



Ministério da
Ciência e Tecnologia



INPE-16598-TDI/1584

**ALGORITMOS DE NAVEGAÇÃO EM TEMPO REAL
PARA UM SISTEMA GPS DE POSICIONAMENTO
RELATIVO DE PRECISÃO**

Leandro Baroni

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Hélio Koiti Kuga, aprovada em 28 de agosto de 2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/09.25.14.02>>

INPE
São José dos Campos
2009

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6911/6923

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO:

Presidente:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Haroldo Fraga de Campos Velho - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Jefferson Andrade Ancelmo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Simone A. Del-Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Marilúcia Santos Melo Cid - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Viveca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
Ciência e Tecnologia



INPE-16598-TDI/1584

**ALGORITMOS DE NAVEGAÇÃO EM TEMPO REAL
PARA UM SISTEMA GPS DE POSICIONAMENTO
RELATIVO DE PRECISÃO**

Leandro Baroni

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Hélio Koiti Kuga, aprovada em 28 de agosto de 2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/09.25.14.02>>

INPE
São José dos Campos
2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Baroni, Leandro.

B268A1 Algoritmos de navegação em tempo real para um sistema GPS de posicionamento relativo de precisão / Leandro Baroni. – São José dos Campos : INPE, 2009.
125 p. ; (INPE-16598-TDI/1584)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009.

Orientador : Dr. Hélio Koiti Kuga.

1. GPS. 2. Posicionamento relativo. 3. Resolução de ambiguidade. 4. Validação da solução. 5. Perdas de ciclos. I.Título.

CDU 629.783

Copyright © 2009 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2009 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

**Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Doutor(a) em**

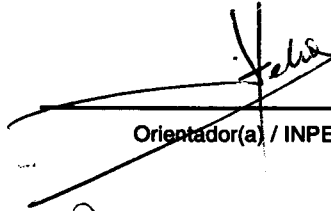
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

**Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado**



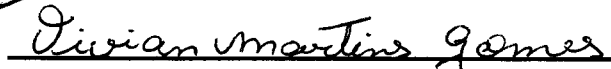
Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dra. Vivian Martins Gomes



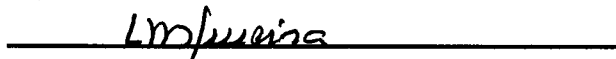
Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Paulo de Oliveira Camargo



Convidado(a) / UNESP/PP / Presidente Prudente - SP

Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira



Convidado(a) / UFPR / Curitiba - PR

Aluno (a): Leandro Baroni

São José dos Campos, 28 de agosto de 2009

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Hélio Koiti Kuga por sua compreensão, competência e dedicação na orientação deste trabalho.

Ao Dr. Kyle O'Keefe pela oportunidade de desenvolver parte deste trabalho em Calgary.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo auxílio financeiro de bolsa de doutorado, processo número 03/12691-6 e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo auxílio financeiro de bolsa de doutorado-sanduíche, processo número 1106/07-4.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais pela oportunidade de estudos e pelos meios concedidos para a realização deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora pela predisposição em analisar e discutir este trabalho e pelas sugestões recebidas.

Aos professores do DMC/INPE que transmitiram conhecimento e deram incentivos ao longo do curso.

À minha família pela ajuda e apoio constantes que foram de grande importância ao longo deste trabalho.

Aos meus amigos pelos vários momentos de descontração, e em especial a Vivian e Paula, pelas palavras amigas e positivas.

RESUMO

O sinal GPS está sujeito a várias fontes de erro nas medidas. Os efeitos combinados destes erros na propagação do sinal causa uma degradação na precisão do posicionamento. No entanto, usando medidas de fase da portadora, é possível reduzir o erro de posicionamento em até 100 vezes, se comparado com o posicionamento utilizando medidas de código. No entanto, esse tipo de medida contém uma dificuldade inerente que é a determinação da ambiguidade no número de comprimentos de onda do sinal correspondente. No início do procedimento de posicionamento, as ambiguidades devem ser resolvidas (determinadas), a fim de se obter uma medida de pseudodistância via fase e então determinar a posição com maior precisão. A estimação ótima das ambiguidades inteiras envolve um mapeamento de estimativas reais em inteiras e deve somente ser aplicada se houver confiança na solução inteira. Assim, é importante ter medidas disponíveis que provêem informações confiáveis sobre a realização da resolução de ambiguidade. Portanto, o posicionamento por meio das medidas de fase é obtido em quatro etapas: solução real, resolução das ambiguidades inteiras, solução corrigida e validação. Sendo assim, neste trabalho pretende-se propor, desenvolver, implementar e analisar algoritmos que permitam navegação precisa em tempo real utilizando todas as medidas de pseudodistância e fase da portadora dadas por receptores GPS através de técnicas de posicionamento relativo. Estes algoritmos incluem procedimento de resolução de ambiguidade, validação da solução e métodos de detecção e correção de perdas de ciclos. Portanto, o objetivo principal é comparar o desempenho de três métodos de resolução ambiguidade: LAMBDA, FASF e LSAST. Estes métodos foram testados utilizando dados reais adquiridos de dois receptores GPS de dupla frequência e qualidade geodésica, nas situações estática e como dinâmica. Na primeira situação, dois receptores GPS Trimble R8 foram montados em marcos com posições conhecidas e na segunda situação dois testes foram realizados: no primeiro foram utilizados dois receptores Ashtech Z12, um montado em uma aeronave durante um voo de teste e o outro foi montado em um ponto de referência; no segundo teste dinâmico os dados foram coletados por dois receptores GPS Trimble R8, montado em um veículo. Os dados foram processados utilizando os métodos LAMBDA, FASF e LSAST para a resolução ambiguidade e sua validação. Como estes métodos utilizam processos distintos de redução do espaço de busca, diferentes tempos de resolução e percentuais de resolução foram observados, e que o método LAMBDA teve um melhor desempenho geral.

REAL TIME NAVIGATION ALGORITHMS FOR A PRECISE GPS RELATIVE POSITIONING SYSTEM

ABSTRACT

The GPS signal is subject to several error sources in the measurements. The combined effects of these errors in the propagation signal cause a degradation in precision of positioning. However, using carrier phase measurements, it is possible to reduce positioning error up to 100 times, if compared with positioning using code measurements. However, this type of measurement contains an inherent difficulty that is the determination of the ambiguity in the number of wavelengths of the corresponding signal. At the beginning of the positioning procedure, this ambiguity must be resolved (determined) in order to obtain an unambiguous phase pseudorange and then determine a position with the highest precision. The optimal estimation of integer ambiguities involves a mapping of real estimatives to integer ones and should be applied only if the solution has enough confidence. Thus, it is important to have measures which provide confidence on the implementation of the ambiguity resolution. Therefore, positioning by means of phase measurement is attained in four steps: float solution, ambiguity resolution, fixed solution and validation. So, this work intends to propose, develop, implement and analyze algorithms which allow precise navigation in real time using all pseudorange and carrier phase measurements given by GPS receivers using relative positioning techniques. These algorithms include ambiguity resolution procedures, validation of solutions and methods for detection and correction of cycle slips. Therefore, the main objective is to compare the performance of three methods of ambiguity resolution: LAMBDA, FASF and LSAST. These methods were tested using real data acquired from two dual frequency geodetic quality GPS receivers both in static and kinematic situations. In the first situation, two Trimble R8 GPS receivers were mounted at known positions, and in the second situation, two tests were performed: the first one used two Ashtech Z12 receivers, one mounted on an aircraft during a test flight and the other one was mounted at a control point. The second kinematic test data was collected by two Trimble R8 GPS receivers mounted on a vehicle. The data were processed using LSAST, LAMBDA, and FASF methods for ambiguity resolution and validation. As these methods use distinct search space reduction processes, differences in ambiguity resolution time and correct fix percentage were observed, and LAMBDA method overall performance is better.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Segmentos de um sistema GNSS.	16
2.2 Conceito de GPS diferencial.	19
2.3 Multicaminho.	23
3.1 Geometria de uma observação de simples diferença.	34
7.1 Esquema do processo completo de posicionamento.	62
8.1 Configuração do teste estático.	75
8.2 Mapa de visibilidade do teste estático.	75
8.3 Épocas Sucesso na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.	77
8.4 Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	80
8.5 Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	81
8.6 Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	82
8.7 Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.	85
8.8 Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	86
8.9 Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	87
8.10 Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	88
8.11 Configuração do teste dinâmico.	89
8.12 Trajetória da aeronave durante o voo.	89
8.13 Mapa de visibilidade dos satélites durante o teste dinâmico.	90
8.14 Distância da aeronave com relação à base durante o teste.	91
8.15 Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.	93
8.16 Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	95

8.17	Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	96
8.18	Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	97
8.19	Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.	100
8.20	Resíduos das duplas diferenças de fase em L1 e <i>widelane</i> para cada método.	101
8.21	Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	104
8.22	Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	105
8.23	Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.	106
8.24	Trajetória do veículo e distância com relação à base.	107
8.25	Mapa de visibilidade dos satélites durante o teste com o veículo.	108
8.26	Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.	108
8.27	Resíduos das duplas diferenças de fase em L1 e <i>widelane</i> para cada método.	110
8.28	Valor dos saltos induzidos.	111
8.29	Valor dos saltos estimados.	112

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Elementos do conjunto de efemérides transmitidas pelo satélite GPS. . .	20
8.1 Valores da PR e tempo necessário para resolução das ambiguidades (TR, segundos) em cada método.	77
8.2 Estatística do erro de posição do usuário [m].	79
8.3 Valores da PR, PRC e tempo necessário para resolução das ambiguidades (TR, em segundos) em cada método.	84
8.4 Estatística do erro de posição do usuário [m].	84
8.5 Valores da distância (em km), PR e TR (em segundos) para cada método.	92
8.6 Resíduos das dupla diferenças de fase em L1 para cada método [m]. . . .	93
8.7 Estatística do erro de posição da aeronave [m].	94
8.8 Valores da distância (em km), PR, PRC e tempo necessário para resolução das ambiguidades (TR, em segundos) em cada método.	99
8.9 Resíduos das dupla diferenças de fase em L1 e <i>widelane</i> para cada método [m].	102
8.10 Estatística do erro de posição da aeronave [m].	102
8.11 Estatística dos resíduos das dupla diferenças de fase em L1 e <i>widelane</i> para o método LAMBDA, entre os instantes 1837 e 2100 s [m].	103
8.12 Resíduos das dupla diferenças de fase em L1 e <i>widelane</i> para cada método [m].	109

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação e objetivos	4
1.2 Revisão da bibliografia	5
2 OS SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO GLOBAL POR SATÉLITES	11
2.1 O sistema GPS	11
2.1.1 Segmento espacial do GPS	12
2.1.2 Segmento de controle do GPS	12
2.1.3 Segmento usuário do GPS	13
2.2 GLONASS	13
2.2.1 Segmento espacial do GLONASS	13
2.2.2 Segmento de controle do GLONASS	14
2.2.3 Segmento usuário do GLONASS	14
2.3 Galileo	14
2.4 Compass/Beidou 2	15
2.5 Determinação da posição e tempo	16
2.6 Modelos das medidas para o sistema GPS	17
2.7 Métodos de posicionamento por GNSS	18
2.7.1 Posicionamento absoluto ou por ponto	18
2.7.2 GPS diferencial	18
2.7.3 Posicionamento relativo	18
2.7.4 Sistemas aumentados	19
2.8 Fontes de erros	19
2.8.1 Erro orbital	19
2.8.2 Erro do relógio	21
2.8.3 Erros ionosféricos	21
2.8.4 Erros troposféricos	22
2.8.5 Multicaminho	22
3 METODOLOGIAS UTILIZADAS	25
3.1 Filtro de Kalman	25

3.1.1	Propagação	27
3.1.2	Atualização	28
3.1.3	Filtro estendido de Kalman	28
3.2	Mínimos Quadrados	29
3.2.1	Mínimos quadrados para sistemas não-lineares	31
3.2.2	Aplicação de transformações ortogonais na resolução de mínimos quadrados	32
3.3	Combinação de medidas	33
3.3.1	Simplex diferença	33
3.3.2	Dupla diferença	34
4	MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE AMBIGUIDADE	37
4.1	Técnica de Resolução de ambiguidades por Mínimos Quadrados (LSAST)	37
4.1.1	Soluções em potencial	37
4.1.2	Eliminando as soluções em potencial incorretas	39
4.2	O método LAMBDA	40
4.2.1	Solução inteira	41
4.2.2	Estimação condicional sequencial por mínimos quadrados	42
4.2.3	A Transformação-Z	43
4.3	O Método FASF: <i>Fast Ambiguity Search Filter</i>	44
5	PROCESSO DE VALIDAÇÃO DAS AMBIGUIDADES	49
5.1	Teste de aceitação de ambiguidades	50
5.2	Teste de discriminação de ambiguidades	52
5.2.1	Método de probabilidades	52
6	DETECÇÃO E REPARAÇÃO DE PERDAS DE CICLOS	57
6.1	Combinação linear dos dados	58
6.1.1	Combinação <i>widelane</i>	58
6.1.2	Combinação ionosférica	59
6.2	Detecção e correção das perdas de ciclos	59
6.2.1	Detecção das perdas de ciclos na combinação <i>widelane</i>	59
6.2.2	Detecção das perdas de ciclos na combinação ionosférica	59
6.2.3	Reparação das perdas de ciclos	60
7	PROCEDIMENTO	61
7.1	Modelos de medidas para estimação das ambiguidades	61

7.2	Determinação da posição do usuário	64
7.3	Implementação dos métodos de resolução de ambiguidades	65
7.4	Método LAMBDA	66
7.5	Método LSAST	66
7.6	Método FASF	66
7.7	Validação	69
7.8	Resolução de perdas de ciclos	70
8	RESULTADOS	73
8.1	Teste estático	74
8.1.1	Resolução em 1 frequência - L1	76
8.1.2	Resolução em 2 frequências - L1 e <i>widelane</i>	83
8.2	Teste dinâmico - aeronave	89
8.2.1	Resolução em 1 frequência - L1	90
8.2.2	Resolução em 2 frequências - L1 e <i>widelane</i>	98
8.3	Teste dinâmico - automóvel	107
8.4	Teste do algoritmo de correção de perda de ciclos	111
9	CONCLUSÕES	113
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	119

1 INTRODUÇÃO

A partir da década de 1990 ocorre a popularização dos Sistemas de Navegação Global por Satélite (GNSS, *Global Navigation Satellite Systems*), com a entrada em operação, em 1995, do sistema NAVSTAR-GPS (GPS, *Global Positioning System*). Os GNSS são sistemas de radionavegação por satélites, fornecendo a usuários no mundo toda posição, velocidade e determinação de tempo precisa. Os satélites do sistema transmitem sinais em radiofrequência, contendo as informações requeridas para que o equipamento do usuário compute sua solução de navegação (posição, velocidade e tempo).

O primeiro sistema a entrar em operação foi o GPS, que foi projetado, desenvolvido e é operado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos, mas é parcialmente aberto a usuários civis. No ano de 2000, foi declarado operacional o sistema GLONASS (*Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema*), desenvolvido pela ex-URSS e operado atualmente pela Rússia. Entretanto, os satélites estão sendo renovados e ainda não conta com a constelação completa. Existem outros sistemas GNSS em processo de desenvolvimento: o *Galileo*, da União Européia e o *Compass/Beidou 2*, da China. Diferentemente do GPS e GLONASS que são operados pelas forças militares, o sistema Galileo está sendo planejado para ser operado pela sociedade civil. Tem-se, ainda, o desenvolvimento de um sistema de navegação pela Índia, porém com cobertura regional.

A determinação de posição em um sistema GNSS, através de medidas via código, é baseada no conceito de tempo de chegada do sinal (TOA, *time of arrival*) (KAPLAN, 1996). O conceito de TOA consiste em transmitir um sinal em um tempo conhecido e medir o tempo de chegada (recepção) deste sinal em um tempo posterior conhecido. Através da medição do tempo de propagação de sinais de vários emissores em posições conhecidas, o receptor pode calcular sua posição. Portanto, a medição do tempo deve ser muito precisa, ou o posicionamento não será possível. Cada satélite carrega um relógio atômico, enquanto que os receptores usam osciladores de quartzo. A fim de medir o tempo real de percurso do sinal do satélite ao receptor, os relógios do satélite e do receptor devem ser mantidos em sincronismo. O desvio no relógio do receptor do usuário afeta a medida de tempo de percurso de todos os satélites igualmente, logo esse desvio se torna a quarta incógnita a ser estimada, juntamente com as três de posição. Assim, o usuário necessita de um mínimo de quatro satélites para determinar suas coordenadas (MISRA; ENGE, 2001).

A precisão com que os erros de propagação do sinal são compensados são de extrema importância. No sistema GPS, as medidas de pseudodistância, que são as medidas de distância entre o satélite e o receptor mais os efeitos dos erros de propagação do sinal, são frequentemente usadas para estimar as coordenadas de posição e desvio do relógio. Infelizmente, há uma variedade de erros nas medidas que impedem o sistema GPS de alcançar alta precisão exigida por certas aplicações. O efeito combinado dos erros na propagação do sinal causa uma degradação na exatidão do posicionamento de cerca de 10 m na posição horizontal e 13 m na vertical (PARKINSON; SPILKER, 1996). A fim de obter uma exatidão no posicionamento da ordem de metros, são necessários métodos que consideram esses erros.

Um método de reduzir os erros nas medidas do GPS comumente utilizado é o chamado GPS diferencial (DGPS, *Differential GPS*). Um receptor GPS estacionário é colocado em um ponto de referência, com coordenadas conhecidas, geralmente chamado *base*. Assim, é possível calcular o valor verdadeiro da medida. Comparando-se o valor medido com o verdadeiro obtém-se a correção diferencial, que deve ser aplicada às medidas do receptor *usuário*. Este procedimento elimina os erros que são comuns a ambos os receptores. Assim, a técnica de GPS diferencial consiste de dois passos: i) gerar correções diferenciais na base de referência; ii) aplicar essas correções no receptor usuário.

Outro método utilizado é o posicionamento relativo, fazendo a simples diferença ou dupla diferença. As medidas do receptor base são combinadas com as medidas coletadas pelo receptor usuário, formando medidas diferenciais. Esta técnica é capaz de eliminar erros comuns a ambos os receptores. Dada a proximidade da base e do usuário, o sinal de rádio do GPS percorrerá caminhos próximos. Assim, o princípio destas técnicas diferenciais supõe que os efeitos ambientais (troposfera e ionosfera principalmente) são os mesmos em ambos os receptores para linhas de base próximas, pois estes efeitos são espacialmente correlacionados, isto é, a magnitude do erro é dependente da linha de base. Com isso, efeitos de modelagem complexa são minimizados e a técnica dá origem a um posicionamento relativo de grande precisão. No entanto deve-se tomar o cuidado de usar apenas os satélites visíveis em ambos os receptores (MARTÍNEZ et al., 2000).

O posicionamento com precisão da ordem de centímetros é possível utilizando as medidas de fase da portadora. Esta é a medida mais precisa fornecida pelo GPS, com resolução da ordem de 1 mm (1σ). O receptor acumula o número de ciclos que

chegam, resultando em uma medida contínua. Uma vez que a medida de fase somente pode ser obtida após a aquisição do sinal, o número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor permanece desconhecido. Este valor, conhecido como ambiguidade inicial de ciclos, ou apenas ambiguidade, precisa ser determinado antes de se usar as medidas de fase no posicionamento. Após a resolução das ambiguidades, a medida de fase pode ser convertida a uma medida precisa de distância entre o satélite e o receptor. Sendo assim, uma vez que as ambiguidades são resolvidas corretamente, o posicionamento com precisão de centímetros pode ser alcançado. Vários algoritmos foram desenvolvidos para este propósito, incluindo LSAST (*Least-Squares Ambiguity Search Technique*) (HATCH, 1990), FASF (*Fast Ambiguity Search Filter*) (CHEN, 1993) e LAMBDA (*Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment*) (TEUNISSEN, 1993; TEUNISSEN, 1994), entre outros.

Entretanto, o processo de resolução das ambiguidades não está completo sem a validação da solução. Assim, as ambiguidades resolvidas só devem ser usadas se as correções obtidas forem confiáveis. A probabilidade da estimação correta das ambiguidades pode ser calculada a priori, a partir da matriz de covariâncias e previamente ao processo de resolução (TEUNISSEN et al., 1998). Esta probabilidade, chamada taxa de sucesso, deve ser próxima de um para que as ambiguidades resolvidas possam ser aplicadas. Ainda assim, é necessário um teste para validar esta solução. Entre os testes mais comuns, que buscam minimizar a soma da forma quadrática dos resíduos, pode-se citar o teste baseado na relação entre a mínima e a segunda mínima forma quadrática dos resíduos (HAN; RIZOS, 1996; VERHAGEN, 2004) e o teste baseado na diferença entre essas duas forma quadráticas dos resíduos e seu desvio padrão (WANG et al., 1998).

Um requerimento para o uso do GNSS é a necessidade de manter uma linha de visada com cada satélite sendo rastreado. Em casos de obstrução da linha de visada e consequente redução no número de satélites visíveis, há uma diminuição na precisão do posicionamento devido a uma geometria menos favorável. No caso do posicionamento utilizando medidas de fase, esta condição é especialmente prejudicial, uma vez que produz saltos no rastreamento do sinal, chamados perdas de ciclos. Uma perda de ciclos não detetada pode comprometer severamente o processo de resolução de ambiguidades. Portanto, o processo de identificação e correção das perdas de ciclos é de extrema importância para o posicionamento preciso.

1.1 Motivação e objetivos

Durante os processos de desenvolvimento e certificação, as aeronaves necessitam determinar com precisão sua posição. Ao longo dos anos vários sistemas capazes de fornecer estes dados foram desenvolvidos, e entre eles, pode-se citar: cineteodolitos, sistemas de rádio, *radar tracking* e *laser tracking*. Entretanto, os sistemas GNSS trouxeram novas possibilidades em termos de precisão, facilidade de acesso aos dados e portabilidade. Em particular, o uso do GPS associado a técnicas diferenciais (DGPS) trouxe grande precisão, aliada às demais características do GPS, e se transformou numa ferramenta muito útil para o posicionamento de aeronaves.

A indústria aeronáutica faz uso de sistemas para a determinação da trajetografia (posicionamento no tempo em um sistema de coordenadas solidário a pista) de suas aeronaves em ensaios de decolagem e pouso. O sistema DGPS tem um componente instalado na aeronave e outro, a base fixa, instalado em terra. Cada receptor coleta dados os quais devem ser integrados e geralmente são pós-processados para a obtenção das posições com a precisão desejada. Este pós-processamento tira a flexibilidade de uso do equipamento. Com a posição disponível em tempo real, é possível verificar durante os testes se os requisitos para os ensaios de pouso e decolagem, testes de ruído e de certificação foram alcançados, sem a necessidade de realizar novos vôos posteriormente.

Necessita-se portanto integrar as duas bases de dados na aeronave e seu processamento em tempo real de forma a dispor da posição presente a bordo da aeronave, permitindo fornecer esta informação ao piloto e gravá-la com os demais dados de vôo para posterior uso. Para tal é preciso enviar, por telemetria, os dados da base fixa (de terra) para a aeronave, e processá-los em tempo real, gerando a posição presente a qual deverá ser armazenada e apresentada ao piloto. A utilização do procedimento de GPS diferencial se justifica a partir do fato de que o DGPS é um sistema de baixo custo e de fácil implementação, se comparado a outros métodos para se obter em tempo real as precisões necessárias para certificação de aeronaves.

Sendo assim, neste trabalho pretende-se propor, desenvolver, implementar e analisar algoritmos que permitam navegação precisa utilizando todos as medidas de pseudo-distância e fase da portadora dadas por receptores GPS, em tempo real, através de técnicas de posicionamento relativo. Os seguintes itens devem ser considerados para realização do projeto:

- Concepção do sistema de posicionamento em tempo real;
- Compilação, análise e escolha dos algoritmos de navegação em tempo real;
- Desenvolvimento do pacote de software necessário para navegação em tempo real;
- Análise de erros e de desempenho e qualificação do software sob condições realísticas.

Em vista das motivações expostas, os seguintes tipos de algoritmos foram investigados na implementação de um sistema de posicionamento relativo por GPS que utilize medidas precisas de fase:

- Procedimento de resolução de ambiguidade;
- Validação da solução;
- Métodos de detecção e correção de perdas de ciclos.

Estes algoritmos serão analisados em termos de precisão, complexidade de implementação, e viabilidade para tempo real.

1.2 Revisão da bibliografia

O método mais antigo para resolver ambiguidades é o chamado posicionamento semi-dinâmico. Este método consiste na ocupação por um longo tempo de um mesmo local. Com esta ocupação prolongada, a geometria dos satélites muda, permitindo uma convergência dos valores das ambiguidades, ainda números reais. Os valores inteiros das ambiguidades são obtidos por arredondamento, desde que a linha de base seja curta. Este método tem a desvantagem de ter baixa produtividade, pois a geometria dos satélites muda muito lentamente. Para aumentar a produtividade, foi desenvolvido um método estático rápido, no qual cada local é ocupado por um período curto de tempo. No entanto, as ambiguidades podem não convergir adequadamente, e um método de busca ou uma informação precisa da linha de base deve ser aplicada (CANNON *et al.*, 1990).

Remondi (1986) introduziu uma técnica para resolver as ambiguidades que utiliza uma troca de posições das antenas entre a base e o usuário, isto é, a antena da base

passa a ocupar a posição do usuário e vice-versa. A partir das duplas diferenças medidas antes e depois da troca, pode-se obter uma posição precisa dos receptores, e conseqüentemente as ambigüidades.

Existem vários algoritmos disponíveis que minimizam a soma da forma quadrática dos resíduos, desenvolvidos tendo em vista aplicações *on-the-fly* (OTF). A técnica mais direta é varrer por todas as ambigüidades no espaço de busca. Porém, esta forma consome muito tempo de processamento, mesmo para espaços de busca pequenos.

Hatch (1990) propôs uma abordagem que, em vez de buscar em todas as ambigüidades possíveis, os parâmetros foram divididos em dois grupos: primário e secundário. A busca é realizada somente no grupo primário (tipicamente três ambigüidades) através de um método de mínimos quadrados. Assim, a dimensão de busca é menor e portanto o esforço computacional é bastante reduzido, comparado com a busca completa. A escolha da ambigüidade correta dentre as geradas pela busca no grupo primário é feita utilizando-se o grupo secundário e, em seguida aplica-se um teste de relação para validar a solução.

Os métodos de resolução de ambigüidades mais recentes exigem, além da estimativa dos valores reais, a matriz de covariâncias das ambigüidades. Eles usam esta matriz de covariância para rejeitar estatisticamente os conjuntos de ambigüidades. Chen (1993), Chen (1994) propôs o método FASF (*Fast Ambiguity Search Filter*), no qual as faixas de busca são recursivamente relacionadas entre si. Este método usa a matriz de covariâncias das ambigüidades para propagar o efeito de uma ambigüidade inteira para as outras. Propagando o efeito de uma ambigüidade corrigida para as outras, o método rapidamente detecta e rejeita soluções divergentes. Todas as observações desde o início do processo até a época atual são levadas em conta no método de mínimos quadrados. Além disso, o método possui um índice que indica a possibilidade do método não ser capaz corrigir as ambigüidades com as observações disponíveis. Assim, uma busca completa em todo espaço não é necessária, o que reduz drasticamente o tempo de processamento.

O método LAMBDA (*Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*) (TEUNISSEN, 1993; de Jonge; TIBERIUS, 1996) descorrelaciona as ambigüidades preservando suas características inteiras. Aplicando uma transformação inteira, a correlação entre os parâmetros de ambigüidades é reduzida quando existe uma forte correlação entre as ambigüidades estimadas. Isto reduz o número de conjuntos de ambigüidades pos-

síveis, restando um pequeno número de conjuntos para testar. A busca usa a matriz de covariâncias das ambiguidades reais em uma estimação sequencial condicional das ambiguidades para determinar qual conjunto que minimiza a soma da forma quadrática dos resíduos. Os trabalhos de Teunissen (1999), Teunissen (2000) mostram que o estimador de mínimos quadrados inteiros usado no método LAMBDA maximiza a probabilidade do conjunto de ambiguidades selecionado ser o conjunto de ambiguidades correto, dado um valor da estimativa real das ambiguidades e sua matriz de covariância.

O método OMEGA (KIM; LANGLEY, 1999) pode ser utilizado tanto em aplicações multi-épocas como em aplicações com apenas uma observação (instantânea), embora neste último caso o método pode não atingir altas taxas de sucesso como em aplicações multi-épocas. Este método também utiliza uma combinação de transformação do espaço de busca e uma estimação condicional. A transformação neste método reduz o espaço de busca por meio de uma operação de arredondamento no conjunto de ambiguidades candidatas. Este método utiliza apenas um conjunto de ambiguidades independentes que resulta em uma solução única para o sistema. As ambiguidades secundárias são calculadas a partir deste conjunto independente, diferentemente do método LAMBDA, que utiliza todas as ambiguidades disponíveis na construção do espaço de busca. Os dados utilizados eram em dupla frequência e a linha de base pequena. A taxa de sucesso foi de 100%, devido ao baixo nível de ruído e à alta redundância das observações de dupla diferença.

O método MAPAS (MACABIAU, 1995) cria o espaço de busca das ambiguidades usando apenas um conjunto primário de medidas, que é um conjunto independente. A redução deste espaço é feita através da predição das ambiguidades do conjunto secundário, usando as observações disponíveis de todas as épocas, sendo assim um método multi-épocas. Este método necessita ter disponível uma estimativa da posição do receptor usuário com desvio padrão menor que 1 m em cada eixo, caso contrário o número de ambiguidades candidatas se torna muito grande. O método MAPAS apresentou uma taxa de sucesso de 99,1% e levou em média 63 épocas para resolvê-las usando dados simulados.

Com a modernização do sistema GPS e lançamento do sistema Galileo, novas técnicas estão sendo estudadas para aumentar o desempenho ao resolver ambiguidades utilizando as novas frequências. Fernández-Plazaola et al. (2008) propõe o método MOCA (*Modified Cholesky factorization for Ambiguity*), que não faz uso de um

estimador de mínimos quadrados inteiros e com performance similar.

Psiaki e Mohiuddin (2007) desenvolveram um método que, apesar de mostrar resultados similares aos métodos convencionais com poucos parâmetros, aumenta o desempenho quando o problema possui elevado número de parâmetros (11 a 50 ambiguidades). A solução é obtida a partir de um método de mínimos quadrados misto (real/inteiro) que diminui o tempo de processamento. O algoritmo é 4 vezes mais rápido, em média, que o método LAMBDA.

O método proposto por Vollath (2004) (*Factorized Multi-Carrier Ambiguity Resolution*, FAMCAR) faz uso de várias combinações de medidas de fase, das quais a solução para todas as ambiguidades são derivadas.

Teunissen et al. (1998) apresenta a taxa de sucesso como uma ferramenta para avaliar se as ambiguidades foram resolvidas corretamente e podem ser aplicadas no posicionamento. Verhagen (2004), Verhagen (2005) fazem uma avaliação sobre os limites superior e inferior da taxa de sucesso do método de mínimos quadrados inteiros, já que o cálculo exato não é possível. Além disso, fazem uma avaliação e comparação entre os métodos mais comuns. Teunissen e Verhagen (2004) estudam as propriedades do teste de proporção na aceitação das ambiguidades. Este trabalho mostra com fundamentações teóricas que o teste de proporção não é um teste ótimo, porém ainda é uma ferramenta importante.

Wang et al. (1998) propõe um teste de discriminação baseado em uma estatística que é construída a partir da diferença entre as formas quadráticas mínima e segunda mínima dos resíduos, e seu desvio-padrão. A função distribuição do teste estatístico proposto é teoricamente identificada como uma distribuição normal quando a variância *a priori* é usada, ou como uma distribuição *t* de Student quando a variância estimada é usada. Segundo o autor, os resultados dos testes indicam que o procedimento proposto é confiável para uso em resolução de ambiguidades *on-the-fly*. Wang et al. (2000) analisa os principais procedimentos de validação e compara numericamente os seus desempenhos na resolução das ambiguidades em ambos os sistemas GPS e GLONASS.

Kee et al. (2007) propõe um método de decisão para escolher a solução dentre os conjuntos candidatos de ambiguidades inteiras estimadas. Este método propõe uma variável de decisão que representa as características estocásticas das candidatas para

eliminar as ambiguidades que não são solução. Este método pretende substituir a variável de distribuição *chi*-quadrado normalmente utilizada, apresentando uma solução mais rápida e tão confiável quanto os métodos convencionais.

Para atingir alta precisão de posicionamento de navegação com GPS, as perdas de ciclos devem ser corretamente reparadas no estágio de pré-processamento dos dados.

Blewitt (1990) desenvolveu um método de correção de perdas de ciclos que utiliza medidas em duas frequências e não diferenciadas. Porém, este método necessita utilizar medidas de código P e requer que a variação dos erros da ionosfera seja suave. O método desenvolvido por Bisnath (2000) a partir de várias técnicas existentes provê a correção das perdas de ciclos automaticamente na fase de pré-processamento dos dados. O algoritmo utiliza combinações de medidas de dupla diferença das medidas de fase em dupla frequência. Estas combinações são filtradas e comparadas com polinômios de Chebyshev para permitir uma detecção de alta precisão das perdas de ciclos. Kim e Langley (2002) desenvolveram um método de detecção e correção instantâneas de perdas de ciclos. Este método constrói medidas de tripla diferença, e com elas cria observáveis de perdas de ciclos. Estes observáveis são então filtrados e a solução é testada para aceitação com um método semelhante ao desenvolvido por Wang et al. (1998). Dai et al. (2008) propõe um método para detectar e resolver em tempo real as perdas de ciclos para combinações de medidas em múltiplas frequências, que utiliza o método LAMBDA para determinar o tamanho das perdas de ciclos.

2 OS SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO GLOBAL POR SATÉLITES

Os sistemas conhecidos por GNSS são sistemas de navegação nos quais os usuários utilizam sinais de satélites para determinar sua posição. Atualmente, existem os sistemas GPS, dos Estados Unidos, e GLONASS, da Rússia, operacionais. Além destes, o sistema Galileo europeu e o Compass/Beidou 2 chinês estão em desenvolvimento, com previsão de se tornarem operacionais em 2013. Este capítulo descreve as características e princípio de funcionamento dos sistemas.

2.1 O sistema GPS

O *Sistema de Posicionamento Global* (GPS, *Global Positioning System*) foi concebido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos (DoD, *Department of Defense*) no início da década de 1970 e desenvolvido para apoiar a navegação e sincronização de tempo para uso militar (PARKINSON; SPILKER, 1996). Os objetivos de desempenho a serem atingidos pelo GPS são:

- Alta precisão na determinação da posição, velocidade e tempo para usuários militares;
- Boa precisão para usuários civis;
- Disponibilidade contínua de dados de navegação com cobertura global e regional;
- Independência das condições meteorológicas;
- Resistência a interferências externas no sinal;
- Uso de equipamentos práticos e baratos pelo usuário;

O GPS utiliza como técnica de navegação a medição unidirecional de distância dos satélites GPS, que também transmitem elementos keplerianos para calcular sua posição (PARKINSON; SPILKER, 1996). As distâncias com relação a cada satélite são medidas fazendo-se a correlação entre o sinal recebido e uma réplica gerada pelo receptor. O receptor é capaz de diferenciar cada satélite através da porção do código PRN (*pseudorandom noise*) que cada satélite transmite. Medindo a distância com relação a quatro satélites o usuário pode determinar as quatro incógnitas: três coordenadas de posição e a correção do relógio do receptor.

O sistema GPS é dividido nos segmentos espacial, controle e usuário, descritos a seguir.

2.1.1 Segmento espacial do GPS

A configuração padrão deste segmento consiste de 24 satélites operacionais distribuídos em seis planos orbitais igualmente espaçados, com inclinação de 55° e período orbital de um dia sideral (cerca de 12h). Tais satélites são denominados satélites GPS. Os satélites transmitem sinais em duas frequências: L1, de 1575,42 MHz e L2, de 1227,6 MHz moduladas com dois tipos de códigos (código-C/A e código-P) e com uma *mensagem de navegação*. O Serviço de Posicionamento Padrão (SPS, *Standard Positioning Service*), disponível ao usuário civil é baseado no código-C/A, enquanto que usuários autorizados pelo DoD têm acesso ao Serviço de Posicionamento Preciso (PPS, *Precise Positioning Service*), o qual possui um maior grau de precisão, através do código-P, que é criptografado. Uma nova frequência L5 em 1176,45 MHz de uso civil está em fase de testes, juntamente com um novo código de uso civil em L2 (L2C) (HATCH et al., 2000; MCDONALD; HEGARTY, 2000; USCG NAVIGATION CENTER, 2008). A SA (*Selective Availability*), que é uma degradação intencional da precisão do GPS para uso civil, foi desativada em 2000, porém existe uma nova técnica chamada SD (*Selective Denial*), que consiste em bloquear todo o sinal do GPS em uma certa região instalando transmissores de interferência no local.

Os sinais transmitidos fornecem dados sobre as efemérides dos satélites GPS (mensagem de navegação) bem como informações de tempo atômico GPS e outras informações consideradas relevantes (saúde dos satélites, almanaque, deriva dos relógios de bordo etc.).

2.1.2 Segmento de controle do GPS

Este segmento tem a função de gerar o tempo GPS e as efemérides dos satélites. É também responsável pelo gerenciamento dos satélites atualizando periodicamente as informações que são transmitidas a cada um, como efemérides, status, dados de relógio e almanaque. Para isso, existe a Estação Mestre de Controle (MCS, *Master Control Station*) localizada na base de Schriever (antigamente Falcon) Air Force, Colorado, Estados Unidos. Juntamente com esta existem outras estações de monitoramento localizadas em Colorado Springs, Havaí, Kwajalein, Diego Garcia e Ascención Island. Com o desenvolvimento e aprimoramento do sistema foram integradas a

este segmento sete estações pertencentes ao NGA (*National Geospatial-Intelligence Agency*) que estão localizadas no Equador, Argentina, Inglaterra, Bahrein, Austrália, China e USNO (*United States Naval Observatory*).

2.1.3 Segmento usuário do GPS

O segmento usuário consiste basicamente de receptores militares e civis projetados especialmente para decodificar e processar os sinais que recebem dos satélites. O receptor computadorizado grava as transmissões de vários satélites e aplica algoritmos de solução para obtenção de posição, velocidade e tempo (*solução de navegação*).

2.2 GLONASS

O Sistema de Navegação Global por Satélites (GLONASS, *Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema*) foi desenvolvido pela antiga União Soviética e é mantido atualmente pela Rússia. O propósito do sistema global de navegação por satélite GLONASS, assim como o GPS, é prover um número ilimitado de usuários com serviços de posicionamento tridimensional, medida de velocidade e de tempo em qualquer lugar do globo terrestre e em qualquer condição climática.

A eficiência padrão do GLONASS para os serviços de posicionamento e tempo prevê uma precisão de 57 a 70 m na horizontal, 70 m na vertical, velocidade de 15 cm/s e transferência de tempo dentro de 1 μ s, todos dentro de 99,7% de probabilidade.

2.2.1 Segmento espacial do GLONASS

O segmento espacial do GLONASS consiste de uma constelação nominal de 24 satélites, distribuídos em três planos orbitais separados de 120° e inclinação de 64,8°. Cada plano conta com oito satélites igualmente espaçados. As órbitas são aproximadamente circulares, com altitude de aproximadamente 19100 km e período orbital de 11h15min. O sistema conta com 19 satélites, embora no passado já tenha estado completo ([INFORMATION-ANALYTICAL CENTRE, 2006](#)). Esta configuração, quando completa, permite entre seis e onze satélites visíveis em qualquer ponto da Terra, e pode proporcionar uma melhor cobertura para altas latitudes, comparadas a do GPS ([MONICO, 2008](#)).

O GLONASS transmite sinais em duas bandas portadoras, L1 e L2. Cada satélite

transmite em sua própria frequência, dadas por (em MHz):

$$\begin{aligned} f_{L1} &= 1602 + k \cdot 0,5625 \\ f_{L2} &= 1246 + k \cdot 0,4375, \quad k = 0, 1, 2, \dots, 24 \end{aligned} \quad (2.1)$$

O índice k corresponde a um canal para cada satélite. As portadoras L1 e L2 apresentam a relação:

$$\frac{f_{L1}}{f_{L2}} = \frac{9}{7} \quad (2.2)$$

As mensagens de navegação são moduladas na portadora e contêm informações sobre as órbitas (efemérides), almanaque e *status* dos satélites. As efemérides são atualizadas a cada 30 minutos e tem como origem o centro deste intervalo.

2.2.2 Segmento de controle do GLONASS

As funções principais do sistema de controle do GLONASS são: determinar e prever as órbitas dos satélites, controlar os satélites, transferir as efemérides e correções de relógio para cada um dos satélites. O centro de controle está localizado em Moscou, com estações de monitoramento em São Petersburgo, Ternopol, Eniseisk e Komsomolsk-na-Amure. As referências geodésicas do sistema são dadas no PZ 90 (Parâmetros da Terra 1990), atualmente compatível com o sistema ITRF2000 dentro de alguns centímetros (MONICO, 2008).

2.2.3 Segmento usuário do GLONASS

O segmento usuário corresponde atualmente a receptores que são capazes de rastrear satélites GPS e GLONASS simultaneamente. Os receptores puramente GLONASS são bastante reduzidos, em consequência da incerteza sobre o futuro do sistema.

2.3 Galileo

Galileo é o Sistema de Posicionamento Global por Satélite europeu. Concebido desde o início como um projeto civil, em oposição ao GPS americano e ao GLONASS russo que são de origem militar, tem vários diferenciais: maior precisão (ainda a ser confirmada em testes reais), maior segurança e menos sujeito a problemas (o sistema é mais robusto a interferências).

O sistema consiste de 30 satélite em órbitas com 23222 km de altitude, divididos em

3 planos orbitais com 56° de inclinação (9 satélites operacionais e 1 de reserva em cada plano). O Galileo foi projetado para prover diversos serviços.

- O Serviço Aberto, que será de livre acesso, cujos sinais serão transmitidos em duas faixas de frequências, 1164-1214 MHz e 1563-1591 MHz. Sua precisão horizontal e vertical deve ser de até 4 m e 8 m para dupla frequência e 15 m e 35 m para frequência simples, respectivamente.
- O Serviço Comercial, que deverá ter precisão menor que 1 m e será transmitido em três faixas de frequências: as duas do Serviço Aberto e a faixa de 1260-1300 MHz.
- Os Serviços Público Regulado e de Segurança, que devem ter precisão da ordem do Serviço Aberto, porém mais robusto com relação a interferências externas.

Em acordo com os Estados Unidos, a frequência do sinal aberto do Galileo próxima da frequência do sinal L1 do GPS teria a mesma estrutura do novo sinal L1C, o que facilitaria a construção de receptores integrados GPS/Galileo.

Atualmente, o sistema conta com dois satélites de teste lançados e está previsto para entrar em operação completa em 2013.

2.4 Compass/Beidou 2

O sistema de navegação por satélite chinês Beidou é composto de 4 satélites geostacionários com cobertura limitada à China. Porém, a China está desenvolvendo um novo sistema de navegação, conhecido como Compass ou Beidou 2. O novo sistema será composto de 5 satélites em órbita geostacionária e 30 satélites em órbita de altitude intermediária (aproximadamente 20000 km), que oferecerá cobertura mundial. Está previsto que o Compass/Beidou 2 esteja completamente operacional em 2012.

Serão disponibilizados dois tipos de serviço aos usuários: um serviço aberto, que prevê um posicionamento com precisão de 10 m, velocidade com 0,2 m/s e medida de tempo com 50 ns e um “serviço autorizado” com precisões melhores e informação de integridade das medidas para usuários autorizados.

Os três segmentos de um sistema GNSS estão esquematizados na [Figura 2.1](#).

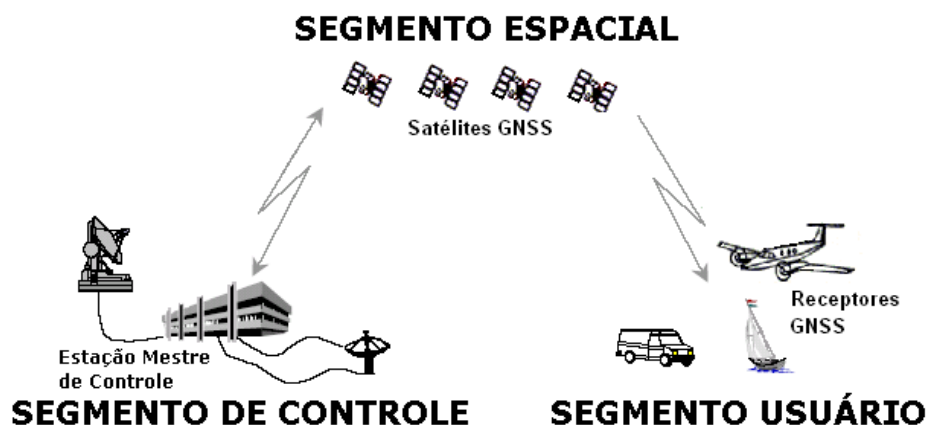


Figura 2.1 - Segmentos de um sistema GNSS.

2.5 Determinação da posição e tempo

Um receptor GNSS mede o tempo de propagação do sinal, resultante do processo de correlação entre a transmissão do sinal pelo satélite e sua recepção. Essa diferença multiplicada pela velocidade da luz resulta na distância do receptor com relação ao satélite. Como a posição do satélite é conhecida através da mensagem de navegação, o receptor deve então estar localizado em uma esfera de raio igual à distância medida centrada no satélite. Medindo a distância com relação a três satélites, a localização do receptor se reduz a dois pontos definidos pela interseção das esferas referentes a cada satélite. O ponto que coincide com a superfície da Terra é a posição do receptor e o outro é chamado ponto-espelho.

A determinação precisa do tempo é um fator crítico, já que a distância é medida a partir de diferenças de tempo. Portanto, todos os elementos do sistema devem manter uma sincronização de tempo. Os satélites possuem relógios atômicos a bordo para manter a sincronização com o tempo do sistema GNSS, que são monitorados pela estação de controle e seus desvios com relação ao tempo do sistema GNSS são repassados ao usuário juntamente com a mensagem de navegação (LEICK, 1995).

Inicialmente, o relógio do receptor não está sincronizado com o tempo GNSS. Logo, sua sincronização deve ser tomada como parte da solução de navegação. Este desvio do relógio causa um erro na medida de distância, que é o mesmo para cada satélite. Se o receptor rastreia quatro satélites simultaneamente, o desvio do relógio pode ser estimado juntamente com as três coordenadas de posição. Portanto, o problema

básico de posicionamento por GNSS envolve a sincronização de relógio juntamente com a determinação das coordenadas de posição.

2.6 Modelos das medidas para o sistema GPS

O sistema GPS fornece meios para coletar basicamente dois tipos de medidas brutas para sistemas de navegação: pseudodistância e fase da portadora.

A pseudodistância é obtida por meio da correlação do sinal GPS recebido com um sinal de referência gerado internamente no receptor. Uma vez obtida a correlação, imediatamente obtém-se o tempo de propagação do sinal desde o satélite GPS até o receptor, que multiplicado pela velocidade da luz corresponde a pseudodistância. Esta medida sofre efeitos da propagação do sinal na atmosfera, erros de sincronização dos relógios do satélite e do receptor, multicaminho entre outros. Este tipo de medida é chamado de pseudodistância via código. A pseudodistância ao i -ésimo satélite GPS via código pode ser representada por (PARKINSON; SPILKER, 1996):

$$\rho_u^i = |\mathbf{R}^i - \mathbf{r}_u| + (b_u - B^i) + (T_u^i + I_u^i) + \epsilon_{u,\rho}^i \quad (2.3)$$

onde ρ_u^i é a pseudodistância medida, \mathbf{R}^i é o vetor posição do i -ésimo satélite GPS no instante de transmissão do sinal, \mathbf{r}_u é o vetor posição do usuário no instante de recepção do sinal, b_u é o desvio do relógio do usuário, B^i é o desvio do relógio do i -ésimo satélite GPS, T_u^i é o atraso devido à troposfera, I_u^i é o atraso devido à ionosfera (atraso de grupo) e $\epsilon_{u,\rho}^i$ representa ruídos de multicaminho, erros entre canais do receptor e demais erros. A magnitude da distância geométrica é representada por $D_u^i = |\mathbf{R}^i - \mathbf{r}_u|$.

A medida de fase da portadora é obtida a partir da diferença entre as fases do sinal gerado no receptor e a recebida do satélite no instante da medida. O receptor acumula então o número de ciclos que chegam, resultando em uma medida contínua. Uma vez que esta medida somente pode ser obtida após a aquisição do sinal, o número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor permanece desconhecido. A pseudodistância via fase ao i -ésimo satélite GPS, obtida a partir da medida de fase da portadora, pode ser dada por:

$$\phi_u^i = |\mathbf{R}^i - \mathbf{r}_u| + (b_u - B^i) + (T_u^i - I_u^i) + \lambda a_u^i + \epsilon_{u,\phi}^i \quad (2.4)$$

onde a_u^i é um número inteiro de comprimentos de onda (ambiguidade), λ é o com-

primento de onda do sinal, I_u^i muda de sinal em relação à medida via código (avanço de fase) e o ruído $\epsilon_{u,\phi}^i$ tem magnitude muito menor que a medida de código.

2.7 Métodos de posicionamento por GNSS

Existem alguns métodos para melhorar a precisão da solução de navegação, se comparado ao posicionamento absoluto, dentre as quais pode-se citar o posicionamento absoluto, GPS diferencial (DGPS), posicionamento relativo e *Wide Area Augmentation System* (WAAS).

2.7.1 Posicionamento absoluto ou por ponto

O posicionamento absoluto ou por ponto simples refere-se à técnica de posicionamento que utiliza apenas as observações de pseudodistância obtidas do código civil e os valores dos parâmetros orbitais transmitidos nas mensagens de navegação.

O Posicionamento por Ponto Preciso (*Precise Point Positioning*, PPP) utiliza dados orbitais e de relógio precisos, como os fornecidos pelo IGS (*International GNSS Service*), e medidas de pseudodistância e fase da portadora em dupla frequência, podendo reduzir consideravelmente os efeitos da refração ionosférica, a partir do uso de combinação linear adequada, bem como dados de simples frequência. O PPP pode fornecer solução de posicionamento com precisão submétrica (MONICO, 2000; CHEN, 2004).

2.7.2 GPS diferencial

O GPS diferencial é uma técnica que aumenta significativamente a precisão do usuário, removendo erros comuns aos receptores. O princípio básico consiste em posicionar um receptor GPS num local fixo, comumente denominado de base, onde as suas coordenadas são conhecidas. A base é então capaz de determinar os erros referentes a cada satélite visível e transmiti-los a um receptor usuário. Trata-se portanto de um princípio de posicionamento por ponto onde os erros da posição da base são integralmente transferidos ao usuário, para que este possa efetuar as devidas correções. A Figura 2.2 mostra o conceito de GPS diferencial.

2.7.3 Posicionamento relativo

No posicionamento relativo, a diferença de posição de um receptor com relação a outro é determinada. Para isso, constrói-se novos observáveis combinando-se as

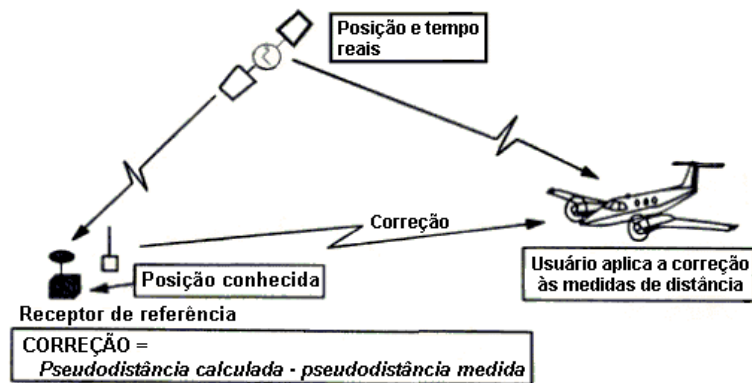


Figura 2.2 - Conceito de GPS diferencial.

Fonte: Parkinson e Spilker (1996)

medidas dos receptores. Conhecendo-se a posição de um receptor, pode-se determinar a posição do outro, uma vez que a solução é a diferença de posição entre eles.

2.7.4 Sistemas aumentados

O sistema WAAS (*Wide Area Augmentation System*) é baseado em uma rede de 25 estações terrestres com posições precisamente conhecidas distribuídas pelos Estados Unidos. Estas estações coletam sinais, determinam o erro do sinal GPS e transmitem a satélites geostacionários. Usuários capazes de receber os sinais WAAS tem seu erro reduzido da ordem de 10 m para cerca de 3 m. A Europa possui um sistema semelhante, conhecido como EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service*), assim como o Japão (*Multi-functional Satellite Augmentation System*, MSAS) e Índia (*GPS Aided GEO Augmented Navigation*, GAGAN).

2.8 Fontes de erros

As medidas de um sistema GNSS são afetadas por erros provenientes dos componentes do sistema, como satélite (erros orbital e de relógio), propagação (erros da ionosfera e troposfera) e do receptor (multicaminho, ruído interno). Estes erros estão brevemente descritos a seguir.

2.8.1 Erro orbital

Durante o processo de posicionamento, é necessário conhecer a posição dos satélites. Esta posição é expressa a partir de um conjunto de 15 parâmetros orbitais trans-

mitidos pelo satélite (Tabela 2.1). Estes parâmetros, mais um tempo de referência, formam o conjunto de efemérides na mensagem de navegação do satélite, e devem ser propagados através de um modelo gravitacional para um tempo futuro. Assim, o erro orbital é constituído pela imprecisão das efemérides calculadas e pelo erro de propagação devido à imprecisão do modelo gravitacional usado na propagação da posição. Este erro cresce com o tempo, e por isso, as efemérides são atualizadas a cada 2 horas. O valor típico do erro RMS das efemérides GPS é de 2 m (MONICO, 2008).

Tabela 2.1 - Elementos do conjunto de efemérides transmitidas pelo satélite GPS.

Parâmetros	Descrição
t_{oe}	Tempo de referência das efemérides
\sqrt{a}	Raiz quadrada do semi-eixo maior
e	Excentricidade
i_0	Inclinação no t_{oe}
Ω_0	Longitude do nodo ascendente no t_{oe}
ω	Argumento do perigeu
M_0	Anomalia média no t_{oe}
Δn	Correção do movimento médio
\dot{i}	Varição temporal da inclinação
$\dot{\Omega}$	Varição temporal da ascensão reta
$C_{uc}; C_{us}$	Amplitude do termo harmônico de correção do argumento de latitude
$C_{ic}; C_{is}$	Amplitude do termo harmônico de correção da inclinação da órbita
$C_{rc}; C_{rs}$	Amplitude do termo harmônico de correção do raio orbital

Fonte: Adaptada de Monico (2008).

As técnicas de posicionamento relativo podem praticamente eliminar os erros orbitais, pois estes se tornam puramente geométricos e podem ser representados pela relação (WELLS et al., 1999):

$$\delta b = b \frac{\delta r}{r} \quad (2.5)$$

onde δb é o erro na linha de base, b é o comprimento da linha de base, δr é o erro na posição do satélite e r é a distância entre o satélite e o receptor (aproximadamente 20.000 km). Assim, para uma linha de base da ordem de 10 km, o erro orbital seria da ordem de 1 mm.

2.8.2 Erro do relógio

Os satélites possuem relógios atômicos que, embora altamente precisos, apresentam algum desvio com relação ao tempo de referência do sistema GPS. O valor deste desvio é parte da mensagem de navegação dos satélites, na forma de coeficientes de um polinômio, dado por:

$$B^i = a_0 + a_1(t_{SV} - t_{oc}) + a_2(t_{SV} - t_{oc})^2 + \Delta t_R \quad (2.6)$$

onde t_{SV} é o tempo de referência do satélite, t_{oc} é o tempo de referência do relógio, a_0, a_1, a_2 são parâmetros de correção e Δt_R é uma correção devido a efeitos relativísticos no relógio.

O desvio do relógio do receptor é normalmente estimado como uma variável a mais, na solução de navegação. Técnicas de posicionamento relativo eliminam ambos os desvios, do satélite e do receptor, se forem utilizadas medidas de dupla diferenças.

2.8.3 Erros ionosféricos

A ionosfera é uma região da atmosfera situada entre 50 a 1500 km de altitude acima da superfície da Terra que contém plasma ionizado. Os elétrons livres provenientes desta ionização causam um atraso na propagação do sinal com relação à sua velocidade no vácuo. O atraso ionosférico depende do conteúdo total de elétrons (TEC, *Total Electron Content*) ao longo do caminho do sinal e da frequência usada. O TEC é função do fluxo solar, atividade magnética da Terra, hora local, estação do ano e posição do usuário. As medidas de código e fase são afetadas de maneira diferente pela ionosfera. As medidas de código são atrasadas pela ionosfera, enquanto que as medidas de fase são adiantadas pela mesma quantidade.

O erro ionosférico é dependente da frequência do sinal. Desse modo, este erro pode ser estimado e removido utilizando-se medidas em duas frequências. A mensagem de navegação do satélite inclui um modelo de correção, para ser usado em situações nas quais apenas uma frequência é medida, que corrige até 50% do erro RMS. Para receptores que não estão muito distantes entre si (até 50 km), o caminho de propagação do sinal é similar (MONICO, 2008). Desse modo, o erro ionosférico pode ser reduzido através de técnicas de posicionamento relativo.

2.8.4 Erros troposféricos

A região mais baixa da atmosfera, chamada troposfera, está situada da superfície terrestre até cerca de 40 km de altitude. Esta porção mais densa causa a refração do sinal, diminuindo a velocidade de propagação e aumentando o comprimento do trajeto. Diferentemente do efeito ionosférico, este efeito não depende da frequência do sinal, mas varia com a pressão, temperatura e umidade relativa.

Este atraso pode ser caracterizado através da influência de dois componentes: o hidrostático (seco) e o úmido. O componente seco se deve principalmente aos gases que compõem a atmosfera, como o oxigênio e nitrogênio. Seu efeito, que corresponde a cerca de 2,3 m no zênite, pode ser previsto com bastante precisão, pois sua variação é pequena, da ordem de 1% em várias horas. O componente úmido corresponde ao vapor de água presente na parte mais baixa da troposfera. Este atraso corresponde a cerca de 10% do efeito troposférico, porém sua variabilidade é bem mais alta que a do componente seco, chegando a 20% em poucas horas (MONICO, 2008).

2.8.5 Multicaminho

O erro de multicaminho ocorre quando o receptor capta o sinal refletido em superfícies próximas, como construções, árvores, superfícies aquáticas entre outras (Figura 2.3). O nível de multicaminho é função da tecnologia do receptor, tipo de antena e do ambiente. Os satélites com baixo ângulo de elevação são mais propensos a causarem o multicaminho.

Os sinais refletidos são atrasados e normalmente mais fracos que o sinal direto, de forma que o erro é dependente da intensidade do sinal e do atraso com relação ao sinal direto. Eles afetam ambas as medidas de código e fase da portadora, mas com magnitudes significativamente diferentes. Erros de multicaminho típicos para medidas de código variam de 1 m a mais de 5 m em ambientes altamente refletivos. Para medidas de fase, os erros tem magnitude de duas ordens de grandeza menores que nas medidas de código.

Em observações estáticas, o multicaminho é não Gaussiano e apresenta oscilações senoidais com período de poucos minutos. Assim, na presença de multicaminho, a resolução das ambiguidades levará um tempo maior, uma vez que o multicaminho varia lentamente no tempo (LOPES et al., 2000).

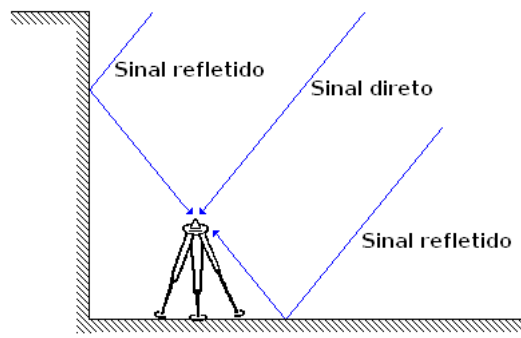


Figura 2.3 - Multicaminho.

3 METODOLOGIAS UTILIZADAS

Este capítulo apresenta os métodos de estimação utilizados (filtro de Kalman e mínimos quadrados) e o modelo de medidas do observável de dupla diferença.

3.1 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um dos estimadores recursivos mais utilizados atualmente devido à facilidade de implementação e utilização em computador. Desde sua formulação por Kalman (1960), ele tem sido utilizado em áreas tão diversificadas como medicina, estatística, economia, engenharia aeroespacial, eletrônica e processamento de sinais entre outras. O filtro de Kalman é um processo multi-estágio que permite considerar erros no modelo da dinâmica, por meio da inclusão de ruídos de estado. O caráter recursivo implica numa economia de memória de armazenamento já que observações podem ser processadas à medida que vão sendo coletadas. Esta característica torna-o ideal para aplicações em tempo real, onde iterações sobre o total de observações não precisam ser realizadas e a convergência é obtida à medida que uma certa quantidade de observações é processada.

O filtro de Kalman processa as medidas e obtém estimativas de estado de maneira recursiva e sequencial. Basicamente, trata-se de um algoritmo contendo uma sequência de propagações (*time update*) e atualizações (*measurement update*) das estimativas do estado do sistema. Na fase de propagação, os valores do estado e da matriz de covariância do erro, no próximo instante de amostragem, são previstos com auxílio de um modelo da dinâmica do sistema, ou seja, são propagados entre os instantes de amostragem. Na fase de atualização as estimativas do estado e da matriz de covariância do erro, propagadas para o instante da observação atual, são refinadas com base no processamento das observações. Esse filtro é um estimador linear, ou seja, supõe-se que as equações de dinâmica e de observações sejam funções lineares do estado (MAYBECK, 1979). Porém, existem técnicas que permitem que o filtro seja usado em problemas não-lineares, como o filtro de Kalman estendido (GELB, 1974; STOVALL, 1997).

A equação da dinâmica, que descreve a evolução do estado no tempo, é modelada pela equação diferencial linear:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\omega \quad (3.1)$$

onde \mathbf{x} é o vetor com n estados, \mathbf{F} é a matriz do sistema $n \times n$ e pode ser função do tempo t , $\boldsymbol{\omega}$ é um vetor de r ruídos brancos da modelagem da dinâmica e \mathbf{G} é uma matriz $n \times r$ de adição de ruído, com

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\omega}(t)] = 0 \quad (3.2)$$

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\omega}(t)\boldsymbol{\omega}(\tau)^T] = \mathbf{Q}(t)\delta(t - \tau) \quad (3.3)$$

O operador $\mathbb{E}[\bullet]$ significa o operador esperança, \mathbf{Q} é a matriz de densidade espectral de potência de $\boldsymbol{\omega}$ e $\delta(t - \tau)$ é a função delta de Dirac.

As observações são geralmente discretas e modeladas pela equação linear discreta no tempo:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\nu}_k \quad (3.4)$$

onde \mathbf{y}_k é um vetor contendo m observações, \mathbf{H}_k é uma matriz $m \times n$ que relaciona o vetor de estado com as observações e $\boldsymbol{\nu}_k$ é uma sequência branca, de dimensão m , que representa o ruído nas medidas, com

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\nu}_k] = 0 \quad (3.5)$$

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\nu}_k\boldsymbol{\nu}_l^T] = \mathbf{R}_k\delta_{kl} \quad (3.6)$$

onde \mathbf{R}_k é a matriz de covariância dos ruídos das medidas e δ_{kl} é a função delta de Kronecker.

Os ruídos da dinâmica $\boldsymbol{\omega}$ e de observação $\boldsymbol{\nu}$ são não-correlacionados entre si e não-correlacionados com o estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ (BROWN; HWANG, 1996), ou seja,

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\omega}(t_k)\boldsymbol{\nu}_k^T] = 0 \quad (3.7)$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}(t_0)\boldsymbol{\nu}_k^T] = 0 \quad (3.8)$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}(t_0)\boldsymbol{\omega}^T(t)] = 0 \quad (3.9)$$

No início do processo, é necessário ter uma estimativa do estado $\hat{\mathbf{x}}_0$ e sua covariância $\hat{\mathbf{P}}_0$. Esse estado inicial e sua covariância são então propagados até o instante da medida através da equação de modelo de dinâmica. O estado $\hat{\mathbf{x}}_k$ e covariância $\hat{\mathbf{P}}_k$ atualizados são formados a partir da combinação dos estado e covariância propagados do instante anterior para o instante atual com as informações das medidas processadas. A estimação dos estados consiste, assim, de duas fases: propagação e

atualização. O método tem, portanto, natureza recursiva e não necessita armazenar as medidas previamente em grandes matrizes, sendo bastante útil para aplicações em tempo real (GELB, 1974; KUGA, 2002).

3.1.1 Propagação

As equações da fase de propagação do instante $k-1$ para o instante k para o estado, através da dinâmica contínua dada na [Equação 3.1](#), são dadas por:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{F}\bar{\mathbf{x}} \quad (3.10)$$

$$\dot{\bar{\Phi}} = \mathbf{F}\bar{\Phi} \quad (3.11)$$

onde $\bar{\Phi}$ é a matriz de transição de estado entre os instantes $k-1$ e k . A *barra* significa estado propagado antes de ser atualizado e o *circunflexo* indica estado atualizado. Estas equações são resolvidas através de algum método de integração numérica, com condições iniciais $\bar{\mathbf{x}}_{k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ e $\bar{\Phi}_{k-1,k-1} = \mathbf{I}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade. A matriz de transição $\bar{\Phi}$ descreve a evolução do erro de estimação entre instantes diferentes. No caso de \mathbf{F} ser constante, a matriz de transição pode ser calculada analiticamente por:

$$\bar{\Phi}_{k-1,k} = e^{\mathbf{F}\delta t} = \mathbf{I} + \mathbf{F}\delta t + \frac{1}{2!}(\mathbf{F}\delta t)^2 + \dots \quad (3.12)$$

onde δt é o intervalo de tempo entre os instantes das medidas (BROWN; HWANG, 1996). Para δt pequeno, o estado pode ser propagado na forma discreta, dada por:

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\Phi}_{k-1,k}\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (3.13)$$

A propagação da matriz de covariância é dada pela equação:

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \bar{\Phi}_{k-1,k}\hat{\mathbf{P}}_{k-1}\bar{\Phi}_{k-1,k}^T + \Gamma_k\mathbf{Q}\Gamma_k^T \quad (3.14)$$

onde $\Gamma_k\mathbf{Q}\Gamma_k^T = \int_{k-1}^k \bar{\Phi}_{k-1,\tau}\mathbf{G}(\tau)\mathbf{Q}(\tau)\mathbf{G}^T(\tau)\bar{\Phi}_{k-1,\tau}^T d\tau$.

3.1.2 Atualização

Após a estimativa do estado e covariância serem propagados até o instante da observação atual k , faz-se a atualização a partir das seguintes equações:

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.15a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k) \quad (3.15b)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k \quad (3.15c)$$

onde \mathbf{K}_k é o ganho de Kalman e \mathbf{R}_k é a matriz de covariância das observações e \mathbf{I} é a matriz identidade.

A Equação 3.15c é susceptível a erros numéricos. A matriz $\hat{\mathbf{P}}_k$ que deve ser definida positiva pode, devido a erros numéricos, perder essa característica. Uma forma mais conveniente proposta para a Equação 3.15c é a forma de Joseph:

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (3.16)$$

válida para um ganho arbitrário \mathbf{K}_k , e em particular para o ganho de Kalman. A justificativa para esta forma é que um erro de primeira ordem no ganho \mathbf{K}_k teria um impacto menor na Equação 3.16.

3.1.3 Filtro estendido de Kalman

Assume-se agora que a dinâmica do estado e as observações são descritas por equações não-lineares com relação ao estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega} \quad (3.17)$$

e

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\nu}_k \quad (3.18)$$

Estas equações devem então ser linearizadas para a utilização no filtro. A linearização é feita através de uma expansão em série de Taylor em torno da melhor estimativa do estado disponível. Assim, linearização da função \mathbf{f} truncada no termo linear fica:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, t) + \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (3.19)$$

Definindo-se os desvios $\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$, $\delta \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, t)$ e $\mathbf{F} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}$ tem-se então:

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \delta \mathbf{x} + \mathbf{G} \boldsymbol{\omega} \quad (3.20)$$

A equação das observações é linearizada expandindo-se \mathbf{h}_k em série de Taylor e truncando no termo linear:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}) + \left[\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \boldsymbol{\nu}_k \quad (3.21)$$

Definindo-se o desvio $\delta \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}_k)$ e $\mathbf{H}_k = \left[\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}$ tem-se a equação das observações linearizada:

$$\delta \mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \delta \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\nu}_k \quad (3.22)$$

Assim, as equações da fase de propagação do estado e da matriz de transição são:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, t) \\ \dot{\hat{\Phi}} &= \mathbf{F} \hat{\Phi} \end{aligned} \quad (3.23)$$

A matriz de covariância é propagada através de:

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \hat{\Phi}_{k-1,k} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \hat{\Phi}_{k-1,k}^T + \Gamma_k \mathbf{Q} \Gamma_k^T \quad (3.24)$$

A fase de atualização então toma a forma (BROWN; HWANG, 1996; KUGA, 2001; KUGA, 2002):

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.25a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}_k)] \quad (3.25b)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k \quad (3.25c)$$

3.2 Mínimos Quadrados

O método de mínimos quadrados é um dos mais tradicionais métodos de estimação de parâmetros. Este método clássico tem grande popularidade entre os especialistas em dinâmica de vôo, navegação, determinação de órbita e atitude, economistas, engenheiros e estatísticos. Sua simplicidade, em conjunto com o fato de ser um dos mais antigos métodos de estimação ótima o torna um dos mais utilizados atualmente. Basicamente, o método resolve, segundo o critério de minimizar a soma dos

quadrados dos resíduos, sistemas do seguinte tipo:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \nu \quad (3.26)$$

onde \mathbf{y} é um vetor de m observações, \mathbf{x} é um vetor de n variáveis a serem estimadas, \mathbf{H} é uma matriz $m \times n$ de coeficientes, e ν é um vetor m -dimensional dos erros de observação. A solução do sistema 3.26 é escolhida de forma a minimizar a função custo J , que consiste na somatória dos erros de observação (resíduos) quadráticos:

$$J = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 = \sum_{j=1}^m \nu^2(j) = \nu^T \nu \quad (3.27)$$

onde $\|\cdot\|$ é a norma ou comprimento euclidiano do vetor, isto é:

$$J = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \quad (3.28)$$

onde T representa transposição do vetor ou da matriz em questão, e $\nu(j)$ representa a j -ésima componente do vetor ν . A solução deve satisfazer as chamadas equações normais:

$$\mathbf{H}^T \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (3.29)$$

Nota-se que quando $m > n$ e \mathbf{H} tem posto (*rank*) n , então $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ é (teoricamente) não singular, de modo que a solução é única:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (3.30)$$

onde $\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}$ é a covariância do erro na estimativa. No caso de haver informação estatística *a priori* para $\hat{\mathbf{x}}_0$ (estado) e \mathbf{P}_0 (covariância), a equação normal torna-se:

$$(\mathbf{P}_0^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{H})\mathbf{x} = \mathbf{P}_0^{-1} \hat{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (3.31)$$

e a solução é:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{P}_0^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{P}_0^{-1} \hat{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{H}^T \mathbf{y}) \quad (3.32)$$

Desde que o ruído da observação e a covariância *a priori* sejam independentes, a covariância do erro é dada por:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{P}_0^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \quad (3.33)$$

Além disso, no caso da função custo ser a norma euclidiana ponderada por uma matriz de peso \mathbf{W} , em conjunto com a informação *a priori*, isto é:

$$\begin{aligned} J &= \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_{\mathbf{W}}^2 + \|\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{W} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) + (\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x})^T \mathbf{P}_0^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

a minimização da função custo produz:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \hat{\mathbf{P}} (\mathbf{P}_0^{-1} \hat{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{y}) \\ \hat{\mathbf{P}} &= (\mathbf{P}_0^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ é a estimativa final e $\hat{\mathbf{P}}$ a matriz de covariância do erro.

3.2.1 Mínimos quadrados para sistemas não-lineares

Neste caso, as medidas são modeladas como funções não-lineares dos parâmetros a serem estimados:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \nu \quad (3.36)$$

onde $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ é uma função não-linear do estado \mathbf{x} . A linearização em torno de uma referência $\bar{\mathbf{x}}$ resulta em:

$$\mathbf{y} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{H} \delta \mathbf{x} + \nu \quad (3.37)$$

onde $\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$ e \mathbf{H} é uma matriz de derivadas parciais calculada em torno de $\bar{\mathbf{x}}$:

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \quad (3.38)$$

A solução para o sistema linearizado, após a inclusão da informação *a priori* e ponderação dos resíduos, é dada por:

$$\begin{aligned} \delta \hat{\mathbf{x}} &= \hat{\mathbf{P}} (\mathbf{P}_0^{-1} \delta \mathbf{x}_0 + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \delta \mathbf{y}) \\ \hat{\mathbf{P}} &= (\mathbf{P}_0^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde $\delta \mathbf{x}_0 = \hat{\mathbf{x}}_0 - \bar{\mathbf{x}}$, $\delta \mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}})$, $\delta \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{x}}$ é a estimativa dos parâmetros.

3.2.2 Aplicação de transformações ortogonais na resolução de mínimos quadrados

A resolução das equações normais deve necessariamente inverter uma matriz $n \times n$. É sabido que essas inversões são uma fonte potencial de erros numéricos principalmente quando a matriz é quase singular. No entanto, a literatura já contém inúmeros trabalhos que visam a melhorar o desempenho numérico do método de resolução (LAWSON; HANSON, 1974; BIERMAN, 1977). Neste particular, uma abordagem bastante popular para resolução de problemas de mínimos quadrados é através de técnicas de triangularização de matrizes. Uma vez obtida a triangularização da matriz \mathbf{H} , o problema de mínimos quadrados é imediatamente resolvido. Pode-se reescrever a Equação 3.34 como:

$$\begin{aligned} J &= \|\mathbf{W}^{1/2}(\delta\mathbf{y} - \mathbf{H}\delta\mathbf{x})\|^2 + \|\mathbf{S}_0^{1/2}(\delta\mathbf{x}_0 - \delta\mathbf{x})\|^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0^{1/2}\delta\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{W}^{1/2}\delta\mathbf{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0^{1/2} \\ \mathbf{W}^{1/2}\mathbf{H} \end{bmatrix} \delta\mathbf{x} \right\|^2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde $\mathbf{S}_0 = \mathbf{P}_0^{-1}$.

Dado que \mathbf{H} é de ordem $m \times n$, com $m > n$, seja \mathbf{T} uma matriz $m \times m$ ortogonal que triangulariza \mathbf{H} :

$$\mathbf{TH} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow n \times n \\ \leftarrow (m-n) \times n \end{matrix}, \quad \mathbf{Ty} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow n \times 1 \\ \leftarrow (m-n) \times 1 \end{matrix} \quad (3.41)$$

onde \mathbf{H}_1 é triangular superior (resultado da triangularização).

Como a multiplicação por matrizes ortogonais não altera a norma, pode-se escrever a Equação 3.40 como:

$$\begin{aligned} J &= \left\| \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0^{1/2}\delta\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{W}^{1/2}\delta\mathbf{y} \end{bmatrix} - \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0^{1/2} \\ \mathbf{W}^{1/2}\mathbf{H} \end{bmatrix} \delta\mathbf{x} \right\|^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \delta\mathbf{y}_1 \\ \delta\mathbf{y}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \delta\mathbf{x} \right\|^2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Desse modo, tem-se que:

$$J = \|\delta\mathbf{y}_1 - \mathbf{H}_1\mathbf{x}\|^2 + \|\delta\mathbf{y}_2\|^2 \quad (3.43)$$

e cujo mínimo vale $J = \|\delta\mathbf{y}_2\|^2$. A solução, se obtida pelo desenvolvimento descrito, é a solução de mínimos quadrados. Notar que, na [Equação 3.43](#), a solução $\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}_1^{-1}\delta\mathbf{y}_1$ não necessita da inversa explícita de \mathbf{H}_1 , pois esta é triangular superior. A solução $\delta\hat{\mathbf{x}}$ é obtida por substituição regressiva. Uma das formas reconhecidamente eficiente e precisa de triangularização existentes é a transformação (ou ortogonalização) de Householder. A transformação de Householder triangulariza as matrizes via transformações ortogonais, e é baseada em reflexões de vetores em planos convenientes.

Este método é iterativo, uma vez que a estimativa atual $\hat{\mathbf{x}}$ pode ser usada como uma nova referência ([KUGA, 1989](#)):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \bar{\mathbf{x}} + \delta\hat{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{x}} &= \hat{\mathbf{x}} \quad \text{para a próxima iteração} \end{aligned}$$

3.3 Combinação de medidas

3.3.1 Simples diferença

A observável chamada *simples diferença* é formada tomando-se a diferença das medidas em dois receptores em uma mesma época. A simples diferença para a medida da fase é dada por:

$$\begin{aligned} \phi_{ub}^i &= \phi_u^i - \phi_b^i \\ &= (D_u^i - D_b^i) + (b_u - b_b) + (T_u^i - T_b^i) - (I_u^i - I_b^i) + \lambda(a_u^i - a_b^i) + (\epsilon_{u,\phi}^i - \epsilon_{b,\phi}^i) \\ &= D_{ub}^i + b_{ub} + T_{ub}^i - I_{ub}^i + \lambda a_{ub}^i + \epsilon_{ub,\phi}^i \end{aligned} \quad (3.44)$$

onde $(\bullet)_{ub} = (\bullet)_u - (\bullet)_b$.

O termo de desvio do relógio do satélite B^i , que é comum às duas medidas, é cancelado. Os termos troposférico e ionosférico são diferenças dos desvios correspondentes nos dois receptores. A magnitude destes termos depende principalmente da distância de separação dos receptores (linha de base).

Considerando que a linha de base é menor que a distância entre o receptor e o satélite por ordens de magnitude, pode-se obter a seguinte relação (MISRA; ENGE, 2001), com base na Figura 3.1:

$$D_{ub}^i = D_u^i - D_b^i = \mathbf{1}_b^i \cdot \mathbf{x}_{ub} \quad (3.45)$$

onde $\mathbf{1}_b^i$ é um vetor unitário no sentido da base para o satélite i e $\mathbf{x}_{ub} = [\delta x \quad \delta y \quad \delta z]^T$ é a linha de base que une os receptores.

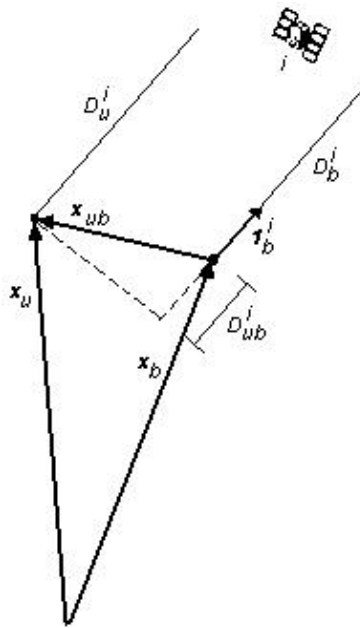


Figura 3.1 - Geometria de uma observação de simples diferença.
Fonte: Misra e Enge (2001)

3.3.2 Dupla diferença

O termo do desvio de relógio relativo b_{ub} é comum a todas as medidas de simples diferença de todos os satélites em cada época. Este termo pode então ser eliminado através de medidas de *dupla diferença*, que são formadas através da subtração de duas simples diferenças relativos a dois satélites distintos i e j .

$$\phi_{ub}^{ij} = \phi_{ub}^i - \phi_{ub}^j \quad (3.46)$$

Analogamente a [Equação 3.44](#) tem-se

$$\phi_{ub}^{ij} = D_{ub}^{ij} + T_{ub}^{ij} - I_{ub}^{ij} + \lambda a_{ub}^{ij} + \epsilon_{ub,\phi}^{ij} \quad (3.47)$$

onde $(\bullet)_{ub}^{ij} = (\bullet)_{ub}^i - (\bullet)_{ub}^j$. Em particular, ϕ_{ub}^{ij} pode ser formado por:

$$\phi_{ub}^{ij} = \phi_u^i - \phi_b^i - \phi_u^j + \phi_b^j \quad (3.48)$$

A partir da [Equação 3.45](#), a [Equação 3.47](#) pode ser reescrita em função da linha de base entre os receptores, na forma:

$$\phi_{ub}^{ij} = (\mathbf{1}_b^i - \mathbf{1}_b^j) \cdot \mathbf{x}_{ub} + T_{ub}^{ij} - I_{ub}^{ij} + \lambda a_{ub}^{ij} + \epsilon_{ub,\phi}^{ij} \quad (3.49)$$

Quando a distância entre os receptores for pequena (até 10 km), os resíduos ionosférico e troposférico se tornam pequenos em comparação com os erros devido ao multicaminho e ruídos do receptor ([MISRA; ENGE, 2001](#)). Desse modo, para uma linha de base pequena, a medida de dupla diferença ([Equação 3.49](#)) se reduz à:

$$\phi_{ub}^{ij} = (\mathbf{1}_b^i - \mathbf{1}_b^j) \cdot \mathbf{x}_{ub} + \lambda a_{ub}^{ij} + \epsilon_{ub,\phi}^{ij} \quad (3.50)$$

Se forem visíveis m satélites simultaneamente, então há $(m - 1)$ medidas de dupla diferença linearmente independentes que podem ser formadas, tomando um dos satélites como mestre (M). Colocando a [Equação 3.50](#) na forma matricial, tem-se:

$$\phi = \mathbf{B}\mathbf{x}_{ub} + \lambda\mathbf{a} + \epsilon \quad (3.51)$$

onde $\phi = \begin{bmatrix} \phi_{ub}^{M1} \\ \vdots \\ \phi_{ub}^{Mm-1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_b^M - \mathbf{1}_b^1 \\ \vdots \\ \mathbf{1}_b^M - \mathbf{1}_b^{m-1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{ub}^{M1} \\ \vdots \\ a_{ub}^{Mm-1} \end{bmatrix}$ e ϵ é o vetor contendo os erros das medidas de dupla diferença.

Portanto, o usuário remoto dispõe agora da [Equação 3.51](#) para resolver o problema, dadas as suas medidas de dupla diferença ϕ coletadas. O processo de solução é iterativo e, dada uma condição inicial de posição do usuário obtém-se convergência por algum dos métodos tradicionais, porém codificados de forma robusta numericamente. Neste ponto existe margem para proposta de algoritmos de solução de ambiguidades e detecção de perdas de ciclos, que serão devidamente investigados.

4 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE AMBIGUIDADE

4.1 Técnica de Resolução de ambiguidades por Mínimos Quadrados (LSAST)

O algoritmo LSAST (*Least-Squares Ambiguity Solution Technique*) é geralmente usado como uma computação *off-line* para obter o valor das ambiguidades na inicialização ou quando o número de satélites cai temporariamente para um número menor que quatro. Sempre que o número de satélites é de cinco ou mais, este algoritmo pode ser executado em paralelo a outro para detectar perdas de ciclos (HATCH, 1990).

Uma maior eficiência de processamento pode ser obtida separando os satélites em dois grupos. O primeiro grupo, formado por quatro satélites, é usado para gerar um conjunto de soluções em potencial que estão dentro de uma região de incerteza. Os satélites restantes formam um grupo secundário e são usados para eliminar as soluções que não estão de acordo com as medidas deste segundo grupo.

A escolha do grupo primário pode ser feita através do GDOP (*Geometric dilution of precision*). O GDOP descreve a influência da configuração geométrica de satélite GPS, em precisão. Um baixo valor do GDOP representa uma melhor precisão no posicionamento GPS, devido a uma maior separação angular entre os satélites. A escolha de satélites com baixo GDOP levará a uma busca com menos soluções em potencial. Porém, o GDOP não pode ser tão baixo a ponto de a incerteza na posição incluir mais de uma solução para as medidas do grupo secundário. O procedimento então é selecionar os satélites do grupo primário que tenham um GDOP razoável.

4.1.1 Soluções em potencial

As equações diretas das soluções em potencial para os quatro satélites do primeiro grupo são:

$$\begin{bmatrix} \phi^1 + a^1 \\ \phi^2 + a^2 \\ \phi^3 + a^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_i^1 & C_j^1 & C_k^1 \\ C_i^2 & C_j^2 & C_k^2 \\ C_i^3 & C_j^3 & C_k^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde ϕ é a medida de fase, a é a ambiguidade, C representa os cossenos diretores dos satélites, δx , δy e δz são as correções da posição estimada, os subscritos i , j e k se referem às direções x , y e z e os sobrescritos se referem aos satélites.

A Equação 4.1 escrita na forma matricial é:

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{B}_p \mathbf{b}_p \quad (4.2)$$

onde \mathbf{y} é o vetor de medidas, \mathbf{B} é a matriz de cossenos diretores, \mathbf{b} é o vetor de soluções e o subscrito $_p$ se refere ao grupo primário de satélites.

A solução para \mathbf{b}_p é:

$$\mathbf{b}_p = \mathbf{B}_p^{-1} \mathbf{y}_p \quad (4.3)$$

Mas para todas as soluções em potencial correspondentes a todas as diferentes escolhas de \mathbf{y} , o valor da matriz inversa não se altera. Isto permite as soluções em potencial serem geradas como uma soma de três vetores base:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1^T &= [1 \ 0 \ 0] \\ \mathbf{y}_2^T &= [0 \ 1 \ 0] \\ \mathbf{y}_3^T &= [0 \ 0 \ 1] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Usando os vetores base da Equação 4.4 na Equação 4.3, tem-se as soluções:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1 &= \mathbf{B}_p^{-1} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{b}_2 &= \mathbf{B}_p^{-1} \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{b}_3 &= \mathbf{B}_p^{-1} \mathbf{y}_3 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Como o vetor de medidas geral é dado por:

$$\mathbf{y}_p^T = [\alpha \ \beta \ \gamma] \quad (4.6)$$

Com as soluções das Equações 4.5, a solução para a medida dada por Equação 4.6 é:

$$\mathbf{b}_p = \alpha \mathbf{b}_1 + \beta \mathbf{b}_2 + \gamma \mathbf{b}_3 \quad (4.7)$$

Fazendo os valores de α , β e γ variarem em *loops*, pode-se gerar um conjunto de soluções em potencial cobrindo um amplo volume do espaço.

4.1.2 Eliminando as soluções em potencial incorretas

A fim de eliminar o armazenamento de informação desnecessária, o segundo grupo de um ou mais satélites pode ser usado. Aquelas que não estiverem de acordo com as medidas adicionais do segundo grupo podem ser eliminadas.

Primeiramente, os vetores de inovações para o grupo de satélites secundário devem ser calculados:

$$\mathbf{Y}_s = \mathbf{y}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{b}_p \quad (4.8)$$

onde \mathbf{Y} é o vetor de inovações e o subscrito s se refere ao grupo secundário de satélites. Se existem por exemplo seis satélites no total, o grupo secundário terá dois satélites, logo \mathbf{Y}_s será um vetor de dois elementos, assim como \mathbf{y}_s . As inovações correspondentes ao grupo primário são zero.

$$\Delta \mathbf{b} = (\mathbf{B}_c \mathbf{B}_c^T)^{-1} \mathbf{B}_c^T \mathbf{Y}_s = \mathbf{C} \mathbf{Y}_s \quad (4.9)$$

onde o subscrito c se refere ao conjunto completo de satélites.

Os resíduos são necessários a fim de quantificar a qualidade das soluções. O resíduo R é dado por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Y}_c - \mathbf{B}_c^T \Delta \mathbf{b} \quad (4.10)$$

O vetor \mathbf{Y}_c é o vetor de inovações do grupo secundário \mathbf{Y}_s , acrescidos de três zeros nos elementos correspondentes às inovações do grupo primário.

A variância estimada é usada para medir a qualidade da solução em potencial:

$$q = \frac{\mathbf{R}^T \mathbf{R}}{m - 3} \quad (4.11)$$

onde m é o número total de medidas de duplas diferenças.

Somente as soluções em potencial com q maior que um certo valor são retidas como solução em potencial.

Quanto maior o número de satélites, maior a probabilidade de restar apenas uma solução que está de acordo com todas as medidas. Além do mais, mesmo que tenha mais de uma solução, apenas a solução real se repetirá quando a geometria dos

satélites mudar.

4.2 O método LAMBDA

O método LAMBDA (*Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*) é um procedimento para estimação inteira de ambiguidades nas medidas de fase da portadora. Após a aplicação de uma transformação de decorrelação, um ajuste sequencial é feito nas ambiguidades. Como resultado, são obtidas estimativas inteiras por mínimos quadrados para as ambiguidades. Este método foi introduzido em Teunissen (1993) e Teunissen (1994). Os trabalhos de de Jonge et al. (1996) e de Jonge e Tiberius (1996) mostram aspectos de implementação computacional e redução do espaço de busca das ambiguidades.

As equações de observação são um modelo apropriado para linhas de base curtas. As observações de dupla diferença linearizadas são dadas pelo sistema de equações:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{b} + \epsilon \quad (4.12)$$

onde \mathbf{y} é o vetor de dupla diferenças observadas menos computadas, \mathbf{a} é o vetor de ambiguidades inteiras de dupla diferença, \mathbf{b} é o vetor que contém os incrementos da linha de base, \mathbf{A} e \mathbf{B} são matrizes de projetos para as ambiguidades e linha de base e ϵ é um vetor de erros não modelados.

O método LAMBDA toma como ponto de partida a Equação 4.12, usando como estimador o método de mínimos quadrados para obter \mathbf{a} e \mathbf{b} . O critério de minimização para resolver a Equação 4.12 é:

$$\min_{\mathbf{b}, \mathbf{a}} \|\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{a}\|_{\mathbf{P}_y^{-1}}^2, \quad \text{com } \mathbf{b} \in \mathbb{R}^r \text{ e } \mathbf{a} \in \mathbb{Z}^m \quad (4.13)$$

onde $\|\cdot\|_{\mathbf{P}_y^{-1}}^2 = (\cdot)^T \mathbf{P}_y^{-1} (\cdot)$ e \mathbf{P}_y é a matriz de covariâncias dos observáveis de dupla diferença. O número de ambiguidades m é igual ao número de satélites menos um, vezes o número de frequências usadas, e o número de componentes da linha de base r é três, para o caso dos receptores estacionários ou múltiplos de três quando um receptor estiver em movimento.

Nota-se que a Equação 4.13 é um problema de minimização com restrição, dado que $\mathbf{a} \in \mathbb{Z}^m$. Assim, a Equação 4.13 é um problema de mínimos quadrados inteiros. Este problema é resolvido em dois passos. O primeiro passo, ou solução real, consiste em

resolver a Equação 4.13 com $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m$ por meio de um método de mínimos quadrados comum. Como resultado tem-se uma estimativa $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ reais. O segundo passo, ou solução inteira, consiste em resolver o problema de minimização:

$$\min_{\mathbf{a}} \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}}^2, \quad \text{com } \mathbf{a} \in \mathbb{Z}^m \quad (4.14)$$

seguida de uma correção da estimativa da linha de base $\hat{\mathbf{b}}$ pela diferença entre $\hat{\mathbf{a}}$ e o resultado da minimização 4.14.

4.2.1 Solução inteira

O segundo problema consiste na minimização de 4.14, resultando em uma estimativa inteira do vetor de ambiguidades $\tilde{\mathbf{a}}$. Neste passo é utilizado o método LAMBDA (TEUNISSEN, 1993). As duas propriedades principais deste método são:

- descorrelação das ambiguidades, realizada através de uma reparametrização (transformação-Z);
- a estimação das ambiguidades.

Com a transformação-Z, as ambiguidades e sua matriz de covariâncias são transformadas de acordo com:

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}^T \mathbf{a} \quad \text{e} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{z}} = \mathbf{Z}^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{Z} \quad (4.15)$$

A minimização em si é realizada em cima das ambiguidades transformadas. A minimização 4.14 consiste em uma procura em pontos dentro do volume de um hiper-elipsóide m -dimensional:

$$(\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}) \leq \chi^2 \quad (4.16)$$

O volume do elipsóide e o número de candidatas pode ser controlado ajustando o valor de χ^2 . As entradas para a estimação inteira da ambiguidade são as ambiguidades reais $\hat{\mathbf{a}}$ e $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}$, que pode ser expandido tal que

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} = \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{L}^T \quad (4.17)$$

onde \mathbf{D} é diagonal e \mathbf{L} é triangular inferior. Antes da estimação, as ambiguidades são descorrelacionadas pela transformação-Z:

$$\begin{array}{ccc}
\mathbf{D}^{-1} & & \mathbf{Z} \text{ ou } \mathbf{Z}^T \\
\mathbf{L}^{-1} \rightarrow \text{Transformação-Z} \rightarrow & & \tilde{\mathbf{D}}^{-1} \\
\hat{\mathbf{a}} & & \tilde{\mathbf{L}}^{-1} \\
& & \hat{\mathbf{z}}
\end{array} \quad (4.18)$$

tal que $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} = \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{L}}^T$. A minimização é então realizada sobre as ambiguidades transformadas. A saída consiste de $\check{\mathbf{z}}$, que pode ser transformada de volta ao conjunto original:

$$\check{\mathbf{a}} = \mathbf{Z}^{-T}\check{\mathbf{z}} \quad (4.19)$$

A norma entre o valor real $\hat{\mathbf{a}}$ e o valor inteiro $\check{\mathbf{a}}$, dado por:

$$t(\check{\mathbf{a}}) = \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}\|_{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}}^2 \quad (4.20)$$

pode ser usado para validação dos resultados obtidos.

A estimativa de $\check{\mathbf{b}}$ é obtida através de

$$\check{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}}\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}) \quad (4.21)$$

e sua matriz de covariâncias $\mathbf{P}_{\check{\mathbf{b}}}$ é calculada por:

$$\mathbf{P}_{\check{\mathbf{b}}} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{b}}} - \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}}\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{b}}} \quad (4.22)$$

As estimativas $\check{\mathbf{b}}$ e $\check{\mathbf{a}}$ são a solução da minimização 4.13.

4.2.2 Estimação condicional sequencial por mínimos quadrados

Não há nenhuma técnica padrão para resolver Equação 4.14. Desse modo é realizada uma busca discreta. Uma região elipsoidal no \mathbb{R}^m é tomada como base, na qual a busca é executada:

$$(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}) \leq \chi^2 \quad (4.23)$$

Com a decomposição \mathbf{LDL}^T da matriz $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}$, expandindo a Equação 4.23 tem-se:

$$\sum_{i=1}^m d_i \left[(a_i - \hat{a}_i) - \sum_{j=i+1}^m l_{ji}(a_j - \hat{a}_j) \right]^2 \leq \chi^2 \quad (4.24)$$

A Equação 4.24 é apenas um desenvolvimento algébrico de 4.23. A busca pode ter uma interpretação estatística: ajuste sequencial condicional. O termo entre os colchetes é a diferença entre a_i e $\hat{a}_{i|i+1, \dots, m}$ e a Equação 4.24 pode ser reescrita como:

$$\sum_{i=1}^m \frac{(a_i - \hat{a}_{i|i+1, \dots, m})^2}{\sigma_{\hat{a}_{i|i+1, \dots, m}}^2} \leq \chi^2 \quad (4.25)$$

onde $d_i^{-1} = \sigma_{\hat{a}_{i|i+1, \dots, m}}^2$. A estimativa condicional $\hat{a}_{i|i+1, \dots, m}$ é a estimativa para a_i condicionada com a_j com $j = i+1, \dots, m$. A estimativa condicional para a ambiguidade i é:

$$\hat{a}_{i|i+1, \dots, m} = \hat{a}_i - \sum_{j=i+1}^m l_{ji}(a_j - \hat{a}_j) \quad (4.26)$$

A Equação 4.26 mostra que o condicionamento em a_j para $j = i+1, \dots, m$ afeta a estimativa de a_i , devido à correlação entre as ambiguidades.

4.2.3 A Transformação-Z

Para explicar o conceito de transformação de decorrelação, decompõe-se a matriz de covariâncias $P_{\hat{\mathbf{a}}}$ em:

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{L}^{-T} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{-1} \quad (4.27)$$

Nota-se que esta equação corresponde à inversa da decomposição **LDL** de $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}$, a qual é obtida da fatoração de Cholesky (Equação 4.17). O princípio da decorrelação é encontrar uma matriz \mathbf{Z} que é uma aproximação inteira da matriz \mathbf{L} . Se for possível encontrar uma matriz inteira \mathbf{Z} que preenche os requisitos em Teunissen (1995) e que é exatamente igual a \mathbf{L} , tem-se (Equação 4.15):

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{Z}^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^T \mathbf{L}^{-T} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{-1} \mathbf{Z} = \mathbf{D}^{-1} \quad (4.28)$$

As ambiguidades transformadas $\hat{\mathbf{z}}$ são completamente decorrelacionadas e sua minimização se reduz a simples arredondamento dos valores reais estimados. Na prática, uma completa decorrelação não será possível devido à restrição inteira. O resultado

do processo de decorrelação é a matriz \mathbf{Z} , $m \times m$. A estimativa $\hat{\mathbf{z}}$ vem de $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{a}}$. Os fatores da matriz de covariâncias foram transformados tal que:

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}} = \tilde{\mathbf{L}}^{-T} \tilde{\mathbf{D}}^{-1} \tilde{\mathbf{L}}^{-1} \quad (4.29)$$

O problema (4.14) foi então transformado na minimização:

$$\min_{\mathbf{z}} \|\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}\|_{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1}}^2, \quad \text{com } \mathbf{z} \in \mathbb{Z}^m \quad (4.30)$$

4.3 O Método FASF: *Fast Ambiguity Search Filter*

Esta técnica, conhecida como FASF (*Fast Ambiguity Search Filter*), possui esforço computacional e número de observações requeridas reduzidos para resolver as ambiguidades. Isto habilita este método para ser testado em situações nas quais as ambiguidades devem ser resolvidas em tempo real (CHEN, 1993; CHEN, 1994).

O espaço de busca de cada ambiguidade é determinado recursivamente e sequencialmente atualizando as restrições. Aqui, as ambiguidades são arranjadas em uma série. Para calcular o espaço de busca de uma ambiguidade na série, a ambiguidade inteira à sua esquerda (assumindo que estão arranjadas da esquerda para a direita) é assumida conhecida. Assim, um processo recursivo pode ser aplicado e as restrições são atualizadas calculando as faixas de incerteza para as ambiguidades de a_1 a a_m . As ambiguidades são buscadas a cada época, começando da primeira época, até que possam ser resolvidas. Uma vez resolvidas, elas são retiradas do vetor de estados.

Assumindo a série de ambiguidades como $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$, os espaços de busca para as ambiguidades são calculados de a_1 a a_m , onde m é o número de parâmetros de ambiguidades. O espaço de busca dos possíveis inteiros para a ambiguidade a_i é calculado para cada conjunto inteiro específico a_1, a_2, \dots, a_{i-1} . Nesse cálculo, os valores a_1, a_2, \dots, a_{i-1} são tratados como corretos, enquanto que a_i, a_{i+1}, \dots, a_m são tratados como parâmetros estimados.

O espaço de busca de a_i deve ser igual à faixa máxima de incerteza da estimativa real de a_i (CHEN, 1993):

$$x_{a_i|a_1, a_2, \dots, a_{i-1}} \min \leq a_i \leq x_{a_i|a_1, a_2, \dots, a_{i-1}} \max \quad (4.31)$$

onde $x_{a_i|a_1,a_2,\dots,a_{i-1}min}$ é o valor mínimo possível de a_i se os valores inteiros de a_1, a_2, \dots, a_{i-1} estiverem corretos e $x_{a_i|a_1,a_2,\dots,a_{i-1}max}$ é o valor máximo possível de a_i se os valores inteiros de a_1, a_2, \dots, a_{i-1} estiverem corretos.

Nem todos os conjuntos de ambiguidades inteiras serão incluídos no espaço de busca. Porém, a solução correta será incluída se o espaço for calculado corretamente. Conjuntos incorretos podem ser incluídos no espaço de busca devido à geometria insuficiente, ruídos e informação *a priori* imprecisa.

O algoritmo de busca em vários níveis é descrito abaixo (CHEN, 1994):

Loop 1 – Espaço de busca para a_1 :

- a) O espaço de busca para a_1 é calculado sem restringir as ambiguidades para números inteiros. O valor correto é um número inteiro dentro desta faixa.
- b) Para cada inteiro no espaço de busca, procurar por valores inteiros possíveis para as outras ambiguidades.
- c) Terminar o *loop* quando todos os possíveis inteiros para a_1 forem buscados.

Loop 2 – Espaço de busca para a_2 :

- a) Para cada a_1 inteiro, o espaço de todos os possíveis inteiros para a_2 é calculado como se o valor de a_1 fosse o valor correto. Quando a_1 for o valor correto, o valor correto de a_2 será incluído no espaço de busca.
- b) Se nenhum inteiro estiver no espaço de a_2 , procure o próximo inteiro no *loop* de a_1 .
- c) Vá para o *loop* a_1 , se todas as possibilidades inteiras de a_2 forem varridas.

Loop 3 – Espaço de busca para a_3 :

- a) Similarmente, para cada a_1 e a_2 restringidos a inteiros, calcular o espaço de busca para a_3 . O par específico de a_1 e a_2 é tratado como o correto no cálculo do espaço de busca. Quando o par de a_1 e a_2 estiver correto, o valor correto de a_3 será incluído no espaço de busca.

- b) Para o par a_1 e a_2 , se nenhum inteiro estiver no espaço de a_3 , procure o próximo par de a_1 e a_2 (próximo passo nos *loops* a_1 e a_2).
- c) Vá para o *loop* superior (*loop* a_2), se todas as possibilidades inteiras de a_3 forem varridas.

Loop $i - 1$: Espaço de busca para a_i :

- a) Calcular o espaço de busca para a_i , correspondendo a cada conjunto a_1, \dots, a_{i-1} , restringidos a inteiros.
- b) Se o conjunto inteiro estiver correto e a faixa de busca é apropriada, o valor correto de a_i será incluído no espaço de busca. Se nenhum inteiro for encontrado, procurar no próximo conjunto inteiro de a_1, \dots, a_{i-1} .
- c) Vá para o *loop* superior (*loop* a_{i-1}), se todas as possibilidades inteiras de a_i forem varridas.

Loop $i + 1$ a $m - 1$ – Similar ao *loop* i .

Loop m – Espaço de busca para a_m :

- a) Calcular o espaço de busca para a_m , correspondendo a cada conjunto a_1, \dots, a_{m-1} .
- b) Se nenhum inteiro estiver no espaço de a_m , voltar ao *loop* a_{m-1} e procurar pelo próximo possível inteiro a_{m-1} .
- c) Voltar ao *loop* superior se todos os possíveis inteiros de a_m forem varridos.

Sempre que o número de ambiguidades a_m acumuladas é maior que um certo número, a impossibilidade de resolver a a_m é identificada e as ambiguidades são tratadas como parâmetros a serem estimados.

Se o número acumulado é menor que um certo valor, é feita uma tentativa de resolver as ambiguidades. É realizado um teste de relação (segundo mínimo dividido pelo mínimo). Se o valor for maior que um certo limiar, o conjunto é dado como a solução inteira. No caso de apenas um conjunto, este é tido como a solução. No entanto, se o

número de soluções em potencial é menor que o especificado, mas o teste de relação não é satisfeito, ou se o número acumulado é maior que um certo valor, a solução real é usada. Então o processo é realizado novamente na próxima época.

No último *loop*, são obtidos conjuntos completos de ambiguidades inteiras. Porém, devido à geometria, soluções falsas também podem estar incluídas na faixa de busca. Quanto mais profundo o *loop*, maior a chance de um conjunto de ambiguidades ser rejeitado.

5 PROCESSO DE VALIDAÇÃO DAS AMBIGUIDADES

Um processo de resolução de ambiguidade inteira não pode ser considerado completo sem validar a solução. A estimação ótima das ambiguidades inteiras envolve um mapeamento complexo de estimativas reais em inteiras e deve somente ser aplicada se houver confiança na solução inteira. Assim, é importante ter medidas disponíveis que provêm informações sobre a realização da resolução de ambiguidade (VERHAGEN, 2004).

Neste método, proposto por Wang et al. (1998), as hipóteses nula e alternativa são usadas para testar se a melhor combinação de ambiguidades é significativamente melhor que a segunda melhor combinação. A estatística de teste é construída a partir da diferença entre as formas quadráticas dos resíduos e seus desvios padrão.

As medidas de dupla diferença linearizadas podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{B}\mathbf{b} + \mathbf{A}\mathbf{a} + v \\ \mathbf{P} &= s_0^2\mathbf{Q} = s_0^2\mathbf{W}^{-1} \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde \mathbf{y} é o vetor $n \times 1$ de diferenças entre as medidas de dupla diferença e seus valores calculados, v é o vetor $n \times 1$ de erros aleatórios, n é o número de medidas, \mathbf{a} é o vetor $m \times 1$ de parâmetros de ambiguidades, m é o número de ambiguidades, \mathbf{b} é o vetor $r \times 1$ de todos os outros parâmetros desconhecidos, incluindo posição entre outros, r é o número de parâmetros desconhecidos, exceto ambiguidades, \mathbf{A} e \mathbf{B} são matrizes de projeto para as ambiguidades e outros parâmetros, respectivamente, \mathbf{Q} é a matriz de cofatores, \mathbf{W} é a matriz de pesos e s_0^2 é o fator de variância *a priori*.

Baseado no princípio de mínimos-quadrados ($v^T\mathbf{W}v = \text{mínimo}$), as estimativas dos parâmetros desconhecidos $\hat{\mathbf{x}}$ da Equação 5.1 são:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{C}^T\mathbf{W}\mathbf{y} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} &= (\mathbf{C}^T\mathbf{W}\mathbf{C})^{-1} \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\mathbf{b}} \ \hat{\mathbf{a}}]^T$ e $\mathbf{C} = [\mathbf{B} \ \mathbf{A}]$ e $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ é a matriz de cofatores de $\hat{\mathbf{x}}$, que pode ser representada por:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{b}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Das Equações 5.1, 5.2 e 5.3, os resíduos dos mínimos quadrados podem ser obtidos por:

$$\hat{v} = \mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{Q}_{\hat{v}}\mathbf{W}\mathbf{y} \quad (5.4)$$

onde $\mathbf{Q}_{\hat{v}} = \mathbf{Q} - \mathbf{C}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{C}^T$ é a matriz de cofatores dos resíduos. O cofator da variância *a posteriori* pode ser estimado como:

$$\hat{s}^2 = \frac{\Omega_0}{f} \quad (5.5)$$

onde

$$\Omega_0 = \hat{v}^T\mathbf{W}\hat{v} = \mathbf{y}^T\mathbf{W}\mathbf{Q}_{\hat{v}}\mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{y}^T\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{y}^T\mathbf{W}\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \quad (5.6)$$

e $f = n - m - r$ são os graus de liberdade.

A validade destes modelos depende dos modelos da Equação 5.1 estarem corretos. Para testar se estão corretos, é feita uma comparação entre as variâncias *a posteriori* \hat{s}^2 e *a priori* s_0^2 (SNEDECOR; COCHRAN, 1973; MENDENHALL et al., 2006). Com um nível de significância α_0 , a relação deve ser satisfeita:

$$F(f, \infty; \alpha_0/2) < \frac{\hat{s}^2}{s_0^2} < F(f, \infty; 1 - \alpha_0/2) \quad (5.7)$$

onde $F(f, \infty; \alpha/2)$ e $F(f, \infty; 1 - \alpha_0/2)$ são os limites inferior e superior de uma distribuição F .

5.1 Teste de aceitação de ambiguidades

Com as estimativas reais das ambiguidades $\hat{\mathbf{a}}$ e sua covariância $\hat{s}^2\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$, a janela de busca para as ambiguidades pode ser determinada. Dentro desta janela, existem n_a combinações que podem ser descritas por vetores inteiros \mathbf{K}_i , $i = 1, \dots, n_a$.

Quando um parâmetro de ambiguidade desconhecida \mathbf{a} é assumido ser resolvido por \mathbf{K}_i , do ponto de vista estatístico, é assumido que a restrição

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{K}_i \quad (5.8)$$

é imposta sobre o modelo da Equação 5.1. Na Equação 5.8, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{a} \end{bmatrix}$ e $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$, onde $\mathbf{0}$ é uma matriz $m \times r$ de zeros e \mathbf{I} é uma matriz identidade $m \times m$.

Sob a restrição da Equação 5.8, a estimativa dos parâmetros desconhecidos da Equação

ção 5.1 e sua matriz de cofatores são:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_i &= \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{H}^T)^{-1}(\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_i) \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_i} &= \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{H}^T)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\end{aligned}\quad (5.9)$$

A forma quadrática dos resíduos pode ser calculada por:

$$\Omega_i = \Omega_0 + \Omega_{\mathbf{K}_i} \quad (5.10)$$

onde

$$\Omega_{\mathbf{K}_i} = (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_i)^T(\mathbf{H}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{H}^T)^{-1}(\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_i) = (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{K}_i)^T\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{K}_i) \quad (5.11)$$

Um teste estatístico de compatibilidade da combinação de ambiguidades inteiras \mathbf{K}_i com o vetor de medidas l pode ser baseado na hipótese nula:

$$H_0 : E[\mathbf{H}\mathbf{x}] = \mathbf{K}_i \quad (5.12)$$

onde $E[\cdot]$ é o operador esperança, e a hipótese alternativa:

$$H_a : E[\mathbf{H}\mathbf{x}] \neq \mathbf{K}_i \quad (5.13)$$

Assumindo que \mathbf{y} é normalmente distribuído, este é um problema de teste de hipótese padrão. Um teste estatístico pode ser dado por:

$$T = \frac{n - m - r}{m} \cdot \frac{\Omega_{\mathbf{K}_i}}{\Omega_0} \quad (5.14)$$

Sob a hipótese nula, o teste T tem uma distribuição F com graus de liberdade m e $n - m - r$. Logo, com um nível de significância α_1 , o critério de rejeição da hipótese nula é

$$T > F(m, n - m - r; 1 - \alpha_1) \quad (5.15)$$

Uma vez que a busca de ambiguidades gerar mais de uma combinação que passa no teste de compatibilidade, a melhor e a segunda melhor combinação inteira são identificadas como \mathbf{K}_m e \mathbf{K}_s respectivamente. Antes de \mathbf{K}_m ser escolhida como o

valor correto, um teste de discriminação deve ser feito (WANG et al., 1998).

5.2 Teste de discriminação de ambiguidades

Os testes de discriminação de ambiguidades são comparações entre dois modelos com restrição, baseado nas Equações 5.1, com as restrições $\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{c}_i$ e $\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{c}_j$, respectivamente, onde os elementos dos vetores \mathbf{c}_i e \mathbf{c}_j podem ser valores inteiros ou reais. Estes modelos testados são não relacionados, pois um não é um caso especial do outro. A estratégia destes métodos consiste em testar se a diferença entre os modelos é estatisticamente significativa.

5.2.1 Método de probabilidades

A diferença entre duas combinações de ambiguidades pode ser medida comparando suas probabilidades. Assumindo que o vetor de medidas \mathbf{y} na Equação 5.1 possui distribuição normal, a função de probabilidade pode ser dada por:

$$L(\mathbf{y}; \mathbf{x}, s_0^2) = (2\pi s_0^2)^{(-n/2)} |\mathbf{Q}|^{-1/2} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2s_0^2} (\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{x})^T \mathbf{W} (\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{x}) \right\} \quad (5.16)$$

Com s_0^2 sendo fixo, a função de probabilidade é denotada por $L(\mathbf{y}; \mathbf{x})$, chamada função de probabilidade condicional. A estimativa de \mathbf{x} por mínimos quadrados em um modelo linear é idêntica à estimativa da máxima probabilidade obtida maximizando a função de probabilidade condicional sem referência ao parâmetro s_0^2 . A vantagem de usar este princípio é que pode ser aplicado na determinação do significado da diferença entre dois modelos. Com um valor de s_0^2 fixo, as probabilidades de $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{c}_i}$ e $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{c}_j}$ podem ser representados por:

$$\begin{aligned} L_{\mathbf{c}_i} &= \text{Max}L(\mathbf{y}; \mathbf{x} | \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{c}_i) = (2\pi s_0^2)^{-n/2} |\mathbf{Q}|^{-1/2} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2s_0^2} \Omega_{\mathbf{c}_i} \right) \\ L_{\mathbf{c}_j} &= \text{Max}L(\mathbf{y}; \mathbf{x} | \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{c}_j) = (2\pi s_0^2)^{-n/2} |\mathbf{Q}|^{-1/2} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2s_0^2} \Omega_{\mathbf{c}_j} \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Baseado nas Equações 5.17, a relação entre as probabilidades $L_{\mathbf{c}_i}$ e $L_{\mathbf{c}_j}$ das duas soluções $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{c}_i}$ e $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{c}_j}$ é dada por:

$$\Psi = \frac{L_{\mathbf{c}_i}}{L_{\mathbf{c}_j}} = \exp \left(\frac{d}{2s_0^2} \right) \quad (5.18)$$

com

$$d = \Omega_{\mathbf{c}_j} - \Omega_{\mathbf{c}_i} \quad (5.19)$$

onde $\Omega_{\mathbf{c}_i}$ e $\Omega_{\mathbf{c}_j}$ são as formas quadráticas dos resíduos dos dois modelos comparados, calculados pela [Equação 5.10](#).

Como s_0^2 tem um valor fixo, a relação Ψ varia somente com d . Se $d = 0$, Ψ será igual a 1, o que significa que os dois modelos não podem ser distinguidos entre si. Quanto maior a distância do valor de d de zero, maior a diferença de suas probabilidades. Um teste estatístico para verificar se d afasta significativamente de zero é através da verificação das hipóteses nula e alternativa:

$$\begin{aligned} H_0 : E[d] &= 0 \\ H_a : E[d] &\neq 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

Para construir um teste apropriado para este problema de teste de hipóteses, a relação entre a variável aleatória d e o vetor de medidas \mathbf{y} deve ser determinada.

Inserindo a [Equação 5.10](#) na [Equação 5.19](#), tem-se:

$$d = 2(\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j)^T (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}} + d_0 = d_1 \mathbf{C}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + d_0 \quad (5.21)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ é dado pela [Equação 5.2](#), que é estimada com as soluções reais e

$$\begin{aligned} d_1 &= 2(\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j)^T (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \\ d_0 &= \mathbf{c}_j^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{c}_j - \mathbf{c}_i^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{c}_i \end{aligned} \quad (5.22)$$

d_1 e d_0 são constantes. Da [Equação 5.21](#), nota-se que d é função linear do vetor de medidas \mathbf{y} . Se for assumido que \mathbf{y} tem uma distribuição normal, d é normalmente distribuído (SNEDECOR; COCHRAN, 1973; MENDENHALL et al., 2006). Assim, uma estatística de teste para as hipóteses pode ser construído com:

$$W = \frac{d}{\sqrt{\text{Var}[d]}} \quad (5.23)$$

onde $\text{Var}[d]$ é a variância estimada de d . Aplicando a lei de propagação de covari-

âncias na Equação 5.21, o cofator de d pode ser escrito como:

$$\mathbf{Q}_d = 4(\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j)^T (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j) = 4(\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j)^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_k}^{-1} (\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j) \quad (5.24)$$

Para obter a variância estimada de d , o fator de variância *a priori* s_0^2 ou o fator de variância *a posteriori* \hat{s}^2 pode ser empregado, dependendo dos dados disponíveis.

Conhecendo o fator s_0^2 , a estatística de teste W se torna:

$$W_a = \frac{d}{s_0 \sqrt{Q_d}} \quad (5.25)$$

que tem média 0 e desvio padrão 1 sob a hipótese nula. Logo, W_a tem uma distribuição normal padrão, isto é, $N(0, 1)$.

Quando é usada a estatística W_a para calcular a probabilidade da melhor combinação de ambiguidades \mathbf{K}_m com relação à segunda melhor combinação \mathbf{K}_s , os vetores \mathbf{c}_i e \mathbf{c}_j são substituídos pelos vetores \mathbf{K}_m e \mathbf{K}_s respectivamente. Neste caso, a distribuição de W_a é a chamada distribuição normal truncada (WANG et al., 1998) e a hipótese alternativa deve ser alterada para $E[d] > 0$. Então, com um nível de significância α , o valor crítico para W_a pode ser dado por $C_N = N(0, 1; 1 - \alpha)$. Se a seguinte relação for verdadeira:

$$W_a > N(0, 1; 1 - \alpha) \quad (5.26)$$

a probabilidade da combinação \mathbf{K}_m é estatisticamente maior que a da segunda melhor combinação \mathbf{K}_s .

O nível de confiabilidade $1 - \alpha_N$ pode ser calculado por:

$$1 - \alpha_N = P(y < W_a) = \int_{-\infty}^{W_a} N(y) dy \quad (5.27)$$

onde $N(y)$ é a função densidade de probabilidade de uma distribuição normal.

Por outro lado, conhecendo-se o fator de variância estimado \hat{s}^2 da Equação 5.5, W se torna:

$$W_s = \frac{d}{\hat{s} \sqrt{Q_d}} = \frac{\frac{d}{\sqrt{s_0^2 Q_d}}}{\sqrt{\frac{\Omega_0}{s_0^2 f}}} \quad (5.28)$$

Da Equação 5.28, nota-se que W_s é a razão entre duas variáveis aleatórias. O denominador é distribuído como uma raiz quadrada de uma distribuição χ^2 com f graus de liberdade, dividido por f . Sob a hipótese nula, a distribuição no numerador é uma distribuição normal padrão, isto é, $N(0, 1)$. A distribuição dessa razão é uma distribuição t de Student com f graus de liberdade, se e somente se o denominador e o numerador forem estatisticamente independentes. Isto pode ser justificado pela independência entre d e Ω_0 (WANG et al., 1998).

Quando W_s é usado para calcular a probabilidade de melhor combinação \mathbf{K}_m com relação à segunda melhor \mathbf{K}_s , os vetores c_i e c_j são substituídos por \mathbf{K}_m e \mathbf{K}_s respectivamente. Assim como no caso anterior, a hipótese alternativa se torna $E[d] > 0$. Assim, para um dado nível de significância α , o valor crítico para W_s , $C_t = t(f, 1 - \alpha)$, pode ser determinado por:

$$\int_{-\infty}^{C_t} t_f(y) dy = 1 - \alpha \quad (5.29)$$

onde $t_f(y)$ é a função de densidade da distribuição t com f graus de liberdade. Se a seguinte relação for verdadeira:

$$W_s > t(f, 1 - \alpha) \quad (5.30)$$

a probabilidade da combinação inteira \mathbf{K}_m é estatisticamente maior que a da segunda melhor, \mathbf{K}_s . O nível de confiança $1 - \alpha_t$ pode ser calculado por:

$$1 - \alpha_t = P(y < W_s) = \int_{-\infty}^{W_s} t_f(y) dy \quad (5.31)$$

6 DETECÇÃO E REPARAÇÃO DE PERDAS DE CICLOS

A detecção e reparação de perdas de ciclos é necessária para um posicionamento preciso. Uma perda de ciclos é um salto súbito no número inteiro de ciclos do observável de fase da portadora, causado por uma perda de rastreio do sinal pelo receptor. As técnicas para a reparação das perdas de ciclos dependem de muitos fatores, como: modo de posicionamento usado, comprimento da linha de base, tipo de dados disponível, dinâmica da antena etc. (RIZOS, 1999).

O método de detecção e correção de perdas de ciclos a ser implementado neste trabalho é baseado no trabalho de Blewitt (1990), usando medidas não diferenciadas, isto é, medidas específicas de um par satélite-receptor, e em dupla frequência. Este algoritmo pode ser implementado para aplicações em tempo real, assim como em aplicações dinâmicas.

Considera-se o seguinte modelo para as medidas de fase e pseudodistância:

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= -c \frac{\varphi_1}{f_1} \\
 &= D - I \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} + \lambda_1 a_1 \\
 \phi_2 &= -c \frac{\varphi_2}{f_2} \\
 &= D - I \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} + \lambda_2 a_2 \\
 \rho_1 &= D + I \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \\
 \rho_2 &= D + I \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

onde φ é a fase da portadora expressa em unidades de ciclos, ϕ é a fase expressa em unidades de distância, ρ é a pseudodistância, c é a velocidade da luz, f é a frequência da portadora e λ é o comprimento de onda. Os subscritos $_1$ e $_2$ referem-se às portadoras L1 e L2 respectivamente. O termo I é o parâmetro de atraso ionosférico e a_1 e a_2 são os termos de ambiguidade (inteiros) que são afetados pelas perdas de ciclos. O termo D corresponde a atrasos não dispersivos que afetam todas as medidas da mesma maneira, como o atraso troposférico, desvios geométricos e de relógio, entre outros.

Uma perda de ciclo em L1, denotada por Δa_1 é definida como uma descontinui-

dade inteira no valor de a_1 , e similarmente para Δa_2 . Assim, para dados em duas frequências tem-se:

$$(\Delta a_1, \Delta a_2) = (a'_1 - a_1, a'_2 - a_2) \quad (6.2)$$

onde a'_1 e a'_2 são os novos valores para a ambiguidade após a ocorrência da perda de ciclos. Frequentemente, as perdas de ciclos ocorrem simultaneamente e diferentemente nas frequências L1 e L2, assim, Δa_1 e Δa_2 devem ser detectados independentemente.

6.1 Combinação linear dos dados

Para estimar os parâmetros de perdas de ciclos, toma-se duas combinações dos dados descritos pela [Equação 6.1](#): combinações *widelane* e ionosférica.

6.1.1 Combinação *widelane*

A combinação *widelane* é formada pela subtração das fases: $\phi_\delta = \varphi_1 - \varphi_2$. A partir da [Equação 6.1](#), tem-se:

$$\begin{aligned} \phi_\delta &= -\varphi_\delta \lambda_\delta \\ &= \frac{f_1 \phi_1 - f_2 \phi_2}{f_1 - f_2} \\ &= D + I \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} + \lambda_\delta a_\delta \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde $\lambda_\delta = c/(f_1 - f_2) \approx 86,2 \text{ cm}$ é o comprimento de onda da medida *widelane* e $a_\delta = a_1 - a_2$ é a ambiguidade da *widelane*.

A seguinte combinação das pseudodistâncias é subtraída de ϕ_δ para determinar a ambiguidade:

$$\begin{aligned} \rho_\delta &= \frac{f_1 \rho_1 + f_2 \rho_2}{f_1 + f_2} \\ &= D + I \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Das [Equações 6.3](#) e [6.4](#) tem-se:

$$a_\delta = \frac{1}{\lambda_\delta} (\phi_\delta - \rho_\delta) \quad (6.5)$$

O algoritmo calcula as médias no tempo antes e depois de uma perda de ciclos, e a diferença deve ser um inteiro $\Delta a_\delta = a'_\delta - a_\delta = \Delta a_1 - \Delta a_2$. O critério de decisão será

descrito na próxima seção.

6.1.2 Combinação ionosférica

A combinação ionosférica para a fase é definida por:

$$\begin{aligned}
\phi_I &= \phi_1 - \phi_2 \\
&= I + \lambda_1 a_1 - \lambda_2 a_2 \\
&= I + \lambda_1 (a_1 - a_2) + (\lambda_1 - \lambda_2) a_2 \\
&= I + \lambda_1 a_\delta - \lambda_2 a_2
\end{aligned} \tag{6.6}$$

onde $\lambda_I = \lambda_2 - \lambda_1 \approx 5,4 \text{ cm}$ é o comprimento de onda da combinação. Para a pseudodistância, a combinação é:

$$\rho_I = \rho_2 - \rho_1 = I \tag{6.7}$$

6.2 Detecção e correção das perdas de ciclos

6.2.1 Detecção das perdas de ciclos na combinação *widelane*

A ambiguidade de *widelane* (Equação 6.5) é estimada independentemente em cada época. O algoritmo atualiza sequencialmente a média de a_δ , $\langle a_\delta \rangle_i$, e seu desvio-padrão σ , usando as relações:

$$\begin{aligned}
\langle a_\delta \rangle_i &= \langle a_\delta \rangle_{i-1} + \frac{1}{i} (a_{\delta i} - \langle a_\delta \rangle_{i-1}) \\
\sigma_i^2 &= \sigma_{i-1}^2 + \frac{1}{i} [(a_{\delta i} - \langle a_\delta \rangle_{i-1})^2 - \sigma_{i-1}^2]
\end{aligned} \tag{6.8}$$

A estimativa subsequente $a_{\delta i+1}$ deve estar dentro de $4\sigma_i$ da média $\langle a_\delta \rangle_i$.

6.2.2 Detecção das perdas de ciclos na combinação ionosférica

Haverá perdas de ciclos na combinação ionosférica sempre que ocorrer uma perda de ciclos na combinação *widelane*, exceto quando $\Delta a_1 = \Delta a_2$, o que é pouco provável. Para contornar este problema, faz-se um ajuste polinomial $\bar{\rho}$ em ρ_I , Equação 6.7, e subtrai-se de ϕ_I . Procura-se então por descontinuidades no resíduo $(\phi_I - \bar{\rho})$, uma vez que não há perdas de ciclos nas medidas de pseudodistância. Blewitt (1990) sugere uma expressão para calcular o grau do polinômio como $\min[N/100 + 1, 6]$, onde N

é o número de observações.

O algoritmo de detecção é dado por:

$$\begin{aligned} (\phi_{I\ i} - \bar{\rho}_i) - (\phi_{I\ i-1} - \bar{\rho}_{i-1}) &> k \text{ ciclos} \\ (\phi_{I\ i+1} - \bar{\rho}_{i+1}) - (\phi_{I\ i} - \bar{\rho}_i) &< 1 \text{ ciclo} \end{aligned} \tag{6.9}$$

onde i denota o primeiro dado correto após a ocorrência de uma perda de ciclos. O valor padrão de k é de 6 ciclos ionosféricos, mas pode ser ajustado para um valor mais conveniente, de acordo com as condições ionosféricas.

6.2.3 Reparação das perdas de ciclos

Uma aproximação polinomial $\tilde{\phi}_I$ pode ser feita para ϕ_I logo antes da perda de ciclo e então extrapolada para a época da perda de ciclo. O valor real de ϕ_I no momento da perda de ciclo, $\phi_{I\ r}$, também é calculado. Assim, a diferença é dada por:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_i &= \tilde{\phi}_I - \phi_{I\ r} \\ &= \lambda_1\Delta a_\delta - \lambda_I\Delta a_2 \end{aligned} \tag{6.10}$$

O valor de Δa_δ é obtido a partir da detecção pela combinação *widelane*. Δa_2 pode ser obtido a partir da [Equação 6.10](#). Dado que $\Delta a_\delta = \Delta a_1 - \Delta a_2$, pode-se determinar o valor de Δa_1 . Portanto, os dados de fase podem ser corrigidos adicionando estes valores aos dados de fase subsequentes.

7 PROCEDIMENTO

Este capítulo descreve os métodos e procedimentos que serão realizados durante a implementação completa do processo que permite um posicionamento em tempo real.

Uma vez que a medida de fase somente pode ser obtida após a aquisição do sinal, o número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor permanece desconhecido. Este número de ambiguidades precisa ser determinado antes de se usar as medidas de fase no posicionamento. Desse modo, a determinação das ambiguidades é uma peça chave no posicionamento utilizando medidas de fase. Em vista disso, três métodos de resolução de ambiguidades foram examinados: LAMBDA, FASF e LSAST.

O algoritmo completo consiste das seguintes etapas:

- coleta das medidas;
- verificação e, caso necessária, correção de perdas de ciclos;
- estimação das ambiguidades como valores reais;
- método de resolução das ambiguidades para valores inteiros;
- validação do resultado;
- cálculo das coordenadas de posição.

A [Figura 7.1](#) esquematiza o algoritmo de posicionamento completo.

7.1 Modelos de medidas para estimação das ambiguidades

A resolução de ambiguidades será testadas em duas situações: *(i)* resolvendo as ambiguidades em L1 apenas; *(ii)* resolvendo as ambiguidades em L1 e *widelane*. Os modelos apresentados, os quais são dados em função da pseudodistância ideal (dupla diferença das distâncias geométricas) e das ambiguidades, são lineares e foram escolhidos em detrimento aos modelos dados em função das coordenadas de posição e das ambiguidades, pois estes últimos são não lineares nas posições.

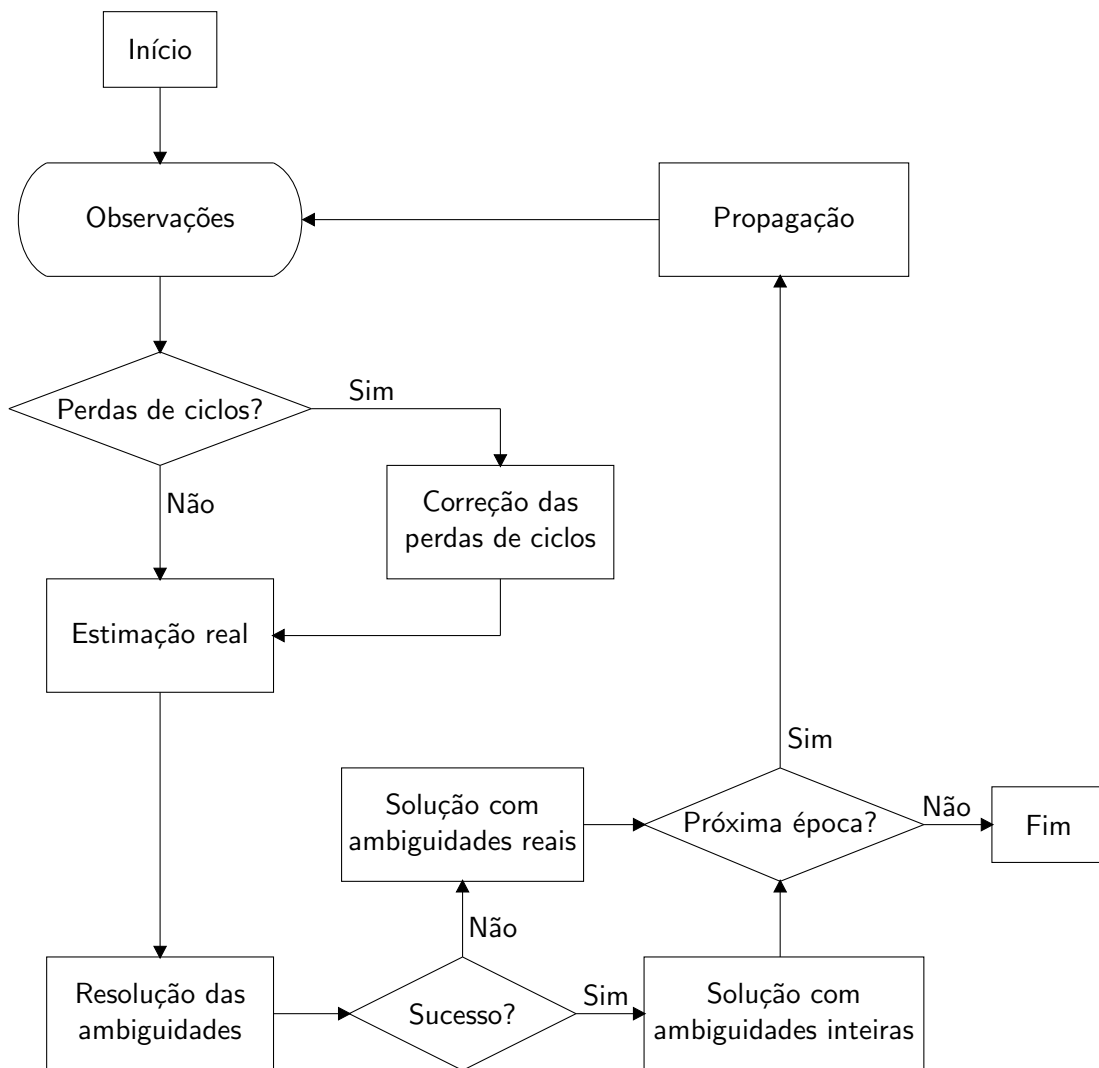


Figura 7.1 - Esquema do processo completo de posicionamento.

A equação de observação matricial para estimação das ambiguidades em L1 são:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ a_1 \end{bmatrix} + \epsilon \quad (7.1)$$

onde ρ é a dupla diferença da pseudodistância, ϕ_1 é a medida de dupla diferença da fase da portadora expressa em unidades de distância, λ_1 é o comprimento de onda da portadora L1, D é a distância geométrica na forma de duplas diferenças, a_1 é a dupla diferença da ambiguidade inteira e ϵ representa os erros não modelados.

Utilizando as medidas de fase da portadora em L1 e L2, o modelo de observação das

respectivas ambiguidades a_1 e a_2 é dado por:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \lambda_1 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \epsilon \quad (7.2)$$

Para o terceiro modelo de estimação, primeiramente define-se a combinação *widelane*:

$$\phi_{wl} = \left(\frac{\phi_1}{\lambda_1} - \frac{\phi_2}{\lambda_2} \right) / \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \quad (7.3)$$

onde λ_i é o comprimento de onda da portadora e os índices $_1$ e $_2$ referem-se às frequências L1 e L2. Assim, a ambiguidade da combinação *widelane* é dada por:

$$a_{wl} = a_1 - a_2 \quad (7.4)$$

A equação de observação da medida *widelane* possui a mesma estrutura das medidas de fase (TEUNISSEN, 1997):

$$\phi_{wl} = D + \lambda_{wl}a_{wl} + \epsilon_{wl} \quad (7.5)$$

onde λ_{wl} é o comprimento de onda *widelane*, que mede 86,2 cm e é dado por:

$$\lambda_{wl} = \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)^{-1} \quad (7.6)$$

Assim, a equação de observação utilizando os observáveis *widelane*, pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \phi_1 \\ \phi_{wl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \lambda_1 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda_{wl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ a_1 \\ a_{wl} \end{bmatrix} + \epsilon \quad (7.7)$$

Combinando a Equação 7.7 com a definição do observável *widelane*, obtém-se a seguinte equação, na qual as ambiguidades a_1 e a_{wl} são determinadas em função das

medidas de fase em L1 e L2, e da pseudodistância:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \lambda_1 & 0 \\ 1 & \lambda_2 & -\lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ a_1 \\ a_{wl} \end{bmatrix} + \epsilon \quad (7.8)$$

A combinação *widelane* é mais resistente ao erro ionosférico (em ciclos), devido à redução destes efeitos, e a erros de posição por causa do comprimento de onda maior. Porém, o ruído de observação é amplificado nesta combinação. As ambiguidades *widelane* convergem mais rápido e podem ser resolvidas mais rapidamente, enquanto mais dados são necessários para resolver as ambiguidades L1. Quando a linha de base é maior que 5 km, o efeito ionosférico se torna mais significativo. Neste caso, é introduzida uma pseudo-observação do erro ionosférico I_0 , com valor zero e variância σ_0^2 em cada época (LIU et al., 2003). Esta pseudo-observação ajuda a restringir o erro ionosférico a valores razoáveis durante a fase inicial do filtro, forçando-o a distinguir entre as ambiguidades e o erro ionosférico. Logo, espera-se que a estimativa de posição não será influenciada pelo erro ionosférico. Assim, com a introdução desta pseudo-observação, o modelo de medidas é descrito por:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ I_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & \lambda_1 & 0 \\ 1 & -\beta & \lambda_2 & -\lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ I_1 \\ a_1 \\ a_{wl} \end{bmatrix} + \epsilon \quad (7.9)$$

onde $\beta = (\lambda_2/\lambda_1)^2 = (77/60)^2$.

7.2 Determinação da posição do usuário

A posição do receptor usuário é obtida utilizando-se as medidas de pseudodistância e das medidas de fase, após a resolução das ambiguidades. Assim, estas medidas podem ser utilizadas como medidas de pseudodistâncias bastante precisas. Assim, a posição do receptor usuário é dada em função das medidas de dupla diferença por:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \phi_1 + \lambda_1 \check{a}_1 \\ \phi_2 + \lambda_2 \check{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_b^i - \mathbf{1}_b^M \\ \mathbf{1}_b^i - \mathbf{1}_b^M \\ \mathbf{1}_b^i - \mathbf{1}_b^M \end{bmatrix} \mathbf{b} \quad (7.10)$$

onde \tilde{a}_1 e \tilde{a}_2 são as ambiguidades resolvidas para seus valores inteiros, nas frequências L1 e L2 e \mathbf{b} é o vetor contendo as coordenadas de posição do usuário.

O processamento do conjunto de medidas é feito por um método de mínimos quadrados iterados, descrito na [Seção 3.2](#).

As medidas de código podem ter as incertezas modeladas como uma expressão exponencial para seu desvio padrão, dependendo da elevação do satélite ([STRANG; BORRE, 1997](#)):

$$\sigma_\rho = \sigma_{\rho_0} + 6e^{-h/h_0} \quad (7.11)$$

onde σ_{ρ_0} é o desvio padrão da medida de pseudodistância e $h_0 = 10^\circ$ é a máscara de elevação dos satélites.

7.3 Implementação dos métodos de resolução de ambiguidades

O processo de resolução das ambiguidades é feito em cascata, no qual primeiro resolve-se as ambiguidades *widelane*. Após estas terem sido resolvidas, seus valores são considerados conhecidos e retirados do vetor de estados. Então, procede-se com a resolução das ambiguidades L1. O processo está descrito a seguir.

Primeiramente é encontrada a solução real das ambiguidades. A partição do vetor de estados e sua matriz de covariâncias com relação às ambiguidades das diferentes frequências ou combinações é indicada por:

$$\hat{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1 \\ \hat{\mathbf{a}}_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_1 & \hat{\mathbf{P}}_{12} \\ \hat{\mathbf{P}}_{21} & \hat{\mathbf{P}}_2 \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

Assumindo que $\hat{\mathbf{a}}_2$ seja o conjunto associado à medida de maior comprimento de onda, um dos métodos de resolução é aplicado a este conjunto. Se a resolução for feita com sucesso para os valores inteiros $\tilde{\mathbf{a}}_2$, estes valores são tratados como conhecidos e removidos do vetor de parâmetros a serem estimados:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{a}}_1 &= \hat{\mathbf{a}}_1 - \hat{\mathbf{P}}_{12}\hat{\mathbf{P}}_2^{-1}(\hat{\mathbf{a}}_2 - \tilde{\mathbf{a}}_2) \\ \tilde{\mathbf{P}}_1 &= \hat{\mathbf{P}}_1 - \hat{\mathbf{P}}_{12}\hat{\mathbf{P}}_2^{-1}\hat{\mathbf{P}}_{21} \end{aligned} \quad (7.13)$$

A segunda resolução é realizada sobre os parâmetros reais $\tilde{\mathbf{a}}_1$.

7.4 Método LAMBDA

O método LAMBDA foi implementado com os códigos disponibilizados pelos autores. Este método faz a estimativa da ambiguidade inteira através da transformação-Z, as ambiguidades são descorrelacionadas antes da busca dos valores inteiros. O problema da minimização inteira é então abordado por uma busca discreta sobre uma região elipsoidal. Este método tem como resultado, baseado nas ambiguidades reais e sua matriz de covariância, uma estimativa inteira por mínimos quadrados para as ambiguidades.

7.5 Método LSAST

O método LSAST divide os satélites em grupos primário e secundário. O grupo primário define o espaço de busca das três ambiguidades primárias em 5 ciclos neste caso, em torno da ambiguidade real correspondente, após arredondada ao inteiro mais próximo. Para cada conjunto de ambiguidades primárias, existe um conjunto único de ambiguidades secundárias. A decisão sobre a escolha é feita utilizando-se as ambiguidades do grupo secundário, que devem satisfazer o critério definido na [Seção 4.1](#).

Este método busca a melhor solução no espaço das posições. Sendo assim, o valor do resíduo q ([Equação 4.11](#)) é utilizado para a escolha dos melhores conjuntos de ambiguidades e evitar armazenamento desnecessário.

7.6 Método FASF

O método FASF usa um filtro de mínimos-quadrados, no qual as ambiguidades são buscadas em todas as épocas até que sejam resolvidas. O número de soluções em potencial é utilizado como um índice para terminar a busca das ambiguidades. É feita uma tentativa de resolver as ambiguidades se o número total de conjuntos de ambiguidade em potencial dados pela busca é menor que um certo limiar, aqui utilizado 20 candidatas. Se o número for um, o conjunto de ambiguidades é considerado como o correto. Caso contrário, o teste W é realizado sobre as candidatas. Porém, se o teste W não validar a solução, as ambiguidades são estimadas como valores reais. Desde a busca completa das ambiguidades em potencial é evitada com este método, apenas uma quantidade relativamente pequena de tempo computacional é necessária para buscar as ambiguidades.

Na solução real, o sistema de equações pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{bb}\delta\hat{\mathbf{b}} + \mathbf{Q}_{ba}\delta\hat{\mathbf{a}} &= \mathbf{u}_b \\ \mathbf{Q}_{ab}\delta\hat{\mathbf{a}} + \mathbf{Q}_{aa}\delta\hat{\mathbf{a}} &= \mathbf{u}_a \end{aligned} \quad (7.14)$$

onde $\delta\hat{\mathbf{a}}$ é a correção estimada nos parâmetros de ambiguidade, $\delta\hat{\mathbf{b}}$ é a correção estimada nos outros parâmetros, \mathbf{Q}_{bb} , \mathbf{Q}_{ba} , \mathbf{Q}_{ab} e \mathbf{Q}_{aa} são partições da matriz normal \mathbf{Q} correspondentes a $\hat{\mathbf{b}}$ e $\hat{\mathbf{a}}$ e \mathbf{u}_b e \mathbf{u}_a são os termos constantes das equações normais.

Eliminando o parâmetro $\delta\hat{\mathbf{b}}$ da segunda parte da [Equação 7.14](#), tem-se:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{aa}\delta\hat{\mathbf{a}} = \tilde{\mathbf{u}}_a \quad (7.15)$$

com $\tilde{\mathbf{Q}}_{aa} = \mathbf{Q}_{aa} - \mathbf{Q}_{ab}\mathbf{Q}_{bb}^{-1}\mathbf{Q}_{ba}$ e $\tilde{\mathbf{u}}_a = \mathbf{u}_a - \mathbf{Q}_{ab}\mathbf{Q}_{bb}^{-1}\mathbf{u}_b$.

Assumindo que as ambiguidades a_1, a_2, \dots, a_{i-1} foram resolvidas a valores inteiros, denotados por \mathbf{a}_I , a solução das ambiguidades restantes é encontrada a partir de uma solução com ambiguidades parcialmente resolvidas, baseada na remoção de parâmetros considerados conhecidos em um método de mínimos quadrados ([CHEN, 1994](#)).

Os parâmetros de ambiguidades são particionados em duas partes, uma correspondendo aos parâmetros considerados resolvidos a_1, a_2, \dots, a_{i-1} , denotados pela partição $\delta\hat{\mathbf{a}}_1$, e a outra correspondendo às ambiguidades ainda não resolvidas (a_i, \dots, a_m) , denotado por $\delta\hat{\mathbf{a}}_2$. Assim, a [Equação 7.15](#) é particionada como:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{11}\delta\hat{\mathbf{a}}_1 + \mathbf{Q}_{12}\delta\hat{\mathbf{a}}_2 &= \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{Q}_{21}\delta\hat{\mathbf{a}}_1 + \mathbf{Q}_{22}\delta\hat{\mathbf{a}}_2 &= \mathbf{u}_2 \end{aligned} \quad (7.16)$$

onde \mathbf{Q}_{11} , \mathbf{Q}_{12} , \mathbf{Q}_{21} e \mathbf{Q}_{22} são as submatrizes resultantes da partição de $\tilde{\mathbf{Q}}_{aa}$.

Quando $\hat{\mathbf{a}}_1$ se torna conhecido, os valores de a_i, \dots, a_m são denotados por $\delta\hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}}$. Dado que o valor de \mathbf{a}_I é tratado como conhecido, pode ser removidos da equação normal, que se torna:

$$\mathbf{Q}_{22}\delta\hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{Q}_{21}(\mathbf{a}_I - \mathbf{a}_1^0) \quad (7.17)$$

onde \mathbf{a}_1^0 é o valor aproximado a que $\delta\hat{\mathbf{a}}_1$ se refere.

Assim, a estimação real dos parâmetros restantes é dada por:

$$\delta \hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}} = \mathbf{Q}_{22}^{-1} [\mathbf{u}_2 - \mathbf{Q}_{21}(\mathbf{a}_I - \mathbf{a}_1^0)] \quad (7.18)$$

Logo, a matriz de covariâncias correspondente é dada por \mathbf{Q}_{22}^{-1} .

Da [Equação 7.16](#), a estimação real de $\delta \hat{\mathbf{a}}_2$ sem considerar nenhuma ambiguidade resolvida é:

$$\delta \hat{\mathbf{a}}_2 = \mathbf{Q}_{22}^{-1}(\mathbf{u}_2 - \mathbf{Q}_{21} \delta \hat{\mathbf{a}}_1) \quad (7.19)$$

Fazendo a subtração entre as [Equações 7.18](#) e [7.19](#), obtém-se:

$$\delta \hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}} - \delta \hat{\mathbf{a}}_2 = \mathbf{Q}_{22}^{-1} \mathbf{Q}_{21} [\delta \hat{\mathbf{a}}_1 - (\mathbf{a}_I - \mathbf{a}_1^0)] \quad (7.20)$$

Como $\hat{\mathbf{a}}_1 = \delta \hat{\mathbf{a}}_1 + \mathbf{a}_1^0$, essa equação se torna:

$$\delta \hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}} - \delta \hat{\mathbf{a}}_2 = \mathbf{Q}_{22}^{-1} \mathbf{Q}_{21} (\hat{\mathbf{a}}_1 - \mathbf{a}_I) \quad (7.21)$$

Ou seja:

$$\hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}} - \hat{\mathbf{a}}_2 = \mathbf{Q}_{22}^{-1} \mathbf{Q}_{21} (\hat{\mathbf{a}}_1 - \mathbf{a}_I) \quad (7.22)$$

Neste procedimento, apenas a estimação real de a_i é de interesse, então somente o primeiro elemento de $\delta \hat{\mathbf{a}}_{2|a_1 a_2 \dots a_{i-1}}$ é calculado:

$$\hat{\mathbf{a}}_{i|a_1 a_2 \dots a_{i-1}} = \hat{\mathbf{a}}_2 + \mathbf{p}_i^T (\hat{\mathbf{a}}_1 - \mathbf{a}_I) \quad (7.23)$$

onde \mathbf{p}_i^T é a primeira linha de $\mathbf{Q}_{22}^{-1} \mathbf{Q}_{21}$.

A variância de $\hat{\mathbf{a}}_{i|a_1 a_2 \dots a_{i-1}}$ estimado é dada por:

$$\sigma_{a_i} = \sigma_0 [\mathbf{Q}_{22}^{-1}]_{11} \quad (7.24)$$

onde σ_0 é o fator de variância e $[\cdot]_{11}$ indica o elemento da primeira linha e primeira coluna da matriz. Assim, somente a primeira linha de \mathbf{Q}_{22}^{-1} necessita ser calculada.

A faixa de incerteza máxima para os possíveis valores de \mathbf{a}_i pode ser calculada, a

partir solução real e sua variância:

$$a_{i|a_1a_2\dots a_m} - \xi\sigma_{i|a_1a_2\dots a_m} \leq a_i \leq a_{i|a_1a_2\dots a_m} + \xi\sigma_{i|a_1a_2\dots a_m} \quad (7.25)$$

onde ξ é o fator de expansão do desvio padrão para a incerteza máxima.

Uma vez que \mathbf{p}_i e $\xi\sigma_{i|a_1a_2\dots a_n}$ são independentes dos valores das ambiguidades a_1, a_2, \dots, a_{i-1} , eles podem ser calculados fora dos *loops* de busca. Para a primeira ambiguidade, a_1 e σ_{a_1} são calculados sem resolver nenhuma outra ambiguidade.

A soma quadrática ponderada dos resíduos pode ser calculada, após a remoção dos parâmetros, como:

$$\Omega_{\mathbf{a}=a_F} = \Omega + (a_F - \hat{\mathbf{a}})^T \tilde{\mathbf{Q}}_{aa} (a_F - \hat{\mathbf{a}}) \quad (7.26)$$

onde Ω é a soma quadrática ponderada dos resíduos de todas as ambiguidades quando são estimadas como números reais, a_F é a solução em potencial do conjunto completo das ambiguidades, $\Omega_{\mathbf{a}=N_F}$ é o valor de Ω ajustado às ambiguidades resolvidas e $\hat{\mathbf{a}}$ é o vetor de ambiguidades reais do processo de estimação.

Este método utiliza-se de um índice que indica a não possibilidade de resolver as ambiguidades, que é o número de conjuntos de ambiguidades candidatas. Se este número for maior que um limiar, neste caso 20 candidatas, considera-se que não foi possível resolver as ambiguidades e a solução real é usada. Se o número de candidatas for maior que um, mas menor que o limiar, aplica-se o procedimento de validação, descrito na [Seção 7.7](#). No caso de apenas uma candidata for encontrada, é considerada resolvida.

7.7 Validação

A melhor combinação de ambiguidades inteiras que resulta na forma quadrática dos resíduos mínima será considerada como a mais provável (melhor) solução. Normalmente, as primeiras duas melhores combinações de ambiguidades são usadas para fins de validação do resultado.

Dado que a solução real tem soma quadrática dos resíduos Ω_0 , o valor do cofator da variância *a posteriori* \hat{s}^2 pode ser calculado pela [Equação 5.5](#). Para a solução com as ambiguidades resolvidas, a forma da soma quadrática dos resíduos pode ser calculada por:

$$\Omega_i = \Omega_0 + (\mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}_i)^T \mathbf{P}_a^{-1} (\mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}_i) \quad (7.27)$$

onde o índice i refere-se ao melhor conjunto de ambiguidades m ou o segundo melhor s , cujas formas quadrática dos resíduos são Ω_m e Ω_s respectivamente.

O teste W é definido por:

$$W = \frac{d}{\sqrt{\text{Var}[d]}} \quad (7.28)$$

onde

$$\begin{aligned} d &= \Omega_s - \Omega_m \\ \text{Var}[d] &= \hat{s}^2 Q_d = 4(\mathbf{a}_s - \mathbf{a}_m)^T Q_{\mathbf{a}}^{-1}(\mathbf{a}_s - \mathbf{a}_m) \end{aligned} \quad (7.29)$$

Quando o valor do teste W for maior que um certo valor crítico, a probabilidade do conjunto de ambiguidades inteiras \mathbf{a}_m é estatisticamente maior que do segundo conjunto \mathbf{a}_s , e as ambiguidades são consideradas resolvidas para \mathbf{a}_m . Caso contrário, considera-se que não se pode distinguir entre \mathbf{a}_m e \mathbf{a}_s , e as ambiguidades não são resolvidas. O teste W possui uma distribuição t de Student. Desse modo, o valor crítico para aceitação das ambiguidades C_W pode ser calculado por, para um nível de significância α :

$$\int_{-\infty}^{C_W} t_f(y) dy = 1 - \alpha \quad (7.30)$$

onde $t_f(y)$ é a função de probabilidade cumulativa da distribuição t de Student e f são os graus de liberdade. Por exemplo, para um nível de significância de 0,05, ou seja, 95% de confiabilidade ($1 - \alpha$), e 7 ambiguidades, o valor de C_W deve ser 1,7.

7.8 Resolução de perdas de ciclos

O método de detecção e reparação de perdas de ciclos implementado neste trabalho, descrito no [Capítulo 6](#), é executado sobre as medidas não diferenciadas. Sendo assim, é executado após a coleta dos dados do receptor e antes da construção das combinações de dupla diferença, para cada satélite rastreado.

Este método utiliza duas combinações de medidas no processo de detecção: *widelane* e ionosférica. A detecção na combinação *widelane* é realizada por meio da média e desvio-padrão, calculados a cada época, os quais devem satisfazer as condições dadas pela [Equação 6.8](#).

Se em uma dada época as condições não são satisfeitas, é encontrada um *outlier*, que é um salto do valor da medida de fase em uma época. O valor desse salto é estimado como a diferença entre o valor da média da época anterior e o valor da medida na

época atual. Se este salto continua nas épocas seguintes, é detectado uma perda de ciclos cujo tamanho é o valor estimado do salto e a média e o desvio-padrão são reiniciados.

Na combinação ionosférica, a detecção é realizada baseada na diferença entre a medida de fase da combinação ionosférica e um ajuste polinomial quadrático da medida de pseudodistância ionosférica, e fazendo-se a subtração entre duas épocas subsequentes. As Equações 6.9 fornecem o critério de detecção. O valor de k utilizado é 4 ciclos. Quando uma perda de ciclo é detectada, sua magnitude é estimada fazendo um ajuste polinomial quadrático do valor da fase ionosférica com os valores imediatamente antes da ocorrência do salto e extrapolando para a época da ocorrência e subtraindo do valor medido.

Os valores dos saltos na fases de L1 e L2 são calculados pelo método descrito na Subseção 6.2.3. Caso sejam encontrados perdas de ciclos durante o processo de posicionamento, os valores calculados dos saltos são então somados às medidas de fase.

8 RESULTADOS

Os algoritmos descritos foram implementados para a realização de testes de posicionamento estático, no qual ambos os receptores (base e usuário) são mantidos fixos durante todo o tempo e dinâmico, no qual o receptor usuário está em movimento.

Todos os dados utilizados são reais e coletados em campo. Os arquivos de dados foram coletados no formato RINEX-2 (GURTNER, 2001) e editados de forma que o conjunto de satélites visíveis e o tempo de observação fossem os mesmos para ambos os receptores. Todos os algoritmos foram implementados em rotinas escritas em linguagem Matlab.

Os resultados para a solução das ambiguidades apresentados em ambos os casos (estático e dinâmico) foram obtidos a partir do mesmo processo de estimação utilizando-se um filtro de Kalman, processando medidas de código e fase da portadora. A resolução das ambigüidade é realizada época a época, aplicando-se as metodologias LAMBDA, FASF, e LSAST sobre as ambiguidades reais obtidas a partir do filtro de Kalman, a fim de avaliar o comportamento dos valores das ambiguidades e do teste-W à medida que os dados se acumulam no tempo e são processados pelo filtro. No entanto, em uma situação prática, uma vez que as ambiguidades são selecionadas por meio de teste-W, elas são mantidas constantes e o processo de resolução de ambiguidades não é mais realizado até que uma interrupção do sinal é encontrada. Este é um procedimento comum no posicionamento por fase da portadora. A solução para a posição foi obtida utilizando-se um método de mínimos quadrados iterados processando as medidas de fase com as ambiguidades resolvidas.

Os parâmetros usados na análise dos resultados são definidos como:

Porcentagem de ambiguidades resolvidas corretamente (PRC): A PRC é a medida percentual de ambiguidades da que são estimadas para o valor inteiro correto. A PRC é calculada como o número total de ambiguidades que são resolvidas para o valores inteiros corretos dividido pelo número total de ambiguidades resolvidas para um valor inteiro durante o teste.

Porcentagem de ambiguidades resolvidas (PR): A PR é o número total de ambiguidades resolvidas dividido pelo número total de ambiguidades para todo o período. Em uma comparação entre dois sistemas em termos de desempenho de resolução de ambiguidades, a PRC só faz sentido quando existirem PR equivalentes para ambos.

Tempo para resolução das ambiguidades (TR): O TR é o tempo necessário para que o primeiro conjunto de ambiguidades seja validado como solução.

Os resultados do teste estático são analisados em termos das porcentagens de ambiguidades resolvidas (PR) e resolvidas corretamente (PRC) e, no caso estático, do erro de posição do receptor usuário com relação à posição do marco de referência no qual este receptor estava localizado.

Os algoritmos de posicionamento dinâmico foram aplicados em duas situações. Primeiramente foi feito o teste em dados de voo provenientes de uma aeronave em um ensaio de voo. Este teste possui uma trajetória de referência com a qual pode-se comparar os resultados obtidos. Em seguida, foi realizado um teste em um conjunto de dados coletados por um receptor montado em um veículo. A precisão dos resultados deste teste é analisada em função da precisão dos resíduos das medidas de dupla diferenças.

8.1 Teste estático

Neste teste ambos os receptores permaneceram estáticos, em posições conhecidas, para verificar a qualidade dos algoritmos propostos. Os dados para o teste estático foram coletados por dois receptores Trimble R8 de dupla frequência, sendo um receptor base, localizado em uma posição conhecida, N 51° 04' 45,94126", W 114° 07' 58,29947" e 1116,617 m, em coordenadas ECEF do sistema WGS-84, e o usuário, posicionado em outro marco a 2,944 m da base, com coordenadas N 51° 04' 45,94122", W 114° 07' 58,147" e 1116,585 m e mantidos estáticos. Estes dados foram coletados em 20 de novembro de 2007, em uma área de testes da Universidade de Calgary, Canadá. A [Figura 8.1](#) mostra a configuração do teste. O intervalo de gravação dos dados foi de 1 Hz.

No teste estático, foram mantidos os mesmos 8 satélites visíveis durante todo o experimento (SV04, SV09, SV11, SV12, SV15, SV17, SV26 e SV28), resultando em 7 medidas de dupla diferença. O satélite mestre escolhido foi o SV17. A [Figura 8.2](#) mostra o mapa de visibilidade dos satélites durante o teste.

Todos os métodos de resolução de ambiguidade utilizam um filtro de Kalman como estimador das ambiguidades em valores reais. A busca dos valores inteiros é feita baseando-se nos valores reais, que juntamente com sua covariância definem um espaço de busca. Uma vez resolvidas as ambiguidades, pode-se obter a pseudodistância

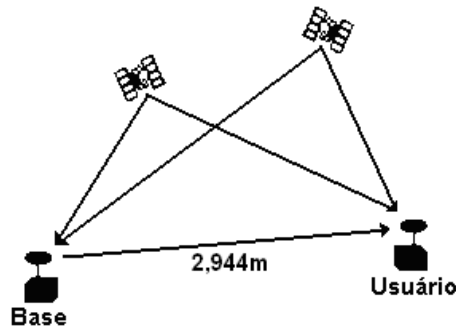


Figura 8.1 - Configuração do teste estático.

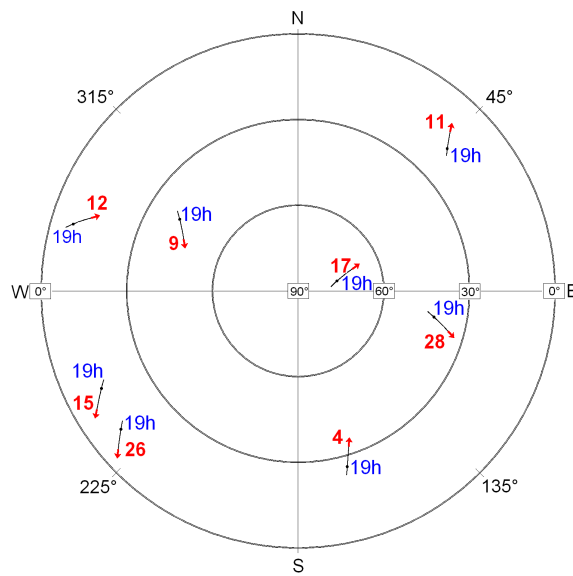


Figura 8.2 - Mapa de visibilidade do teste estático.

via fase, da qual a solução para a posição é obtida com um método de mínimos quadrados iterados.

O teste estático foi realizado em um conjunto de dados com 500 épocas, o que corresponde a 500 segundos, com os mesmos 8 satélites visíveis o tempo todo, tendo portanto 14 ambigüidades para resolver (7 na frequência L1 e 7 na combinação *widelane*). Os valores das ambigüidades e suas covariâncias foram redefinidas para seus valores iniciais a cada 200 épocas, para avaliar o tempo que os métodos de resolução da ambigüidade levam para gerar as soluções. Isto resulta em três períodos de dados com 200, 200 e 100 épocas respectivamente.

O teste W mencionado no [Capítulo 5](#) foi utilizado como critério para considerar ambiguidades resolvidas. Se o valor do teste W é maior que um certo limiar, as ambiguidades são consideradas resolvidas. Caso este valor não seja atingido, as ambiguidades com valores reais dadas pelo filtro de Kalman são usadas. Para que se tenha 90% de probabilidade de discriminação correta entre a melhor e segunda melhor candidata, utilizando 8 satélites, o valor do teste W deve ser superior a 1,41. Este foi o valor utilizado no teste estático.

Para avaliar se as ambiguidades foram resolvidas e validadas para seu valor correto, as ambiguidades verdadeiras foram obtidas através do processamento de todo o conjunto de dados usando o método LAMBDA em duas frequências e sem qualquer reinicialização do filtro. Os tempos de processamento foram medidos em um computador com processador AMD Turion X2 de 1,86 GHz e 2 Gb de memória RAM.

8.1.1 Resolução em 1 frequência - L1

O primeiro teste de resolução de ambiguidades foi realizado utilizando-se apenas as medidas de código e fase da portadora na frequência L1. O modelo de medidas usado quando somente a portadora L1 está disponível é descrito na [Equação 7.1](#).

Neste teste, o desvio padrão da medida da pseudodistância adotada foi de 1,0 m e o da fase de 3 mm. A implementação deste método por filtro de Kalman assume como estados a serem estimados a distância geométrica D , dada em metros, e ambiguidade a , dada em ciclos, para cada medida de dupla diferença. Logo, o vetor de estado a ser considerado é:

$$\mathbf{x} = \left[D_1 \quad \dots \quad D_m \quad a_1 \quad \dots \quad a_m \right]^T \quad (8.1)$$

onde m é o número de medidas de dupla diferença. No teste estático, a matriz de transição de estados assume a forma de uma matriz identidade de ordem $2m$. Os valores iniciais da covariância de \mathbf{x} , \mathbf{P} , e do ruído, \mathbf{Q}_x , para os testes de todos os métodos, são dados por:

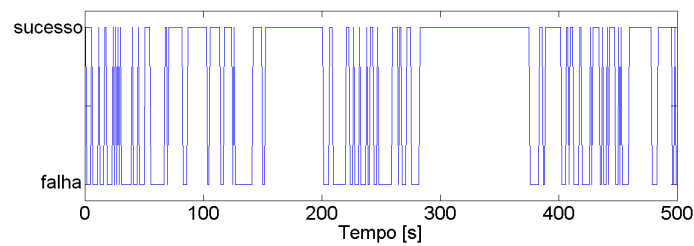
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 10^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & 10^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_x = \begin{bmatrix} 0,02^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & 0,001^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

Os métodos resultaram em diferentes PR, porém todos os métodos tiveram suas respectivas PRC iguais a zero, ou seja, as ambiguidades encontradas não foram iguais ao conjunto considerado verdadeiro em nenhum momento. A [Tabela 8.1](#) mostra os

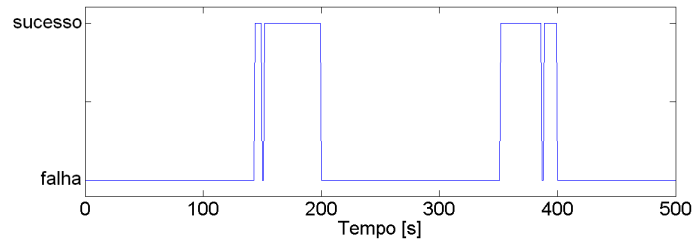
valores para a PR e o tempo para obter a primeira solução após cada reinicialização. Os gráficos da Figura 8.3 mostram as épocas de sucesso na resolução das ambiguidades.

Tabela 8.1 - Valores da PR e tempo necessário para resolução das ambiguidades (TR, segundos) em cada método.

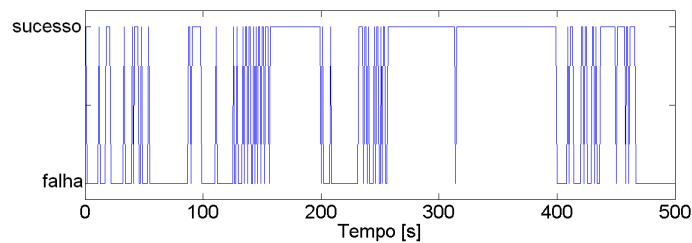
Período	1		2		3	
	PR	TR	PR	TR	PR	TR
LAMBDA	59,7	6	66,8	7	58,0	7
FASF	27,1	144	23,1	152	0	-
LSAST	42,2	12	78,9	8	38,0	9



(a)



(b)



(c)

Figura 8.3 - Épocas Sucesso na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.

O método LAMBDA apresenta uma solução logo nas primeiras épocas em cada período do teste, porém é uma solução instável, ou seja, não é validada por várias épocas seguidamente. Uma solução mais estável só ocorre após 153 épocas no primeiro período, 83 no segundo e 60 no terceiro. Durante este período de estabilidade, o método resolve as ambiguidades para um mesmo conjunto de valores, mas diferente do verdadeiro.

O método FASF possui um índice que é o número de conjunto de ambiguidades candidatas. Quando este índice é maior que um certo número de soluções, neste caso 20, a busca é encerrada e as ambiguidades não são resolvidas. Isto ocorre do início de cada período até que se tenha um número de soluções menor que 20, após 144 e 152 épocas nos dois primeiros períodos e não houve solução no terceiro. Assim, antes destas épocas, ambiguidades com valores reais são usadas no cálculo da posição. O número de candidatas neste método depende do valor da matriz de covariâncias dada pela solução real. Sendo assim, é necessária a convergência do filtro após as reinicializações. Por causa do alto TR, o método FASF teve o valor da PR menor que os outros métodos.

O método LSAST também apresenta uma instabilidade durante as primeiras épocas de cada período, como o método LAMBDA. Estes intervalos de estabilidade ocorrem após 157 épocas no primeiro período e 57 no segundo.

Os períodos nos quais a resolução das ambiguidades é estável coincidem nos três métodos, devido ao tempo que o filtro de Kalman leva para convergir. Porém há variações de 1 a 2 ciclos nas ambiguidades entre as soluções de cada método para os satélites com baixa elevação. Estes satélites são SV11, SV12, SV15 e SV26, com elevações de 20°, 15°, 15° e 15° respectivamente (Figura 8.2). As ambiguidades referentes aos outros satélites (SV4, SV9 e SV28) são sempre resolvidas para os mesmos valores em qualquer período. Apesar da linha de base ser pequena e os efeitos da ionosfera e troposfera serem bastante reduzidos na formação das duplas diferenças, ainda existe um pequeno resíduo desses efeitos que dificulta a resolução das ambiguidades quando utilizada apenas uma frequência. No entanto, os erros das posições, mesmo com essas variações nos valores das ambiguidades com relação aos valores verdadeiros, são menores que 30 cm. A Tabela 8.2 mostra as estatísticas dos erros de posição, quando as ambiguidades são resolvidas.

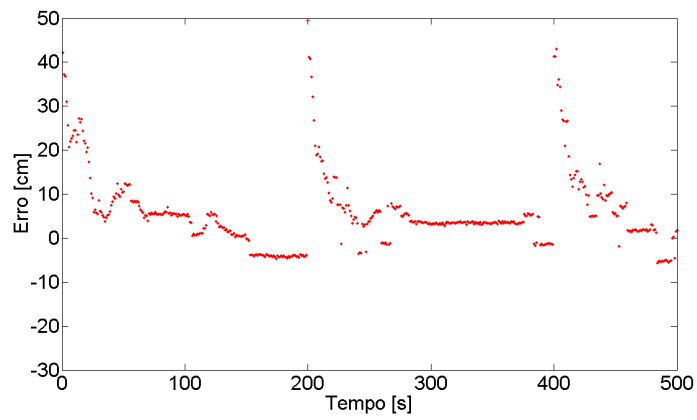
Os gráficos da Figura 8.4 mostram o erro da posição do usuário quando as ambi-

Tabela 8.2 - Estatística do erro de posição do usuário [m].

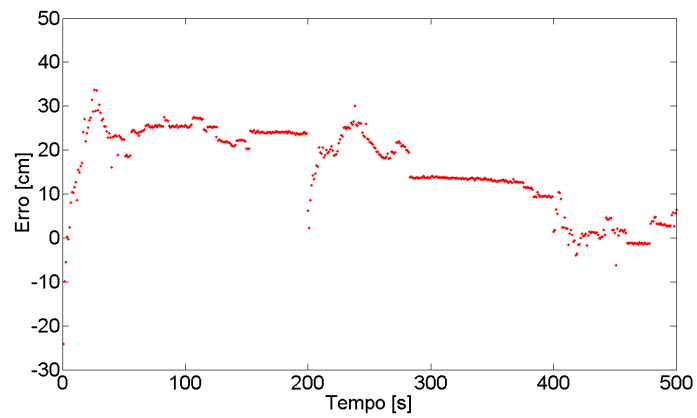
	LAMBDA	FASF	LSAST
Sul	0,059±0,087	0,012±0,082	0,020±0,087
Leste	0,157±0,094	0,159±0,099	0,110±0,115
Vertical	-0,010±0,168	-0,076±0,139	-0,012±0,188

guidades são resolvidas pelo método LAMBDA. Os gráficos das Figuras 8.5 e 8.6 mostram estes erros usando os métodos FASF e LSAST para resolução das ambiguidades, respectivamente.

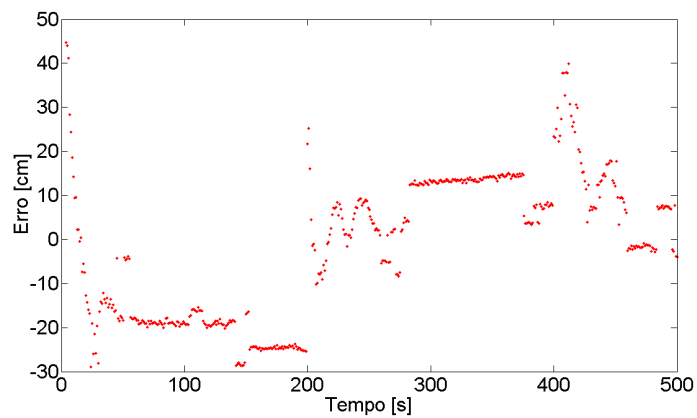
Os métodos LAMBDA e FASF usam uma busca recursiva dentro do espaço gerado pela matriz de covariâncias, na qual as ambiguidades são relacionadas entre os níveis de busca. Isto faz com que sejam varridas poucas ambiguidades e torne a busca mais rápida. O método LSAST varre um número fixo de ciclos no conjunto primário de satélites, levando a uma busca mais lenta. O tempo médio de processamento para a execução do método LAMBDA foi de 4 ± 7 ms e para o método FASF foi de 2 ± 4 ms. O tempo de processamento do LAMBDA foi um pouco maior devido à realização da transformação-Z, junto com a busca recursiva. O método LSAST teve um tempo médio de processamento de 331 ± 31 ms.



(a)

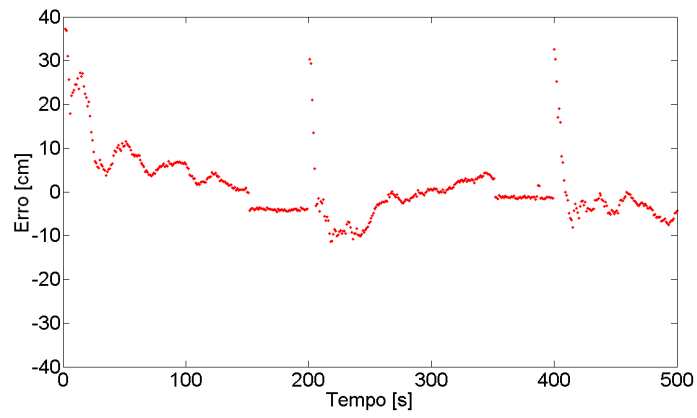


(b)

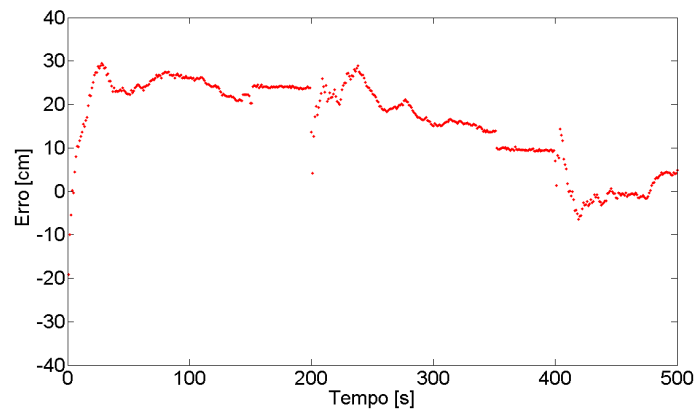


(c)

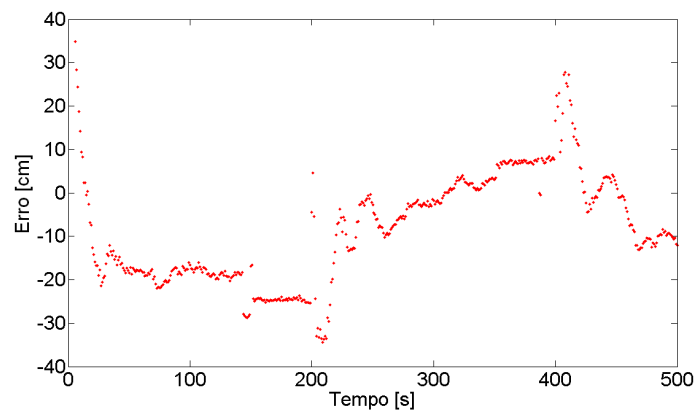
Figura 8.4 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)

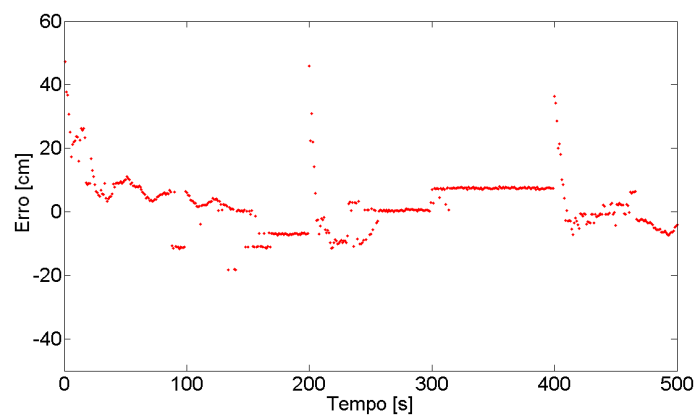


(b)

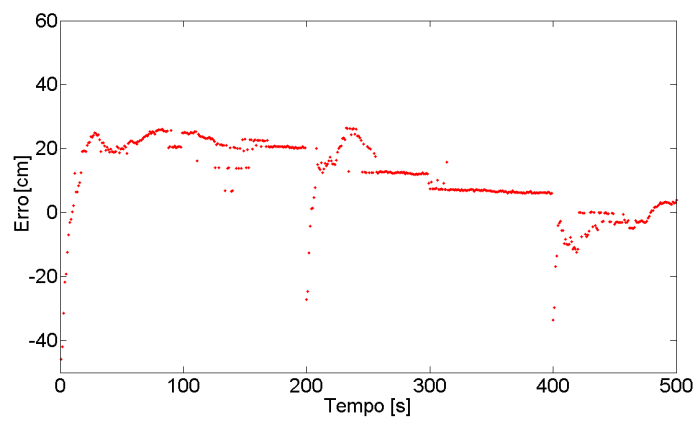


(c)

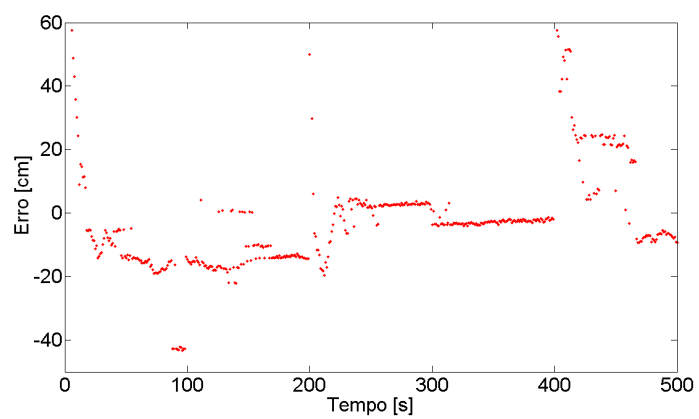
Figura 8.5 - Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.6 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.

8.1.2 Resolução em 2 frequências - L1 e *widelane*

Este segundo teste de resolução de ambiguidades foi realizado utilizando-se as medidas de código e fase da portadora em duas frequências L1 e L2. O modelo de medidas faz uso da combinação *widelane*, usando as medidas de fase de ambas as frequências. Este modelo é descrito na [Equação 7.3](#).

Neste teste, o desvio padrão da medida da pseudodistância adotada foi de 1,0 m e o da fase de 3 mm. Os estados a serem estimados neste teste são distância geométrica D , dada em metros, e as ambiguidades a_1 da frequência L1 e a_{wl} da combinação *widelane*, dadas em ciclos, para cada medida de dupla diferença. Assim, o vetor de estado a ser considerado é:

$$\mathbf{x} = \left[D_1 \quad \dots \quad D_m \quad a_{N1_1} \quad \dots \quad a_{N1_m} \quad a_{wl_1} \quad \dots \quad a_{wl_m} \right]^T \quad (8.3)$$

onde m é o número de medidas de dupla diferença. No teste estático, a matriz de transição de estados assume a forma de uma matriz identidade de ordem $3m$. O valor inicial da covariância de \mathbf{x} , \mathbf{P} para todos os métodos neste teste é dado por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 100^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{2m \times m} & 20^2 \cdot \mathbf{I}_{2m \times 2m} \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

enquanto que a covariância do ruído dinâmico, \mathbf{Q}_x , para cada método é dado por:

$$\begin{aligned} \text{LAMBDA e LSAST : } \mathbf{Q}_x &= \begin{bmatrix} 10^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{2m \times m} & 0,001^2 \cdot \mathbf{I}_{2m \times 2m} \end{bmatrix} \\ \text{FASF : } \mathbf{Q}_x &= \begin{bmatrix} 10^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{2m \times m} & 0,1^2 \cdot \mathbf{I}_{2m \times 2m} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.5)$$

Após cada reinicialização, o filtro precisa de um certo tempo para convergir novamente. Embora as ambiguidades sejam resolvidas para os valores corretos dentro de algumas épocas após cada reinicialização, a validação leva 33 épocas, em média, para aceitar como corretas as ambiguidades. Com o método LAMBDA, as PR foram 98%, 93% e 87% e as PRC foram 97,5%, 93% e 80%, em cada período compreendido entre as reinicializações. Usando o método FASF, que leva 81 épocas, em média, para que as ambiguidades sejam consideradas resolvidas, por causa da convergência do filtro ou o número de candidatas é maior do que 20. Este método teve PR de 58,8%,

56,8%, e 7% e PRC de 25,6%, 17,6% e 3% em cada período. O método LSAST foi capaz de resolver ambigüidades *widelane* nos segundo e terceiro períodos para os valores verdadeiros, mas em L1 teve apenas algumas épocas bem sucedidas, no final do terceiro período, apesar de as ambigüidades L1 terem passado no teste de validação na maior parte do tempo. Assim, as PRC foram de 0%, 0% e 17% em cada período. Estes resultados estão apresentados na [Tabela 8.3](#). Os gráficos da [Figura 8.7](#) mostram as épocas nas quais as ambigüidades foram consideradas resolvidas e se foram resolvidas para os valores verdadeiros durante o teste.

Tabela 8.3 - Valores da PR, PRC e tempo necessário para resolução das ambigüidades (TR, em segundos) em cada método.

Período	1			2			3		
	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR
LAMBDA	98	99,5	6	93	100	3	87	92	3
FASF	58,8	86	82	56,8	88,1	72	45	100	87
LSAST	73,3	0	3	84,9	0	1	89,0	17	3

O erro da posição, dado pela posição calculada do usuário menos a posição conhecida do marco no qual o usuário estava posicionado, são mostrados nos gráficos das [Figuras 8.8](#), [8.9](#) e [8.10](#), para cada método de resolução de ambigüidade e suas estatísticas estão na [Tabela 8.4](#).

Tabela 8.4 - Estatística do erro de posição do usuário [m].

	LAMBDA	FASF	LSAST
Sul	-0,018±0,070	-0,018±0,080	0,101±0,157
Leste	0,039±0,051	0,114±0,115	0,138±0,122
Vertical	0,000±0,101	-0,079±0,162	-0,055±0,147

Quando as ambigüidades não foram aceitas, os valores reais foram utilizados, o que causou os grandes erros de posição após as reinicializações. Como mostrado na [Figura 8.10](#), o erro da posição com o método LSAST é maior do que outros métodos, nos segundo e terceiro períodos. Isso ocorre porque algumas das ambigüidades L1 desviam apenas 1 ciclo dos valores reais, após serem resolvidas e aceitas, ou quando foram usadas as ambigüidades com valores reais, quando não foram validadas.

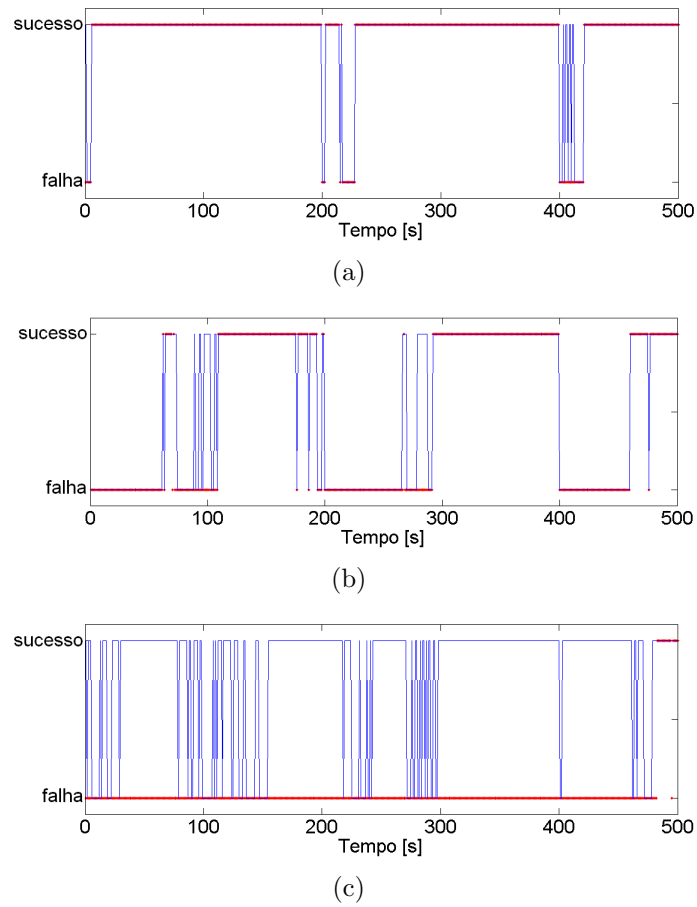
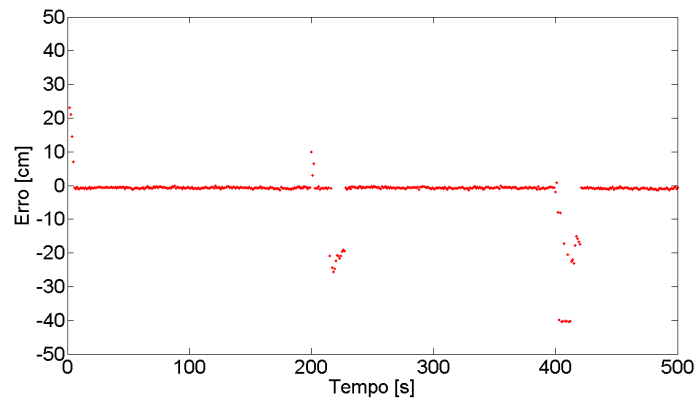
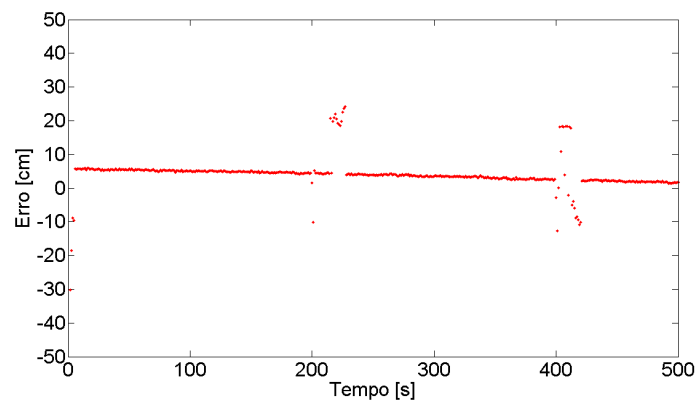


Figura 8.7 - Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.

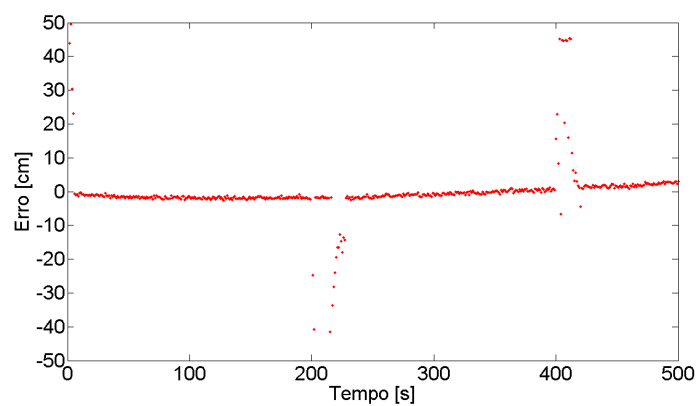
Estes três métodos constroem o espaço de busca de forma diferentes. O método LSAST possui um tempo de processamento consideravelmente mais longo do que os outros métodos. Para o LSAST, o tempo de processamento em cada época foi de $516,0 \pm 31,7$ ms, enquanto que para o método LAMBDA foi de 14 ± 7 ms, e para o FASF foi de 2 ± 3 ms para a resolução de 7 ambiguidades L1 e 7 *widelane*. A maior parte do tempo neste teste, o método FASF atinge o loop mais profundo apenas uma vez.



(a)

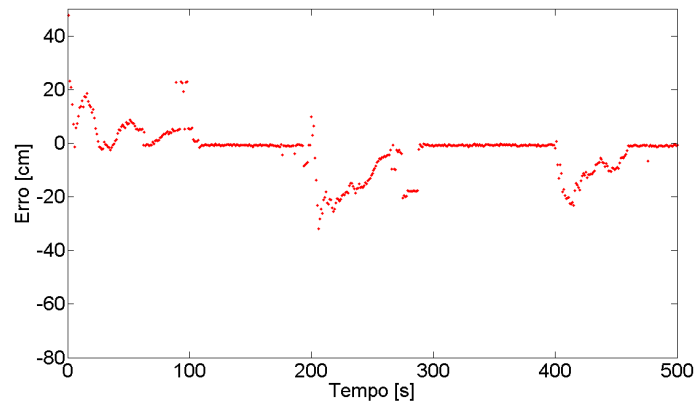


(b)

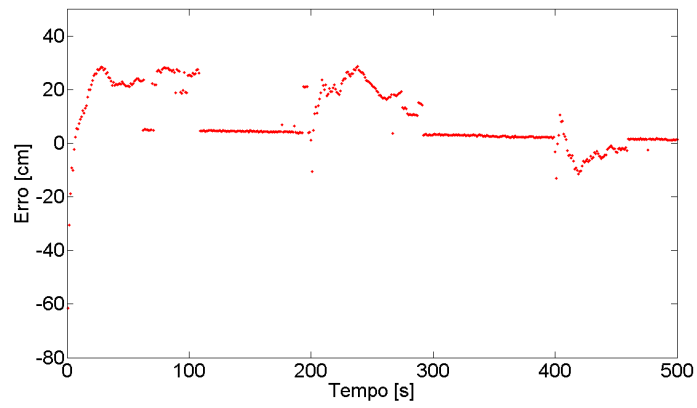


(c)

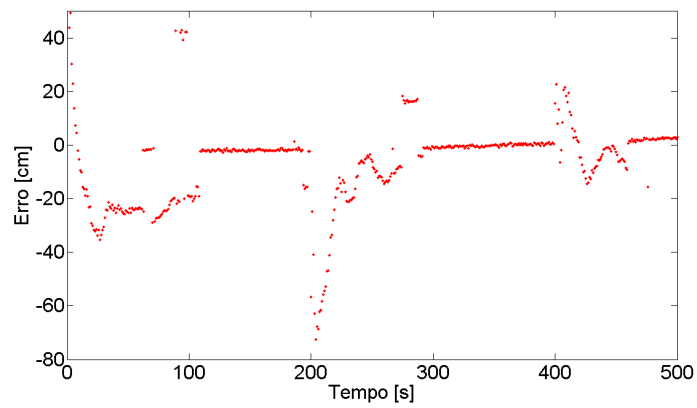
Figura 8.8 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)

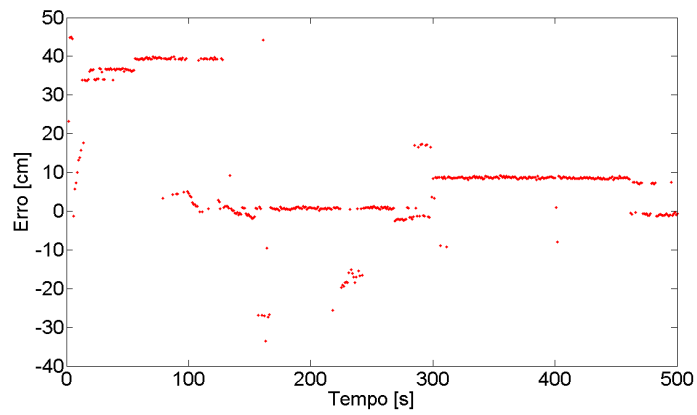


(b)

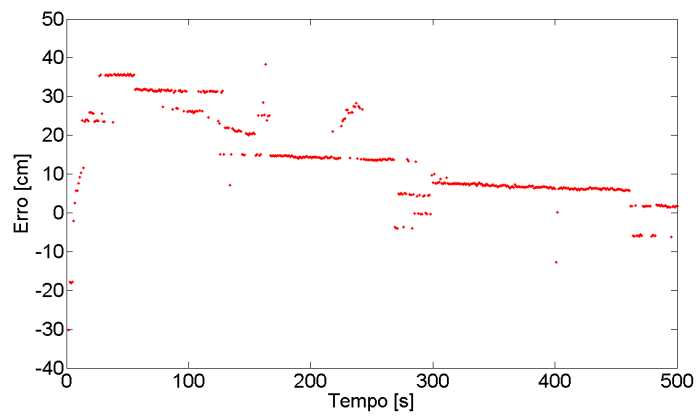


(c)

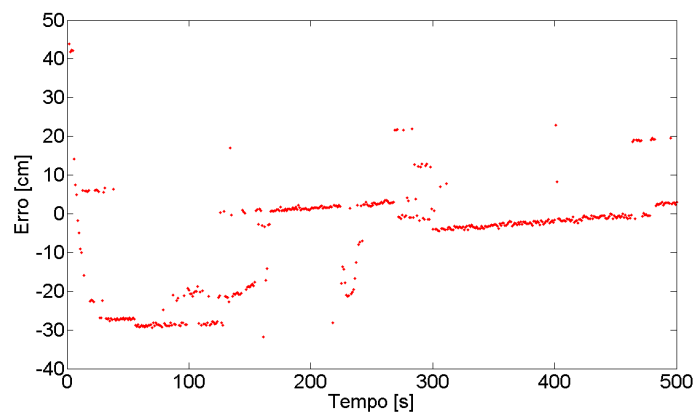
Figura 8.9 - Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.10 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.

8.2 Teste dinâmico - aeronave

Para a realização do teste dinâmico, foram usados dois receptores GPS Ashtech Z12, sendo um deles montado em uma aeronave em um voo de teste, em um ensaio realizado no dia 16 de abril de 2002, e o outro como base. As coordenadas da base são dadas por S 23° 13' 42,9859", W 45° 51' 23,4615" e 686,227 m ou $x_{ref} = 4084584,8649$ m, $y_{ref} = -4208568,8146$ m e $z_{ref} = -2500274,8289$ m em coordenadas ECEF no sistema WGS-84. Esta configuração está esquematizada na Figura 8.11. Os dados foram coletados a uma taxa de 2 Hz. A Figura 8.12 reproduz as trajetórias horizontal da aeronave e sua altura em função do tempo.

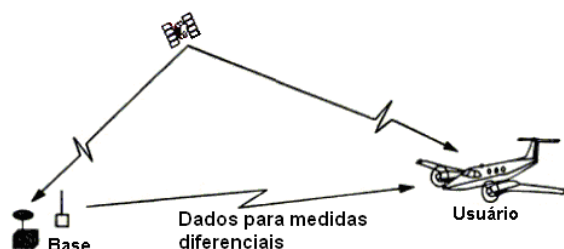


Figura 8.11 - Configuração do teste dinâmico.

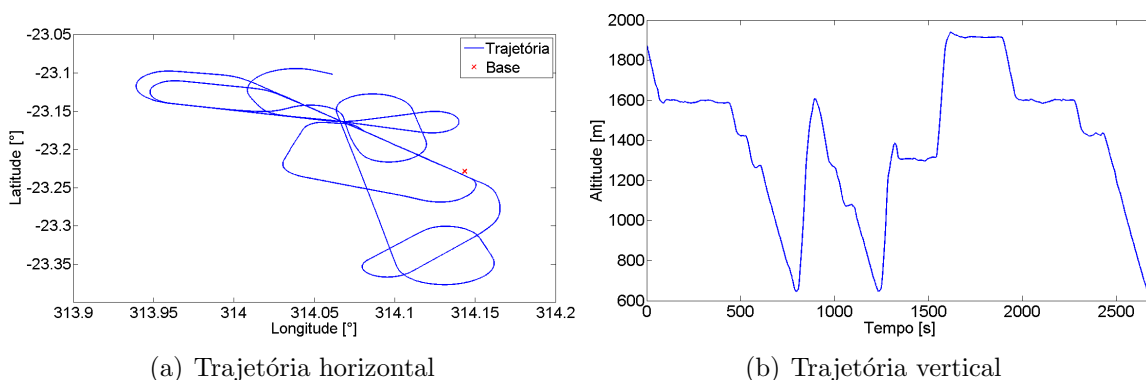


Figura 8.12 - Trajetória da aeronave durante o voo.

Durante o teste, os mesmos 7 satélites estavam visíveis durante todo o tempo (SV01, SV02, SV11, SV13, SV20, SV22 e SV25), resultando em 6 medidas de dupla diferença (Figura 8.13). O satélite SV11 foi tomado como mestre. Os dados estavam

livres de perdas de ciclos. A solução foi comparada com uma trajetória de referência pós-processada com o software proprietário PNAV da Ashtech, cuja a precisão é compatível com a de softwares comerciais. A precisão da posição também foi avaliada por meio dos resíduos das duplas diferenças das medidas de fase. O valor do teste W deve ser superior a 1,15, o que equivale a 90% de confiabilidade.

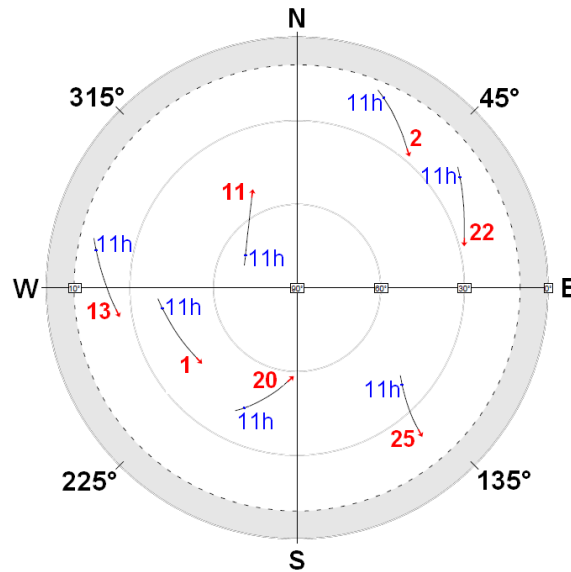


Figura 8.13 - Mapa de visibilidade dos satélites durante o teste dinâmico.

8.2.1 Resolução em 1 frequência - L1

Assim como nos testes anteriores, o desvio padrão da medida da pseudodistância foi de 1,0 m e o da fase L1 de 3 mm. Os estados a serem estimados neste teste são distância geométrica D , dada em metros, e sua variação no tempo \dot{D} e as ambiguidades a_{N1} da frequência L1, dada em ciclos, para cada medida de dupla diferença. Assim, o vetor de estado a ser considerado é:

$$\mathbf{x} = \left[D_1 \quad \dots \quad D_m \quad \dot{D}_1 \quad \dots \quad \dot{D}_m \quad a_{N1_1} \quad \dots \quad a_{N1_m} \right]^T \quad (8.6)$$

onde m é o número de medidas de dupla diferença.

No teste dinâmico, a matriz de transição de estados assume a forma:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{m \times m} & \delta t \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{I}_{m \times m} \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

onde δt é o intervalo entre as medidas, de 0,5 s. O valor inicial da covariância de \mathbf{x} , \mathbf{P} , para todos os métodos, é dado por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 100^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & 50^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & 25^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

O valor da covariância do ruído dinâmico \mathbf{Q}_x para os métodos LAMBDA e LSAST é dado por:

$$\mathbf{Q}_x = \begin{bmatrix} 0^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & 0,2^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & 0,01^2 \cdot \mathbf{I}_{m \times m} \end{bmatrix} \quad (8.9)$$

Para o método FASF, o valor correspondente ao ruído nas ambiguidades é dado por $0,1^2$ (ciclos/s)².

A Tabela 8.5 mostra os valores da distância do usuário com relação à base no instante de reinicialização do filtro, em km, PR e tempo para resolver as ambiguidades, em segundos. O gráfico da Figura 8.14 mostra a distância do usuário com relação à base durante o teste.

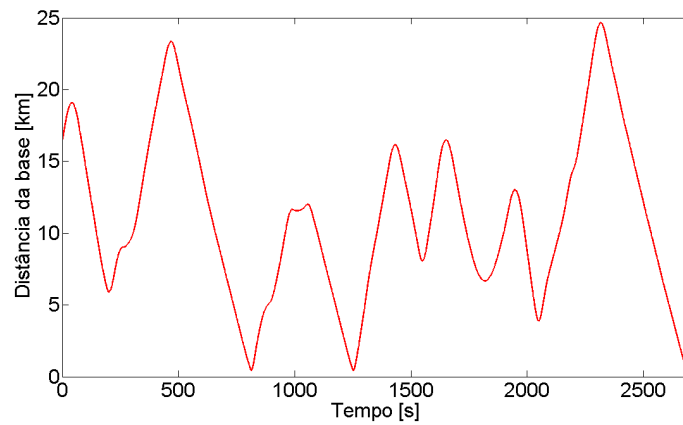


Figura 8.14 - Distância da aeronave com relação à base durante o teste.

Tabela 8.5 - Valores da distância (em km), PR e TR (em segundos) para cada método.

Tempo	0		300		600		900		1200	
Distância	16,4		9,8		14,2		5,3		3,4	
	PR	TR	PR	TR	PR	TR	PR	TR	PR	TR
LAMBDA	48,2	50,5	29,0	8,5	21,2	3	46,5	1	71,9	4
FASF	44,2	95,5	40,4	78,5	31,8	82,5	46,6	56	62,6	63
LSAST	71,8	13,5	94,3	1,5	30,7	3,5	57,6	2,5	70,3	4

Tempo	1500		1800		2100		2400	
Distância	11,7		6,9		7,5		19,0	
	PR	TR	PR	TR	PR	TR	PR	TR
LAMBDA	20,9	4	45,1	4	38,2	1	47,1	3,5
FASF	26,4	68	47,1	58,5	62,8	55	62,4	46,5
LSAST	39,7	3,5	33,2	2	94,6	2	71,3	0,5

A fonte de erros dominante que dificulta a resolução correta das ambiguidades usando apenas as medidas da frequência L1 é a ionosfera (LIU et al., 2003). Devido a este efeito, todos os métodos apresentaram instabilidade na resolução das ambiguidades, ou seja, uma vez que as soluções eram validadas, elas se sustentam apenas por poucas épocas seguidas. Os efeitos não modelados da troposfera são mais significativos, uma vez que as altitudes da base e da aeronave são diferentes e as dupla diferenças não o eliminam completamente. Da mesma forma, os efeitos da ionosfera aumentarão quando a distância e a altitude da aeronave aumentarem.

Os gráficos das Figuras 8.14 e 8.15 mostram que a resolução das ambiguidades quando a aeronave se encontrava distante da base teve um comportamento mais instável do que quando a distância era menor, devido ao efeito da ionosfera, mais significativo com o aumento da distância e do efeito troposférico devido à diferença de altitude entre os receptores.

O método FASF necessita em média de 67 épocas para atingir um número de soluções menor que 20 e validar os resultados após cada reinicialização. Este método teve maior tempo para obter a primeira ambiguidade resolvida após cada reinicialização, pois é necessário que a covariância do filtro atinja um certo valor que limita as soluções a 20.

Apesar da influência da ionosfera no sucesso da resolução de ambiguidades utili-

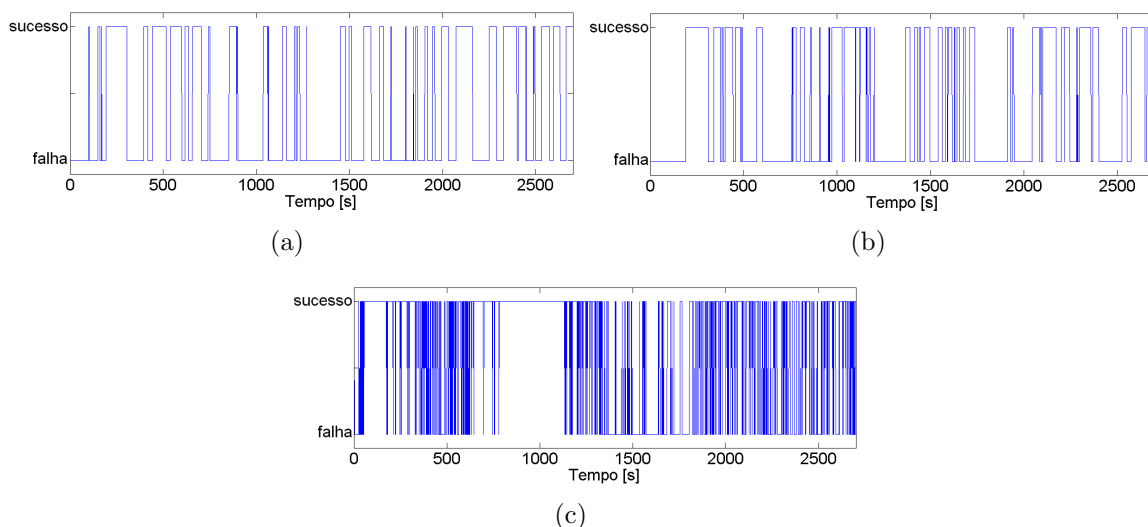


Figura 8.15 - Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.

zando uma frequência (L1), o gráfico dos erros da posição mostrou uma solução com acurácia melhor que 50 cm a maior parte do tempo para os métodos LAMBDA e FASF. Os erros obtidos com o método LSAST atingem valores maiores, de até cerca de 5 m (Figura 8.18), proporcionais à distância da aeronave com relação à base. Este efeito se deve ao fato de que para cada conjunto de ambiguidades primárias varridas pelo método, existe um conjunto de ambiguidades secundárias (HATCH, 1990). Como a distância é da ordem de vários quilômetros (Figura 8.14), os efeitos atmosféricos afetam o grupo secundário de modo que resulta em ambiguidades com valores bastante diferentes dos corretos. A Tabela 8.6 mostra os valores médios dos resíduos das dupla diferenças para cada método.

Tabela 8.6 - Resíduos das dupla diferenças de fase em L1 para cada método [m].

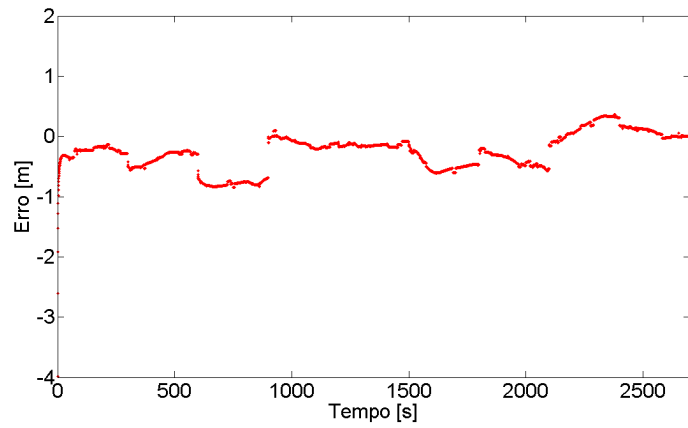
Satélite	LAMBDA	FASF	LSAST
SV01	0,134±0,183	0,114±0,187	-0,118±0,659
SV02	0,037±0,245	-0,052±0,251	-0,335±0,936
SV13	0,224±0,272	-0,209±0,269	0,399±0,991
SV20	0,205±0,183	0,209±0,178	-0,570±1,364
SV22	0,227±0,298	0,238±0,289	-0,183±0,501
SV25	0,249±0,203	-0,251±0,195	0,582±1,287

A Tabela 8.7 mostra as estatísticas para o erro da posição da aeronave com relação à trajetória de referência. Estes erros apresentam desvios padrão semelhantes aos dos resíduos, a menos da componente vertical que é sabidamente a menos observável. As Figuras 8.16, 8.17 e 8.18 mostram o comportamento das componentes sul, leste e vertical da aeronave durante o teste.

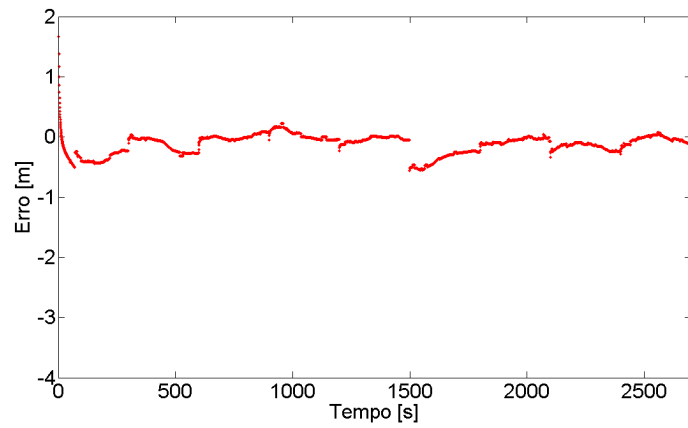
Tabela 8.7 - Estatística do erro de posição da aeronave [m].

	LAMBDA	FASF	LSAST
Sul	$-0,258 \pm 0,296$	$-0,265 \pm 0,305$	$-0,645 \pm 1,456$
Leste	$-0,115 \pm 0,221$	$-0,099 \pm 0,235$	$-0,573 \pm 1,535$
Vertical	$-0,853 \pm 0,793$	$-0,858 \pm 0,823$	$-1,060 \pm 1,370$

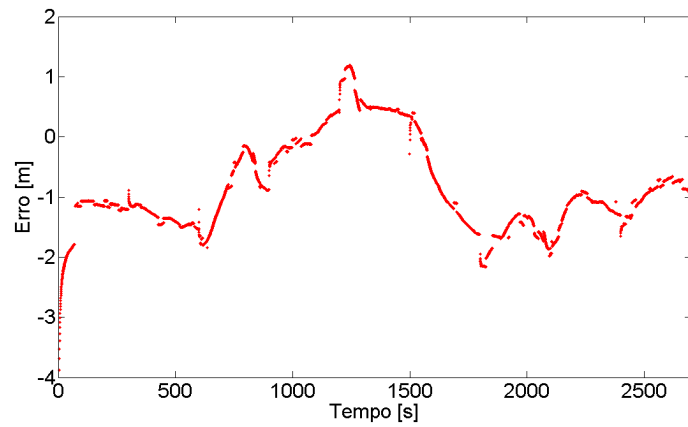
Neste teste, os tempos de processamento foram $3,0 \pm 3,0$ ms para o método LAMBDA, $1,2 \pm 0,6$ ms para o FASF e $141,1 \pm 27,4$ ms para o LSAST.



(a)

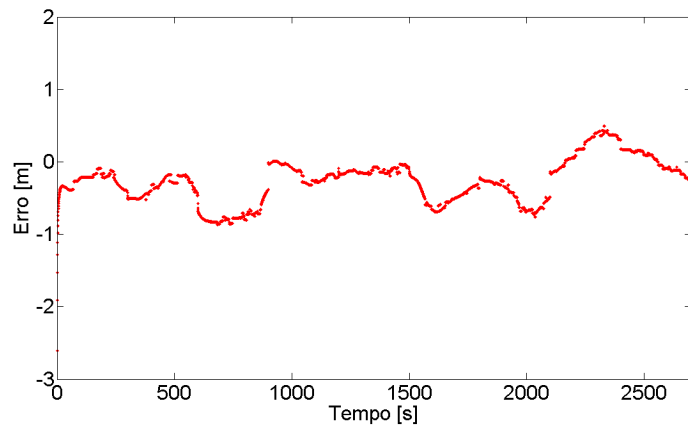


(b)

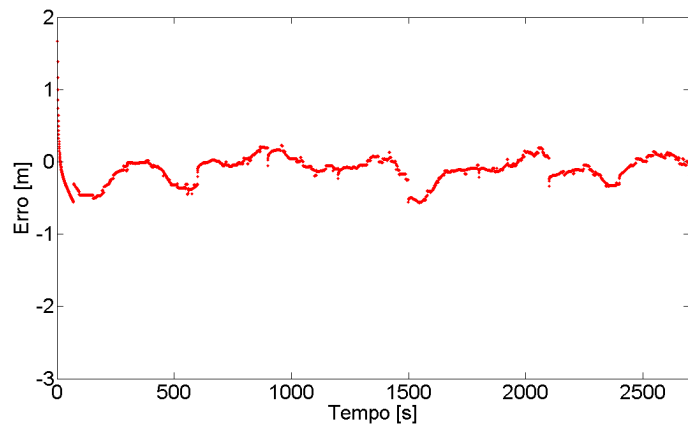


(c)

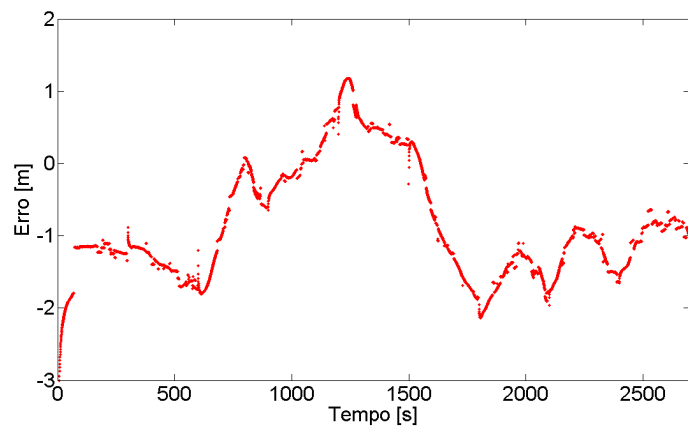
Figura 8.16 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)

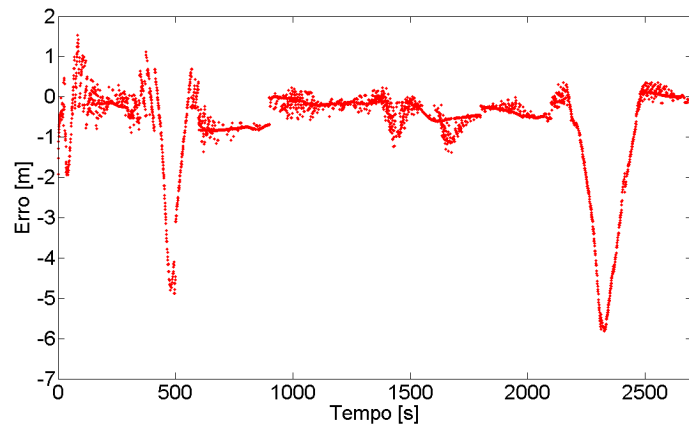


(b)

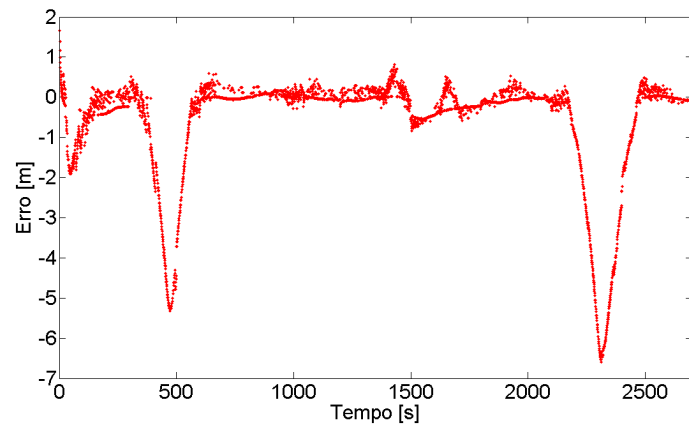


(c)

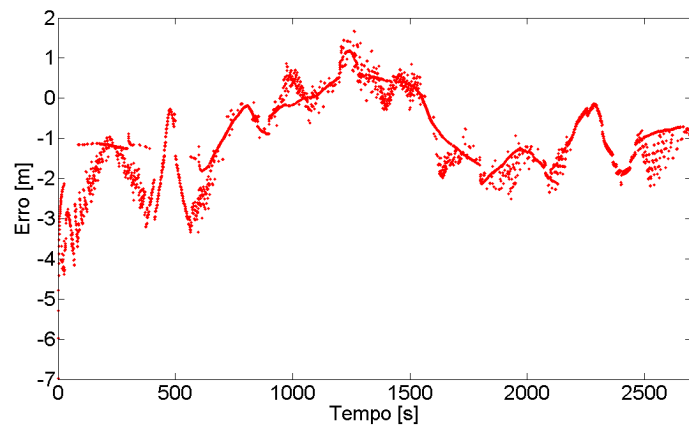
Figura 8.17 - Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.18 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.

8.2.2 Resolução em 2 frequências - L1 e *widelane*

Neste teste, o valor do desvio padrão da medida da pseudodistância foi de 1,0 m e o da fase de 3 mm. Os estados a serem estimados neste teste são distância geométrica D , dada em metros, sua variação \dot{D} , dada em metros por segundo, a pseudo-observação do desvio ionosférico I , em metros, e as ambiguidades a_{N1} da frequência L1 e a_{wl} da combinação *widelane*, dadas em ciclos, para cada medida de dupla diferença.

Assim, o vetor de estado a ser considerado é:

$$\mathbf{x} = \left[D_1 \quad \dots \quad D_m \quad \dot{D}_1 \quad \dots \quad \dot{D}_m \quad I_1 \quad \dots \quad I_m \quad a_{N1_1} \quad \dots \quad a_{N1_m} \quad a_{wl_1} \quad \dots \quad a_{wl_m} \right]^T \quad (8.10)$$

Para este teste, a matriz de transição de estados tem a forma:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{m \times m} & \delta t \cdot \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{I}_{2m \times 2m} \end{bmatrix} \quad (8.11)$$

onde m é o número de medidas de dupla diferença e δt é o intervalo entre as medidas, de 0,5 s. Os valores iniciais da covariância de \mathbf{x} , \mathbf{P} , e do ruído, \mathbf{Q}_x , para o método LAMBDA são dados por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 100^2 \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & 50^2 \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & 10^2 \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{0}_{2m \times m} & 25^2 \mathbf{I}_{2m \times 2m} \end{bmatrix} \quad (8.12)$$

$$\mathbf{Q}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & 10^2 \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times m} & 0,005^2 \mathbf{I}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times 2m} \\ \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{0}_{2m \times m} & \mathbf{0}_{2m \times m} & 0,001^2 \mathbf{I}_{2m \times 2m} \end{bmatrix}$$

Os métodos FASF e LSAST foram inicializados com os mesmos valores, exceto que na matriz \mathbf{Q}_x o valor correspondente às ambiguidades adotados foram de 0,1 e 0,01 (ciclos/s)² respectivamente.

O comprimento de onda da combinação *widelane* da fase é de 86 cm. O efeito ionos-

férico em L1 (em ciclos) é reduzido para 17/60 do comprimento de onda. Devido a esta redução dos efeitos ionosféricos, a combinação *widelane* é mais resistente a estes efeitos (em ciclos) do que as medidas em L1 ou L2 e é mais confiável para resolução de ambiguidade sob condições ionosféricas adversas. Outra propriedade dos observáveis *widelane* é que são mais resistentes à erros de posição devido ao seu maior comprimento de onda. Assim, um erro mínimo de apenas 19 cm em D introduz um erro de um ciclo sobre L1, porém para introduzir um erro de um ciclo em *widelane*, o erro mínimo deve ser de 86 cm. Outra vantagem da combinação *widelane* é a sua propriedade de decorrelação (TEUNISSEN, 1997). Embora a combinação *widelane* diminua o impacto do erro ionosférico em ciclos, ela amplifica seu efeito em metros, no caso da estimação da posição (LIU et al., 2003).

A Tabela 8.8 mostra os valores da distância da base (em km), PR, PRC e TR (em segundos) após cada reinicialização do filtro. Os gráficos da Figura 8.19 mostram as épocas nas quais a resolução das ambiguidades teve sucesso.

Tabela 8.8 - Valores da distância (em km), PR, PRC e tempo necessário para resolução das ambiguidades (TR, em segundos) em cada método.

Tempo	0			300			600		
Distância	16,4			9,8			14,2		
	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR
LAMBDA	72,4	0	54	98,7	0	4,5	37,9	0	10
FASF	67,1	0	95,5	66,6	0	94,5	34,4	0	127,5
LSAST	46,4	0	20,5	59,4	0	8	19,8	0	4,5

Tempo	900			1200			1500		
Distância	5,3			3,4			11,7		
	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR
LAMBDA	40,4	72,3	4	44,5	0	5,5	61,2	0	13,5
FASF	52,4	28,3	61	65,8	0	84	45,4	0	55
LSAST	42,7	0	2,5	58,4	0,5	18	24,5	0	4

Tempo	1800			2100			2400		
Distância	6,9			7,5			19,0		
	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR	PR	PRC	TR
LAMBDA	94,4	92,9	6,5	86	0	2,5	96	0	3,5
FASF	60,9	36,4	53	59,2	0	58,5	65,9	0	45,5
LSAST	41,9	0	4	54,2	0	1,5	46,5	0	2,5

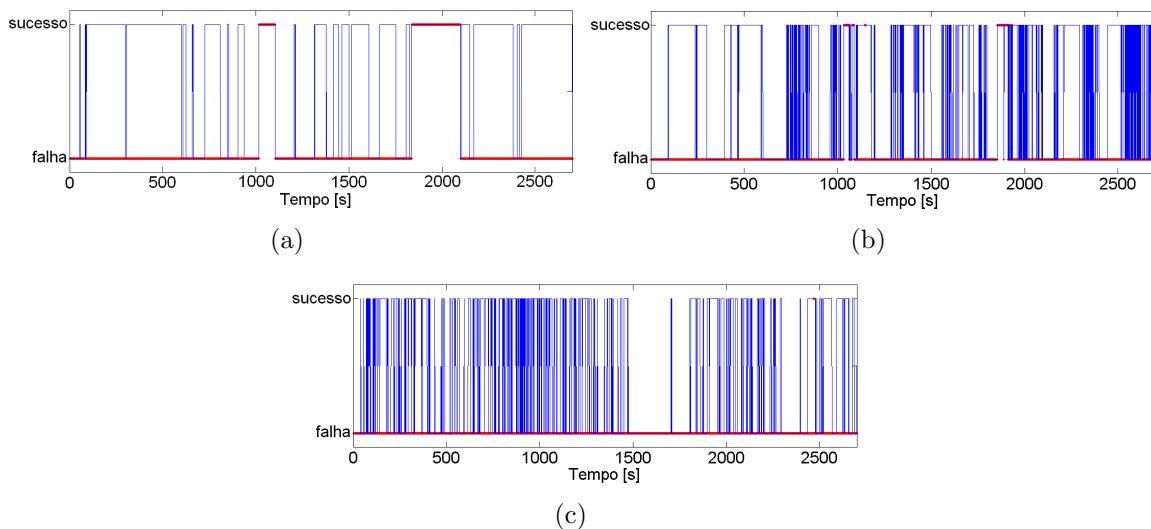


Figura 8.19 - Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.

Todos os métodos apresentaram valores da PR maiores que usando apenas a frequência L1. O método LAMBDA apresentou maior PR na maior parte dos períodos de dados, bem como teve o comportamento mais estável dentre os métodos testados (Figura 8.19a).

Assim como nos outros testes, o método FASF é o que necessita de mais épocas para resolver as ambiguidades. Neste teste leva em média 75 s para apresentar a primeira solução. Após obter uma solução, o método FASF também se apresenta mais instável devido à dificuldade da validação das ambiguidades em L1. A PR do método FASF é em geral menor que a do método LAMBDA devido ao TR ser maior e ter mais instabilidade na validação das ambiguidades L1.

Os gráficos da Figura 8.20 mostram o comportamento dos resíduos das medidas de dupla diferença da fase da portadora da frequência L1 e da combinação *widelane*. A Tabela 8.9 mostra as estatísticas dos resíduos, considerando todo o período do teste. Para os métodos LAMBDA e FASF, os resíduos têm desvios padrão menores que 30 cm. Este valor mostra a precisão que a solução da posição usando estes métodos pode ser obtida.

O gráfico dos resíduos do método LSAST (Figuras 8.20e e 8.20f) apresenta desvios significativos quando a aeronave se encontra a distâncias maiores que 10 km da

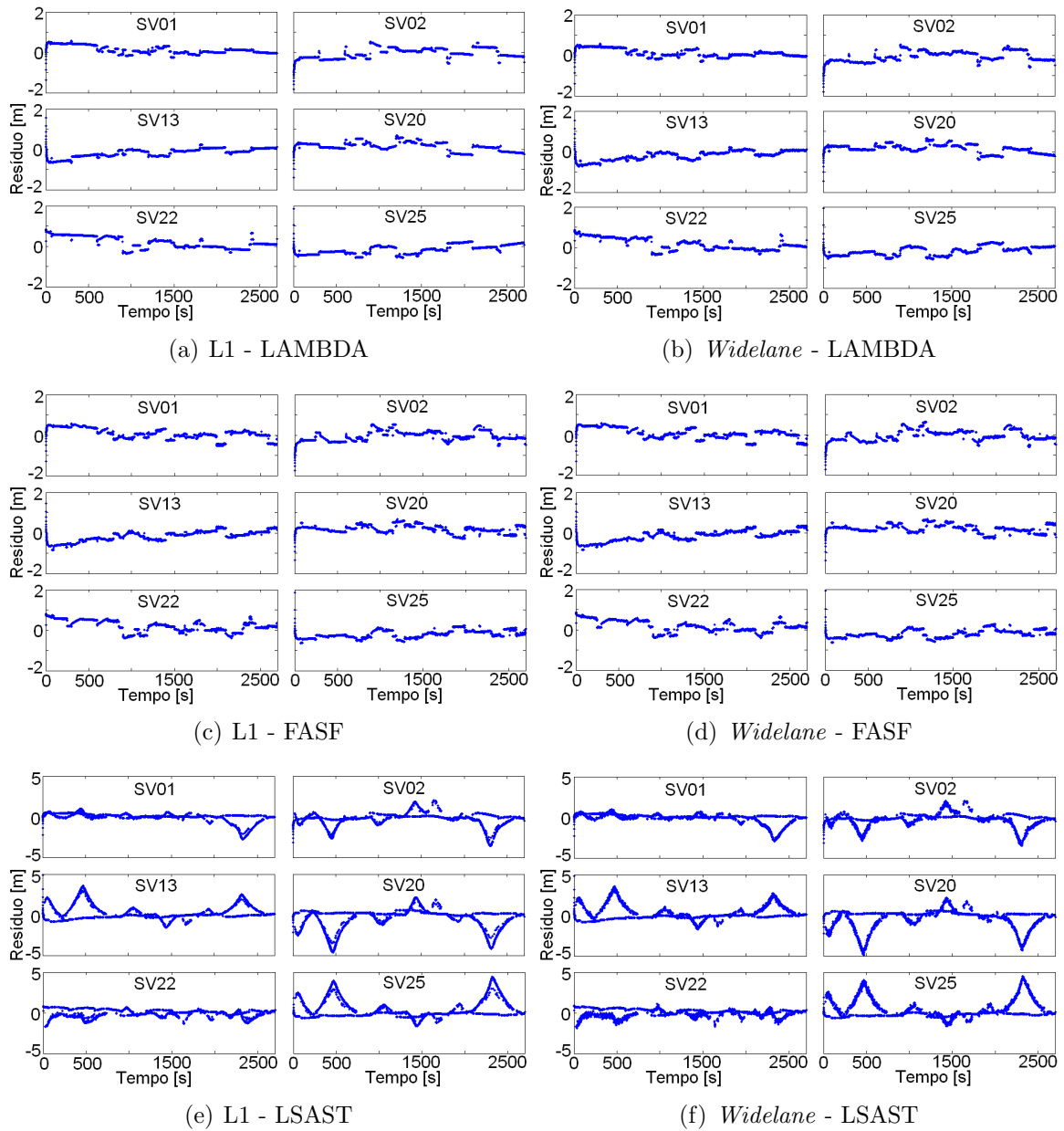


Figura 8.20 - Resíduos das duplas diferenças de fase em L1 e *widelane* para cada método.

base. Esses desvios são da ordem de 4 m para uma distância de 25 km. No entanto, os valores da melhor solução são validados pois a comparação com a segunda melhor solução apresenta um nível de significância alto, isto é, as soluções são estatisticamente distintas entre si. Como o método LSAST apresenta os resultados afetados pela distância da aeronave com relação à base, a solução da posição tem qualidade pior, com desvio padrão da ordem de 1 m.

Tabela 8.9 - Resíduos das dupla diferenças de fase em L1 e *widelane* para cada método [m].

Satélite	LAMBDA	FASF	LSAST
L1			
SV01	0,118±0,193	0,076±0,256	-0,018±0,518
SV02	-0,049±0,252	-0,047±0,249	-0,236±0,739
SV13	-0,175±0,225	-0,164±0,258	0,198±0,841
SV20	0,133±0,224	0,187±0,196	-0,319±1,125
SV22	0,178±0,287	0,195±0,280	-0,040±0,444
SV25	-0,169±0,221	-0,209±0,191	0,302±1,056
<i>widelane</i>			
SV01	0,113±0,197	0,070±0,264	-0,029±0,531
SV02	-0,059±0,255	-0,050±0,260	-0,237±0,721
SV13	-0,192±0,241	-0,165±0,268	0,189±0,823
SV20	0,140±0,211	0,201±0,204	-0,302±1,096
SV22	0,167±0,290	0,187±0,280	-0,007±0,432
SV25	-0,174±0,219	-0,207±0,195	0,274±1,031

O erro da posição da aeronave com relação à trajetória de referência nas componentes sul, leste e vertical estão mostrados nos gráficos das Figuras 8.21, 8.22 e 8.23, para cada método. As estatísticas do erro da posição estão na Tabela 8.10.

Tabela 8.10 - Estatística do erro de posição da aeronave [m].

	LAMBDA	FASF	LSAST
Sul	-0,213±0,344	-0,226±0,327	-0,262±0,463
Leste	-0,129±0,247	-0,099±0,240	0,038±0,436
Vertical	-0,935±0,857	-0,874±0,843	-0,958±1,156

O valor dos desvios padrão dos resíduos são semelhantes nos testes com uma e duas frequências. Isto se deve ao fato de que são usados os valores reais das ambiguidades quando estas não são resolvidas ou quando são resolvidas para valores que não são os corretos. Entre os instantes 1837 e 2100 s de teste, as ambiguidades são resolvidas pelo método LAMBDA para os valores considerados corretos. Entre estes instantes, os resíduos possuem a estatística mostrada na Tabela 8.11.

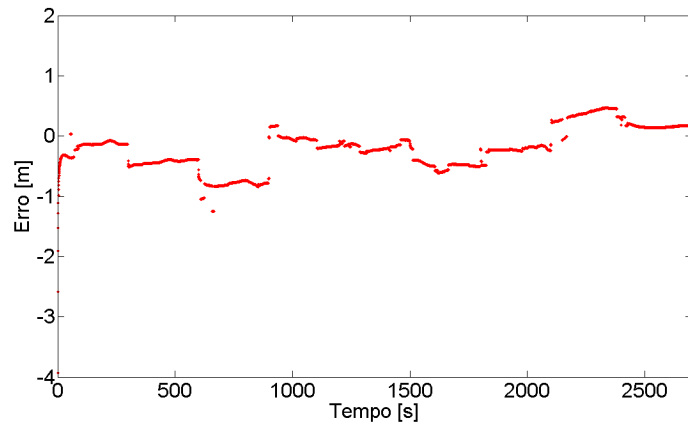
Como os resíduos tiveram, em geral, valores semelhantes aos calculados usando uma

frequência, devido ao uso da ambiguidade com valores reais em caso de falha na resolução em ambos os testes, as componentes do erro da posição também apresentaram precisão semelhante.

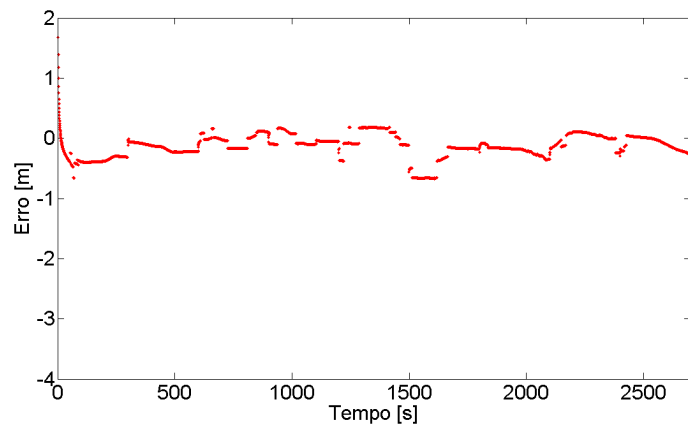
Tabela 8.11 - Estatística dos resíduos das dupla diferenças de fase em L1 e *widelane* para o método LAMBDA, entre os instantes 1837 e 2100 s [m].

Satélite	L1	<i>widelane</i>
SV01	0,006±0,019	0,0184±0,022
SV02	-0,082±0,015	-0,157±0,035
SV13	0,062±0,010	0,079±0,031
SV20	-0,238±0,022	-0,218±0,023
SV22	-0,029±0,011	-0,067±0,021
SV25	0,185±0,026	0,204±0,033

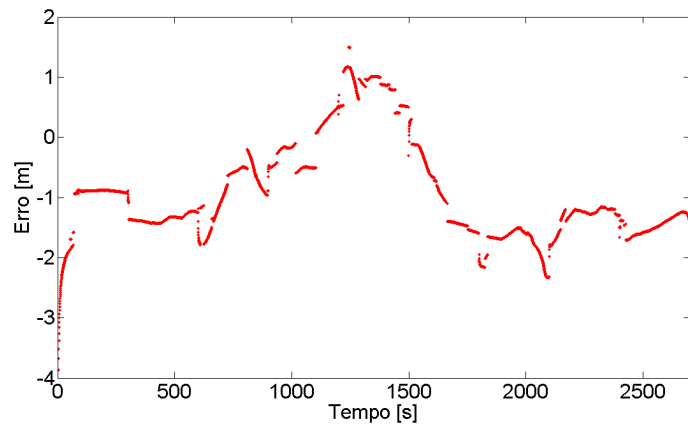
O tempo de processamento da etapa de resolução das ambiguidades pelo método LAMBDA, quando resolvidas com sucesso, foi de 6 ± 6 ms, pelo método FASF foi de 2 ± 1 ms e pelo método LSAST foi de 310 ± 200 ms para resolver 6 ambiguidades na frequência L1 e 6 na combinação *widelane*.



(a)

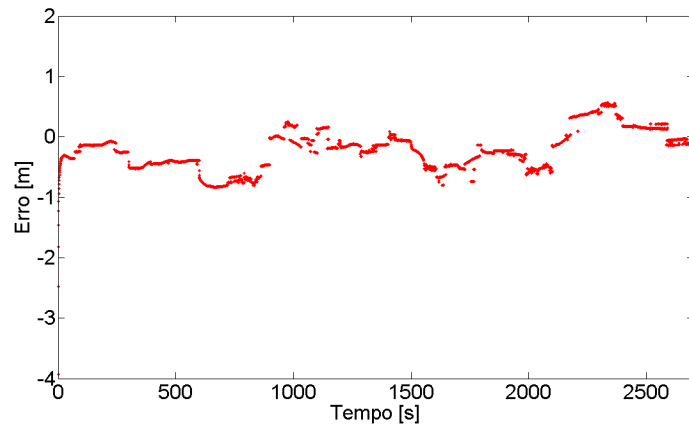


(b)

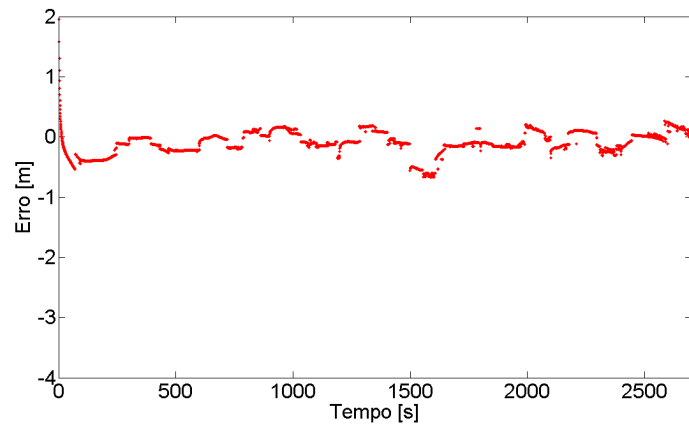


(c)

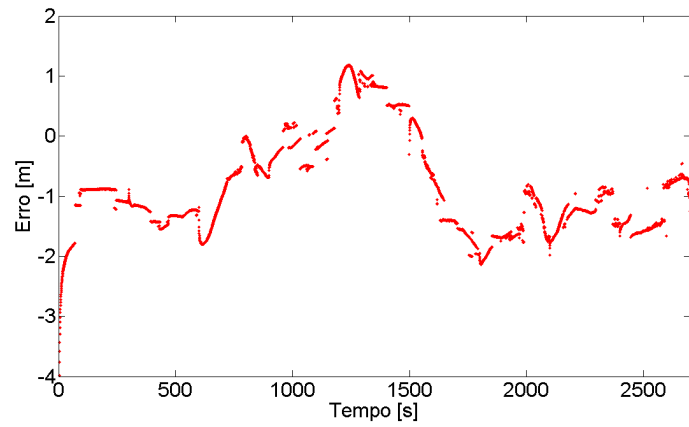
Figura 8.21 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LAMBDA: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)

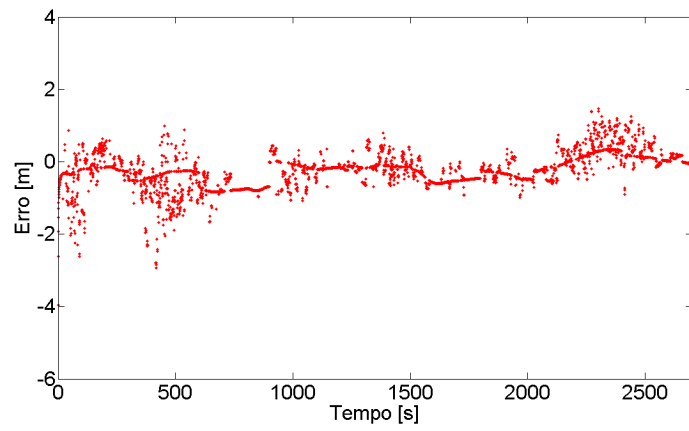


(b)

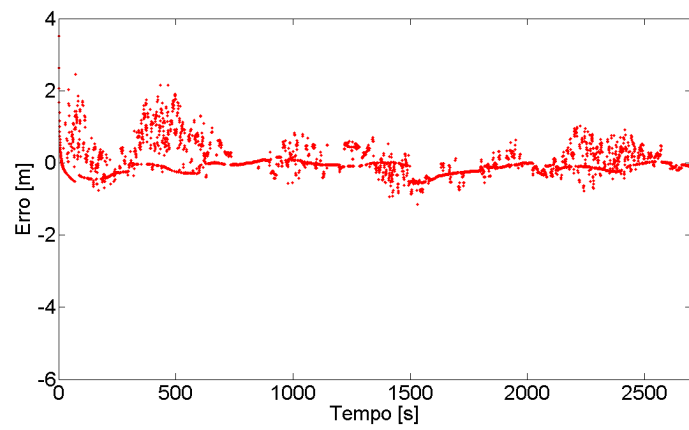


(c)

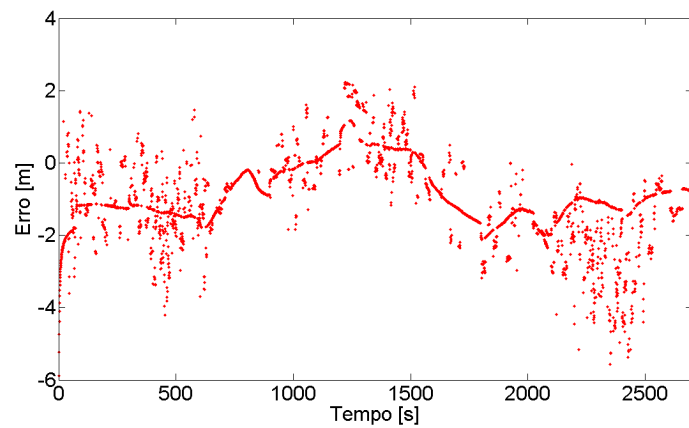
Figura 8.22 - Componentes do erro da posição calculados pelo método FASF: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.23 - Componentes do erro da posição calculados pelo método LSAST: (a) sul; (b) leste; (c) vertical.

8.3 Teste dinâmico - automóvel

Os dados para este teste foram coletados por dois receptores Trimble R8 de dupla frequência, sendo um receptor base, localizado em uma posição conhecida, N 51° 04' 45,94126", W 114° 07' 58,29947" e 1116,617m, em coordenadas ECEF do sistema WGS-84, e o receptor usuário foi montado em um automóvel. Estes dados foram coletados em 28 de novembro de 2007, em uma área próxima à cidade de Calgary, Canadá. A taxa de amostragem dos dados foi de 1 Hz. A Figura 8.24 mostra a trajetória do automóvel e a distância da base em função do tempo para neste teste. Durante o teste, os mesmos 6 satélites estavam visíveis durante todo o tempo (SV02, SV04, SV09, SV12, SV17 e SV28), resultando em 5 medidas de dupla diferença, tomando o SV17 como mestre. A Figura 8.25 mostra o mapa com as elevações dos satélites.

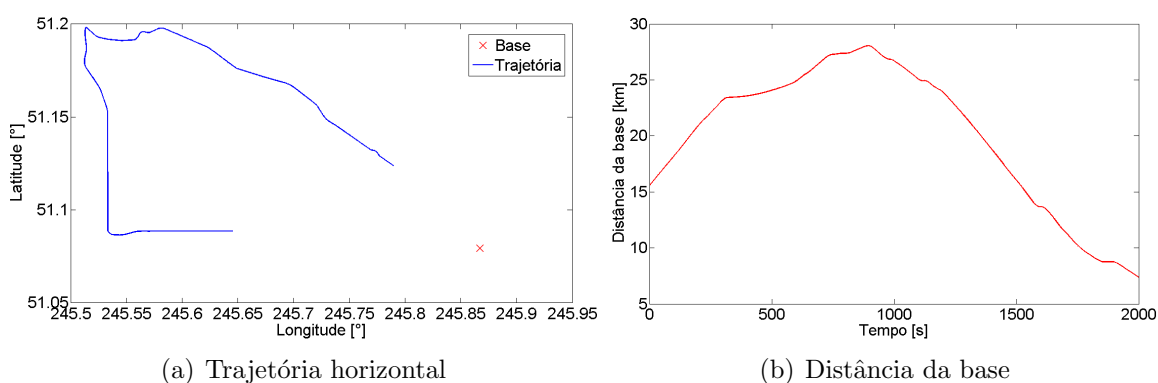


Figura 8.24 - Trajetória do veículo e distância com relação à base.

Assim como no teste com a aeronave, a precisão da posição calculada é avaliada por meio da magnitude dos resíduos das duplas diferenças das medidas de fase. Durante este teste, não foram realizadas reinicializações no filtro. Os dados apresentavam algumas perdas de ciclos, as quais foram corrigidas durante o processamento dos dados com o método descrito no Capítulo 6. Estes dados foram processados usando o mesmo modelo do teste com a aeronave, em duas frequências (Equação 8.10). Os valores iniciais do filtro também foram os mesmos, dados pela Equação 8.12.

O valor da PR do método LAMBDA foi 86,2%, o PRC foi de 58,7% e o TR foi em 42s. Se considerar apenas a resolução das ambiguidades *widelane*, o PRC foi de 97,7%. Para o método FASF, os valores do PR, PRC e TR foram 86%, 61,5% e

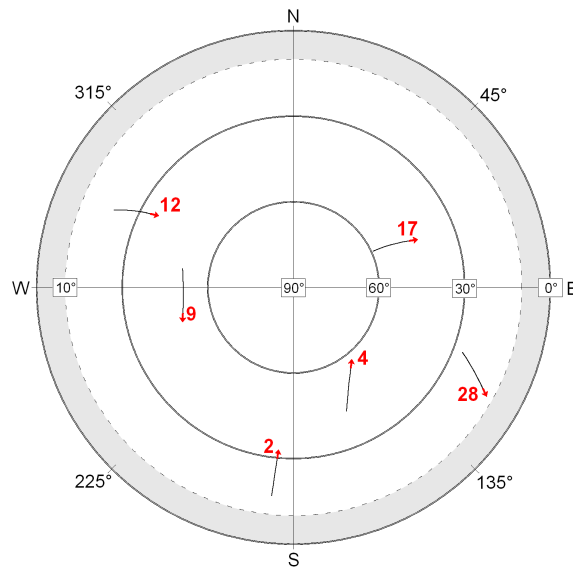


Figura 8.25 - Mapa de visibilidade dos satélites durante o teste com o veículo.

222s respectivamente. O PRC considerando apenas a resolução das ambiguidades *widelane* foi de 89%. O método LSAST apresentou o desvio nos resíduos por causa da grande distância da base, uma vez que a trajetória do veículo permanece a maior parte do teste a mais de 10km da base. Os valores da PR, PRC e TR para este método são 75,9%, 0 e 22s respectivamente. A Figura 8.26 mostra as épocas nas quais as ambiguidades foram resolvidas com sucesso.

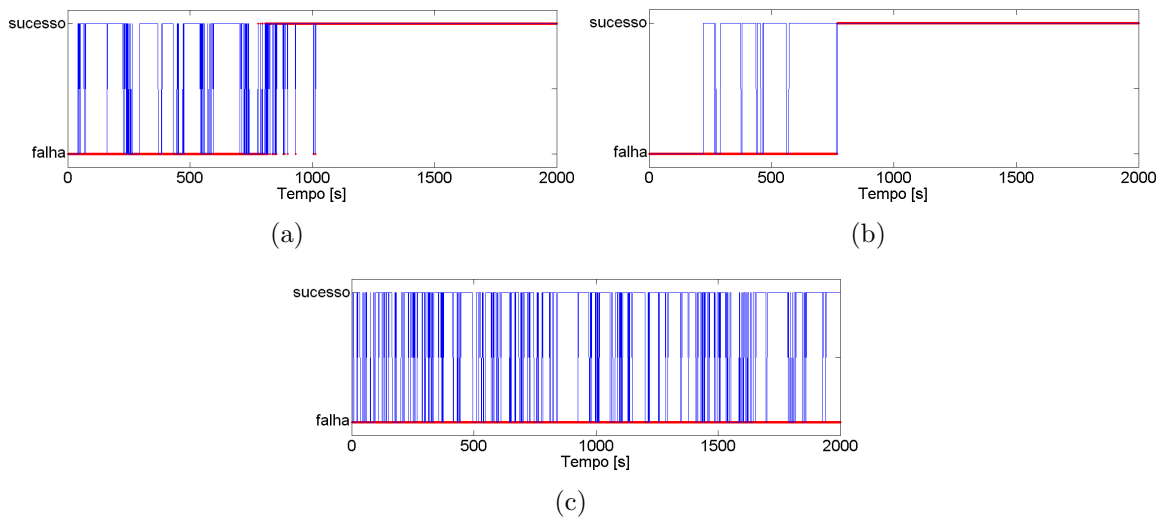


Figura 8.26 - Sucesso e falha na resolução das ambiguidades: (a) LAMBDA; (b) FASF; (c) LSAST.

O teste com o veículo apresentou melhores resultados que com a aeronave devido à diferença de altitude entre os receptores ser menor, embora a linha de base tenha a mesma magnitude. As altitudes dos receptores semelhantes não geram erros troposféricos significativos que afetem a resolução das ambiguidades.

Os gráficos da [Figura 8.27](#) mostram o comportamento dos resíduos das medidas de fase para cada método e as suas estatísticas estão na [Tabela 8.12](#). Há uma descontinuidade no instante 1535 s devido a um ajuste no valor das medidas de fase, no qual o receptor do veículo somou um valor constante nas medidas de fase em ambas as frequências. Apesar deste ajuste, os resíduos permaneceram com os mesmos níveis de precisão.

Tabela 8.12 - Resíduos das dupla diferenças de fase em L1 e *widelane* para cada método [m].

Satélite	LAMBDA	FASF	LSAST
	L1		
SV02	0.002±0.063	-0.006±0.069	-2.831±2.130
SV04	0.048±0.079	0.053±0.086	1.916±1.420
SV09	-0.052±0.143	-0.051±0.141	0.891±1.013
SV12	0.047±0.085	0.049±0.087	0.455±0.494
SV28	-0.031±0.095	-0.027±0.090	2.154±1.621
	<i>Widelane</i>		
SV02	-0.008±0.076	-0.010±0.080	-2.827±2.135
SV04	0.022±0.081	0.026±0.085	1.895±1.405
SV09	-0.082±0.139	-0.081±0.139	0.828±0.964
SV12	0.016±0.089	0.018±0.092	0.448±0.505
SV28	-0.037±0.113	-0.037±0.114	2.103±1.595

O tempo de processamento da etapa de resolução das ambiguidades pelo método LAMBDA, quando resolvidas com sucesso, foi de 6 ± 4 ms, pelo método FASF foi de 2 ± 1 ms e pelo método LSAST foi de 319 ± 130 ms para resolver 5 ambiguidades na frequência L1 e 5 na combinação *widelane*. Em todos os testes, o método LAMBDA teve o tempo de processamento maior que o método FASF, devido à transformação-Z, que é uma etapa de decorrelação entre as medidas, além da busca do valor inteiro. A etapa da transformação-Z não existe no método FASF. O método LSAST possui um tempo de processamento maior porque faz uma busca completa no conjunto primário, enquanto que os outros dois métodos condicionam a busca da ambiguidade

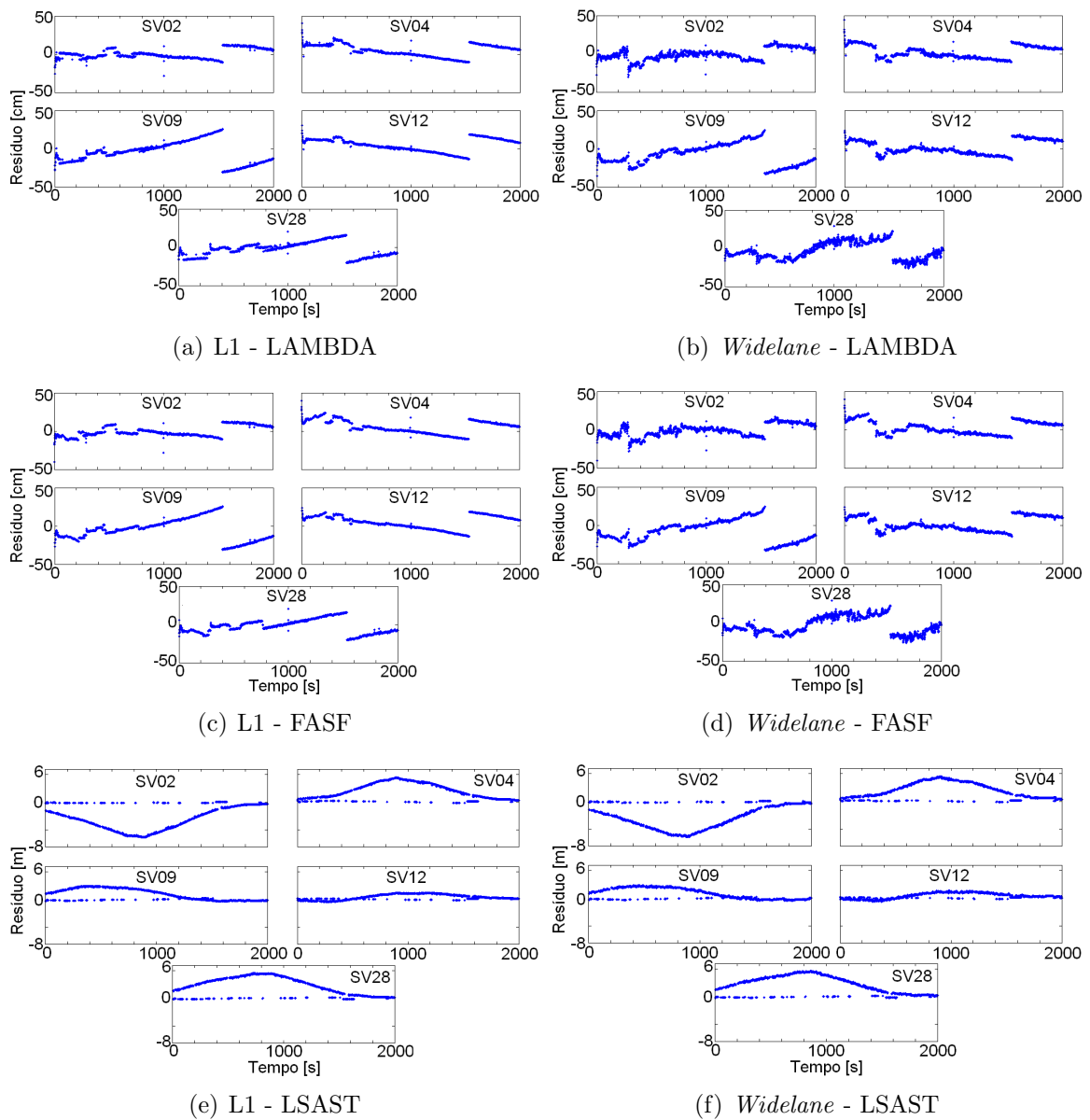


Figura 8.27 - Resíduos das duplas diferenças de fase em L1 e *widelane* para cada método.

em um nível menor que o nível anterior, reduzindo assim o espaço de busca a cada nível.

8.4 Teste do algoritmo de correção de perda de ciclos

Este teste detecta em medidas não diferenciadas, isto é, nas quais não foram feitas combinações como duplas diferenças. Sendo assim, este método detecta ciclos para as medidas de cada satélite independentemente. Os testes são realizados em conjuntos de medidas de dois satélites provenientes dos testes estáticos, SV4 e SV9. Estes satélites possuem elevações médias de 30° e 45° respectivamente (Figura 8.2). As perdas de ciclos são provocadas somando-se um valor nas medidas de fase em ambas as frequências, pois originalmente estes satélites não possuem perdas de ciclos.

Sobre as medidas originais, são somados valores que simulam perdas de ciclos em ambas as frequências. Durante os instantes de 120 a 123s, a medida de fase em L2 no SV9 foi induzida ao valor zero, simulando uma falha temporária na aquisição dos dados. Os gráficos da Figura 8.28 mostram o comportamento dos saltos induzidos.

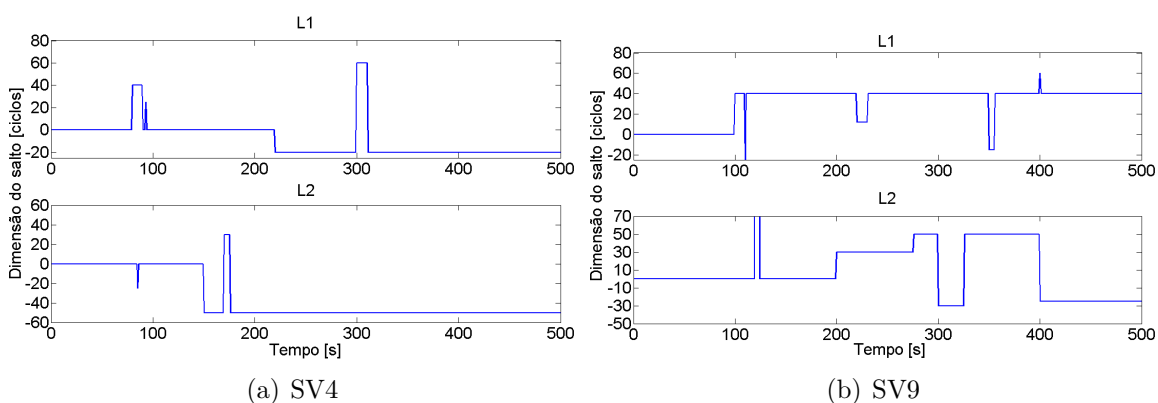


Figura 8.28 - Valor dos saltos induzidos.

O método de detecção e reparação descritos no Capítulo 6 e na Seção 7.8 do Capítulo 7 são então aplicados a às medidas destes dois satélites. Os gráficos da Figura 8.29 mostram os saltos encontrados por este método. Eles têm a mesma dimensão dos saltos induzidos, mostrados na Figura 8.28.

A sensibilidade para detectar saltos deste método é suficiente para corrigir perdas de pelo menos 12 ciclos. Assim, como esta estimativa é realizada nas medidas não diferenciadas, esses valores devem ser somados à medida de fase em ambas as frequências previamente à construção das medidas de dupla diferenças.

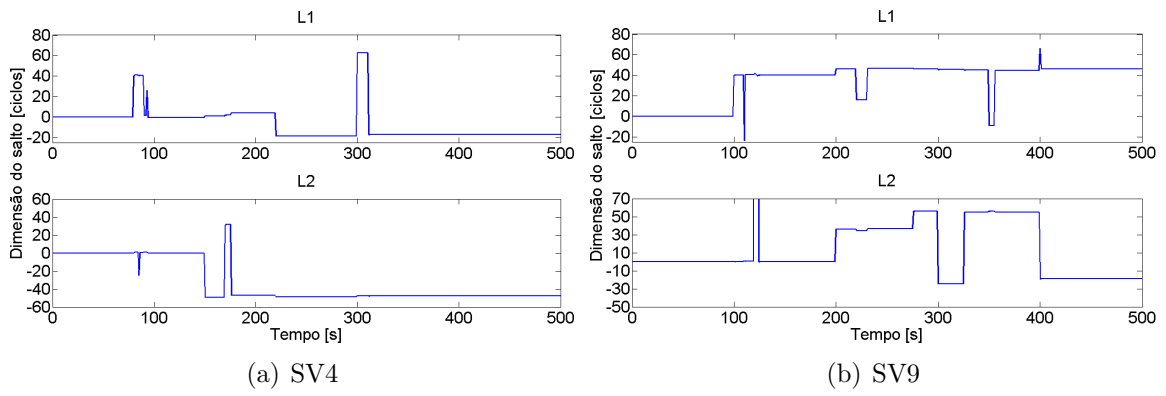


Figura 8.29 - Valor dos saltos estimados.

9 CONCLUSÕES

Neste trabalho, um processo completo de posicionamento em tempo real por meio de medidas fase da portadora foi apresentado, incluindo verificação de perdas de ciclos, estimação inteira e validação das soluções. Este processo foi analisado utilizando dados provenientes de testes reais em todos os casos.

Uma vez que a medida de fase somente pode ser obtida após a aquisição do sinal, o número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor permanece desconhecido. Este número de ambiguidades precisa ser determinado antes de se usar as medidas de fase no posicionamento. Desse modo, a determinação das ambiguidades é uma peça chave no posicionamento utilizando medidas de fase. Em vista disso, três métodos de resolução de ambiguidades foram examinados: LAMBDA, FASF e LSAST.

O método de LAMBDA para a estimação inteira das ambiguidades de dupla diferença das medidas do GPS passa primeiramente por um processo de descorrelação das ambiguidades, seguida de um ajuste sequencial condicional das ambiguidades. O problema de minimização inteira é abordado por uma pesquisa discreta de uma região elipsoidal. A forma e a orientação do elipsóide são regidos pela matriz de covariância das ambiguidades reais estimadas. Com a descorrelação, o elipsóide é levado a ter uma forma mais esférica, na qual se pode realizar a busca de modo muito mais eficaz. O volume do elipsóide pode ser controlado antes da busca. O volume é uma indicação do número de candidatas contidas no elipsóide. A busca é então realizada sobre as ambiguidades transformadas. Um número limitado de candidatas são recolhidas das quais uma é a estimativa inteira por mínimos quadrados para o vetor de ambigüidades.

No método FASF, a matriz de covariância das ambiguidades reais estimadas é utilizada para calcular o espaço de busca. Este espaço de busca, para cada ambiguidade, é determinado recursivamente e sequencialmente atualizando as restrições. Este método assume que os ruídos na observação são descorrelacionados época a época. No entanto, em muitos casos, existe uma forte correlação entre os erros de diferentes épocas. Isto pode ser parcialmente considerado pela escolha do valor do fator de expansão, que converte o desvio padrão para o erro máximo possível. Assim, este fator de expansão é altamente dependente da correlação. Uma tentativa de corrigir as ambiguidades é feita se o número total de conjuntos de ambiguidades dados pela busca é inferior a um certo limiar, aqui dado por 20 candidatas. Se o número de

candidatas é um, o conjunto de ambiguidades é considerado como o correto. Caso contrário, o teste- W é aplicado sobre as candidatas.

O método LSAST divide as medidas de dupla diferença em dois grupos: primário e secundário. O grupo primário, composto de três medidas de dupla diferença escolhidas pelo critério de melhor GDOP, é usado para gerar as soluções em potencial, varrendo ± 5 ciclos em torno da solução real dada pelo filtro de Kalman. As medidas do grupo secundário são usadas para descartar as soluções em potencial geradas a partir da varredura no grupo primário que não estão de acordo com as medidas deste grupo. As soluções são então escolhidas pelo valor da soma dos quadrados dos resíduos. Esta varredura se mostrou mais lenta quando ao tempo de processamento em relação aos outros métodos.

Um processo de resolução de ambiguidade inteira não pode ser considerado completo sem validar a solução. A estimação ótima das ambiguidades inteiras envolve um mapeamento complexo de estimativas reais em inteiras e deve somente ser aplicada se houver confiança na solução inteira. O teste de aceitação das ambiguidades foi feito por meio do valor do teste- W . Quando o valor do teste W for maior que um certo valor crítico, a probabilidade do conjunto de ambiguidades inteiras a_m é estatisticamente maior que do segundo conjunto a_s , e as ambiguidades são consideradas resolvidas para a_m . Caso contrário, considera-se que não se pode distinguir entre a_m e a_s , e as ambiguidades não são resolvidas.

A detecção e reparação de perdas de ciclos é necessária para um posicionamento preciso. O método de detecção e reparação de perdas de ciclos implementado neste trabalho usou medidas não diferenciadas, isto é, medidas de fase e pseudodistância de um par satélite-receptor, e em dupla frequência. Este algoritmo foi implementado para aplicações em tempo real, assim como em aplicações dinâmicas, necessitando somente o armazenamento das medidas referentes às 4 últimas épocas. A sensibilidade para detectar os saltos com este método foi suficiente para corrigir perdas de pelo menos 12 ciclos.

O primeiro caso de teste dos algoritmos LAMBDA, FASF, e LSAST, para resolução de ambiguidades, foi um teste estático, com ambos os receptores posicionados em marcos com posições conhecidas. O filtro de Kalman foi reinicializado a cada 200 épocas. Primeiramente, a resolução de ambiguidades foi realizada usando apenas uma frequência. As ambiguidades foram resolvidas para valores próximos dos

corretos, resultando em uma estimação da posição com cerca de 10 cm de precisão, devido provavelmente a algum resíduo de efeito ionosférico, apesar da linha de base ser pequena. Usando medidas em duas frequências, resolvendo as ambiguidades L1 e *widelane*, os erros puderam ser eliminados e a precisão dos resultados foi de cerca de 5 cm para os métodos LAMBDA e FASF. O método LSAST resolveu as ambiguidades *widelane* para os valores corretos, porém as ambiguidades L1 desviaram 1 ciclo dos valores corretos.

O primeiro teste dinâmico foi realizado com um receptor montado em uma aeronave durante um voo de teste. Os testes foram realizados com medidas em 1 e em 2 frequências e os valores do filtro de Kalman, que estima as ambiguidades com valores reais antes de serem alimentadas nos métodos de resolução, são reinicializados a cada 5 min. Quando utilizadas somente medidas na frequência L1, as ambiguidades foram resolvidas para valores que geram resíduos das medidas, e portanto na posição, menores que 30 cm com os métodos LAMBDA e FASF levando em conta toda duração do teste. A razão deste valor é que as ambiguidades foram resolvidas com valores desviando de 1 a 3 ciclos dos valores considerados corretos, normalmente em satélites com baixa elevação. Esta precisão também foi obtida usando duas frequências, porém com mais estabilidade. Uma vez que as ambiguidades não são resolvidas, a solução real proveniente do filtro de Kalman é usada. Este fato aumenta o valor do desvio padrão do erro da posição, levando a resultados semelhantes aos de uma frequência. Porém, a análise de um período quando as ambiguidades são resolvidas, mostra que o desvio padrão do erro da posição atinge valores da ordem de 10 cm, quando não há a influencia das ambiguidades não resolvidas. O método FASF apresenta em geral PR (Porcentagem de ambiguidades Resolvidas) menor que o método LAMBDA por causa do maior tempo necessário para esse método conseguir validar a primeira solução. O método LSAST, além de ter um tempo de processamento cerca de 100 vezes maior, apresentou erros da ordem de 5 m, gerados por ambiguidades que desviavam vários ciclos dos valores considerados corretos, quando o usuário se encontrava a distâncias de mais de 10 km da base tanto no teste com uma quanto com duas frequências.

O segundo teste dinâmico foi realizado com um receptor montado em um automóvel. Este teste foi realizado utilizando-se apenas medidas em duas frequências, o qual se mostrou mais confiável pelos outros testes, pois o efeito ionosférico em L1 (em ciclos) é reduzido para $17/60$ do comprimento de onda, uma vez que o comprimento de

onda da combinação *widelane* da fase é de 86 cm. Devido a esta redução dos efeitos ionosféricos, a combinação *widelane* é mais resistente a estes efeitos (em ciclos) do que as medidas em L1 ou L2 e é mais confiável para resolução de ambiguidade sob condições ionosféricas adversas. Como a linha de base para este teste foi maior que 10 km durante quase todo o teste, o método LSAST não proporcionou uma solução satisfatória, com resíduos da ordem de 5 m. Os métodos LAMBDA e FASF apresentaram soluções corretas na segunda metade do teste. Os resíduos das medidas de fase tiveram desvios padrão da ordem de 10 cm. Embora não haja trajetória de referência para comparação, a precisão da posição deve ter um valor desta mesma ordem.

O teste com o veículo apresentou melhores resultados que com a aeronave devido à diferença de altitude entre os receptores ser menor, embora a linha de base tenha a mesma magnitude. As altitudes dos receptores semelhantes não geram erros troposféricos significativos que afetem a resolução das ambiguidades. Sendo assim, um modelo troposférico deve ser usado para levar em conta o efeito da diferença de altitude. Um modelo ionosférico também deve ser considerado quando a distância ou a diferença de altitude é grande.

Em resumo, o trabalho apresentou um algoritmo completo de navegação de precisão, compreendendo as etapas de pré-processamento (detecção e reparação de perda de ciclos), resolução de ambiguidade e validação, que têm como característica a possibilidade de serem implementados em tempo real e que permitem o posicionamento com precisão. A etapa de resolução de ambiguidade é a mais crucial, pois se traduz em melhor precisão final de posicionamento. Foram analisadas três algoritmos candidatos frequentemente citados na literatura, que representam o seguinte contexto:

- varredura por força bruta das ambiguidades (LSAST);
- varredura inteligente, diminuindo gradativamente o espaço de busca, a medida que mais medidas e mais épocas estão disponíveis, acelerando a convergência (FASF);
- varredura diminuindo o espaço de busca por método de decorrelação (LAMBDA), ou seja mapeando o espaço de busca original para um espaço onde o problema é mais amenamente resolvido.

Através dos testes em três condições (estática, dinâmica lenta, dinâmica rápida),

mostra-se que, em geral, o método LAMBDA é o mais robusto, produzindo convergência mais rápida com precisão. O método FASF fica num grau intermediário, e o método LSAST é o que produz maior carga computacional, em termos de CPU e memória de armazenamento.

Assim sendo, propõe-se a seguinte estrutura para navegação em tempo real:

- pré-processamento, com detecção e reparação de ciclos (Seção 7.8);
- filtro de Kalman, para solução real das ambiguidades (Seção 3.1);
- resolução de ambiguidade pelo método LAMBDA (Seção 4.2);
- validação pelo teste-W (Seção 7.7);
- posicionamento final (usando ambiguidades validadas) ().

É importante notar que neste trabalho, não foram buscadas como objetivo, a melhor acurácia possível, que deve ser objeto de trabalhos futuros. Por exemplo, é notório que as medidas de dupla diferença de fase sofrem efeitos que devem ser modelados para obtenção da melhor precisão possível. Conforme a distância da base aumenta, efeitos como troposfera e ionosfera devem ser eliminadas ou mitigadas, via modelagens mais precisas ou técnicas sofisticadas (estações virtuais, redes neurais, *wavelets*, etc.). Vide Lopes et al. (2000), Souza e Monico (2004), Souza e Monico (2007).

Uma técnica que pode ser investigada para o posicionamento em tempo real é o PPP. Esta técnica usa medidas não diferenciadas de pseudodistância e fase da portadora em dupla frequência de um receptor, juntamente com órbitas dos satélites GPS e correções de relógio precisas, geralmente fornecidas pelo IGS (*International GNSS Service*). A técnica de PPP é capaz de fornecer precisões da ordem de centímetros para posicionamento estático e decímetros para o modo dinâmico. Porém, requer de 20 a 30 minutos de inicialização. No entanto, sua aplicação em tempo real para posicionamento dinâmico podem ser investigada, uma vez que é um sistema que possui bom custo-benefício e flexibilidade (CAI, 2009).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIERMAN, G. J. **Factorization methods for discrete sequential estimation**. New York: Academic Press, 1977. 241 p. (Mathematics in science and engineering, vol. 128). 32

BISNATH, S. B. Efficient, automated cycle-slip correction of dual-frequency kinematic GPS data. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 13., 2000, Salt Lake City, Utah. **Proceedings...** Salt Lake City, Utah: ION, 2000. p. 145–154. 9

BLEWITT, G. An automatic editing algorithm for GPS data. **Geophysical Research Letters**, v. 17, n. 3, p. 199–202, 1990. 9, 57, 59

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1996. 480 p. 26, 27, 29

CAI, C. **Precise Point Positioning Using Dual-Frequency GPS and GLONASS Measurements**. 2009. 153 p. Tese — University of Calgary, Calgary, Canadá, 2009. 117

CANNON, M. E.; LACHAPELLE, G.; AYERS, H.; SCHWARZ, K. P. Comparison of SEMIKIN and KINSRVY for kinematic applications. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 3., 1990, Alexandria, VA. **Proceedings...** Alexandria: ION, 1990. 5

CHEN, D. Fast ambiguity search filter (FASF): A novel concept for GPS ambiguity resolution. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 6., Sep. 22-24, 1993. **Proceedings...** Salt Lake City: ION-GPS 1993, 1993. p. 781–787. 3, 6, 44

CHEN, D. **Development of a Fast Ambiguity Search Filtering (FASF) method for GPS carrier phase ambiguity resolution**. 1994. 127 p. Tese — University of Calgary, Calgary, Canadá, 1994. 6, 44, 45, 67

CHEN, K. Real-time precise point positioning and its potential applications. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION

OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 17., 2004, Long Beach, California. **Proceedings...** Long Beach: ION, 2004. 18

DAI, Z.; KNEDLIK, S.; LOFFELD, O. Real-time cycle-slip detection and determination for multiple frequency GNSS. In: WORKSHOP ON POSITIONING, NAVIGATION AND COMMUNICATION 2008 - WPNC 2008, 5., 2008, Hannover, Germany. **Proceedings...** Hannover: IEEE, 2008. p. 37–43. 9

de Jonge, P. J.; TIBERIUS, C. C. J. M. **The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects**. Delft: Delft University of Technology, 1996. 59 p. (LGR-Series, n. 12). 6, 40

de Jonge, P. J.; TIBERIUS, C. C. J. M.; TEUNISSEN, P. J. G. Computational aspects of the LAMBDA method for GPS ambiguity resolution. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 9., 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City: ION, 1996. p. 935–944. 40

FERNÁNDEZ-PLAZAOLA, U.; MARTÍN-GUERRERO, T. M.; ENTRAMBASAGUAS, J. T. A new method for three-carrier gnss ambiguity resolution. **Journal of Geodesy**, Springer-Verlag, v. 82, p. 269–278, 2008. 7

GELB, A. (Ed.). **Applied Optimal Estimation**. Cambridge, MA: MIT Press, 1974. 374 p. 25, 27

GURTNER, W. **RINEX: The Receiver Independent Exchange format version 2.10**. 2001. Disponível em: <http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Rinex2.html>. 73

HAN, S.; RIZOS, C. Integrated methods for instantaneous ambiguity resolution using new-generation GPS receivers. In: POSITION LOCATION AND NAVIGATION SYMPOSIUM, PLANS '96, 1996, Atlanta, GA, USA. **Proceedings...** Atlanta: IEEE, 1996. p. 254–261. 3

HATCH, R.; JUNG, J.; ENGE, P.; PERVAN, B. Civilian GPS: the benefits of three frequencies. **GPS Solutions**, v. 3, n. 4, p. 1–9, 2000. 12

HATCH, R. R. Instantaneous ambiguity resolution. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON KINEMATIC SYSTEMS IN GEODESY, SURVEYING AND REMOTE SENSING - KIS '90, 1990, Banff, Canada. **Proceedings...** Banff: Springer-Verlag, 1990. p. 299–308. 3, 6, 37, 93

INFORMATION-ANALYTICAL CENTRE. **GLONASS constellation status**.
Moscou: Russian Space Agency, 2006. Disponível em:

<<http://www.glonass-ianc.rsa.ru/>>. Acesso em: 01 de outubro de 2008. 13

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems.
Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering, v. 82, n. Series
D, p. 35–45, 1960. 25

KAPLAN, E. D. (Ed.). **Understanding GPS: Principles and applications**.
Norwood: Artech House, 1996. 554 p. 1

KEE, C.; KIM, D.; JANG, J. Efficient ambiguity search technique using separated
decision variables. **The Journal of Navigation**, The Royal Institute of
Navigation, v. 60, p. 147–157, 2007. 8

KIM, D.; LANGLEY, R. B. An optimized least-squares technique for improving
ambiguity resolution and computational efficiency. In: INTERNATIONAL
TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE
INSTITUTE OF NAVIGATION, 12., 1999, Nashville, Tennessee. **Proceedings...**
Nashville: ION, 1999. p. 1579–1588. 7

_____. Instantaneous real-time cycle-slip correction for quality control of GPS
carrier-phase measurements. **NAVIGATION: Journal of The Institute of
Navigation**, v. 49, n. 4, p. 205–222, 2002. 9

KUGA, H. K. **Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres
através de técnicas de estimação combinada a técnicas de suavização de
estados**. 1989. 249 p. Tese (Doutorado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) —
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1989. 33

KUGA, H. K. Técnicas de determinação de órbitas de satélites artificiais. In:
PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. (Ed.). **Fundamentos de tecnologia
espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001. p. 137–169. 29

_____. **Sobre a utilização prática de técnicas de estimação**. São José dos
Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2002. Notas de aula
ministradas no INPE. 27, 29

LAWSON, C. L.; HANSON, R. J. **Solving Least Squares Problems**. New
Jersey: Prentice Hall, 1974. 340 p. 32

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995. 560 p. 16

LIU, J.; CANNON, M. E.; ALVES, P.; PETOVELLO, M. G.; LACHAPELLE, G.; MACGOUGAN, G.; DEGROOT, L. A performance comparison of single and dual frequency GPS ambiguity resolution strategies. **GPS Solutions**, v. 7, n. 2, p. 87–100, 2003. 64, 92, 99

LOPES, R. V. F.; CARRARA, V.; ENDERLE, W.; ARBINGER, C. Mitigating multipath by neural network. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 105, n. Part 3, p. 1639–1650, 2000. 22, 117

MACABIAU, C. A new concept for GPS phase ambiguity resolution on the fly: the maximum a posteriori ambiguity search (MAPAS) method. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 8., 1995, Palm Springs. **Proceedings...** Palm Springs: ION, 1995. p. 299–308. 7

MARTÍNEZ, J. L.; MARTÍNEZ, M. A.; GARCÍA-CEREZO, A. A new method of generating differential GPS corrections. **Control Engineering Practice**, v. 8, n. 3, p. 253–258, 2000. 2

MAYBECK, P. S. **Stochastic models, estimation and control**. New York: Academic Press, 1979. 423 p. 25

MCDONALD, K. D.; HEGARTY, C. Post-modernization GPS performance capabilities. In: IAIN WORLD CONGRESS IN ASSOCIATION WITH THE U.S. ION ANNUAL MEETING, 56., 2000, San Diego, CA, USA. **Proceedings...** San Diego: ION, 2000. 12

MENDENHALL, W.; BEAVER, R. J.; BEAVER, B. M. **Introduction to probability and statistics**. 12. ed. Belmont, CA: Duxbury, 2006. 743 p. 50, 53

MISRA, P.; ENGE, P. **Global Positioning System: Signals, Measurements and Performance**. Lincoln, MA: Ganga-Jamuna Press, 2001. 408 p. 1, 34, 35

MONICO, J. F. G. Posicionamento por ponto de alta precisão: Uma ferramenta para a geodinâmica. **Revista Brasileira de Geofísica**, Rio de Janeiro, RJ, v. 18, n. 1, p. 39–48, 2000. 18

_____. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 476 p. 13, 14, 20, 21, 22

PARKINSON, B. W.; SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Washington: AIAA, 1996. 2, 11, 17, 19

PSIAKI, M. L.; MOHIUDDIN, S. Global positioning system integer ambiguity resolution using factorized least-squares techniques. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 30, n. 2, p. 346–356, 2007. 8

REMONDI, B. W. Performing centimetre accuracy relative surveys in seconds using GPS carrier phase: Initial results. **NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation**, v. 32, n. 4, p. 386–400, 1986. 5

RIZOS, C. **Principles and practice of GPS surveying**. Sydney: Satellite Navigation and Positioning Laboratory, 1999. Disponível em: <<http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps-survey/principles-gps.htm>>. Acesso em: 20 de julho de 2005. 57

SNEDECOR, G. W.; COCHRAN, W. G. **Statistical methods**. Ames, IA: Iowa State University, 1973. 593 p. 50, 53

SOUZA, E. M.; MONICO, J. F. G. Wavelet shrinkage: High frequency multipath reduction from GPS relative positioning. **GPS Solutions**, v. 8, n. 3, p. 152–159, 2004. 117

_____. The wavelet method as an alternative for reducing ionospheric effects from L1 GPS receivers. **Journal of Geodesy**, v. 81, 2007. 117

STOVALL, S. H. **Basic inertial navigation**. Naval Air Warfare Center Weapons Division, Setembro 1997. 25

STRANG, G.; BORRE, K. **Linear Algebra, Geodesy, and GPS**. Wellesley: Cambridge Press, 1997. 614 p. 65

TEUNISSEN, P. J. G. Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities. In: IAG GENERAL MEETING, 1993, Beijing, China. **Proceedings...** Beijing: IAG, 1993. 3, 6, 40, 41

_____. A new method for fast carrier phase ambiguity estimation. In: IEEE POSITION, LOCATION AND NAVIGATION SYMPOSIUM, 1994, Las Vegas. **Proceedings...** Las Vegas: IEEE, 1994. p. 562–573. 3, 40

_____. The invertible GPS ambiguity transformations. **Manuscripta Geodaetica**, v. 20, n. 6, p. 489–497, 1995. 43

_____. On the GPS widelane and its decorrelating property. **Journal of Geodesy**, v. 71, n. 9, p. 577–587, 1997. 63, 99

_____. An optimality property of the integer least-squares estimator. **Journal of Geodesy**, Springer-Verlag, v. 73, p. 587–593, 1999. 7

_____. The succes rate and precision of the GPS ambiguities. **Journal of Geodesy**, Springer-Verlag, v. 74, p. 321–326, 2000. 7

TEUNISSEN, P. J. G.; ODIJK, D.; JOOSTEN, P. A probabilistic evaluation of correct GPS ambiguity resolution. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 11., 1998, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: ION, 1998. p. 1315–1323. 3, 8

TEUNISSEN, P. J. G.; VERHAGEN, S. On the foundation of the popular ratio test for GNSS ambiguity resolution. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 17., 2004, Long Beach, California. **Proceedings...** Long Beach: ION, 2004. p. 2529–2540. 8

USCG NAVIGATION CENTER. **GPS Modernization**. 2008. Disponível em: <<http://www.navcen.uscg.gov/gps/modernization/>>. Acesso em: 01 de outubro de 2008. 12

VERHAGEN, S. Integer ambiguity validation: an open problem? **GPS Solutions**, v. 8(1), p. 36–43, 2004. 3, 8, 49

_____. On the reliability of integer ambiguity resolution. **NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation**, v. 52, n. 2, p. 99–110, 2005. 8

VOLLATH, U. The factorized multi-carrier ambiguity resolution (FAMCAR) approach for efficient multi-carrier ambiguity estimation. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 17., 2004, Long Beach, California. **Proceedings...** Long Beach: ION, 2004. p. 2499–2508. 8

WANG, J.; STEWART, M. P.; TSAKIRI, M. A discrimination test procedure for ambiguity resolution on-the-fly. **Journal of Geodesy**, v. 72, p. 644–653, 1998. 3, 8, 9, 49, 52, 54, 55

_____. A comparative study of the integer ambiguity validation procedures. **Earth Planets Space**, v. 52, p. 813–817, 2000. 8

WELLS, D.; BECK, N.; DELIKARAOGLOU, D.; KLEUSBERG, A.; KRAKIWSKY, E. J.; ; LACHAPELLE, G.; LANGLEY, R. B.; NAKIBOGLU, M.; SCHWARZ, K.-P.; TRANQUILLA, J. M.; VANICEK, P. **Guide to GPS positioning**. New Brunswick, Canada: Canadian GPS Associates, 1999. 601 p. 20

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.