6.  $\Delta m = m_o - m_c$  (massa inicial menos a massa consumida pelo propulsor)

### 6.1 Missão para o Asteróide 2002TC70

Nesta seção, serão analisadas órbitas otimizadas para o asteróide 200TC70, que incluem órbitas diretas e órbitas que utilizam manobras gravitacionais de *flyby*.

#### 6.1.1 Simulação sem *Flyby*

Utilizando o procedimento de otimização obtêm-se trajetórias otimizadas, com a minimização do consumo do combustível do veículo espacial, mas, estas trajetórias dependem do objetivo da missão, por exemplo, a depender da missão é viável reduzir o tempo e gastar um pouco mais de combustível, como pode ser visto na Tabela 6.1. Se for escolhida a simulação n° 2, ao invés da simulação n° 6, gasta-se 10,6635 Kg a mais da massa do combustível, entretanto, reduz o tempo de vôo do veículo espacial em

aproximadamente 802,23 dias, o que corresponde a uma economia de 2 anos, 2 meses e cerca de 10 dias.

Tabela 6.1 – Massa final otimizada sem *flyby* para o Asteróide 2002TC70.

$N^\circ$	$\Delta T$		$\Delta m - (m_o - m_c)$	
	58.132821 dias	dias	unidades normalizadas	Kg
1	9,00	523,195389	0,726333132329091	1549,486471
2	12,0	697,593852	0,752879876682167	1606,118641
3	18,2	1058,017342	0,776826669492402	1657,204334
4	23,8	1383,56114	0,777069105326169	1657,721522
5	25,0	1453,320525	0,781271203784888	1666,685859
6	32,0	1860,250272	0,781825302016599	1667,867917

Cada ponto numerado (1 - 6) na Figura 6.1 correspondem aos pontos representado na Tabela 6.1, Estes pontos representam uma missões com determinada massa final e tempo de duração da manobra. Os pontos em asteriscos representam um novo conjunto de soluções obtidos com novas condições iniciais. Esta escolha poderá ser feita de acordo com as necessidades da missão.

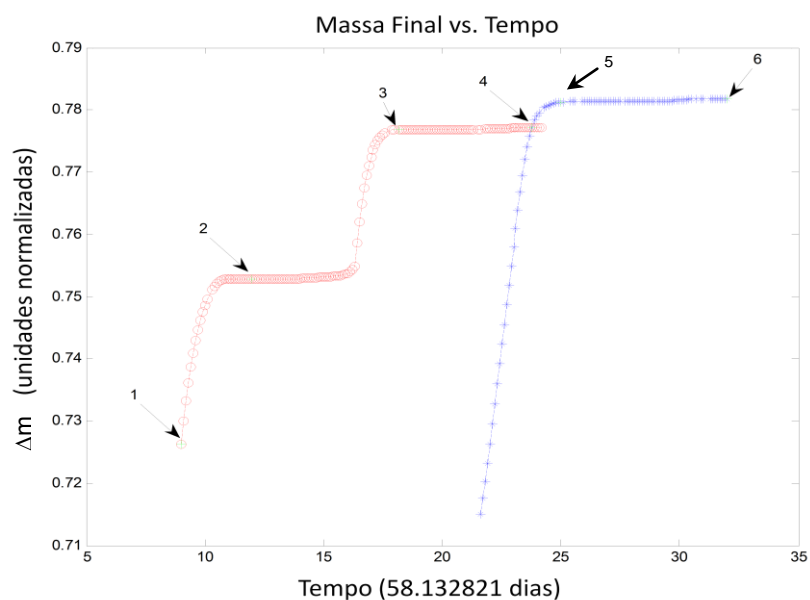


FIGURA 6.1 – Massa final ( $\Delta m$ ) vs. duração da missão sem *flyby*.



Na Figura 6.2 visualiza-se a trajetória do veículo espacial numa missão direta, isto é, manobra saindo da Terra e chegando ao asteróide, não utilizando manobras gravitacionais (sem *flyby*), levando cerca de 1052 dias, com o  $\Delta m = 1657,1$  kg de massa final e a variação da velocidade obtida pelo propulsor elétrico obtida foi de  $\Delta V_{el} = 3,84$  km/s.

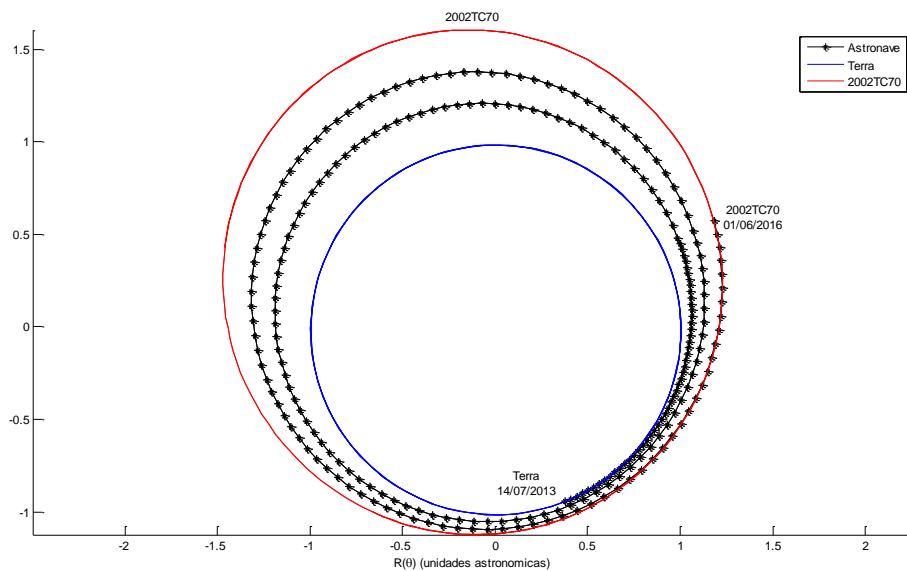


FIGURA 6.2 – Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 2002TC70.

As alternâncias de trechos com propulsão e sem propulsão, obtidos da função de comutação ( $S_f$ ) como solução procedimento de otimização, são visualizados na Figura 6.3, e a estrela representa os pontos onde a propulsão é nula, os pontos vermelhos: ( $S_f > 0$ ) arcos de propulsão e os pontos azuis: ( $S_f < 0$ ) arcos sem propulsão.

Nas Figuras (6.4 e 6.5) verificam-se a variação do semi-eixo maior ( $a$ ) e excentricidade ( $e$ ) em função do tempo de missão ( $\Delta T$ ), e, a energia e a hamiltoniana da órbita de uma missão direta sem a manobra de *flyby*.

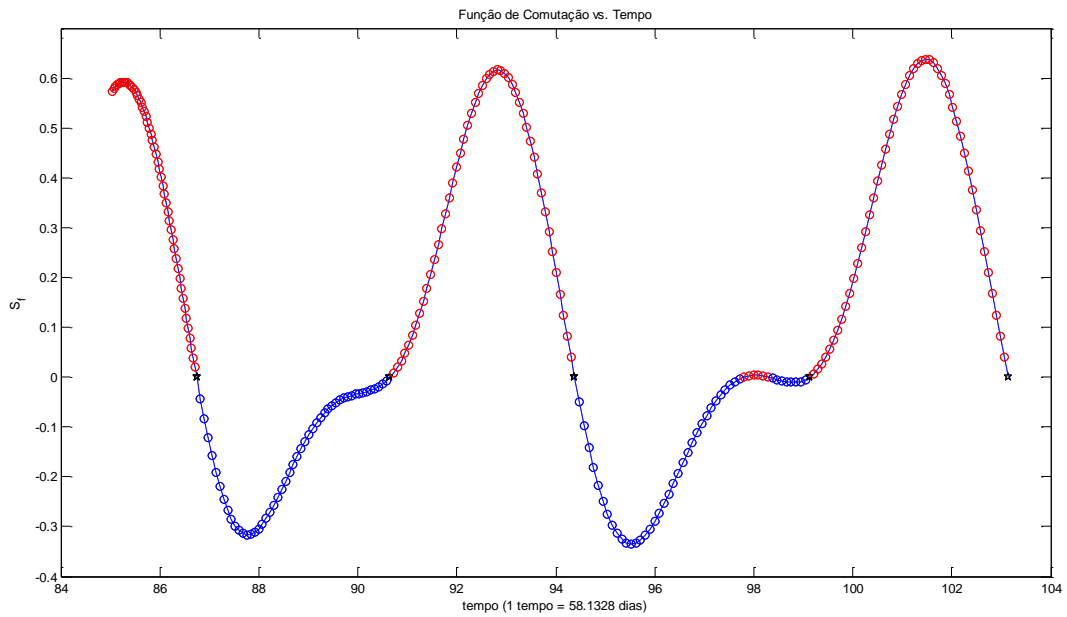


FIGURA 6.3 – Função de Comutação (Switching Function) na Simulação direta (sem *Flyby*), para o asteróide 2002TC70, com o PPS1350.

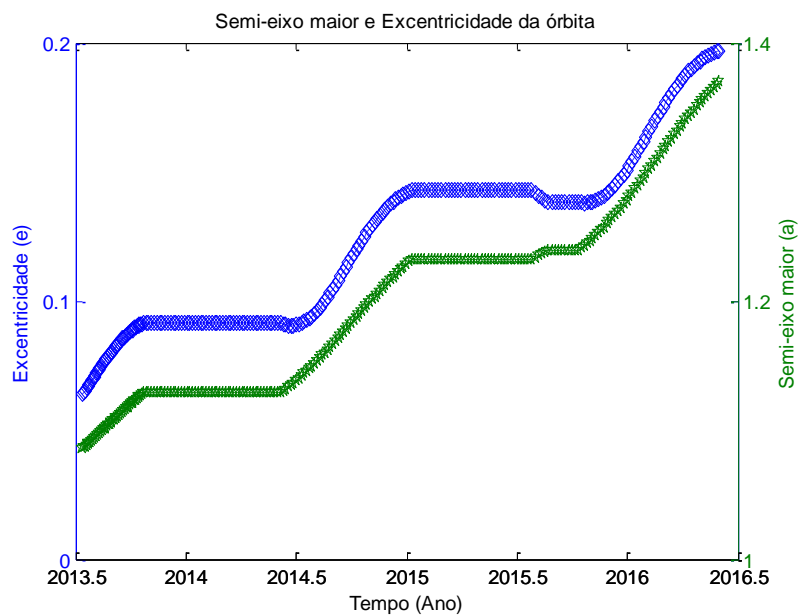


FIGURA 6.4 - Semi-eixo maior e Excentricidade da órbita da manobra direta para o asteróide 2002TC.

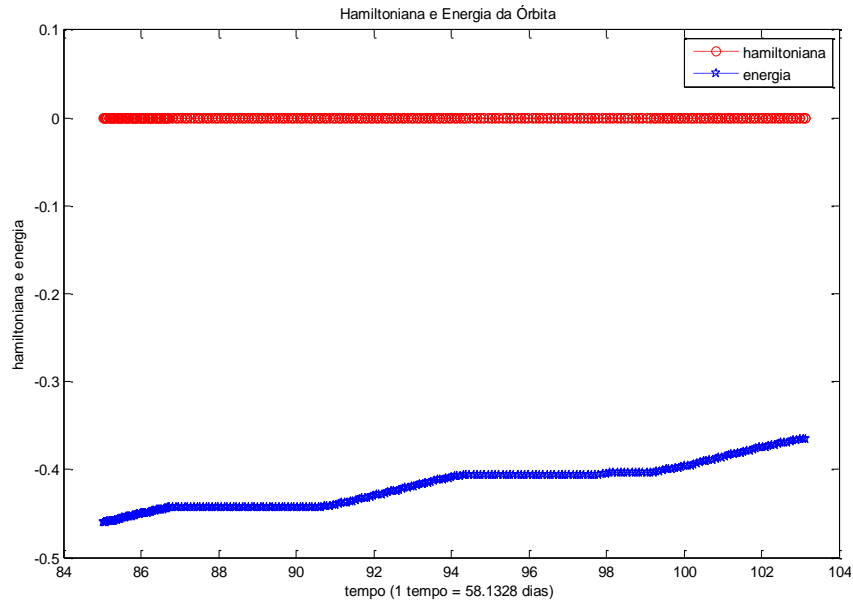


FIGURA 6.5 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteroide 2002TC70.

### 6.1.2 Missão com *Flyby* na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted)

A missão consiste em: sair da Terra utilizando a propulsão elétrica, aproximadamente 1 ano após a partida realizar uma manobra de *flyby* na Terra, e, depois seguir ao encontro com o asteroide. Nas simulações o veículo espacial chega ao destino final (asteroide) com a massa final  $\Delta m = 1852,57$  Kg (massa final otimizada pelo procedimento), com o tempo total da missão aproximadamente  $\Delta T = 883.40$  dias, que pode ser visto nas Figuras (6.6 – 6.9).

Na Figura 6.6 verificam-se as datas da missão (Saída, *flyby* e chegada) e a órbita de transferência, nota-se que após a manobra de *flyby* na Terra, o semi-eixo maior da órbita é incrementado (Figura 6.8), causando uma variação decorrente dos ganhos obtidos por meio da manobra de *flyby*. O Mesmo acontece com a excentricidade da órbita de transferência que também sofre efeitos de variação com a manobra EGA (Figura 6.8). O mesmo efeito proveniente do *flyby* é verificado na energia da órbita e na hamiltoniana do sistema (Figura 6.9), verificados no gráfico pelos saltos no momento do *flyby*.

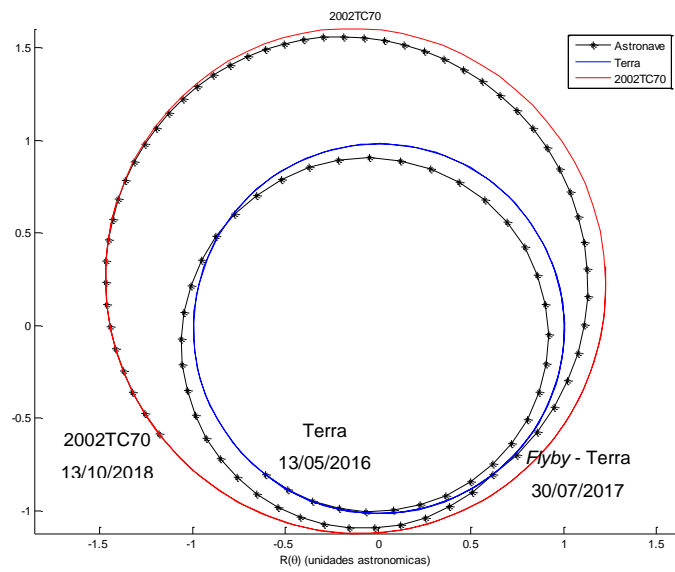


FIGURA 6.6 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando a manobra de *Flyby* na Terra (EGA).

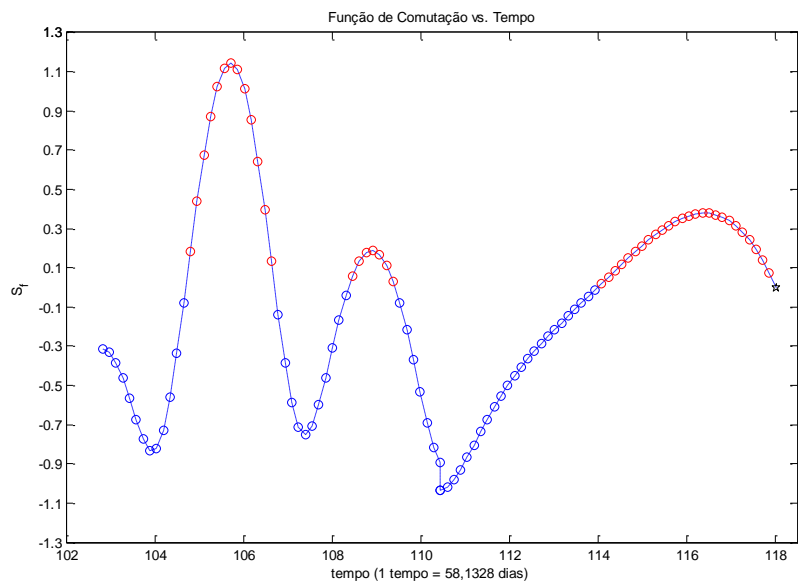


FIGURA 6.7 – Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteroide 2002TC70, com o PPS1350.

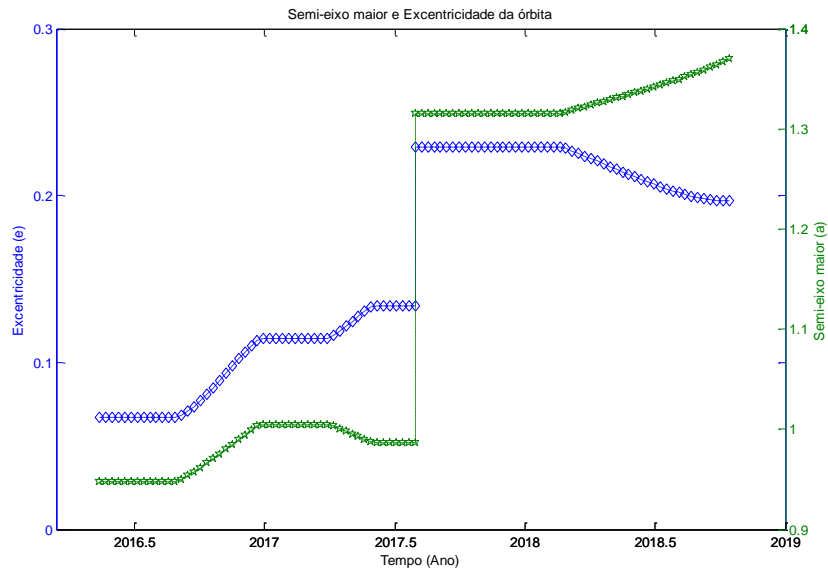


FIGURA 6.8 – Semi-eixo maior e Excentricidade da órbita da manobra EGA para o asteroide 2002TC70 .

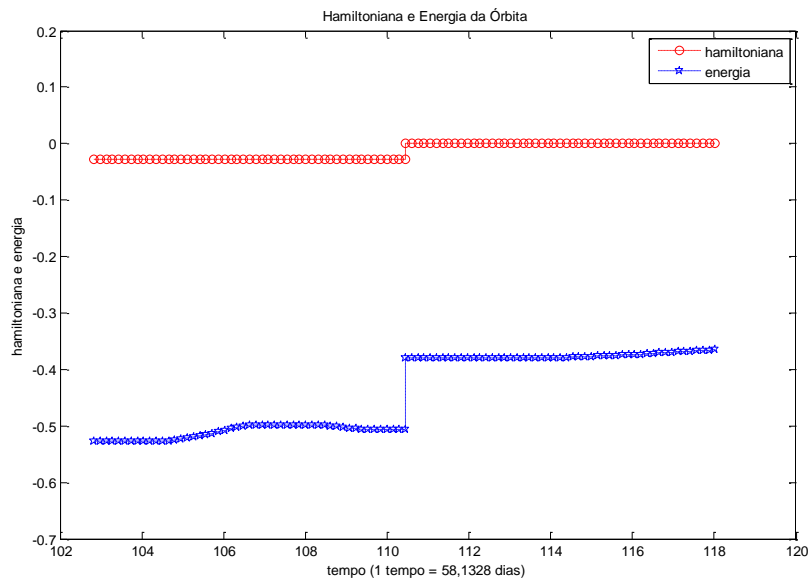


FIGURA 6.9 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com *Flyby* na Terra (EGA) para o asteroide 2002TC70.

A Figura 6.10 mostra a comparação entre missões com  $\Delta T$  diferentes e seus respectivos consumos ( $\Delta m$ ), mostrando que as missões que utilizam manobras de *flyby* para este asteróide possuem um consumo menor quando comparado as missões diretas, para diferentes  $\Delta T$ , quando o tempo da missão for superior a  $\Delta T = 10$  (aproximadamente 581,3 dias, conforme Figura 6.10), é mais viável utilizar as manobras gravitacionais.

Observando a Figura 6.10, constata-se que missões que utilizam as manobras de *flyby* na Terra (EGA) com diversos tempos de duração da missão ( $\Delta T$ ), consomem menos combustível ( $\Delta m$ ).

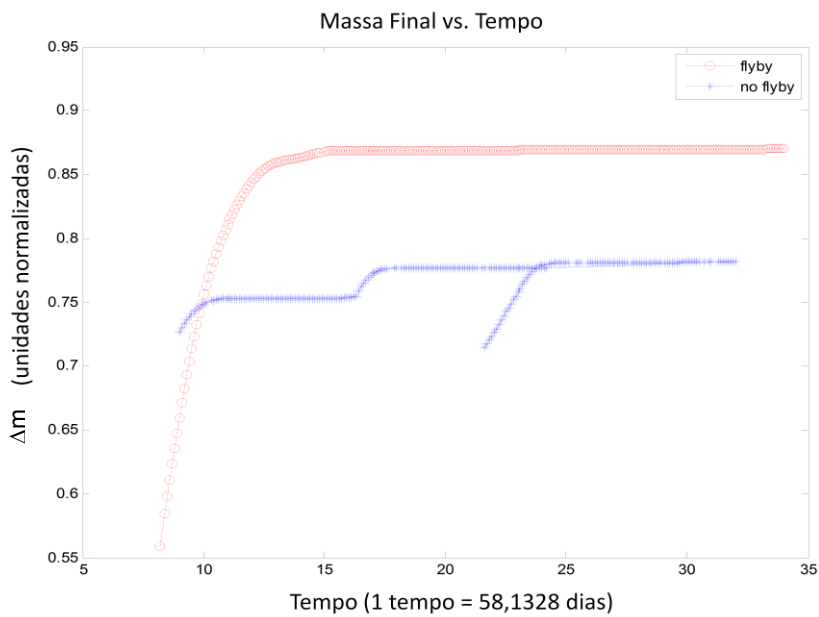


FIGURA 6.10 - Comparação do consumo da missão direta com a missão com na Terra.

### 6.1.3 Múltiplos *Flybies*: Missão com *Flyby* na Terra e em Marte - EMGA (Earth Mars Gravity Assisted)

Nesta seção será analisada uma missão que sai da Terra, volta a Terra e realiza uma manobra gravitacionalmente assistida de *flyby*, partindo em direção a órbita de Marte ao seu encontro e realizando outra manobra de *flyby*, seguindo em direção ao asteroide 2002TC70. A formulação permite a utilização de múltiplos *flybies* buscando um melhor desempenho, desta forma, pode-se utilizar manobras sucessivas em diversos planetas até chegar ao destino final. Se o destino esperado estiver a uma grande distância (perto dos planetas exteriores), utiliza-se manobras gravitacionais de forma a reduzir o consumo de combustível do veículo espacial, sendo penalizado pelo tempo de duração da missão.

As Figuras (6.11 - 6.14) mostram os parâmetros de uma missão partindo da Terra, efetuando um *flyby* na Terra e outro em Marte com o objetivo de interceptar o asteroide 2002TC70, observa-se a órbita de transferência da Terra ao asteroide 2002TC70, a Função de Comutação ( $S_f$ ) que mostra a alternância entre os arcos de propulsão e os arcos sem propulsão, a variação do semi-eixo maior comparado com a excentricidade e as mudanças da energia e da hamiltoniana da órbita de transferência.

Nota-se a variação da excentricidade ( $e$ ) após cada manobra de *flyby* (Figura 6.13), um comportamento análogo verifica-se no semi-eixo maior ( $a$ ) da órbita de transferência, que após a injeção de energia proveniente da manobra, aumenta os seus valores e se ajusta aos critérios da missão, que é o encontro com o asteroide. Nesta missão a massa final foi de  $\Delta m = 1864,29$  kg e o tempo total de missão  $\Delta T = 1081,15$  dias.

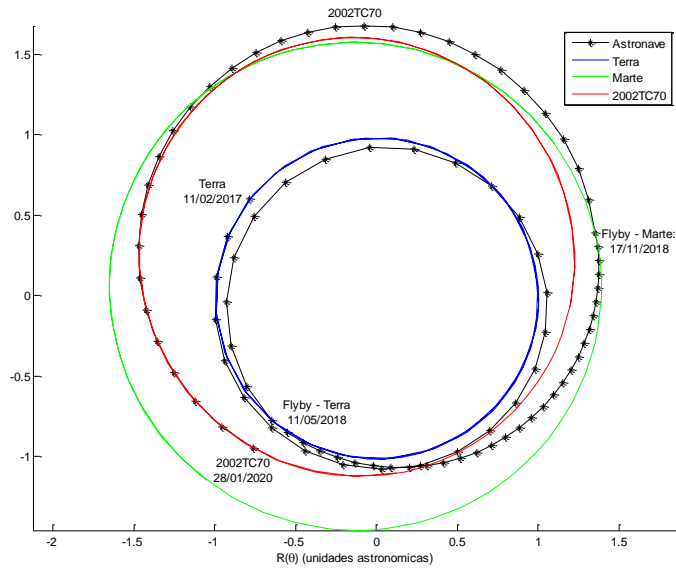


FIGURA 6.11 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando 2 manobras de *flyby* (EMGA), a primeira na Terra e a segunda em Marte.

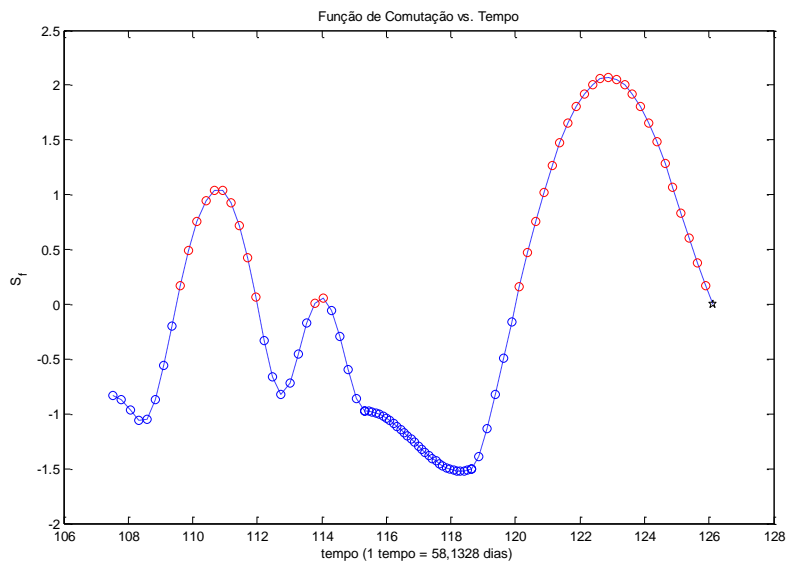


FIGURA 6.12 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EMGA para o asteroide 2002TC70, com o PPS1350.



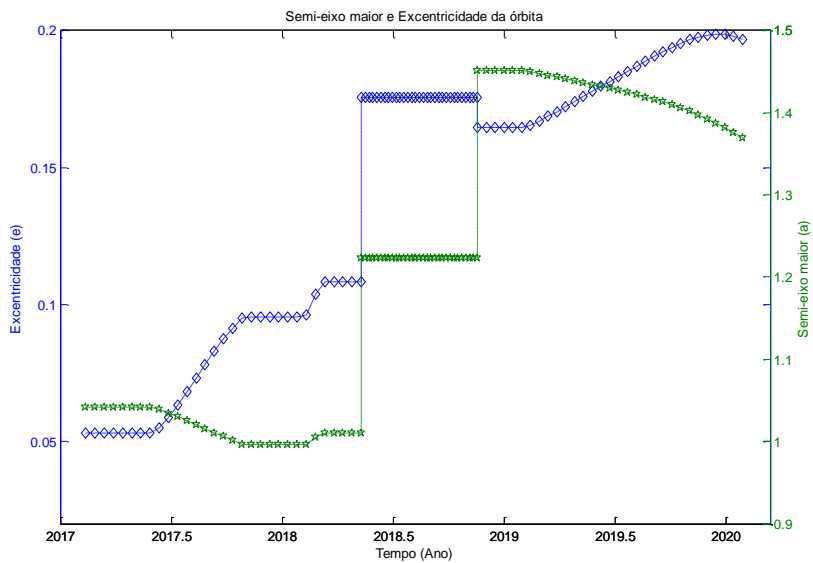


FIGURA 6.13 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com *flyby* na Terra e em Marte (EMGA) para o asteroide 2002TC70.

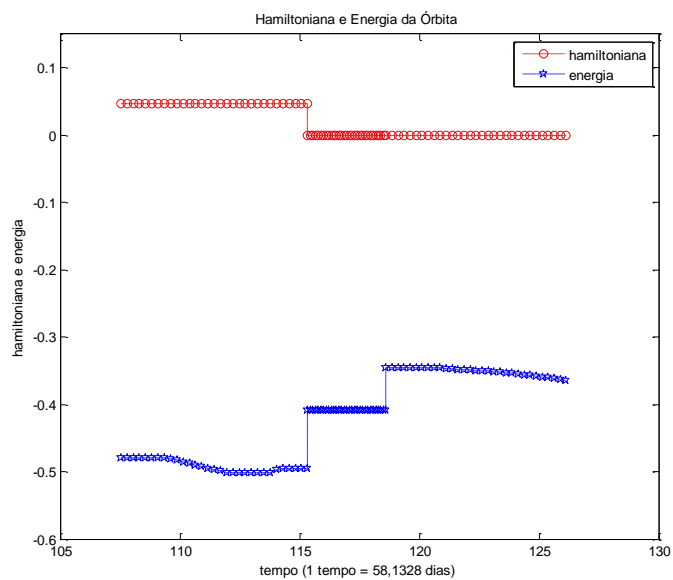


FIGURA 6.14 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos *flybies*: na Terra e em Marte (EMGA) para o asteroide 2002TC70.

Na Figura 6.14 visualiza-se um trecho da órbita, imediatamente após o primeiro *flyby* e antes do segundo *flyby*, onde os pontos da hamiltoniana ficam condensados, isto acontece devido ao passo variado do integrador, que reduz o incremento de tempo do integrador para melhorar a solução.

Foram simuladas manobras para o asteroide 200TC70 utilizando uma manobra EVGA (*flyby* na Terra e depois *flyby* em Vênus), mas os resultados não foram satisfatórios (quando comparado com a missão EMGA), os gráficos foram omitidos, mas os parâmetros da missão ( $\Delta m$ ,  $\Delta t$ , datas de início, *flybies*, chegada, etc) podem ser visto na Tabela 6.3.

## 6.2 Missão para o Asteroide 1989UQ

Nesta seção serão apresentadas simulações utilizando manobras para o asteroide 1989UQ. As manobras consistem em missões diretas, EGA e EVGA, utilizando o propulsor PPS 1350. O asteroide possui uma órbita com o semi-eixo maior ( $a$ ) e o raio do periapside ( $r_p$ ) pequeno, favorecendo uma manobra gravitacional com o planeta Vênus. O critério para a escolha do *flyby* em Marte ou em Vênus é o valor do semi-eixo ( $a$ ) maior do asteroide:

$$\begin{cases} a > 1 \rightarrow \text{Flyby Marte} \\ a < 1 \rightarrow \text{Flyby Vênus} \end{cases} \quad (6.1)$$

### 6.2.1 Simulação sem *Flyby*

A órbita do asteroide 1989UQ cruza a órbita da Terra, aumentando o interesse e a importância do estudo em relação a este asteroide, pois asteroides deste tipo podem causar danos ao planeta e/ou perturbações na órbita dos satélites artificiais terrestres, devido a proximidade.

Os pontos numerados na Tabela 6.2 correspondem a missões com  $\Delta T$  diferentes e seus respectivos gastos com o combustível, podendo ser analisados no gráfico (Figura 6.15), que mostra o consumo do veículo espacial ( $\Delta m$ ) comparado à duração da missão ( $\Delta T$ ).

Tabela 6.2 - Massa final otimizada sem *Flyby* para o Asteróide 1989UQ.

$N^\circ$	$\Delta T$		$\Delta m - (m_o - m_c)$	
	<i>58.132821</i> <i>dias</i>	<i>dias</i>	<b>unidades normalizadas</b>	<b>Kg</b>
1	5	290,66411	0,660357661	1408,741
2	10	581,32821	0,744894782	1589,084
3	15	871,99232	0,765191198	1632,382
4	18	1046,3908	0,771052507	1644,886
5	25	1453,3205	0,774500772	1652,242
6	31	1802,1175	0,775369355	1654,095

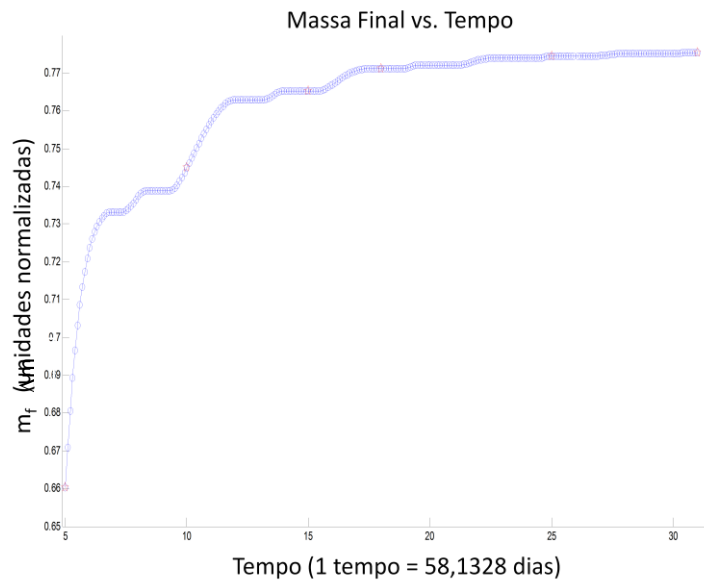


FIGURA 6.15 - Massa final vs. duração da missão (tempo) sem *flyby* para o asteróide 1989UQ, com o PPS1350.

Na Figura 6.16 visualiza-se a trajetória otimizada numa missão direta, saindo da Terra e chegando ao asteróide, com o  $\Delta m=1632,4\text{kg}$  e o tempo total da missão  $\Delta T= 893,48$  dias. Observa-se na Figura 6.17 que tem-se seis arcos balísticos de propulsão do controle bang-bang, isto é, instante onde o propulsor está ligado, e seis arcos onde o propulsor está desligado, o que na propulsão elétrica é desfavorável, pois, o propulsor elétrico, precisa de tempo para uma aceleração eficiente. Nas Figuras (6.17 – 6.19) são visualizados os parâmetros da simulação e os seus efeitos devido a manobra gravitacional.

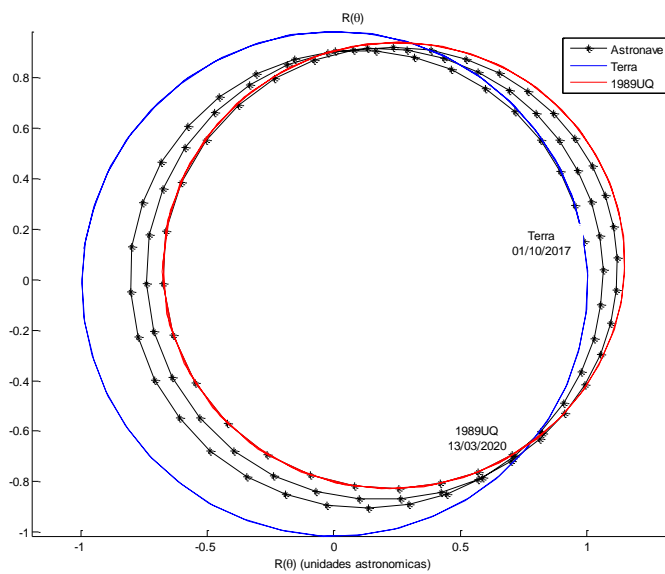


FIGURA 6.16 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 1989UQ.

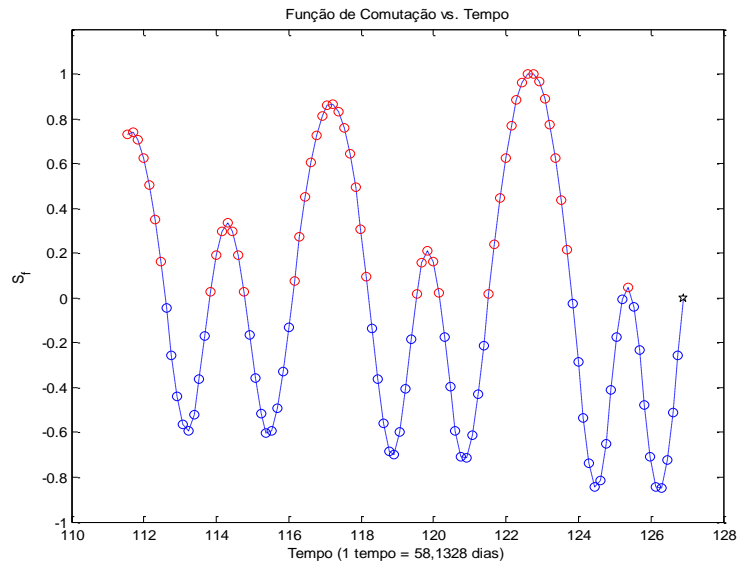


FIGURA 6.17 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação direta para o asteróide 1989UQ, com o PPS1350.

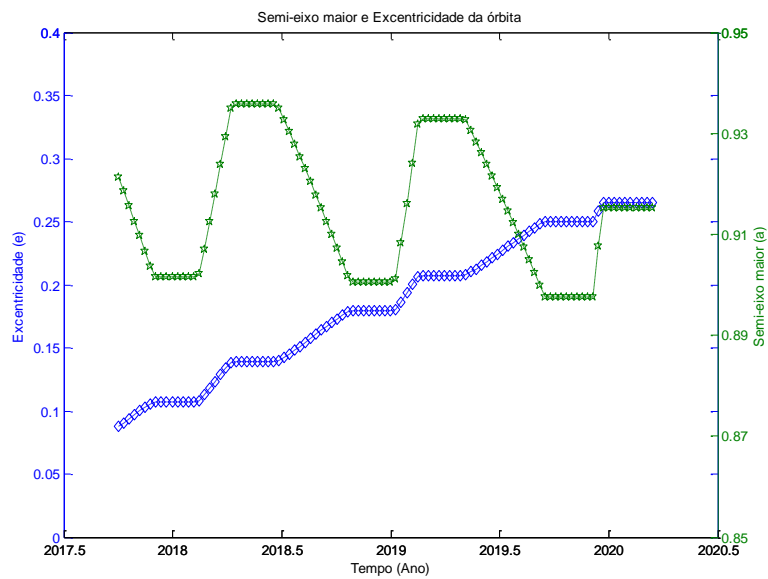


FIGURA 6.18 – Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação direta (sem *flyby*) para o asteróide 1989UQ.

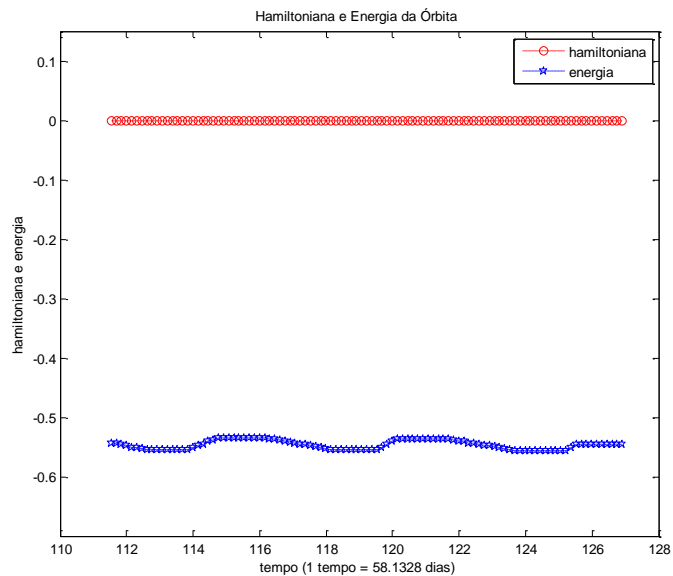


FIGURA 6.19 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteroide 1989UQ.

### 6.2.2 Missão com *Flyby* na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted)

Nesta seção, foram simuladas trajetórias para o asteroide 1989UQ, utilizando uma manobra de *flyby* na Terra com destino ao asteroide 1989UQ.

Na Figura 6.20, visualiza-se uma comparação do consumo entre diversas missões, cada ponto do gráfico representa uma missão com  $\Delta t$  (tempo) e  $\Delta m$  distintos. Podem ser vistos missões diretas e missões com *flyby* na Terra (diferenciados no gráfico por estrelas e pontos), e nota-se que quanto maior for o  $\Delta t$  da missão, as melhores soluções, no que se refere ao consumo do propelente, são órbitas que utilizam as manobras de *flyby* na Terra.

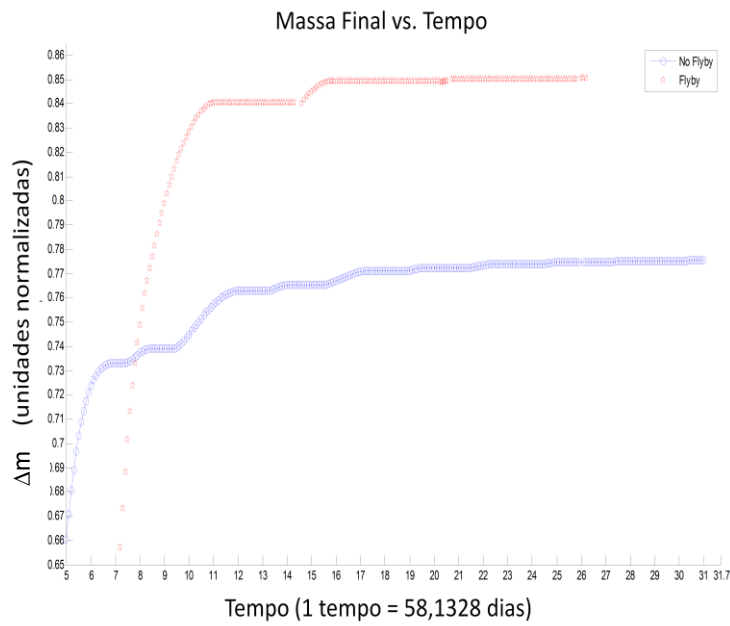


FIGURA 6.20 - Comparação do consumo da missão direta com a missão com *flyby* para o asteroide 1989UQ.

Na Figura 6.21 visualiza-se a órbita de transferência entre a Terra e o asteroide, as datas de saída da Terra, do *flyby* na Terra e de chegada ao asteroide. A duração da missão é de aproximadamente 920 dias e o massa final ( $\Delta m$ ) é de 1811,74 Kg.

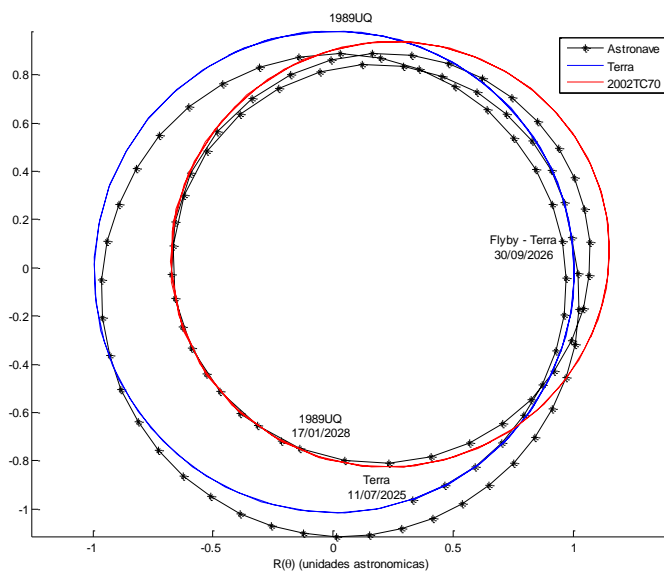


FIGURA 6.21 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ utilizando a manobra de *flyby* na Terra (EGA).

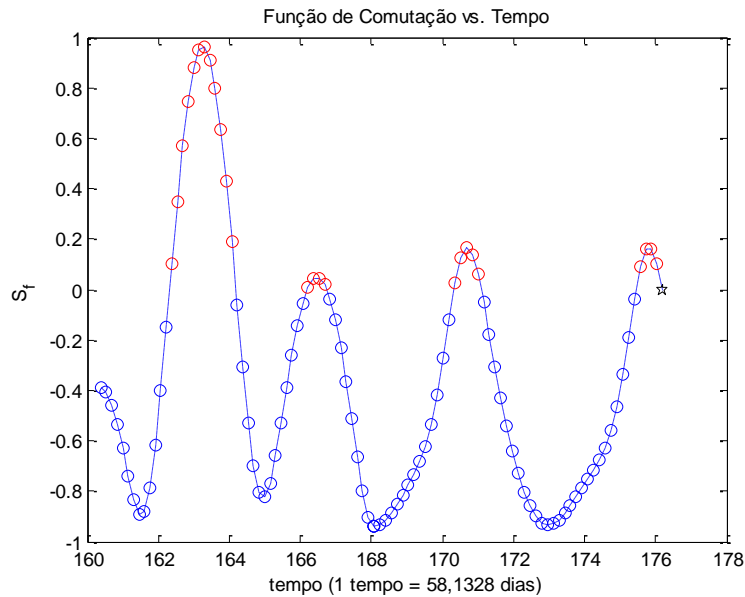


FIGURA 6.22 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteroide 1989UQ, com o PPS1350.

Verificam-se nas Figuras (6.22 – 6.24) que a função de comutação ( $S_f$ ), o semi-eixo maior (a), a excentricidade (e), a hamiltoniana e a energia da órbita de transferências são afetadas pela manobra de *flyby*, cumprindo o objetivo da manobra que é inserir no sistema acréscimos na aceleração para fins de otimizar os parâmetros temporais e de consumo.

Foram simuladas diversas tentativas de missões utilizando manobras na Terra e em Marte (EMGA), mas, para o asteroide 1989UQ (utilizando o propulsor PPS 1350) não foram encontrados resultados satisfatórios (quando comparados com os resultados obtidos com a manobra de *flyby* em Marte EMGA). Na grande maioria das tentativas, as equações não convergiam para um resultado aplicável, isto é, resultavam em erros. Os maiores problemas encontrados nestas simulações foram as tentativas iniciais que garantissem uma boa convergência de soluções para uma margem aceitável (margem de erro), para depois, depurar os dados e utilizar como novas condições iniciais.



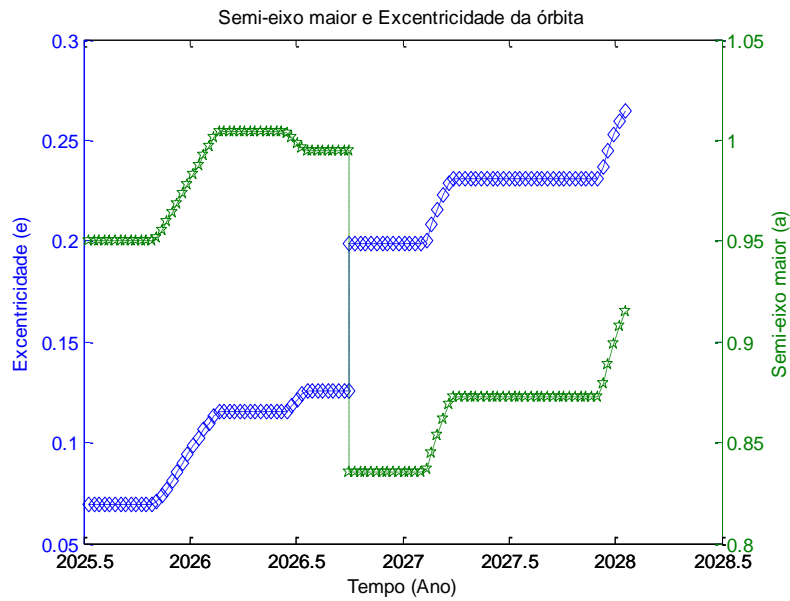


FIGURA 6.23 – Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com *Flyby* na Terra (EGA) para o asteroide 1989UQ.

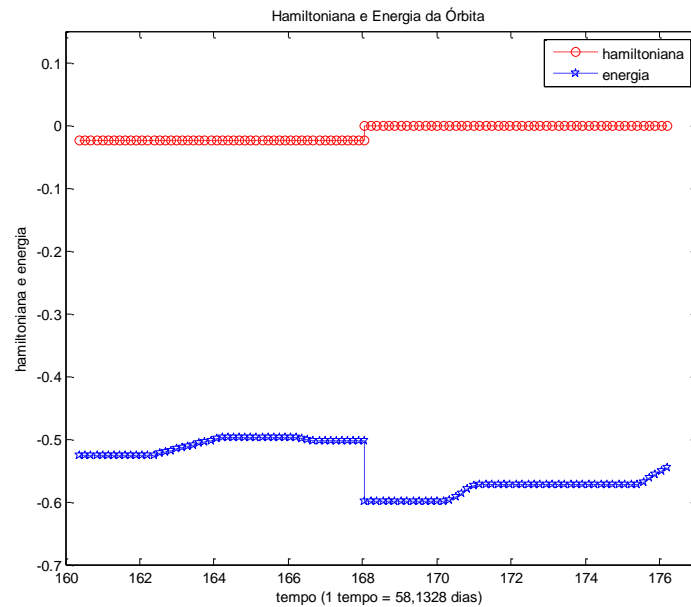


FIGURA 6.24 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com *flyby* na Terra (EGA) para o asteroide 1989UQ.

### 6.2.3 - Múltiplos *Flybies*: Missão com *Flyby* na Terra e em Vênus - EVGA (Earth Venus Gravity Assisted)

O asteroide 1989UQ possui um semi-eixo maior  $a < 1$ , tornando inviável, no que se refere ao consumo de combustível, uma missão que utilize um *flyby* em Marte, devido a distância entre eles. Entretanto, um *flyby* em Vênus é uma opção satisfatória (Tabela 6.3), pois a órbita do asteroide cruza a órbita de Vênus (Figura 6.25). Devido a inclinação que o planeta Vênus possui em relação ao eixo de eclíptica (plano da órbita da Terra ao redor do Sol, ou a órbita descrita neste plano), obtêm-se poucas soluções que são favoráveis, mas a solução encontrada neste trabalho é satisfatória, quando comparada às outras simulações (direta, EGA, EMGA).

Na Figura 6.25 é possível visualizar a órbita otimizada do veículo espacial saindo da Terra, fazendo aproximadamente um ano depois um *flyby* na Terra e depois realizando um *flyby* em Vênus, e, chegando ao asteroide 1989UQ. O  $\Delta T$  (tempo) total da missão é de aproximadamente 1165 dias e  $\Delta m$  (massa final) do veículo igual a 1875,6 Kg.

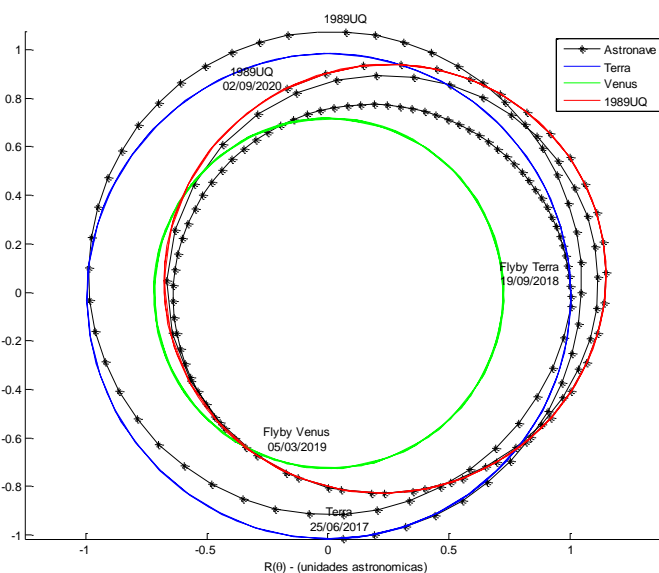


FIGURA 6.25 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ, utilizando 2 manobras de *flyby*, a primeira na Terra e a segunda em Vênus.

A função de Comutação ( $S_f$ ) desta manobra (EVGA) é composta de 4 trechos de propulsão (arcos com o propulsor ligado), e 5 trechos onde o propulsor está desligado, que podem ser visualizados na Figura 6.25, em vermelho o propulsor ligado e em azul propulsor desligado, permanecendo a maior parte do tempo desligado, utilizando as forças gravitacionais.

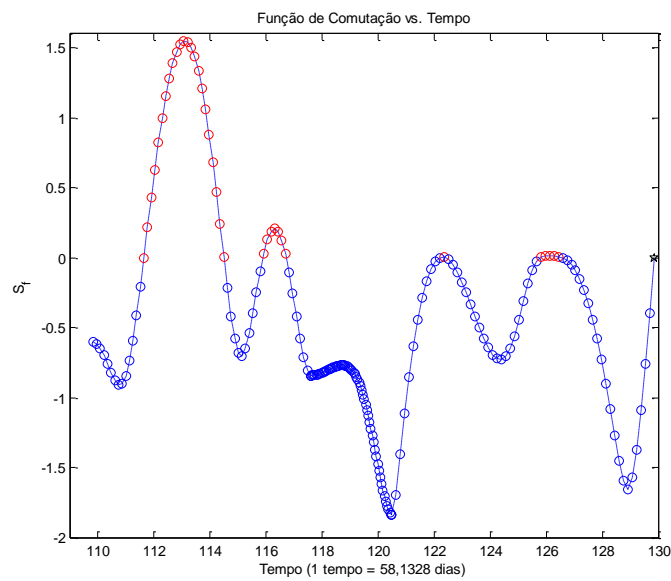


FIGURA 6.26 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EVGA para o asteróide 1989UQ, com o PPS1350.

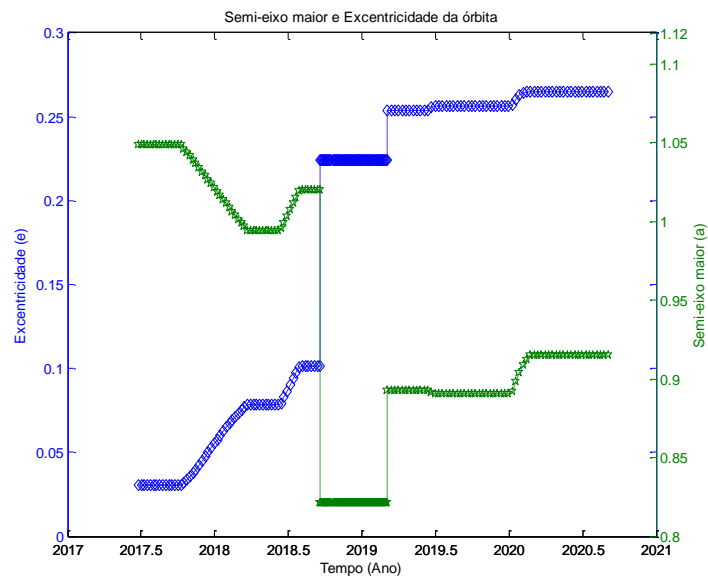


FIGURA 6.27 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com *flyby* na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ.

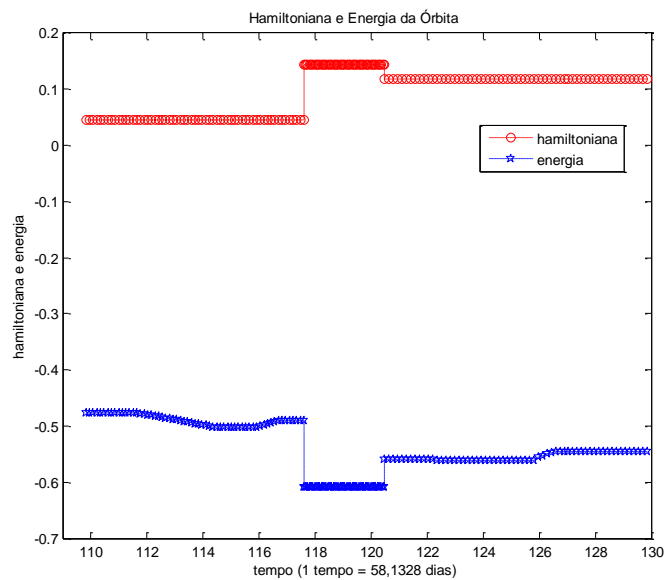


FIGURA 6.28 – Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos *flybies*: na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ.

Tabela 6.3 – Quadro comparativo de uso do *flyby* na missão para os Asteróides 2002TC70 e 1989UQ.

Asteróide 2002TC70					Asteróide 1989UQ				
Duração (dias)	$m_f$	Data	$\Delta V_{el}$ (elétrico) (km/s)	$V_\infty$ (km/s)	Duração (dias)	$m_f$	Data	$\Delta V_{el}$ (elétrico) (km/s)	$V_\infty$ (km/s)
<b>Flyby: 0</b>					<b>Flyby: 0</b>				
1052.85	0.7768	Partida:	3.83917757	1.25579628	893.48	0.7652	Partida:	4.06805051	1.326061638
		Chegada:					Chegada:		
01/06/2016					13/03/2020				
<b>Flyby: 1 - Terra</b>					<b>Flyby: 1 - Terra</b>				
883.40	0.8684	Partida:	2.14480657	0.8376562	920.09	0.8494	Partida:	2.481256546	0.800492443
		Chegada:					Chegada:		
13/05/2016					11/07/2025				
Flyby - Terra:					Flyby - Terra:				
30/07/2017					30/09/2026				
Chegada:					Chegada:				
13/10/2018					17/01/2028				
<b>Flyby: 2 - Terra - Marte</b>					<b>Flyby: 2 - Terra - Marte</b>				
1081.15	0.8739	Partida:	2.04883921	0.58081769					
		Chegada:							
11/02/2017									
Flyby - Terra:									
11/05/2018									
Flyby - Marte:									
17/11/2018									
Chegada:									
28/01/2020									
<b>Flyby: 2 - Terra - Vênus</b>					<b>Flyby: 2 - Terra - Vênus</b>				
1514.66	0.5220	Partida:	9.88153281	0.78042049	1164.92	0.8792	Partida:	1.956977088	0.694198512
		Chegada:					Chegada:		
07/08/2009					25/06/2017				
Flyby - Terra:					Flyby - Terra:				
29/10/2010					19/09/2018				
Flyby - Vênus:					Flyby - Vênus:				
28/04/2011					05/03/2019				
Chegada:					Chegada:				
30/09/2013					02/09/2020				

Na Tabela 6.3, encontra-se uma comparação do tempo e da massa final do veículo com a utilização da manobra otimizada sem *flyby* e com *flyby* na Terra, Terra e Marte, e, Terra e Vênus. Encontram-se também os respectivos valores do  $\Delta V$  elétrico (incremento na velocidade obtido por meio da propulsão elétrica) e da  $V_\infty$  do veículo espacial. As Figuras (6.1 – 6.28) correspondem aos dados que são encontrados na Tabela 6.3.

### 6.3 Conclusão

O método de otimização indireta em conjunto com os métodos de manobras gravitacionalmente assistidas garantem melhores resultados na busca de trajetórias otimizadas em missões que requerem muito tempo e grandes distâncias.

A busca pelos melhores parâmetros iniciais para uma missão é facilitada, se a órbita de transferência com tempo livre é otimizada primeiro. Os asteróides ideais para esta formulação possuem uma energia de órbita baixa, periélio próximo de 1 UA, inclinação baixa em relação ao eixo de eclíptica.

A utilização de manobras gravitacionalmente assistidas (EGA, EMGA ou EVGA) nesta missão reduz o consumo de combustível e o tempo da manobra, demonstrando que é viável esta formulação e importante a sua utilização.

O consumo de combustível para uma missão com múltiplos *flybys*, segue o critério da órbita do asteróide. Nota-se que o ganho com um *flyby* duplo na Terra e em Marte para o asteróide 2002TC70 é muito maior do que Terra e Vênus, porque a inclinação do planeta Vênus com o eixo de eclíptica não facilita o processo de busca de uma órbita, levando mais tempo e consumindo mais combustível para realizar a manobra.

## 7 APLICAÇÕES COM O PHALL1 (UNB)

Os pesquisadores do Laboratório de Plasmas do Instituto de Física da Universidade de Brasília (UNB), desde 2002, empenham-se no estudo e desenvolvimento de um propulsor que utiliza um sistema de propulsão a plasma produzido por corrente Hall, baseado nos *Stationary Plasma Thrusters (SPT)*. A aplicação dos propulsores a plasma do tipo Hall em missões no Brasil é viável pois, precisam de pouca potência elétrica para produção de empuxo e baixo custo de manutenção (Moraes, 2008).

Os propulsores que utilizam tecnologia Hall funcionam por meio da aceleração de íons pesados a altas velocidades de ejeção utilizando campos elétricos e magnéticos cruzados no interior do canal do propulsor .

### 7.1 Análise Numérica

As características do sistema de propulsão do veículo espacial com uma altitude de 200 km em uma órbita circular LEO, utilizando o Phall 1, é assumido como:

1. a massa do veículo espacial é de 2133,3 Kg, nas simulações será normalizada com  $\Delta m=1$ ;
2. impulso específico  $I_s=1607s$  ;
3. energia específica  $\varepsilon =0,06$ ;
4.  $T = 2 \cdot 126mN$  (2 propulsores do tipo Phall 1 - UNB);
5. O tempo:  $time = 0$  corresponde a data 01/01/2000
6.  $\Delta m = m_o - m_c$  (massa inicial menos a massa consumida pelo propulsor)

Neste capítulo serão analisadas órbitas otimizadas para os asteróides 2002TC70 e 1989UQ, utilizando o propulsor de plasma Phall 1, e comparado com os resultados obtidos com o propulsor PPS 1350 (Capítulo 6).

## 7.2 Missão para o Asteróide 2002TC70

Foram considerados missões semelhantes (Direta, EGA, EMGA) para o asteróide 2002TC70 e analisados os parâmetros considerados importantes neste projeto, tais como: semi-eixo maior ( $a$ ), excentricidade ( $e$ ), função de comutação ( $S_f$ ), hamiltoniana, energia da órbita, massa inicial menos o consumo de propelente ( $\Delta m$ ) (parâmetro de otimização),  $\Delta V$  elétrico ( $\Delta V_{el}$ ), Datas importantes na missão (partida, chegada e *flyby*).

### 7.2.1 Simulação Direta

Nesta seção ver-se órbitas diretas com o propulsor Phall 1. Na Figura 7.1, observa-se a trajetória do veículo espacial que deixa a Terra e chega ao asteróide. O tempo de duração da missão ( $\Delta T$ ) é de aproximadamente 748 dias e a massa final do veículo ( $\Delta m$ ) é de 1673,7 Kg.

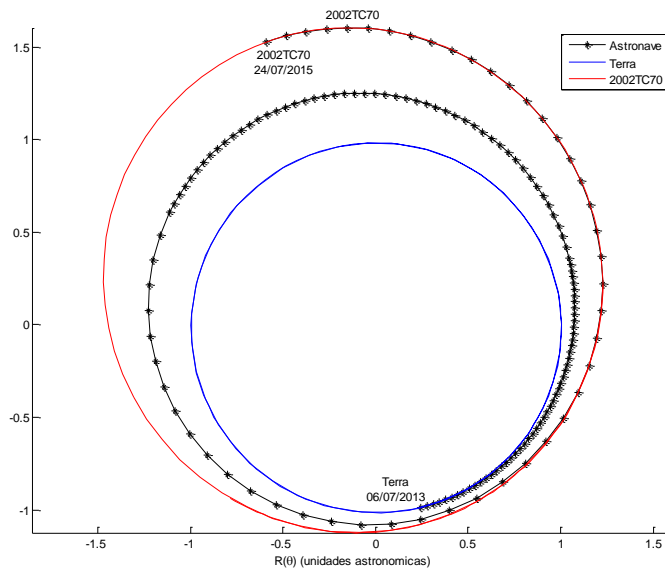


FIGURA 7.1 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 2002TC, utilizando o Phall 1.



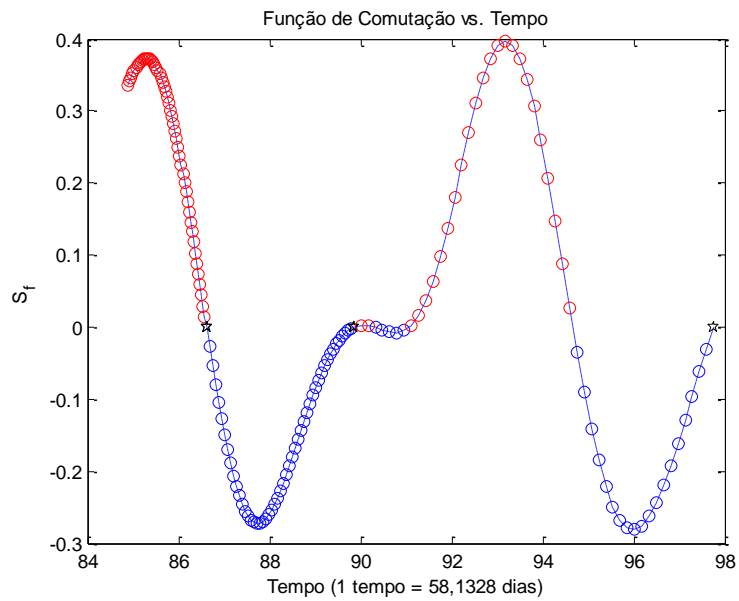


FIGURA 7.2 - Função de Comutação (Switching Function) na Simulação direta (sem *flyby*) para o asteroide 2002TC70, com o Phall 1.

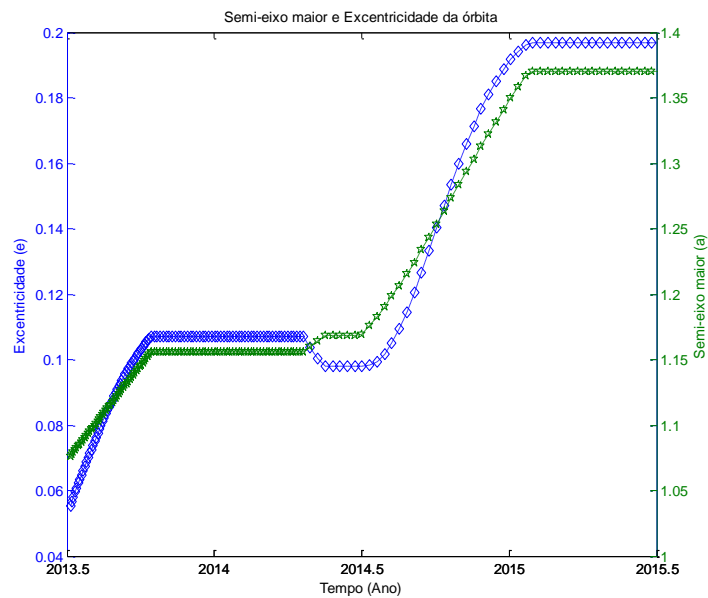


FIGURA 7.3 - Semi-eixo maior e Excentricidade da órbita da manobra direta para o asteroide 2002TC., com Phall 1.

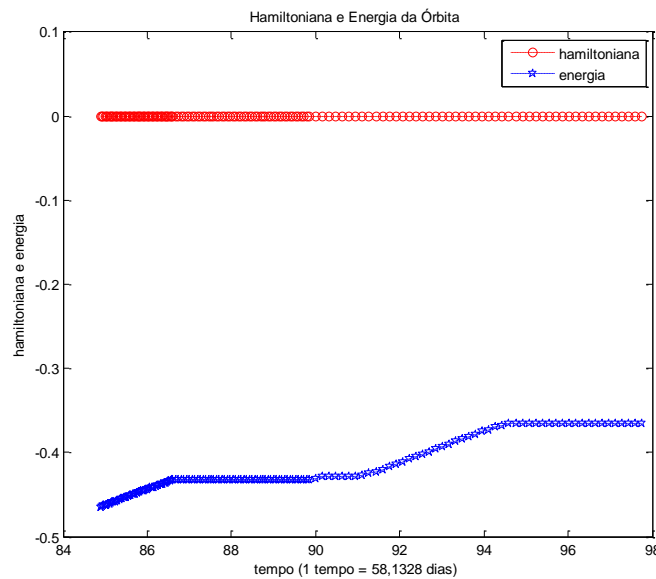


FIGURA 7.4 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteróide 2002TC70, com Phall 1.

Na Tabela 7.1 verificam-se resultados melhores para o Phall1 em comparação aos resultados obtidos com o PPS 1350 ( Figuras (7.2 - 7.4) ), o que era esperado, pois, o Phall 1 possui um impulso específico maior e o empuxo (T) é expressivamente maior em magnitude.

### 7.2.2 Missão com *Flyby* na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted)

Os parâmetros obtidos com a análise desta missão que consiste em uma transferência de uma órbita de 200km da Terra (Seção 7.1), são verificados na Figuras (7.5 – 7.8). Na Figura 7.5 é visualizado a órbita de transferência saindo da Terra, realizando um *flyby* no planeta Terra aproximadamente um ano e 3 meses depois, e, chegando ao asteróide 2002TC70 com o tempo total da missão ( $\Delta T$ ) de 845.23 dias depois da partida e a massa final do veículo ( $\Delta m$ ) é de 1875 Kg, conforme Tabela 7.1.

Na Figura 7.6 nota-se que a função de comutação ( $S_f$ ) é composta na maior parte do tempo por trechos com o propulsor desligado, garantindo uma maior economia do propelente.

São Visualizados na Figura 7.7 uma grande variação do semi-eixo maior ( $a$ ) e da excentricidade ( $e$ ) da órbita após a manobra de *flyby* na Terra (data 01/08/2028) e também uma variação na energia da órbita (Figura 7.8).

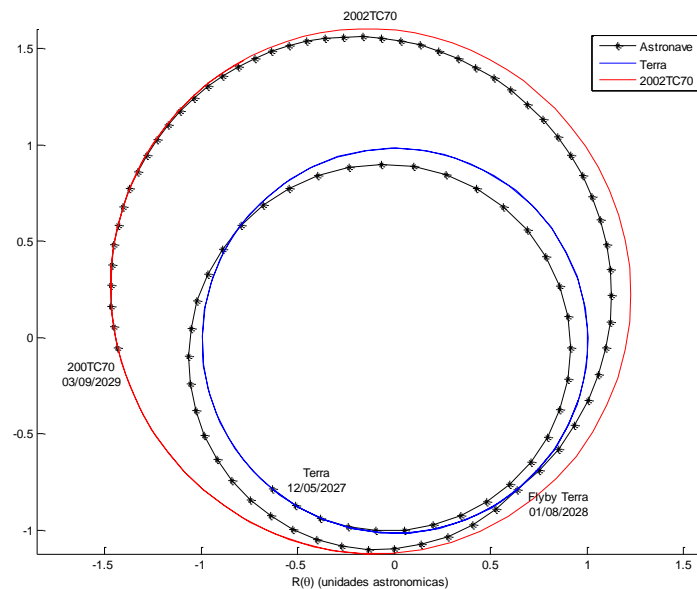


FIGURA 7.5 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando a manobra de *flyby* na Terra (EGA), com o Phall 1.

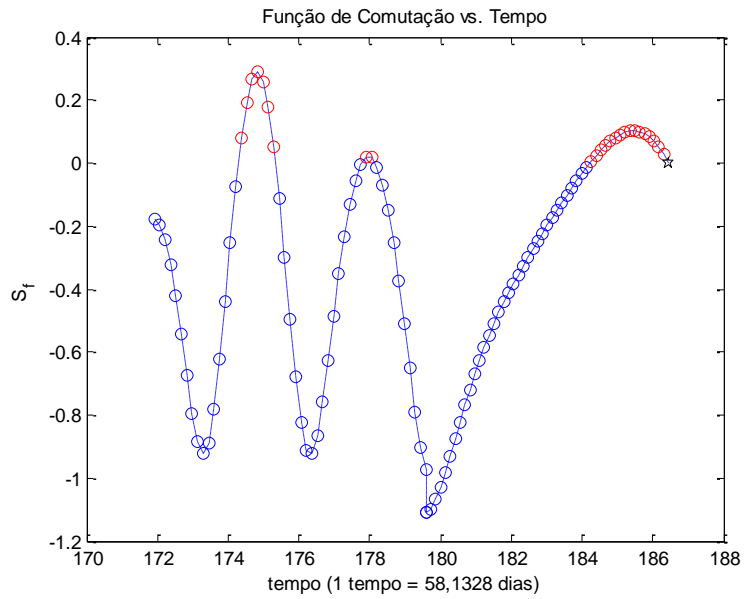


FIGURA 7.6 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteróide 2002TC70, com o Phall 1.

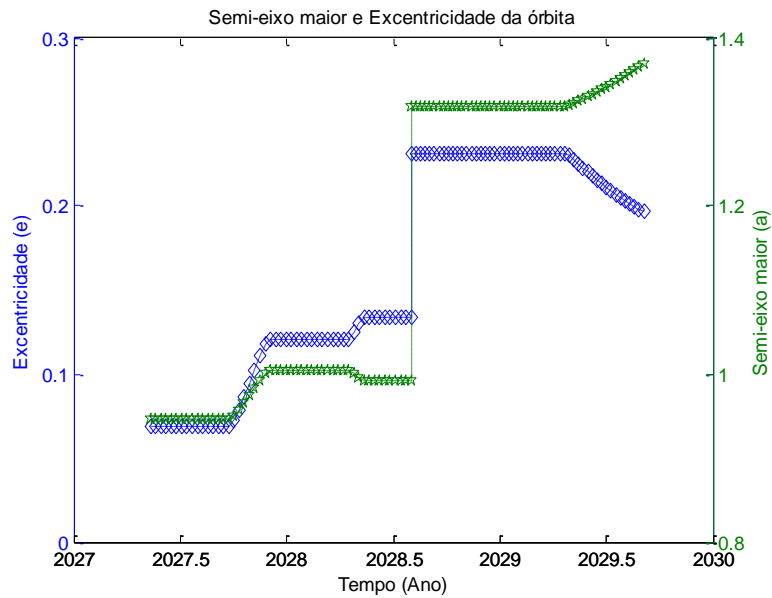


FIGURA 7.7 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com *flyby* na Terra (EGA) para o asteróide 2002TC70, com o Phall 1.

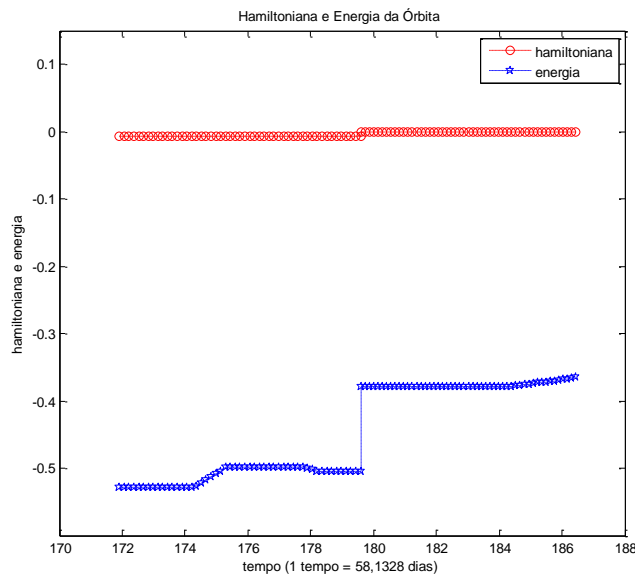


FIGURA 7.8 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com *flyby* Terra (EGA) para o asteróide 2002TC70, com Phall 1.

### 7.2.3 Múltiplos Flybies: Missão com *Flyby* na Terra e em Marte - EMGA (Earth Mars Gravity Assisted)

Como visto anteriormente (Seções 7.2.1 e 7.2.2), foram analisadas órbitas com o Phall 1 utilizando manobras assistidas por gravidade e verificados resultados otimistas para a implantação de sondas que utilizam este tipo de tecnologia, podendo inclusive, empregar este tipo de formulação nas missões futuras que utilizem veículo lançador de satélites (VLS-2) que está em desenvolvimento/aprimoramento, que consegue injetar na faixa de lançamentos LEO (low Earth orbit) um satélite/sonda de médio porte, logo em seguida, utilizar a propulsão elétrica solar (SEP) ou nuclear (NEP) para deslocar o veículo para órbitas desejadas, maximizando-as com as manobra que utilizam gravidade assistida.

Nas Figuras (7.9 – 7.12) são visualizados os parâmetros da missão (órbita, função de comutação, semi-seixo maior, excentricidade, hamiltoniana e energia) que utiliza múltiplos *flybies*.

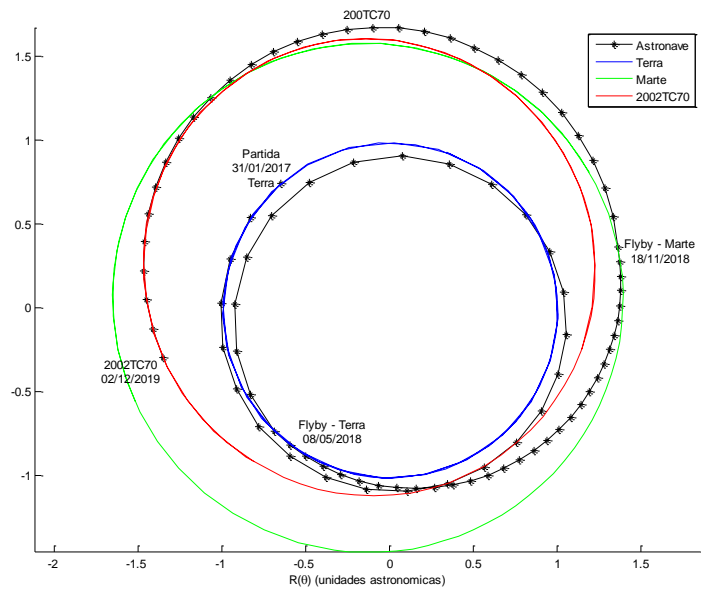


FIGURA 7.9 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 2002TC utilizando 2 manobras de *flyby* (EMGA), a primeira na Terra e a segunda em Marte, utilizando o Phall 1.

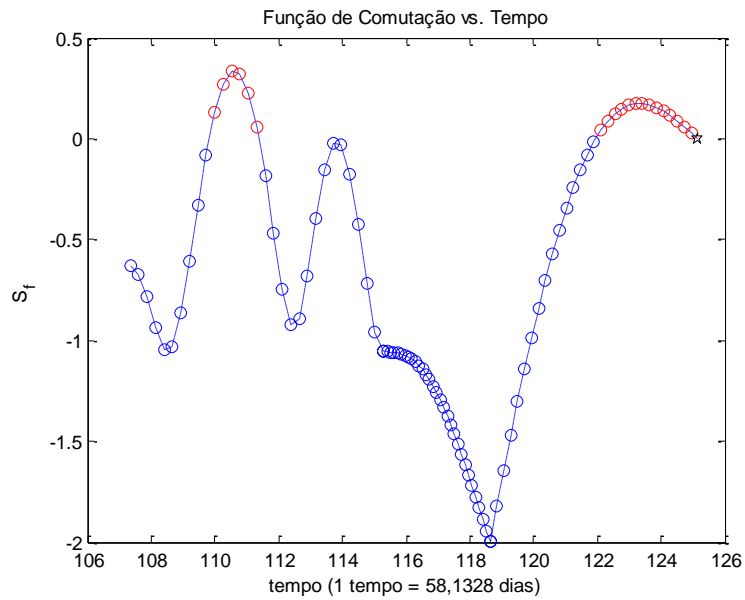


FIGURA 7.10 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EMGA para o asteroide 2002TC70, com o Phall 1.

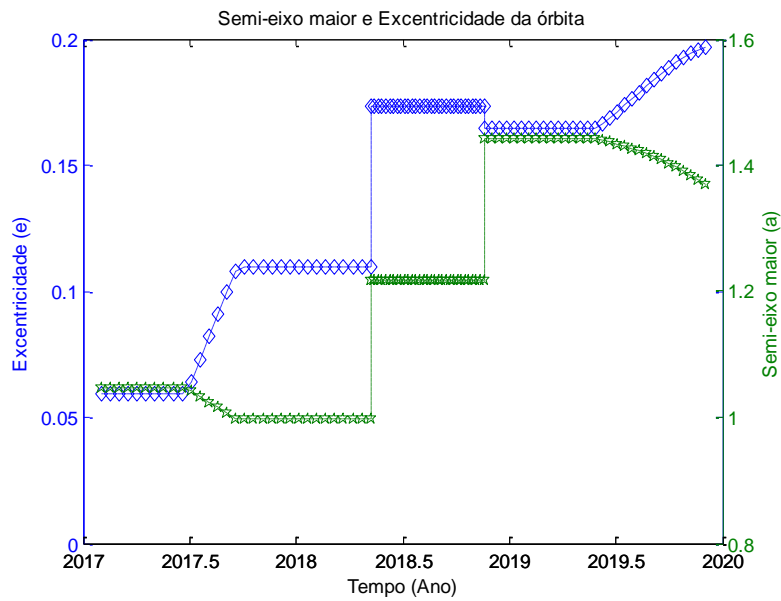


FIGURA 7.11 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com *flyby* na Terra e em Marte (EMGA) para o asteroide 2002TC70, com Phall 1.

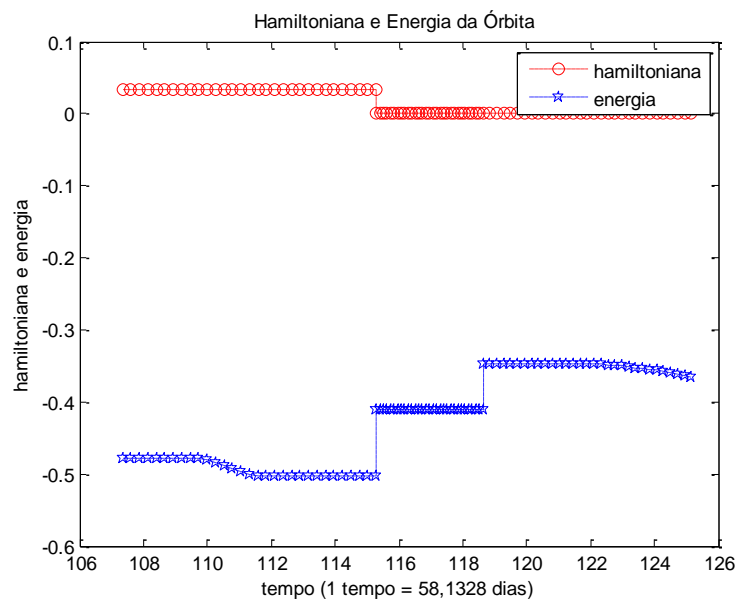


FIGURA 7.12 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos *flybies*: na Terra e em Marte (EMGA) para o asteroide 2002TC70, com Phall 1.

### 7.3 Missão para o Asteróide 1989UQ

O asteróide 1989UQ foi utilizado para fins de comparação entre os propulsores Phall 1 e o PPS 1350, neste simulações foram consideradas missões Direta, EGA e EVGA.

#### 7.3.1 Simulação Direta

Nesta simulação temos uma trajetória direta saindo da Terra e chegando ao asteróide 1989UQ, com o tempo total da missão ( $\Delta T$ ) aproximadamente 1305 dias e com a massa final otimizada ( $\Delta m$ ) de 1668,7 Kg (Figura 7.13).

Na Figura 7.14 visualiza-se na função de comutação ( $S_f$ ) que o veículo passou a maior parte do tempo com os propulsores desligados, ligando-os 6 vezes antes de chegar ao seu destino.

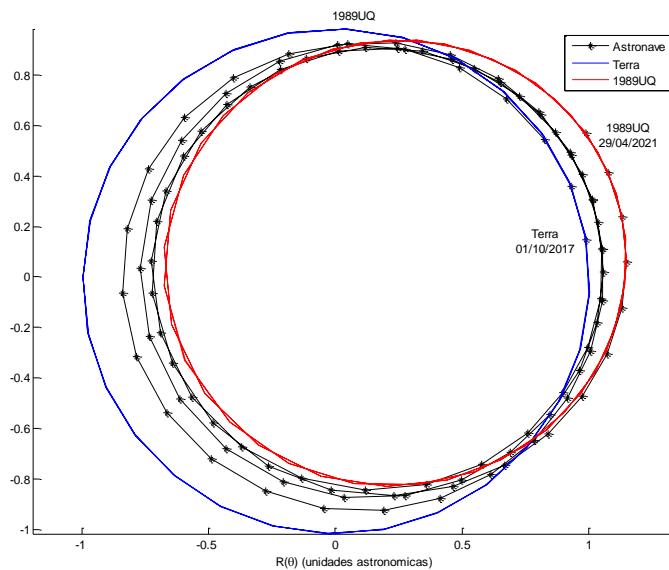


FIGURA 7.13 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 1989UQ, com o Phall 1.



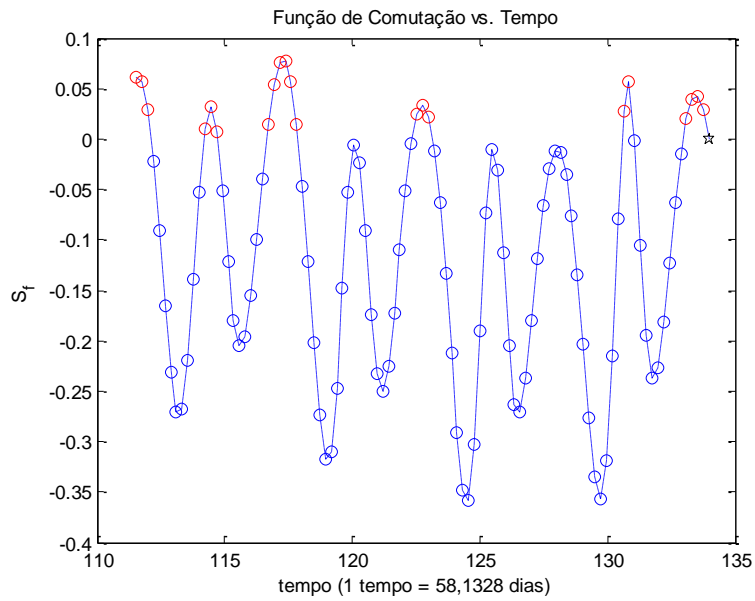


FIGURA 7.14 – Função de Comutação (Switching Function) na simulação direta para o asteróide 1989UQ, com o Phall 1.

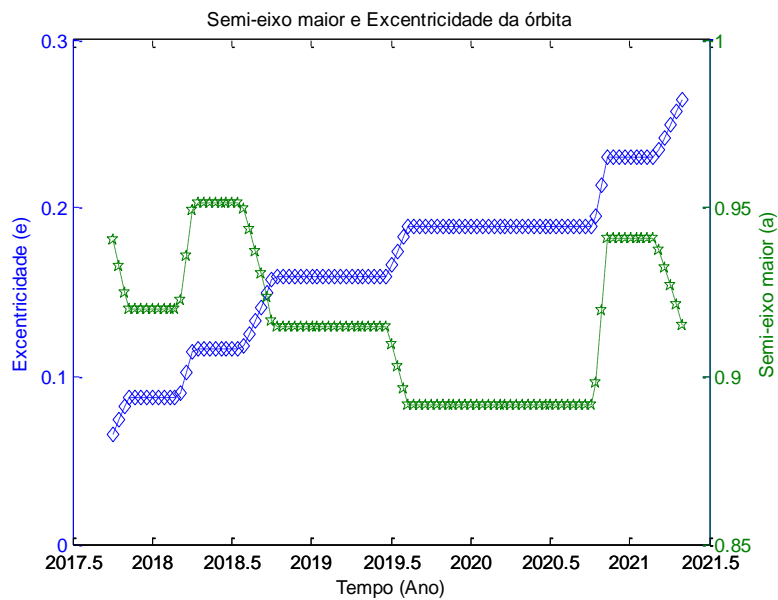


FIGURA 7.15 - Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação direta (sem *flyby*) para o asteróide 1989UQ, com Phall 1.

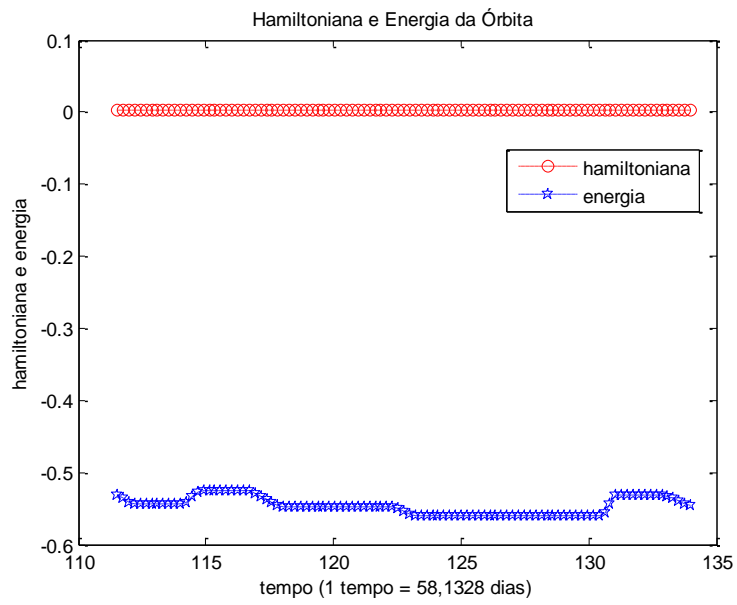


FIGURA 7.16 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação direta para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1.

### 7.3.2 Missão com *Flyby* na Terra - EGA (Earth Gravity Assisted)

Manobras com *flyby* na Terra (EGA) foram analisadas, seguindo os mesmos critérios e utilizando o propulsor Phall 1. O tempo total desta missão ( $\Delta T$ ) foi de 567,6 dias,  $\Delta T$  menor quando comparado com a mesma missão utilizando o PPS1350, que foi de 920 dias.

Na Figura 7.17 pode-se visualizar a trajetória saindo da Terra, e um *flyby* na Terra, que provocou: um aumento na excentricidade ( $e$ ) e redução no semi-eixo maior ( $a$ ) da órbita (Figura 7.19), reduziu a energia do veículo espacial e a hamiltoniana (Figura 7.20), destinando a órbita do asteróide para a manobra de encontro com o asteróide. Na Figura 7.18 ver-se a função de comutação desta órbita.

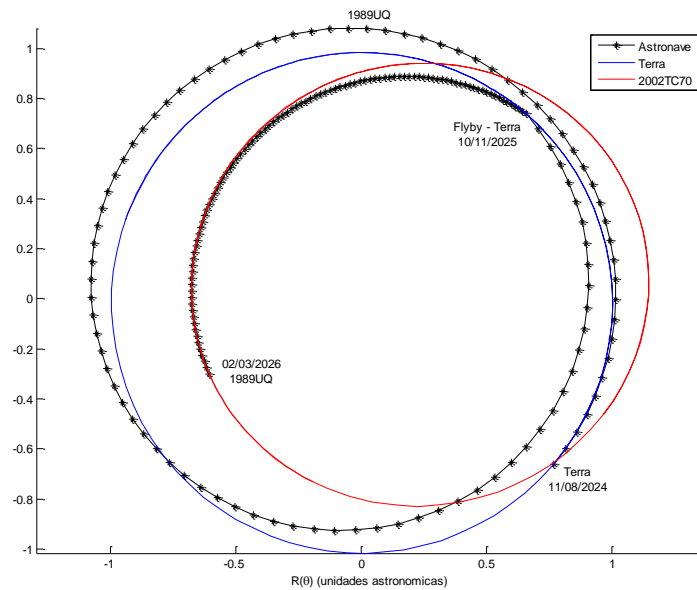


FIGURA 7.17 - Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteróide 1989UQ, utilizando a manobra de *flyby* na Terra com o propulsor Phall 1.

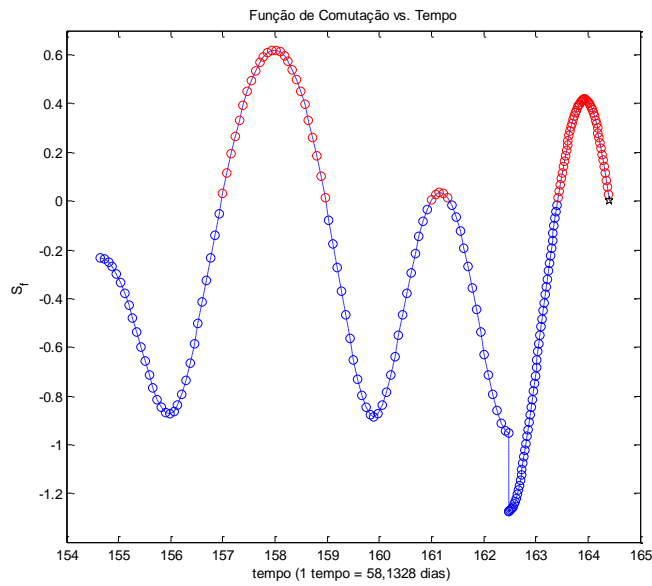


FIGURA 7.18 – Função de Comutação (Switching Function) na simulação EGA para o asteroide 1989UQ, com o Phall1.

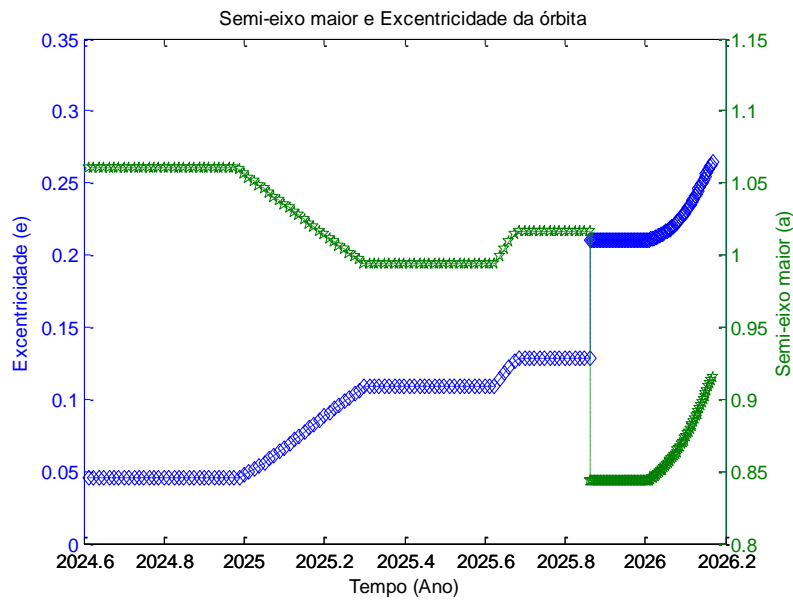


FIGURA 7.19 - Semi-eixo maior ( $a$ ) e excentricidade ( $e$ ) na simulação com *flyby* na Terra (EGA) para o asteroide 1989UQ, com Phall 1.

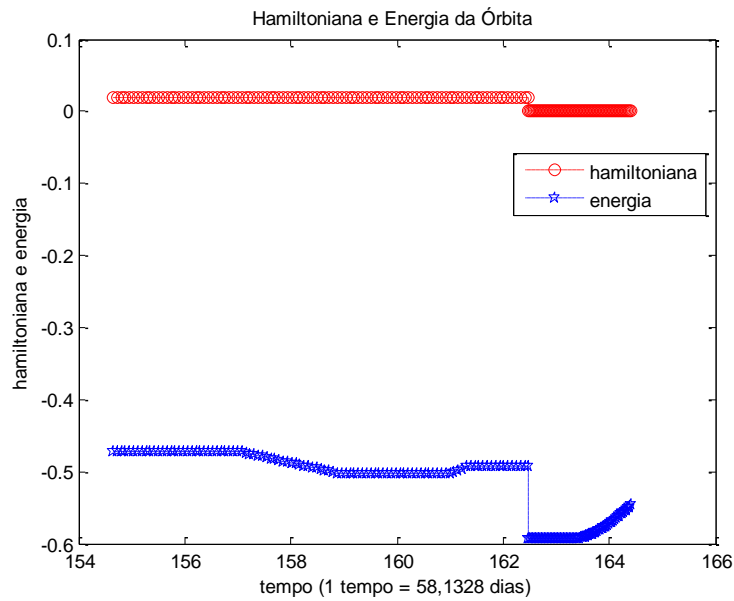


FIGURA 7.20 - Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com *flyby* Terra (EGA) para o asteroide 1989UQ, com Phall 1.

### 7.3.3 Múltiplos *Flybies*: Missão com *Flyby* na Terra e em Vênus - EVGA (Earth Venus Gravity Assisted)

Nesta seção será analisada uma manobra que utiliza 2 *flybies* sucessivos, sendo um no planeta Terra (20/09/2018) e outro no planeta Marte (06/03/2019), podendo ser visualizados na Figura 7.21 e na Tabela 7.2. O tempo total da missão ( $\Delta T$ ) é de aproximadamente 1096 dias, com a massa útil final ( $\Delta m$ ) igual a 1957,7 Kg, sendo o melhor valor para massa ( $\Delta m$ ) de todas as manobras para o asteroide 1989UQ. Nota-se na função de comutação ( $S_f$ ) que só existe um trecho de arco de propulsão e no restante da trajetória o propulsor está desligado, impulsionado pelos ganhos obtidos com as manobras gravitacionais (Figuras 7.22 – 7.24).

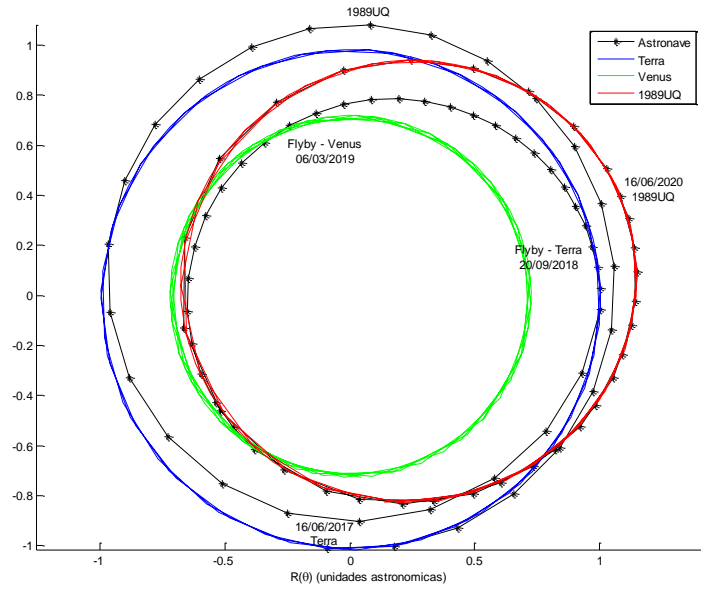


FIGURA 7.21 – Trajetória partindo da Terra e chegando ao asteroide 1989UQ utilizando 2 manobras de *flyby* (EVGA), a primeira na Terra e a segunda em Vênus, utilizando o Phall 1.

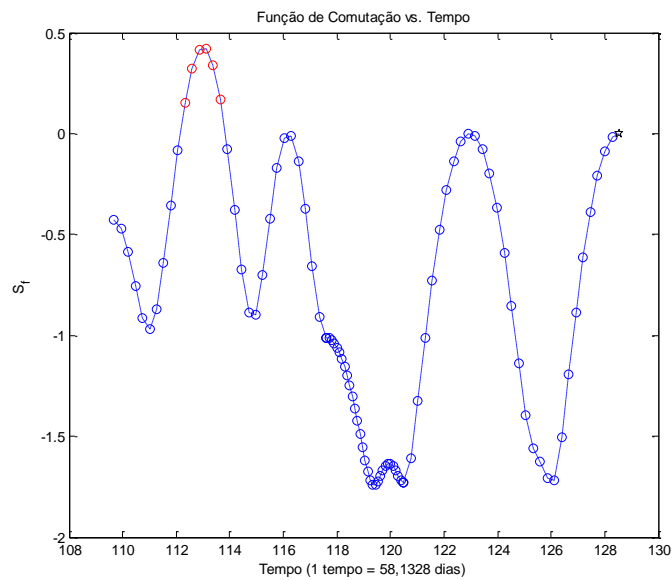
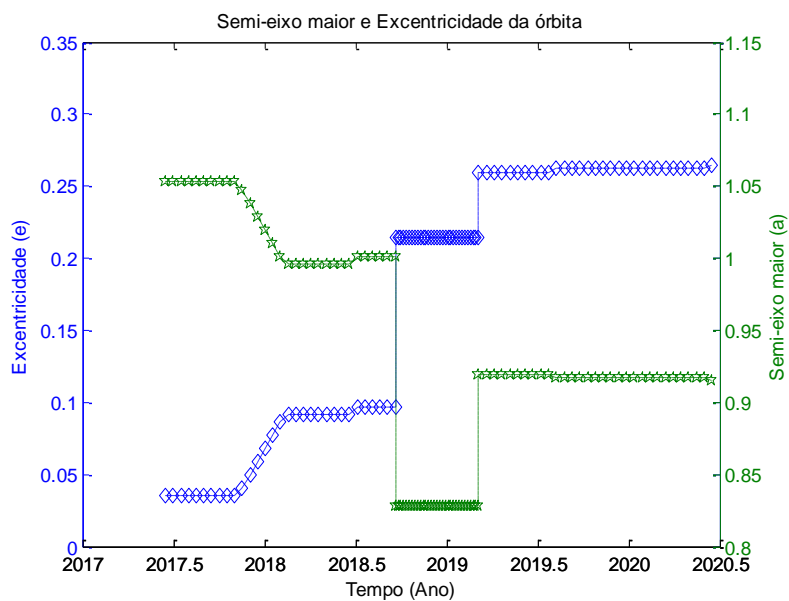


FIGURA 7.22 - Função de Comutação (Switching Function) na simulação EVGA para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1.



FIGURA

7.23

Semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) na simulação com *flyby* na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1.

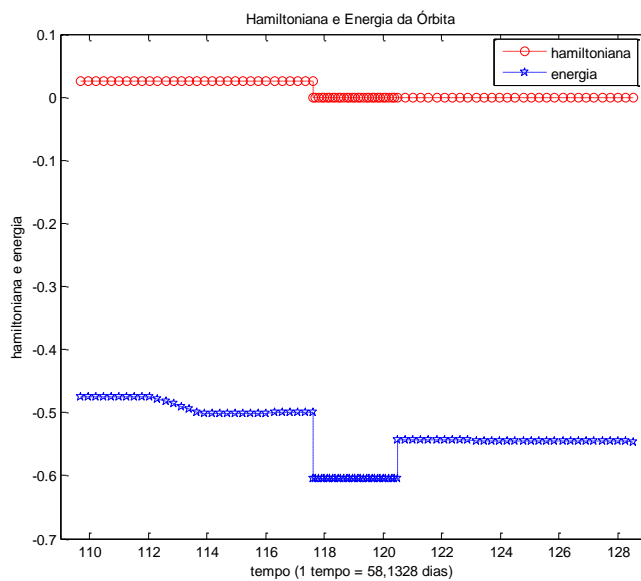


FIGURA 7.24 – Hamiltoniana e Energia da órbita na simulação com múltiplos *flybies*: na Terra e em Vênus (EVGA) para o asteroide 1989UQ, com o Phall 1.

## 7.4 Comparações e Análises

Durante o processo de elaboração deste trabalho, foram simuladas inúmeras missões envolvendo diversos asteróides, em especial os asteróides 2002TC70 e 1989UQ, pois possuem órbitas que favorecem a análise do método de otimização com propulsão elétrica solar (SEP) e manobras gravitacionalmente assistidas, porque são órbitas próximas ao planeta Terra e possuem baixa inclinação. O 2002TC possui órbita cujo semi-eixo maior é maior que 1 U.A., favorecendo uma análise utilizando o planeta Marte para redução de custos, fazendo uma manobra EMGA; o 1989UQ ao contrário, possui uma órbita cujo semi eixo maior é menor que 1 U.A., possibilitando uma manobra EVGA que utiliza o planeta Vênus para adquirir energia e velocidade.

Asteróide 2002TC70									
PPS 1350 ( $I_s=1550s$ ) (2 x 70mN)					Hall (UNB) ( $I_s=1607s$ ) (2 x 126mN)				
<i>Duração</i> $\Delta T$ (dias)	$\Delta m$	Data	$\Delta V_{el}$ (Elétrico) (km/s)	$V_{\infty}$ (km/s)	<i>Duração</i> $\Delta T$ (dias)	$\Delta m$	Data	$\Delta V_{el}$ (Elétrico) (km/s)	$V_{\infty}$ (km/s)
<i>Flyby: 0</i>					<i>Flyby: 0</i>				
1052.85	0.7768	Partida: 14/07/2013 Chegada: 01/06/2016	3.83917757	1.25579628	748.24	0.7846	Partida: 06/07/2013 Chegada: 24/07/2015	3.820898907	1.117814179
<i>Flyby: 1 - Terra (EGA)</i>					<i>Flyby: 1 - Terra (EGA)</i>				
883.40	0.8684	Partida: 13/05/2016 <i>Flyby - Terra:</i> 30/07/2017 Chegada: 13/10/2018	2.14480657	0.8376562	845.23	0.8789	Partida: 12/05/2027 <i>Flyby - Terra:</i> 01/08/2028 Chegada: 03/09/2029	2.034274163	0.870011798
<i>Flyby: 2 - Terra - Marte (EMGA)</i>					<i>Flyby: 2 - Terra - Marte (EMGA)</i>				
1081.15	0.8739	Partida: 11/02/2017 <i>Flyby - Terra:</i> 11/05/2018 <i>Flyby - Marte:</i> 17/11/2018 Chegada: 28/01/2020	2.04883921	0.58081769	1035.51	0.8886	Partida: 31/01/2017 <i>Flyby - Terra:</i> 08/05/2018 <i>Flyby - Marte:</i> 18/11/2018 Chegada: 02/12/2019	1.86129921	0.647333385

Tabela 7.1 – Comparação de desempenho entre os propulsores PPS 1350 (ESA) e o Phall 1 (UNB), em missões utilizando conjuntamente Manobras Gravitacionalmente Assistidas para o Asteróide 2002TC70.

A Tabela 7.1 mostra a comparação entre os propulsores evidenciando parâmetros importantes para uma completa análise de missão, tais como: duração, massa final



(massa otimizada), datas (futuras) para possíveis missões. Observa-se que a missão direta (sem *flyby*) utilizando o Phall 1 possui a menor duração em dias quando comparado com as missões que envolvem manobras gravitacionais, entretanto, o consumo de propelente é maior em relação as outras missões. As simulações mostraram que a utilização das manobras gravitacionais reduzem consideravelmente o consumo do propelente, quando o tempo não é o principal parâmetro de otimização da missão. Na comparação tem que ser levado em consideração que o Phall 1 possui impulso específico ( $I_s$ ) e empuxo (T) com a magnitude maior que o PPS 1350. Observa-se que a magnitude das variações da velocidade ( $\Delta V_{el}$  e  $V_\infty$ ) na simulação direta (sem *flyby*) é maior, pois a atuação do propulsor elétrico é mais efetiva, entretanto o custo operacional é maior (medido em  $m_f$ ). Verifica-se na Tabela 7.2 que a utilização do propulsor Phall 1 é satisfatória e que missões que o utilizam obtiveram rendimentos aceitáveis ou superiores ao propulsor utilizado pela Agência Espacial Européia (ESA).

Asteróide 1989UQ									
PPS 1350 ( $I_s= 1550s$ ) (2 x 70mN)					Hall (UNB) ( $I_s= 1607s$ ) (2 x 126mN)				
<i>Duração</i> $\Delta T$ (dias)	$\Delta m$	Data	$\Delta V_{el}$ (Elétrico) (km/s)	$V_\infty$ (km/s)	<i>Duração</i> $\Delta T$ (dias)	$\Delta m$	Data	$\Delta V_{el}$ (Elétrico) (km/s)	$V_\infty$ (km/s)
<i>Flyby: 0</i>					<i>Flyby: 0</i>				
893.48	0.7652	Partida: 01/10/2017 Chegada: 13/03/2020	4.06805051	1.25579628	1305.5	0.7822	Partida: 01/10/2017 Chegada: 29/04/2021	3.870516065	0.986023774
<i>Flyby: 1 - Terra (EGA)</i>					<i>Flyby: 1 - Terra (EGA)</i>				
920.09	0.8494	Partida: 11/07/2025 <i>Flyby - Terra:</i> 30/09/2026 Chegada: 17/01/2028	2.481256546	0.800492443	567.62	0.8244	Partida: 11/08/2024 <i>Flyby - Terra:</i> 10/11/2025 Chegada: 02/03/2026	3.04349697	0.844407717
<i>Flyby: 2 - Terra - Venus (EVGA)</i>					<i>Flyby: 2 - Terra - Venus (EVGA)</i>				
1164.92	0.8792	Partida: 25/06/2017 <i>Flyby - Terra:</i> 19/09/2018 <i>Flyby - Venus:</i> 05/03/2019 Chegada: 02/09/2020	1.956977088	0.694198512	1096.3	0.9177	Partida: 16/06/2017 <i>Flyby - Terra:</i> 20/09/2018 <i>Flyby - Venus:</i> 06/03/2019 Chegada: 16/06/2020	1.353277282	0.748891517

Tabela 7.2- Comparação de desempenho entre os propulsores PPS 1350 (ESA) e o Phall 1 (UNB), em missões utilizando conjuntamente Manobras Gravitacionalmente Assistidas para o Asteróide 1989UQ.

Nas Tabelas 7.1 e 7.2 ficam evidenciadas que em todas as missões simuladas, que as missões diretas (sem *flyby*) possuem um consumo maior do propelente ( $\Delta m$ ), e, conseqüentemente que as missões que utilizam manobras gravitacionais reduzem o consumo.

## 8 CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho foram estudadas a otimização de trajetórias espaciais com propulsão elétrica solar e manobras gravitacionalmente assistidas.

As trajetórias foram otimizadas utilizando um algoritmo de controle ótimo, que utiliza o Princípio de Máximo de Pontryagin para minimizar o custo. As condições necessárias ótimas foram formuladas de acordo com o problema; o controle do tipo bang-bang foi implementado na formulação com limite de potência e vínculos de tempo em relação à vida útil do propulsor na missão.

Foram analisadas órbitas com os propulsores elétricos PPS 1350 (ESA) e Phall 1(UNB), conjuntamente com manobras assistidas por gravidade. Ficaram evidenciados resultados otimistas para a implantação de sondas que utilizam este tipo de tecnologia, inclusive, nas missões brasileiras que utilizem veículo lançador de satélites (VLS-2), utilizando também, a propulsão elétrica solar (SEP) ou nuclear (NEP) para minimizar os custos (combustível) das órbitas de transferência, podendo inclusive implementar manobras que utilizam gravidade assistida. No futuro, missões brasileiras com o objetivo de exploração da Lua poderão utilizar esta formulação abordada no trabalho.

O método de otimização indireta conjunto com os métodos de manobras gravitacionalmente assistidas garantem melhores resultados na busca de trajetórias otimizadas em missões que requerem muito tempo e grandes distâncias.

A busca pelos melhores parâmetros iniciais para uma missão é facilitada, se a órbita de transferência com tempo livre é otimizada primeiro. Os asteróides que podem ser utilizados nesta formulação devem seguir os seguintes critérios: energia de órbita baixa, periélio próximo de 1 UA e inclinação baixa em relação ao eixo de eclíptica.

No trabalho evidencia-se que a utilização de manobras gravitacionalmente assistidas (EGA, EMGA ou EVGA) reduzem o consumo de combustível e o tempo da manobra, demonstrando que é viável esta formulação e importante a sua utilização. O parâmetro de otimização ( $\Delta m$ ) que mede o consumo de combustível, para uma missão com múltiplos *flybys*, é influenciado por inúmeros fatores: condições de localização (datas

de encontro), tempo estipulado para a manobra, tamanho do semi-seixo maior da órbita do asteróide, dentre outros.

O propulsor Phall 1 mostrou-se eficiente nas simulações, de acordo com as especificações técnicas, para a utilização em manobras espaciais, quando comparado com o propulsor utilizado pela ESA, o PPS 1350. Nas órbitas que não utilizam as manobras gravitacionais, o consumo do propelente é maior quando comparadas com órbitas para o mesmo asteróide que as utilizam.

As manobras gravitacionais múltiplas ou sucessivas, que inclusive, podem ser implementadas para mais corpos celestes, mostrou-se uma ferramenta viável para a otimização das trajetórias simuladas neste trabalho.

Em trabalhos futuros poderão ser analisadas simulações utilizando algoritmo genético e/ou otimização multi-objetiva para encontrar as trajetórias, e também para fins de comparações entre os métodos utilizados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIGGS, M. C. B. **The optimization of spacecraft orbital maneuvers** . Part I: linearly varying thrust angles. Hatfield: Numerical Optimization Centre - The Hatfield Polytechnic, 1978.

BROPHY, J. R.; NOCA, M. Electric propulsion for solar system exploration. **Journal of Propulsion and Power**, v. 14, p. 700-707, 1998.

BROUCKE, R.A.; PRADO, A.F.B.A. Orbital planar maneuvers using two and three-four (through infinity) impulses . **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 19, n. 2 (March-April/96), p. 274-282 (INPE-6729-PRE/2751).

BRUNO, A.D. On periodic flybys to the Moon. **Celestial Mechanics**, v. 24, p. 255-268, July 1981.

CASALINO, L.; COLASURDO, G. Missions to asteroids using solar electric propulsion. **Acta Astronautica**, v. 50, n. 11, p.705-711, 2002.

CASALINO, L.; COLASURDO, G.; PASTTRONE. Optimal low-thrust escape trajectories using gravity assist. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 22, n. 5, p. 637-642, set. 1999.

CASALINO L.; COLASURDO G; ROSA SENTINELLA M. 1st Act global trajectory optimisation competition: results found at the Politecnico of Turin . **Acta Astronautica**. v. 61, p. 769-774, 2007. ISSN: 0094-5765.

CASALINO L; COLASURDO G. Improved Edelbaum's approach to optimize leo-geo low-thrust transfers . **Journal Of Guidance Control And Dynamics**. v. 30, p. 1504-1511, 2007. Issn: 0731-5090.

CASALINO L.; COLASURDO G. Mars gravity assist to improve missions towards main-belt asteroids . **Acta Astronautica**, v. 53, p. 521-526, 2003.

CASALINO L.; COLASURDO G. PASTRONE D. Simple strategy for powered swingby , **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n.1, p. 156-159 [4 page(s) (article)], 1999. ISSN 0731-5090 , Coden JGCODS.

CASALINO L.; COLASURDO G.; PASTRONE D. Optimization of  $\Delta V$  Earth-Gravity-Assist Trajectories **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 21, n.6, p.991-995, 1998. Doi: 10.2514/2.4336.

FELIPE, G.; PRADO, A.F.B.A. Optimal maneuvers in three-dimensional *flyby* trajectories. In. PRADO, A.F.B.A.(Ed.) **Advances in space dynamics**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2000. p. 84-97. ISBN: 85-901487-1-8.

- FERREIRA, J. L.; FERREIRA, I. S.; G. M. CARVALHO. A new permanent magnet hall thruster. **Plasma Sources Science And Technology**, v. 15, n. 3, p. 153-157, 2006.
- FERREIRA, J. L.; CARVALHO G. M.; POSSA G. C.; REGO, I. S. Plasma spectroscopy system for permanent magnet hall thruster performance characterization. **Physica Scripta**, v. T 75, p. 88-102, 2008.
- FERREIRA, J. L.; POSSA G. C.; MORAES B. S.; SOUZA, J. H. C.; CARVALHO G. M. ; MOURAO, D. C. ; WINTER O. C. Permanent magnet hall thruster for satellite orbit maneuvering with low power. **Advances In Space Research**. v. 01, p. 166-182, 2009.
- GODDARD, R. H. A method of reaching extreme altitudes, **In Smithsonian Miscellaneous Collections**, v. 71, n. 2, p. 1-69. Washington: The Smithsonian Institution, 1919.
- HÉNON, M., Sur les orbites interplanétaires qui rencontrent deux fois la terre, **Bull. Astron.**, v. 3, p. 377-402, 1968.
- HITZL, D.L.; HÉNON, M. Critical generating orbits for second species periodic solutions of the restricted problem, **Celestial Mechanics**, v. 15 p. 421-452, 1977.
- HOHMANN, W. **Die erreichbarkeit der himmelskorper**, Munique; Oldenbourg, 1925.
- HOWELL, K. C. Consecutive collision orbits in the limiting case  $\mu=0$  of the Elliptic Restricted Problem. **Celestial Mechanics**, v. 40 p. 393-407, 1987.
- HOWELL, K. C. ; MARSH, S. M. A general timing condition for consecutive collision orbits in the limiting case  $\mu = 0$  of the elliptic restricted problem. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 52, n. 2, June, 1991. ISSN 0923-2958 (Print) 1572-9478 (Online). DOI 10.1007/BF00049448.
- KUGA, H. K.; **Introdução a determinação de Órbitas e Manobras Orbitais**, Fundamentos de Tecnologias Espaciais, Prado, A. F. B. A. and Kuga, H. K., Editores, pg. 38-49, INPE São José dos Campos – SP , 2001.
- LEITÃO, A. C. G. **Cálculo variacional e controle ótimo**. Rio de Janeiro: IMPA Mathematical Publications, 2001. ISBN 85-244-0171-0.23° CBM.
- LAWDEN, D.F. Minimal rocket trajectories. **ARS Journal**, v. 23, n. 6, p. 360-382, 1953.
- LAWDEN, D.F. Fundamentals of Space Navigation. **JBIS**, v. 13, p. 87-101, 1954.
- LAWDEN, D.F. Optimal programming of rocket thrust direction. **Astronautica Acta**, v. 1, n. 1, p. 41-56, 1955.
- MARCHAL, C. Transferts optimaux entre orbites elliptiques coplanaires (durée indifférente). **Astronautica Acta**, v. 11, p. 432-445, 1965.
- MAREC, J.P. **Optimal space trajectories**. New York, NY: Elsevier. 1979.

MORAES, B. S. **Estudo de algumas aquisições orbitais usando um propulsor a plasma do tipo hall com imãs permanentes**. 2008. Dissertação (Mestrado em Física de Plasmas 1 ) Universidade de Brasília, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

PRADO, A. F. B. A.; BROUCKE R. A. Study of Hénon's orbit transfer problem using the lambert algorithm. **AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 17, n. 5, p. 1075-1081, 1993.

PRADO, A. F. B. A. Transferências de órbitas com aplicações a trajetórias interplanetárias. In: Prado, A. F. B. A.; Kuga, H. K. (Eds.) **Fundamentos de tecnologias espaciais**. São José dos Campos: INPE, 2001. p. 171-197.

PRADO, A. F. B. A. **Análise, seleção e implementação de procedimentos que visem manobras ótimas de satélites artificiais**. 1989, 246p. (INPE - 5003 - TDL/397). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) – INPE, São José dos Campos, 1989.

PRADO, A. F. B. A. **Optimal transfer and flyby orbits in the two-and three-body problems**. Dissertation (Degree of Doctor of Philosophy) - University of Texas, Austin. 1993, (INPE-5572-TAE/022).

PRADO, A.F.B.A.; BROUCKE, R. **A study of the effects of jupiter in space trajectories, advances in space dynamics**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2000. ISBN: 85-901487-1-8.

PRADO, A.F.B.A.; BROUCKE, R.A., Effects of atmospheric drag in flyby trajectory . **Acta Astronautica**, v. 36, n. 6, p. 285-290, 1995. (INPE-5602-PRE/1817).

PRADO, A.F.B.A. BROUCKE, R.A. The problem of transfer orbits from one body back to the same body. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 82, Space Flight Mechanics, p.1241-1260, 1993. (INPE-5599-PRE/1814).

PRADO, A.F.B.A.; BROUCKE, R.A. A classification of flyby trajectories using the moon . **Applied Mechanics Reviews**, v. 48, n. 11, Part 2, p. 138-142, Nov. 1995. (INPE-5662-PRE/1837).

PRADO, A.F.B.A.; VIEIRA-NETO, E. Orbital maneuvers using gravitational capture . nonlinear dynamics, chaos, control and their applications to engineering sciences. In: BALTHAZAR, J. M.; GONÇALVES, P.B.(Eds.) **New trends in dynamics and control**, 2000. v.3 , p. 109-128. ISBN: 85-900351-3-1.

PRADO, A. F. B. A. P. Low-Thrust trajectories to the moon. In: MASTORAKIS, N. (Org.). **Computer and simulation in modern science**. Sofia: WSEAS Press, 2008. v. 1, p. 89-94. ISBN 978-960-474-010-9.

PRADO, A.F.B.A., Powered Flyby . **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 19, n. 5, p. 1142-1147, Sept-Oct/96. (INPE-6732-PRE/2754).

SANTOS, D. P. S.; PRADO, A. F. B. A.; ROCCO, E. M. Manobras de múltiplos encontros com swing-by . In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FEG - UNESP, 2005, Guaratinguetá - SP. **Anais ...Guaratinguetá: UNESP**, 2005.

- SANTOS, D. P. S. **Aplicações em manobras espaciais do problema de múltiplos encontros**. 2005. (INPE-TDI/). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos. 2005.
- SANTOS, D. P. S.; PRADO, A. F. B. A.; ROCCO, E. M. Manobras de múltiplos encontros com *flyby*. In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FEG - UNESP, 2005, Guaratinguetá - SP. **Anais ...** Guaratinguetá: UNESP, 2005.
- SANTOS, D. P. S.; PRADO, PRADO, A.F.B.A.; ROCCO, E. M. The use of consecutive collision orbits to obtain *flyby* maneuvers. In: IAF - INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 56., 2005, Fukuoka - Japan. **Proceedings ...** Fukuoka - Japan: IAF, 2005.
- SANTOS, D. P. S.; PRADO, A.F.B.A.; ROCCO, E. M. Consecutive collision orbit problems transfer maneuvers from one body back to the same body. In: ICNPAA - INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL PROBLEMS IN ENGINEERING AND AEROSPACE SCIENCES, 6., 2006, Budapest, Hungary. **Proceedings...** 2006 p. 123-132.
- SANTOS, D. P. S., CASALINO, L, COLASURDO, G, PRADO, A.F.B.A. Optimal trajectories using gravity assisted maneuver and solar electric propulsion (SEP) towards near-earth-objects. In: WSEAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLIED AND THEORETICAL MECHANICS (MECHANICS '08), 4., 2008, Cairo. **Proceedings...** Cairo, Egypt: WSEAS, 2008. p. 62-68.
- SANTOS, D. P. S.;CASALINO, L; COLASURDO, G; PRADO, A.F.B.A. Optimal trajectories towards near-earth-objects using solar electric propulsion (sep) and gravity assisted maneuver. **Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications**, v. 1, n.2. May – Aug. 2009.
- SANTOS, D. P. S. **Estudo comparativo de diferentes métodos de manobras orbitais de empuxo contínuo**. Exame (Qualificação de Doutorado em Engenharia e Tecnologias Espaciais) – INPE, São José dos Campos, 2006. (INPE-14647-PUD/181).
- SANTOS, D. P. S.; PRADO, A. F. B. A. CASALINO, L.; COLASURDO, G. Performance comparison between thrusters pps1350 and the phall 1 in optimal trajectories using Gravity Assisted Maneuver and Solar Electric Propulsion (SEP). In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS - DINCON'09, 8., 2009, Bauru - Sp. **Anais...**Bauru:UNESP, 2009. v. 8. 1 Dvd. ISBN 9788586883453.