



PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS

AUTORES / AUTHORS

- MODULOS DE DEGRADAÇÃO
- TÉCNICAS DE RESTAURAÇÃO
- RADIOASTRONOMIA
- CONVOLUÇÃO
- REGRESSÃO
- REGULARIZAÇÃO

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY

*Marcos Antonio Raupp*  
Diretor Geral

AUTOR RESPONSÁVEL / RESPONSIBLE AUTHOR

*Edson Alves Ribeiro*

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION

INTERNA / INTERNAL

EXTERNA / EXTERNAL

RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

*Nelson D.A. Mascarenhas*

CDU/UDC

621.376.5

DATA / DATE

Agosto 1987

TÍTULO/TITLE	PUBLICAÇÃO Nº PUBLICATION NO
	INPE-4312-TDL/279
AUTORES/AUTHORSHIP	RESTAURAÇÃO DE RADIOIMAGENS SOLARES
	Edson Alves Ribeiro

ORIGEM / ORIGIN

PG/DCA

PROJETO / PROJECT

PRH/CAP

Nº DE PAG. / NO OF PAGES

200

ULTIMA PAG. / LAST PAGE

184

VERSÃO / VERSION

Nº DE MAPAS / NO OF MAPS

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

Este trabalho apresenta o problema geral de restauração de imagens e descreve sucintamente os métodos propostos para resolvê-los. A seguir, insere-se o problema no contexto de imagens de radioastronomia, evidenciando os aspectos físicos da formação de imagens. Apresentam-se os resultados computacionais utilizando o método de técnicas de regressão para restauração de imagens. Analisa-se o mau condicionamento deste método devido a presença de ruído aditivo na imagem e ao erro de arredondamento do computador; usa-se a análise do número de condição como ferramenta para ilustrar o problema do mau condicionamento. Apresentam-se os métodos alternativos, tais como Filtragem inversa, Solução no Domínio de Fourier etc., como também suas limitações computacionais. Discutem-se ainda os resultados da restauração utilizando as técnicas de regressão e a solução para o problema das oscilações devidas ao mau condicionamento. Apresentam-se os resultados de simulação onde se tem controle do processo de degradação e aplica-se o método proposto ao caso das imagens reais de radioastronomia. Indicam-se os problemas do desconhecimento do fenômeno da degradação e o esforço computacional para sua solução utilizando as técnicas de regularização.

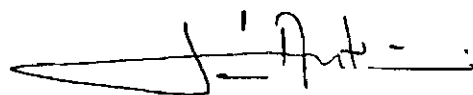
OBSERVAÇÕES / REMARKS

Dissertação de Mestrado em Computação Aplicada, aprovada em Junho de 1986.



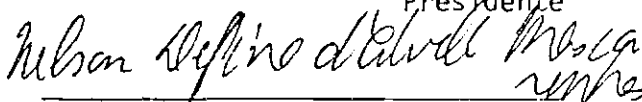
Aprovada pela Banca Examinadora  
em cumprimento a requisito exigido  
para a obtenção do Título de Mestre  
em Computação Aplicada

Dr. José Antonio Gonçalves Pereira



Presidente

Dr. Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas



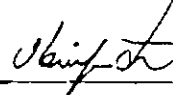
Orientador

Fis. Joaquim Eduardo Resende Costa, Mestre



Co-Orientador

Doc. Ing. Ubirajara M.B. de Lima



Membro da Banca  
-convidado-

Candidato: Edson Alves Ribeiro

São José dos Campos, 26 de junho de 1986



### DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao Dr. Nelson D. A. Mascarenhas pela grande contribuição dada à ciência, em especial à área de processamento de imagens.

Dedico também ao amigo José Luiz Kuranaga que esteve sempre presente nas horas difíceis.



#### ABSTRACT

*The general problem of image restoration is proposed, as well as a brief description of the methods to solve it. Then, this problem is placed in the context of radioastronomy images by considering the physical aspects of image formation. By using regression techniques for image restoration, computational results are presented. The ill-conditioning of this method due to the presence of additive noise in the image and computer round-off error is analysed; the analysis of the condition number is also used as a tool to illustrate the ill-conditioning problem. Alternative methods are presented, such as Inverse Filtering, Fourier Domain Solution etc., as well as their computational limitations. Restoration results through the use of regression techniques and the solution for the problem of oscillations due to ill-conditioning are discussed. Simulation results are presented where there exists control over the degradation process, and the proposed method is applied to real radioastronomy images. The problems of lack of knowledge of the degradation process and the computational effort for its solution by using regularization techniques are also indicated.*





## AGRADECIMENTOS

Em especial ao Dr. Nelson D. A. Mascarenhas pelo cons  
tante apoio e dedicação na orientação desta dissertação.

Ao Msc Joaquim Eduardo Resende Costa e ao Msc José Luiz  
Homor pela grande contribuição prestada, pela orientação e pelas infor  
mações recebidas na área de Radioastronomia Solar.

Ao Analista de Sistemas Júlio Oscar Billerbeck pelas con  
dições permitidas, sem as quais dificultaria o desenvolvimento desta  
dissertação. Agradeço também o apoio computacional e a orientação pro  
fissional, que muito me valeram.

À Barbara pela constante presença e pelo grande estímu  
lo recebido durante a realização deste trabalho.

Aos meus pais, pelo incentivo e apoio moral e espiritual,  
dados ao longo da minha formação escolar e profissional.

A todos que de alguma forma contribuíram para esta rea  
lização.

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<u>LISTA DE FIGURAS</u> .....	<i>xi</i>
<u>LISTA DE TABELAS</u> .....	<i>xvii</i>
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO 2 - MODELOS DE DEGRADAÇÃO</u> .....	3
2.1 - Modelos lineares.....	4
2.2 - Representação gráfica do processo da convolução.....	6
2.3 - Modelos físicos de degradação.....	8
<u>CAPÍTULO 3 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA FUNÇÃO DE ESPALHAMENTO PON TUAL</u> .....	11
3.1 - Fonte pontual.....	11
3.2 - Fonte retilínea.....	11
3.3 - Fonte de borda retilínea.....	14
<u>CAPÍTULO 4 - RUÍDO EM RESTAURAÇÃO DE IMAGENS</u> .....	17
<u>CAPÍTULO 5 - CONCEITOS EM RADIOASTRONOMIA</u> .....	19
<u>CAPÍTULO 6 - A RESTAURAÇÃO DE RADIOIMAGEM SOLARES</u> .....	25
<u>CAPÍTULO 7 - PROBLEMA DO MAU CONDICIONAMENTO EM RESTAURAÇÃO DE IMA GEM</u> .....	29
<u>CAPÍTULO 8 - TÉCNICAS DE RESTAURAÇÃO DE IMAGENS</u> .....	31
8.1 - Filtragem inversa.....	31
8.2 - Estimador de mínimos quadrados.....	32
<u>CAPÍTULO 9 - PROBLEMA DE GRANDE DIMENSIONALIDADE</u> .....	35
9.1 - Solução no domínio de Fourier.....	35
9.2 - Técnicas de Fourier e suas limitações.....	37
<u>CAPÍTULO 10 - TÉCNICAS DE REGRESSÃO EM RESTAURAÇÃO</u> .....	41
10.1 - Modelo sobredeterminado.....	43
10.2 - Modelo subdeterminado.....	45

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO 11 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS UTILIZANDO TÉCNICAS DE</u> <u>RE</u>	
<u>GRESSÃO.....</u>	47
11.1 - Análise e apresentação dos resultados.....	55
11.2 - Análise do número de condição.....	70
11.3 - Efeito do mau condicionamento na restauração.....	77
11.4 - Restauração de imagem real obtida pelo Rádio Observatório de Itapetinga.....	80
<u>CAPÍTULO 12 - TÉCNICAS DE REGULARIZAÇÃO.....</u>	91
12.1 - Análise das técnicas de regularização em radioimagens simuladas de 7 x 7 pontos.....	94
12.2 - Técnicas de regularização aplicadas em radioimagens simuladas de 19 x 21 pontos.....	119
12.3 - Restauração de radioimagem solar real, obtida pelo Rádio Observatório de Itapetinga, utilizando técnicas de regularização.....	141
<u>CAPÍTULO 13 - CONCLUSÕES.....</u>	179
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	183

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Modelo de degradação.....	4
2.2 - Fonte pontual e sistema de imageamento.....	5
2.3 - Representação gráfica de convolução.....	7
3.1 - Transformada de Fourier de uma reta orientada num ângulo $\theta$ ...	13
3.2 - Transformada de Fourier de várias retas.....	14
5.1 - Resolução angular de uma antena. Seção transversal do diagrama de radiação de antena ( $\phi_0$ fixo).....	21
5.2 - Diagrama de radiação da antena. Seção transversal da antena...	22
5.3 - Função gaussiana e sua aproximação prática.....	23
6.1 - Radioimagem do Sol obtida pelo Rádio Observatório de Itapetinga (INPE).....	27
11.1 - Matrizes no modelo sobredeterminado.....	49
11.2 - Partição da matriz H, modelo sobredeterminado.....	53
11.3 - Composição das submatrizes $H_{m2,n2}$ no modelo sobredeterminado.	53
11.4 - Matriz de espalhamento unidimensional para o caso separável e invariante no espaço, no modelo sobredeterminado.....	54
11.5 - Imagem simulada do Sol de 21 x 21 pontos, original e não de gradada.....	60
11.6 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (3) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	61
11.7 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (3) e coeficiente de espalhamento (1,6745).....	62
11.8 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (3) coeficiente de espalhamento (1,7835) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	63
11.9 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (5) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	64
11.10 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (5) e coeficiente de espalhamento (1,6745).....	65
11.11 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (5) coeficiente de espalhamento (1,7835) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	66

11.12 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (7) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	67
11.13 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (7) e coeficiente de espalhamento (1,7789).....	68
11.14 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (7) coeficiente de espalhamento (1,7835) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	69
11.15 - Curva do número de condição da matriz H.....	72
11.16 - Restauração e o problema do mau condicionamento.....	79
11.17 - Restauração por técnicas de regressão, utilizando a função gaussiana com lóbulos secundários, coeficiente de espalhamento (1,7835) e truncamento (5).....	82
11.18 - Restauração por técnicas de regressão, utilizando a função gaussiana com lóbulos secundários, coeficiente de espalhamento (1,7835) e truncamento (7).....	83
11.19 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (5) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	85
11.20 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (7) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	86
11.21 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (9) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	87
11.22 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (11) e coeficiente de espalhamento (1,7835).....	88
11.23 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (9) coeficiente de espalhamento (1,7835) e eliminando a região do céu.....	90
12.1 - Visualização tridimensional da imagem simulada não-degradada de 7 x 7 pontos.....	99
12.2 - Visualização tridimensional da imagem simulada degradada de 9 x 9 pontos.....	100
12.3 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (0,8) e suavizador (0,0).....	101
12.4 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (20,0) e suavizador (0,0).....	102
12.5 - Visualização da Figura 12.4 .....	
12.6 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (0,0).....	104

12.7 - Visualização da Figura 12.6.....	105
12.8 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,0) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	106
12.9 - Visualização da Figura 12.8.....	107
12.10 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (3E-06).....	108
12.11 - Visualização da Figura 12.10.....	109
12.12 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (0,12E-04).....	110
12.13 - Visualização da Figura 12.12.....	111
12.14 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (1E-03).....	112
12.15 - Visualização da Figura 12.14.....	113
12.16 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (50,0).....	114
12.17 - Visualização da Figura 12.16.....	115
12.18 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (1E+05).....	116
12.19 - Visualização da Figura 12.18.....	117
12.20 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (2E+06).....	118
12.21 - Visualização tridimensional da imagem simulada não-degradada de 19 x 21 pontos.....	121
12.22 - Visualização tridimensional da imagem simulada degradada de 19 x 21 pontos.....	122
12.23 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,0) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	123
12.24 - Visualização da Figura 12.23.....	124
12.25 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,12E-04) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	125

	<u>Pág.</u>
12.26 - Visualização da Figura 12.25.....	126
12.27 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E-05) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	127
12.28 - Visualização da Figura 12.27.....	128
12.29 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E-03) e, ruído gaussiano de variância (25,0).....	129
12.30 - Visualização da Figura 12.29.....	130
12.31 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E+02) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	131
12.32 - Visualização da Figura 12.31.....	132
12.33 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E+04) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	133
12.34 - Visualização da Figura 12.33.....	134
12.35 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E+06) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	135
12.36 - Visualização da Figura 12.35.....	136
12.37 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,2E+07) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	137
12.38 - Visualização da Figura 12.37.....	138
12.39 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,2E+08) e ruído gaussiano de variância (25,0).....	139
12.40 - Visualização da Figura 12.39.....	140
12.41 - Visualização tridimensional de uma imagem real degradada, obtida pelo Rádio Observatório de Itapetinga.....	143
12.42 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,0).....	144
12.43 - Visualização da Figura 12.42.....	145

12.44 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,12E-04).....	146
12.45 - Visualização da Figura 12.44.....	147
12.46 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1E-02).....	148
12.47 - Visualização da Figura 12.46.....	149
12.48 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,11E-01).....	150
12.49 - Visualização da Figura 12.48.....	151
12.50 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,02).....	152
12.51 - Visualização da Figura 12.50.....	153
12.52 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,04).....	154
12.53 - Visualização da Figura 12.52.....	155
12.54 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,07).....	156
12.55 - Visualização da Figura 12.54.....	157
12.56 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1).....	158
12.57 - Visualização da Figura 12.56.....	159
12.58 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,3).....	160
12.59 - Visualização da Figura 12.58.....	161
12.60 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,5).....	162
12.61 - Visualização da Figura 12.60.....	163
12.62 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,8).....	164
12.63 - Visualização da Figura 12.62.....	165
12.64 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (1,0).....	166
12.65 - Visualização da Figura 12.64.....	167
12.66 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (5,0).....	168
12.67 - Visualização da Figura 12.66.....	169
12.68 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (8,0).....	170



12.69 - Visualização da Figura 12.68.....	171
12.70 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1E+02).....	172
12.71 - Visualização da Figura 12.70.....	173
12.72 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1E+04).....	174
12.73 - Visualização da Figura 12.72.....	175
12.74 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1E+07).....	176
12.75 - Visualização da Figura 12.74.....	177

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
11.1 - Curva do número de condição em função da variância para M = 23, N = 21, L = 3.....	73
11.2 - Curva do número de condição em função da variância para M = 25, N = 21, L = 5.....	74
11.3 - Curva do número de condição em função da variância para M = 27, N = 21, L = 7.....	75

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O problema da restauração de imagens consiste em estimar uma imagem que sofreu um processo de degradação, a qual envolve algum tipo de espalhamento de luz e contaminação por ruído. Estes problemas ocorrem em imagens obtidas por sensores próximos de seu limite de resolução como em Astronomia, Microscopia Eletrônica, Imageamento por Satélites, Radiografia Médica, ou, ainda, em condições tais como movimento de câmera, aberrações de lentes e turbulência atmosférica. Existem vários interesses a respeito dessas imagens que foram degradadas, com relação a seus respectivos objetos originais; além disto, há motivação para restaurar tais imagens, através de uma melhor estimativa destes objetos.

De um modo geral, as técnicas de realce de imagens têm um caráter específico, porque frequentemente baseiam-se num critério subjetivo de avaliação, o qual é difícil de ser modelado matematicamente de acordo com o sistema visual humano. Por outro lado, as técnicas de restauração frequentemente se baseiam em critérios de avaliação objetivos. Entretanto, mesmo que o problema de restauração admita uma solução formal, a implementação dos algoritmos de solução no computador pode ser dificultada pelo esforço computacional, devido ao caráter bidimensional do problema.

Em geral, um sistema de obtenção de medidas é afetado pela resolução finita do sensor utilizado e pela presença de ruído. No caso de imagens, tais problemas ocorrem em diversas áreas de aplicação. Aqui será abordado em particular o problema de restauração de imagens do Sol, obtidas por radiotelescópios.

Inicialmente, apresenta-se o problema geral de restauração de imagens, e faz-se uma descrição das soluções propostas para resolvê-lo.

•  
• •

## CAPÍTULO 2

### MODELOS DE DEGRADAÇÃO

Para que o problema de restauração se torne matematicamente tratável, é preciso efetuar algumas simplificações. A primeira delas consiste em admitir que o processo de degradação possa ser representado por um sistema linear, seguido de uma adição de ruído independente do sinal. Esta simplificação pode ser bastante restritiva quando se verifica que, por exemplo, uma das causas frequentes de presença de ruído em imagens é proveniente de granulação fotográfica (Huang, 1966), que normalmente é dependente do sinal e apresenta efeito multiplicativo (Hunt, 1975).

Do ponto de vista matemático, dada uma imagem degradada, a meta da restauração é fazer uma boa estimativa, tanto quanto possível, de uma imagem original. Evidentemente, tal procedimento requer algum conhecimento da função de degradação. Em alguns casos, o fenômeno físico da degradação pode ser usado para determinar tal função. Em outras situações, é possível determinar a função de degradação da própria imagem degradada, quando se sabe a priori que uma certa porção desta cena é a imagem de um ponto, linha, ou borda na cena original.

Portanto, a adoção do modelo simplificado, além de ser tratável matematicamente, tem se revelado satisfatória do ponto de vista experimental em muitas situações; desta forma, o modelo de degradação, representado pela Figura 2.1, é expresso pela Equação Integral de Fredholm do 1º tipo, que tem a seguinte forma:

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) h(x, \alpha, y, \beta) d\alpha d\beta + r(x,y) \quad (2.1)$$

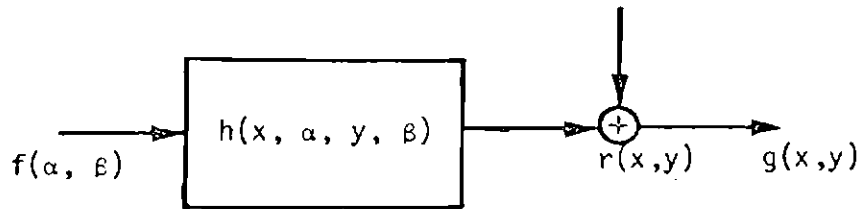


Fig. 2.1 - Modelo de degradação.

O mesmo tipo de equação integral ocorre, em diferentes problemas físicos em Radiastronomia (Bracewell and Robert, 1954a), Óptica Aplicada e Teoria da Comunicação.

## 2.1 - MODELOS LINEARES

Normalmente os modelos de análise para sistemas de processamento de imagens são aproximados por suposições lineares.

Para notação e fácil compreensão, tem-se:

- $f(\alpha, \beta)$  - imagem original,
- $g(x, y)$  - imagem observada degradada,
- $h(x, y, \alpha, \beta)$  - resposta impulsiva, ou Função de Espalhamento Pontual (F.E.P.).

Diz-se que o sistema de degradação,  $h(x, y, \alpha, \beta)$ , é "invariante no espaço", se a resposta de uma fonte pontual, localizada no plano  $xy$ , é dada por  $h(x-\alpha, y-\beta)$ . Em outras palavras, a saída é meramente deslocada de  $\alpha$  e  $\beta$  nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente (Figura 2.2).

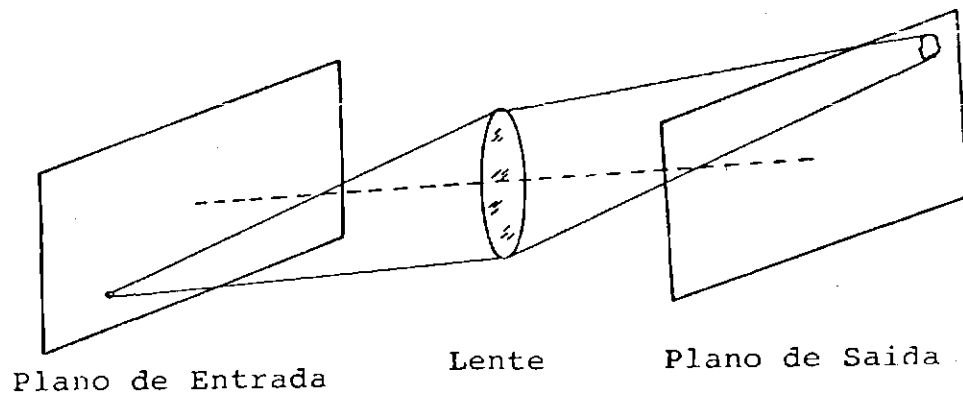


Fig. 2.2 - Fonte pontual e sistema de imageamento.

Portanto, para uma função de espalhamento invariante no espaço, o modelo linear assume a forma de uma integral de convolução, ou seja:

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta) h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta + r(x,y). \quad (2.2)$$

Este modelo tem sido muito utilizado na tentativa de restaurar imagens com perturbações, tais como ruído aditivo ou multiplicativo. Técnicas de FOURIER podem ser utilizadas na tentativa de obter  $f(\alpha,\beta)$  de  $g(x,y)$ , através da inversão de  $h(\dots)$ , devido à relação das técnicas Fourier e integral convolução. Assim sendo, na ausência de ruído, tem-se:

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta) \cdot h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta. \quad (2.3)$$

Utilizando a Transformação de Fourier e o teorema da Convolução tem-se:

$$F \left\{ \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta) \cdot h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta \right\} = F \{ f(\alpha,\beta) \} \cdot F \{ h(\alpha,\beta) \}, \text{ então:}$$

$$G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v). \quad (2.4)$$

Nota-se que a convolução de duas funções no domínio do espaço é equivalente à simples operação de multiplicação no domínio da frequência, sendo G,H,F as transformadas de Fourier de g,h,f, respectivamente. Portanto, a determinação de F(u,v) requer apenas a inversão de H(u,v), caso a inversão exista.

Existem três aproximações lineares que são usadas frequentemente para a inversão dos sistemas:

- a) modelo contínuo-contínuo,
- b) modelo contínuo-discreto,
- c) modelo discreto-discreto.

O modelo contínuo-contínuo é quando a imagem é simplesmente a integração da cena, e a função de espalhamento pontual é representada por uma função bidimensional. Quando o modelo é introduzido no computador, a imagem, a cena, e a função de espalhamento são amostradas de  $N^2$ ,  $N^2$ ,  $N^4$  pontos, respectivamente.

No modelo contínuo-discreto, a cena é contínua (como é no mundo real), mas o sensor define a imagem como discreta e amostrada por  $N^2$  pontos.

Finalmente, o modelo discreto-discreto implica que a cena e a imagem são representadas por vetores unidimensionais de dimensão  $N^2$ . Os vetores podem ser versões de varredura do tipo "raster", de funções bidimensionais ou de qualquer outro método de varredura, de tal forma que se obtém  $N^2$  pontos. A função  $h(x,y,\alpha,\beta)$ , é reduzida a uma matriz de dimensão  $N^2 \times N^2$ .

## 2.2 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO PROCESSO DA CONVOLUÇÃO

A integral do modelo de degradação dada por:

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta) h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta, \quad (2.5)$$



simbolicamente,  $\bar{e}$  é representada pela operação de convolução:

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y). \quad (2.6)$$

O integrando  $\bar{e}$  é um produto de duas funções,  $f(\alpha,\beta)$  e  $h(\alpha,\beta)$ , com rotação posterior de 180 graus e deslocada de  $x$  e  $y$ , ao longo das direções  $x$  e  $y$ , respectivamente.

A Figura 2.3 ilustra esta operação:

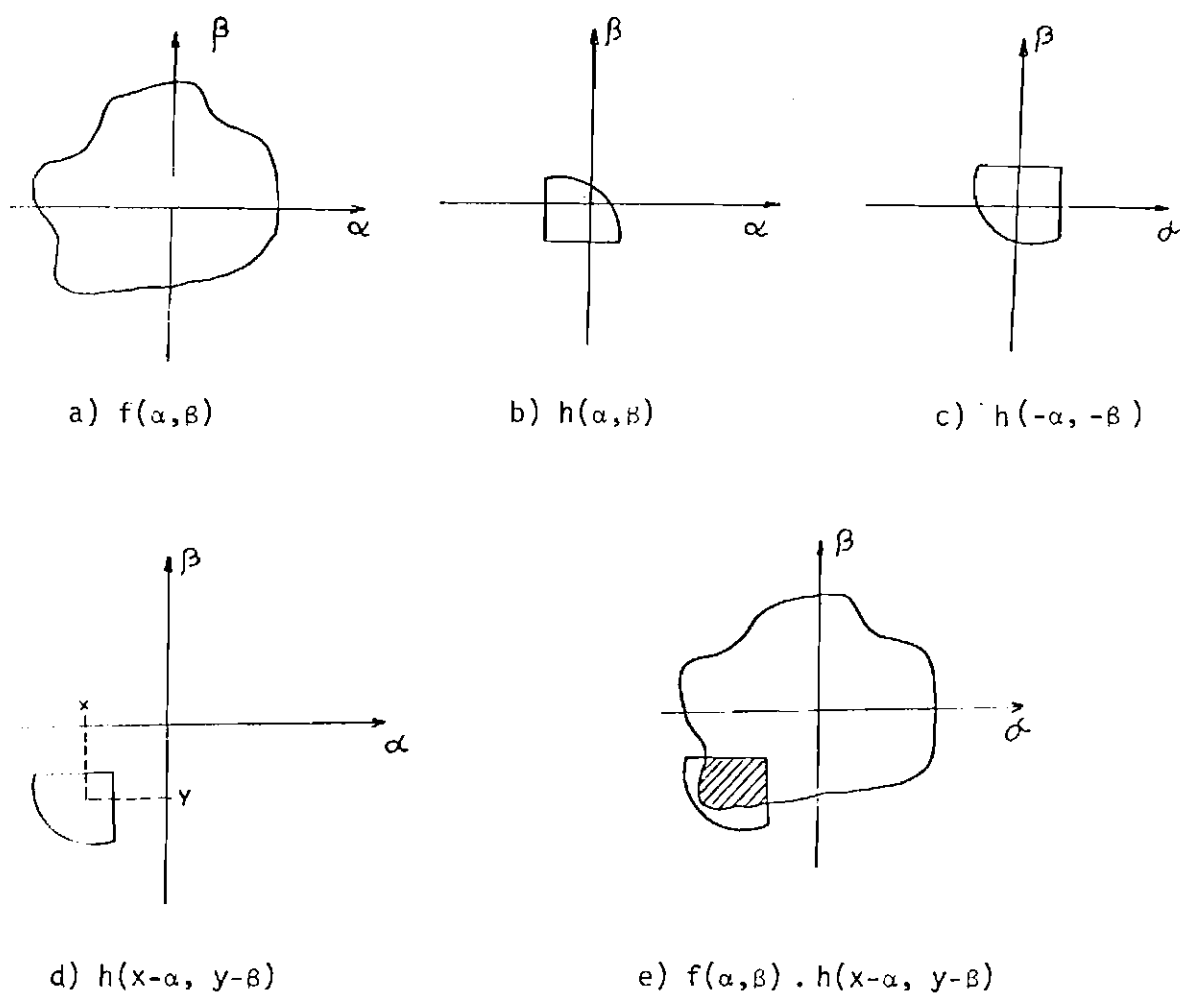


Fig. 2.3 - Representação gráfica da convolução.

O produto no integrando da integral de convolução da Equação 2.5 é representado pela área hachurada. A integral sob esta área é o valor de  $g(x,y)$  com coordenadas  $(x,y)$ .

### 2.3 - MODELOS FÍSICOS DE DEGRADAÇÃO

Em algumas situações é possível obter um modelo físico para o processo de degradação. Considere-se, por exemplo, a situação em que uma imagem é obtida durante um certo tempo de exposição (como em uma câmera fotográfica), no qual ocorre um movimento relativo entre a câmera e a cena. Assim sendo, a imagem obtida  $g(x,y)$  é dada por:

$$g(x,y) = \int_{-T/2}^{+T/2} f(x-x_0(t), y-y_0(t)) dt, \quad (2.7)$$

onde  $T$  é a duração da exposição, e  $x_0(t)$  e  $y_0(t)$  são as componentes nas direções  $x$  e  $y$  do deslocamento da cena, respectivamente. Obtendo a transformada de Fourier da Equação 2.7, tem-se:

$$G(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-T/2}^{+T/2} f(x-x_0(t), y-y_0(t)) dt \right] \cdot \exp(-j2\pi(ux+vy)) dx dy \quad (2.8)$$

e invertendo a ordem da integração na Equação 2.8, resulta em:

$$G(u,v) = \int_{-T/2}^{+T/2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-x_0(t), y-y_0(t)) \cdot \exp(-j2\pi(ux+vy)) dx dy \right] dt \quad (2.9)$$

O termo dentro dos colchetes é reconhecido como a transformada de Fourier da função deslocada  $f(x-x_0(t), y-y_0(t))$ , e usando a propriedade de deslocamento daquela transformada, obtêm-se:

$$G(u,v) = \int_{-T/2}^{+T/2} F(u,v) \cdot \exp(-j2\pi(ux_0(t) + vy_0(t))) dt, \quad (2.10)$$

$$= F(u,v) \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(-j2\pi(uxo(t) + vyo(t))) dt. \quad (2.11)$$

Como se sabe:

$$G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v) \quad (2.12)$$

e comparando a Equação 2.12 com a Equação 2.11, conclui-se que a função de espalhamento desta degradação é:

$$H(u,v) = \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(-j2\pi(uxo(t) + vyo(t))) dt. \quad (2.13)$$

No caso simplificado de um movimento retilíneo uniforme na direção x, as equações  $xo(t) = Vt$  e  $yo(t) = 0$  e a integração pela Equação 2.13 fornecem:

$$H(u,v) = \frac{\sin(\pi uVT)}{\pi uV} = T \cdot \text{sinc}(uV). \quad (2.14)$$

A função de espalhamento pontual é então obtida pela transformada inversa de Fourier, obtendo-se então:

$$h(x,y) = \left( \frac{1}{V^2 T} \right) \text{rect} \left( \frac{x}{VT} \right), \quad (2.15)$$

onde:  $\text{rect}(x) = 1$ , se  $0 < x < 1$   
 $= 0$ , fora.

No caso de turbulência atmosférica, Hufnagel e Stanley (1964) mostram que a função de transferência para longas exposições pode ser aproximada por uma função do tipo:

$$h(u,v) = \exp \left( -c(u^2 + v^2)^{\frac{5}{6}} \right), \quad (2.16)$$

onde c é uma constante que depende da natureza da turbulência.



## CAPÍTULO 3

### DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA FUNÇÃO DE ESPALHAMENTO PONTUAL

Se o fenômeno da degradação é de natureza desconhecida ou é muito complexo para uma determinação analítica, a única possibilidade é estimar a função de espalhamento a partir da própria imagem degradada.

#### 3.1 - FONTE PONTUAL

Se há razão para crer que a cena original contém pontos exatos, então a imagem de um ponto na imagem degradada é uma função de espalhamento pontual. Tal caso se aplica a imagens astronômicas, onde a imagem de uma estrela poderia ser usada para estimar a função de espalhamento.

#### 3.2 - FONTE RETILÍNEA

Se a cena original contém linhas exatas, então algumas vezes é possível determinar  $h(x,y)$  de imagens destas linhas. Considerando uma fonte ideal retilínea ao eixo  $x$  da cena original, tal objeto pode ser descrito pela função  $f(x,y) = \delta(x)$ ; portanto, tem-se que a função de espalhamento retilínea pode ser dada por:

$$hr(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \cdot h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta. \quad (3.1)$$

Utilizando a propriedade de esquadramento da função delta, na integração em  $\alpha$ , obtêm-se:

$$hr(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \cdot h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha \right] d\beta, \quad (3.2)$$

$$hr(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y-\beta) d\beta, \quad (3.3)$$

mudando a variável de integração  $y' = y-\beta$ ,

$$hr(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y') dy', \quad (3.4)$$

ou seja, a resposta do sistema degradante para uma reta na direção  $y$  é a integral da Função de Espalhamento Pontual (F.E.P.), ao longo desta mesma direção. Deve-se notar que  $hr(x,y)$  é função apenas de  $x$ , e, portanto, pode-se denotar por  $hr(x,y) = hr(x)$ .

Tomando a transformada de Fourier unidimensional de  $hr(x)$ , tem-se:

$$\begin{aligned} Hr(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} hr(x) \cdot \exp(-j2\pi ux) dx, \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} h(x,y) dy \right] \cdot \exp(-j2\pi ux) dx, \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x,y) \cdot \exp(-2j\pi (ux+vy)) dx dy \Big|_{v=0}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

obtendo-se:

$$Hr(u) = H(u,v) \Big|_{v=0},$$

ou seja, a transformada de Fourier da Função de Espalhamento Retilíneo (F.E.R.) para uma reta na direção  $y$  é a função de transferência do sistema degradante, calculada no eixo  $u$  (ver Figura 3.1). Em geral, pode-se mostrar que a transformada de Fourier de uma reta orientada num ângulo  $\theta$  com o eixo  $x$  resulta no plano complexo  $u-v$  de Fourier, em valores de  $H(u,v)$ , ao longo de uma reta com inclinação  $\theta + 90$  graus (Rosenfeld and Kak, 1982).

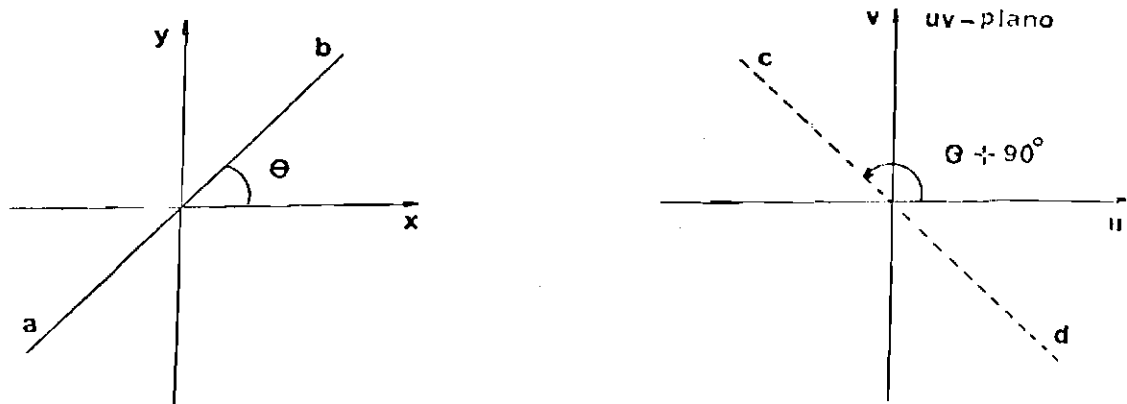


Fig. 3.1 - Transformada de FOURIER de uma reta orientada num ângulo  $\theta$ .

Se retas em várias direções são disponíveis, pode-se a partir de suas transformadas de Fourier unidimensionais correspondentes obter, por interpolação, uma aproximação razoável de  $H(u,v)$  e, consequentemente, de  $h(x,y)$ , por transformada inversa de Fourier (Figura 3.2). Deve-se notar que este problema tem grande semelhança com o problema de reconstrução de uma imagem por suas projeções unidimensionais em várias direções.

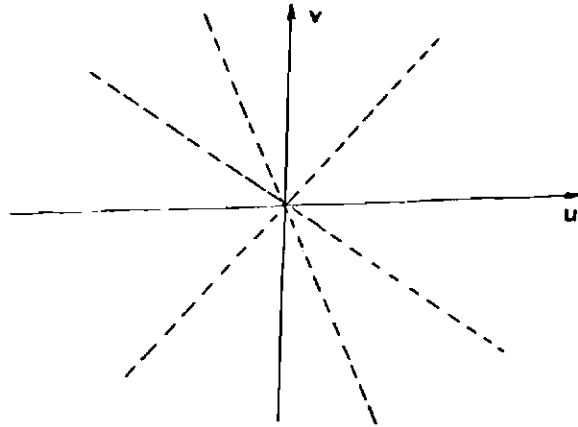


Fig. 3.2 - Transformada de FOURIER de várias retas.

### 3.3 - FONTE DE BORDA RETILÍNEA

Se uma cena contém bordas retilíneas em várias direções, é possível estimar a F.E.P. Considere-se, por exemplo, uma borda ao longo do eixo  $y$ , que pode ser representada por uma função degrau  $U(x)$ , tal que  $U(x) = 1$  para  $x > 0$  e  $U(x) = 0$  para  $x < 0$ . Seja  $hB(x,y)$  a imagem desse degrau. Pela Equação 2.2, na ausência de ruído, tem-se:

$$hB(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\alpha,\beta) U(x-\beta) d\alpha d\beta = hB(x), \quad (3.6)$$

uma vez que o resultado é independente de  $y$ . Tomando a derivada de  $hB(x)$ , trocando a ordem de diferenciação e integração, e observando que a derivada da função é a função delta de Dirac, tem-se que:



$$\begin{aligned}
 \frac{dhB(x)}{dx} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\alpha, \beta) \frac{d}{dx} [ U(x-\beta) ] d\alpha d\beta = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\alpha, \beta) \delta(x-\beta) d\alpha d\beta = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, \beta) d\beta
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Da Equação 3.4 pode-se concluir que:

$$\frac{dhB(x)}{dx} = hR(x), \tag{3.8}$$

ou seja, a derivada da imagem de uma borda retilínea é a imagem de uma reta na mesma direção desta borda. No domínio de Fourier, o resultado e quivalente é dado por:

$$j2\pi u HB(u) = HR(u). \tag{3.9}$$

Embora a imagem com que se trabalha contenha uma borda bem pronunciada (Sol-céu), seu caráter não-retilíneo torna difícil a a plicação dos resultados apresentados nesta seção.

•  
• •

## CAPÍTULO 4

### RUIDO EM RESTAURAÇÃO DE IMAGENS

Existe uma variedade de modelos e mecanismos, nos quais podem entrar erros no processo de aquisição, e o modelo considerado por essas fontes de ruído deve afetar o processo de restauração. Consequentemente, seria desejável confirmar o modelo do ruído e parametrizá-lo por técnicas a posteriori, associadas à imagem. Possivelmente a questão básica é a preocupação com o aspecto multiplicativo ou aditivo (ou ambos) do sistema.

Para restaurar uma imagem na presença de ruído, juntamente com o conhecimento da função de espalhamento pontual, é necessário, pelo menos teoricamente, conhecer as propriedades do ruído e como ele está correlacionado com a imagem. Na prática, a suposição mais comum do ruído é que ele é "branco", isto é, sua densidade espectral é constante e não está correlacionado com a imagem.

Algumas técnicas de restauração necessitam de informação a priori sobre o ruído. Por exemplo, a restauração por filtros baseados na teoria de Wiener requer a caracterização estatística do processo de ruído, através de sua densidade espectral de potência.

Uma boa determinação da variância do ruído pode ser feita em imagens de objetos que possuem regiões constantes, com poucas mudanças nos tons de cinza.

Conforme será observado nos capítulos seguintes, o problema do mau condicionamento é de grande importância em restauração de imagens e, nestas circunstâncias, o ruído de quantização, expresso pelo arredondamento dos valores numéricos para sua representação pelo computador, deverá ser levado em consideração.

•  
• •

## CAPÍTULO 5

### CONCEITOS EM RADIOSTRONOMIA

A Radioastronomia é uma parte da Astronomia, dedicada à detecção de ondas eletromagnéticas na faixa espectral de radiofrequência proveniente de objetos astronômicos, tais como: o Sol, os planetas, as nebulosas, as estrelas e as galáxias. Após a detecção da radioemissão dessas fontes, os dados observacionais são tratados e analisados com o propósito de um entendimento físico mais profundo destas radiofontes emisso<sub>r</sub>as.

A detecção de ondas de radiofrequência é feita por meio de uma antena, a qual é um dispositivo que transforma "ondas livres" no espaço em ondas guiadas dentro de um guia de ondas. As ondas de rádio detectadas induzem uma corrente muito pequena na antena, a qual sofre uma grande ampliação no receptor, a fim de que possa ser medida ou regis<sub>t</sub>rada.

O radiotelescópio é o instrumento fundamental de observação em Radioastronomia. Na sua forma mais simples consiste em três ele<sub>m</sub>entos básicos:

- a) uma antena que coleta ondas de radiofrequência provenientes de direções específicas, em uma ampla faixa de frequência;
- b) um receptor radiométrico, ou radiômetro, que amplifica seletiva<sub>m</sub>ente estas ondas numa banda restrita da faixa de frequência a<sub>c</sub>ima mencionadas;
- c) um medidor ou registrador do sinal de saída do radiômetro.

Uma antena comumente utilizada em Radioastronomia na faixa de frequência de 3 a 300 GHz, é o refletor parabólico. No Rádio Observatório de Itapetinga (CRAAM-INPE) existe uma antena deste tipo com 13,7 m de diâmetro, encoberta por uma redoma. Nesta antena, assim como em outras, a característica mais importante a ser determinada experimen<sub>t</sub>

talmente é a sua resposta  $P_n(\theta, \phi_0)$  em função da direção das ondas de radiofrequência;  $\theta$  e  $\phi_0$  são ângulos em um sistema de coordenadas esféricas unidos à antena. Tal função é denominada Diagrama de Radiação da Antena.

Na Figura 5.1, apresenta-se uma representação polar de uma seção transversal de  $P_n(\theta, \phi_0)$ , para um ângulo  $\phi_0$  fixo. Nota-se a existência de um máximo em torno do eixo vertical, cujo valor máximo é normalizado para 1 (um). O lóbulo associado a tal máximo é denominado lóbulo (ou feixe) principal da antena; através dele a antena coleta a maior parte da energia eletromagnética proveniente de uma radiofonte. A meia largura deste lóbulo é uma medida de resolução angular da antena, comumente denominada largura de meia potência do feixe principal. Observa-se também nesta figura a existência de outros máximos, com valores bem inferiores, em outras direções. Estes são associados aos lobulos (ou feixes) secundários.

Na prática é bem comum aproximar o diagrama de radiação da antena por uma função gaussiana de largura a metade do valor máximo à largura de meia potência do feixe principal da antena.

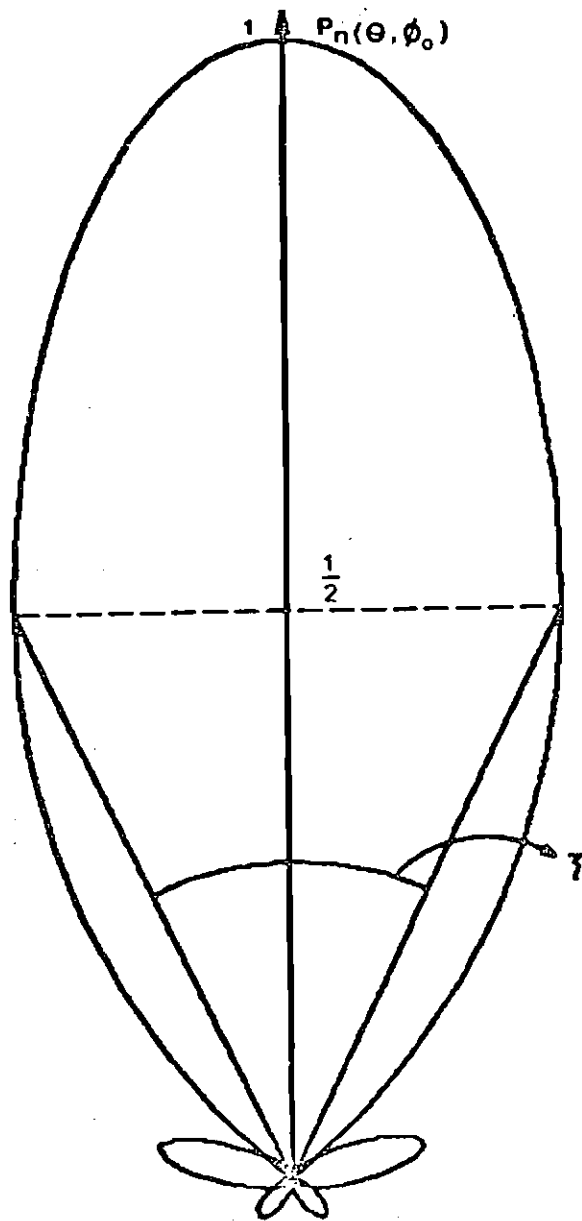


Fig. 5.1 - Resolução angular de uma antena. Seção Transversal do diagrama de radiação da antena ( $\phi_0$  fixo).

A resolução angular de uma antena é o ângulo compreendido nas direções nas quais  $P_n(\theta, \phi_0) = 0,5$ , no lóbulos principal. Tal ângulo é uma função da dimensão da antena e da frequência considerada, e determina a largura de meia potência do lóbulos principal, Half Power Beam Width (HPBW).

O diagrama de radiação de uma antena é a característica mais importante de uma antena a ser determinada experimentalmente.  $P_n(\theta, \phi_0)$  é a resposta em função da direção das ondas de rádio, denominado Diagrama de Radiação da Antena (Figura 5.2).

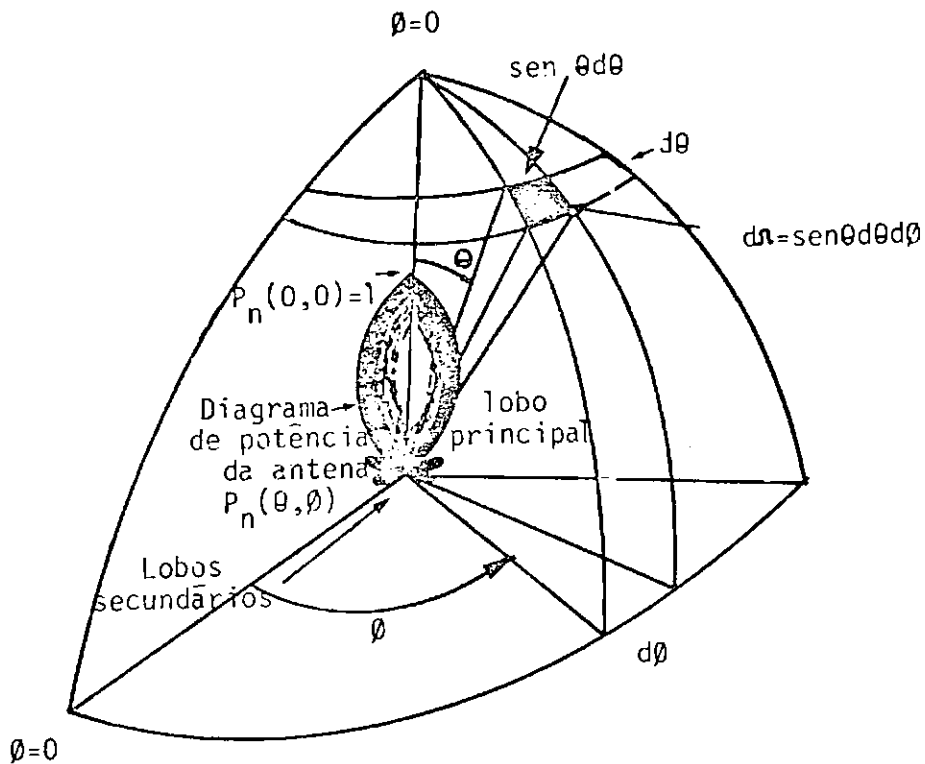


Fig. 5.2 - Diagrama de radiação da antena. Seção transversal da antena.



Na Figura 5.2 nota-se a existência de diversos lóbulos. O lóbulos maior é o lóbulos (ou feixe) principal da antena. Neste lóbulos principal é coletada a maior parte das ondas de rádio frequência de uma fonte. Os lóbulos restantes (secundários) representam um máximo 1% do valor máximo do lóbulos principal.

O Diagrama de Radiação da Antena, usado na prática, pode ser determinado experimentalmente, sendo possível com certa facilidade a determinação do lóbulos principal; por outro lado, a determinação dos lóbulos secundários é muito difícil. A aproximação prática é feita considerando uma função gaussiana, cuja largura a meio valor do seu máximo é igual a largura de meia potência do lóbulos principal (Figura 5.3).

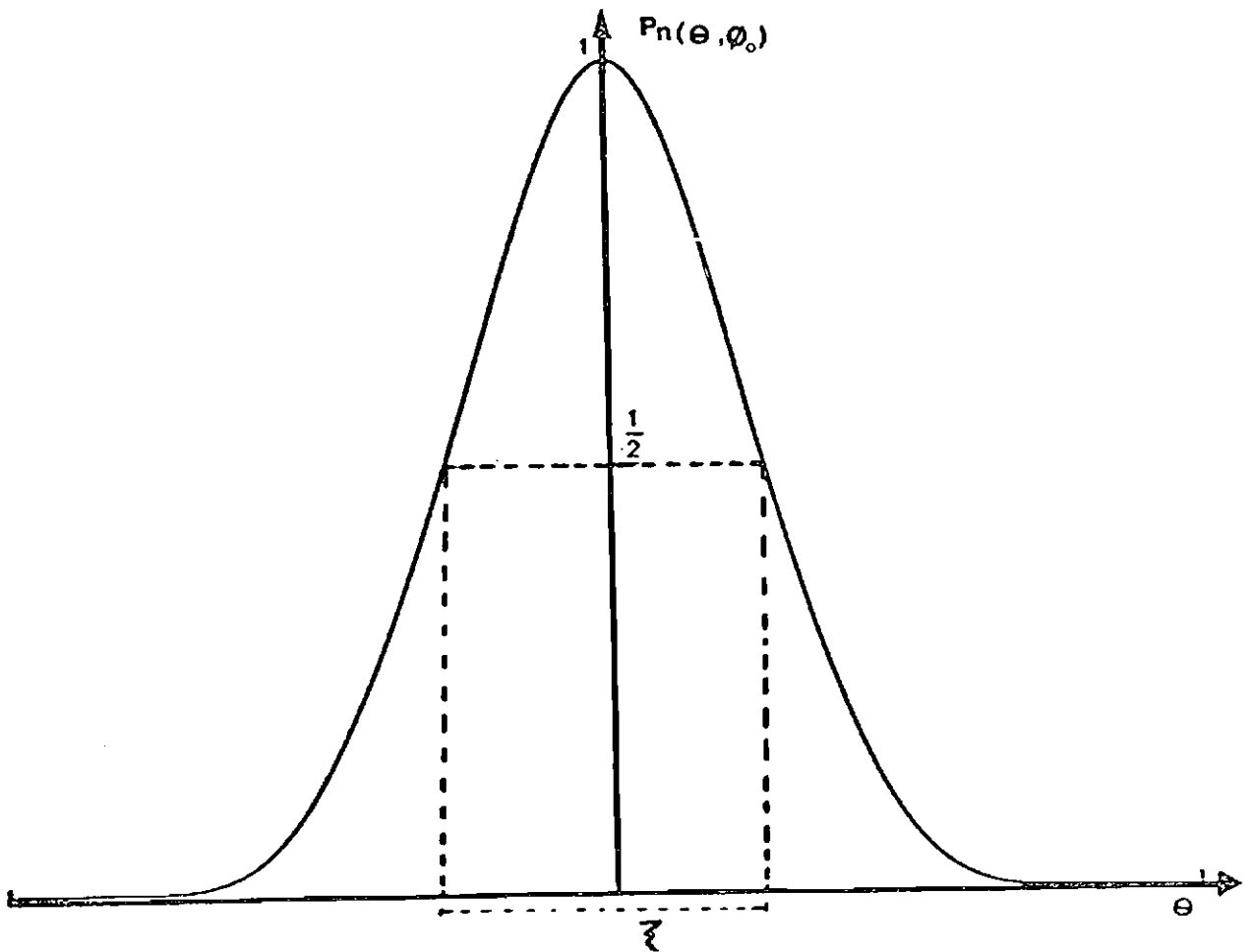


Fig. 5.3 - Função gaussiana e sua aproximação prática.

•  
• •

## CAPÍTULO 6

### A RESTAURAÇÃO DE RADIOIMAGENS SOLARES

Ao apontar uma antena radioastronômica para uma determinada posição  $(x,y)$  em uma radiofonte extensa, em comparação ao feixe da antena como o Sol, é obtida uma tensão que corresponde a uma certa temperatura equivalente ao ruído da antena  $T_a(x,y)$ . Tal parâmetro observacional é obtido a partir da convolução da distribuição espacial original da radioemissão, caracterizada pela função de temperatura de brilho  $T_b(\alpha,\beta)$ , com o diagrama de radiação da antena  $P(x,y)$  (Bracewell, 1956), ou seja:

$$T_a(x,y) = \frac{A}{\lambda^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} P(x-\alpha, y-\beta) \cdot T_b(\alpha,\beta) \, d\alpha d\beta, \quad (6.1)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento da onda considerado, e  $A$  é a eficiência de abertura da antena.

As definições básicas de  $T_a$ ,  $T_b$ ,  $P$  e  $A$  podem ser encontradas em Kraus (1966) e Marton (1976). Deve-se notar neste ponto que, adicionando-se um termo  $r(x,y)$  devido à inevitável presença de ruído no receptor do radiotelescópio, obtêm-se uma identificação entre as Equações 1.1 e 6.1.

Em decorrência da convolução da distribuição espacial original da radioemissão da fonte com o diagrama de radiação da antena, a radioimagem obtida apresenta-se degradada ou alisada (Bracewell and Robert, 1954 b).

Tais problemas de convolução de radioimagens são de fundamental importância em Radioastronomia, em particular na análise de radioimagens solares.

Desde 1978, com a antena de 13,7 m do Rádio Observatório de Itapetinga (Figura 6.1 ), têm sido obtidas radioimagens do Sol nas frequências de 22, 30, 44, 90 GHz. Com essa antena, é varrida uma região da esfera celeste de 36' x 40' de arco, na qual o disco solar está geralmente centrado. Caracteriza-se a radioemissão desta região espacial, em uma das frequências consideradas, por uma matriz de 19 x 21 pontos. Cada um dos elementos que constituem tal matriz são temperaturas de antena associadas a porções diferentes do disco solar ou do espaço que o circunda. Duas radioimagens são obtidas simultaneamente em 6 minutos.

Direcionando a referida antena para uma certa região do disco solar, não se coleta somente a energia proveniente deste lugar, mas também de outras regiões vizinhas a esta, contidas pelo diagrama de radiação da antena. Isto significa que a distribuição espacial da radioemissão sofre um processo de alisamento decorrente da convolução desta distribuição espacial com o diagrama de radiação da antena. Estas questões do alisamento e da sua restauração (ou deconvolução) são de fundamental importância em Radioastronomia, o que motivou uma busca de soluções e maior entendimento das técnicas de restauração.

As radioimagens do Sol restauradas permitem:

- a) Correlacionar as radioestruturas presentes no Sol com outras imagens solares obtidas em porções distintas do espectro eletromagnético.
- b) Diagnosticar as radioestruturas de diferentes naturezas existentes, tais como: regiões calmas, regiões ativas, buracos coronais e filamentos.
- c) Possibilitar a determinação mais precisa das características de polarização e informação espectral dessas radioestruturas.

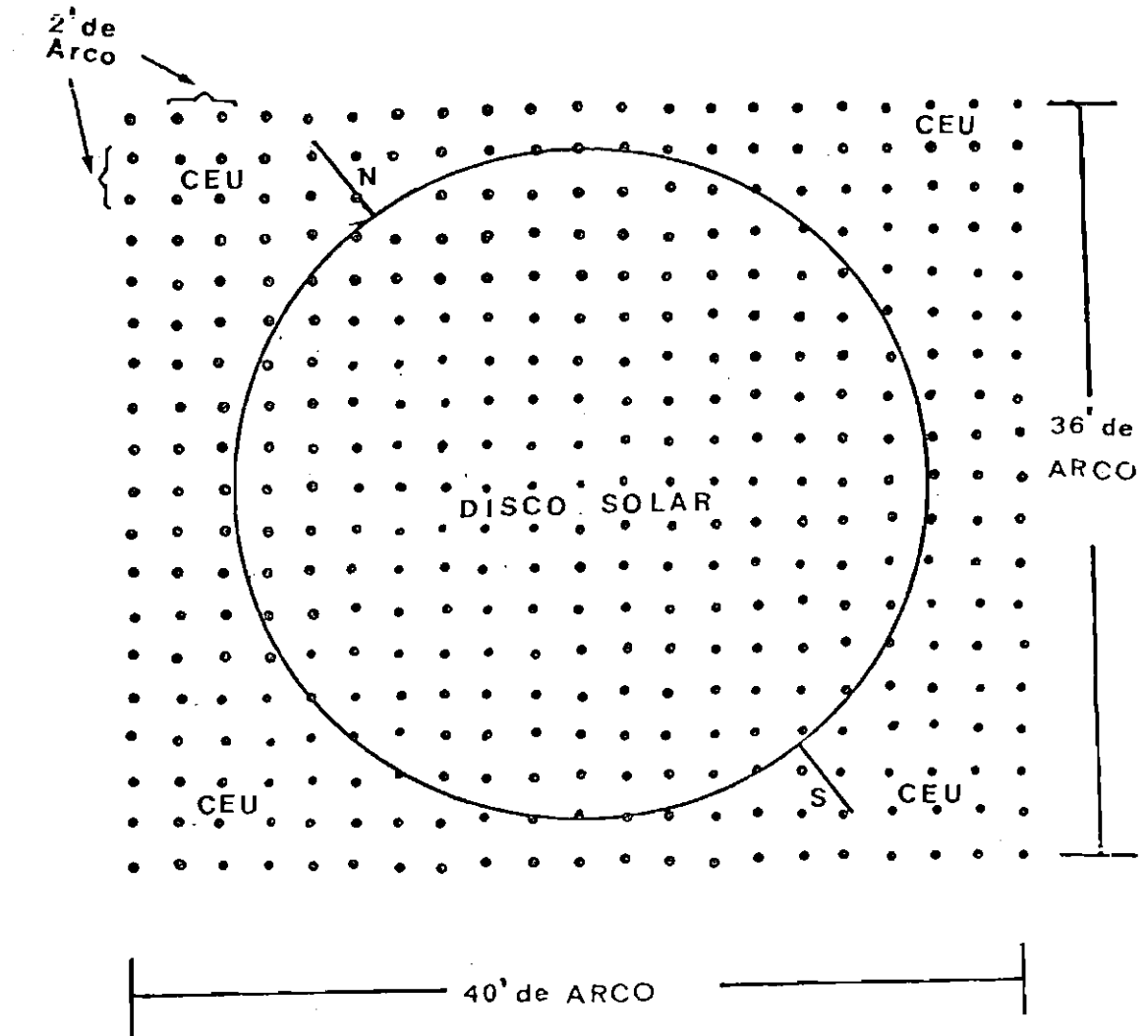


Fig. 6.1 - Radioimagem do SOL obtida pelo Radioobservatório de Itapetinga ( INPE ).

Características de uma Radioimagem:

- região da esfera celeste varrida: 36' x 40' de arco,
- radioemissão dessa região: matriz 19 x 21 pontos,
- elemento da matriz: parâmetro observacional, ou seja, Temperatu de antena ( $T_a$ );
- tempo: 6 minutos para a obtenção de cada radioimagem.



## CAPÍTULO 7

### PROBLEMA DO MAU CONDICIONAMENTO EM RESTAURAÇÃO DE IMAGEM

Um modelo completo para restauração de imagens deve incluir sensor imageador, efeitos lineares e ruído. O resultado é uma equação tal como:

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} h(x,\alpha,y, \beta).f(\alpha, \beta)d\alpha d\beta. \quad (7.1)$$

O problema da restauração de imagem é a determinação da distribuição original  $f$  dada a imagem gravada  $g$ , e o conhecimento sobre a função de espalhamento pontual. Um método comum de análise de equações, tal como a Equação 7.1 é o que utiliza um operador. Dados espaços de funções nos quais  $f$  e  $g$  são definidos, então o problema de transformação ou operador  $T$ , que mapeia  $f$  para  $g$ , pode ser apresentado como:

$$T(f) = g. \quad (7.2)$$

No sentido matemático, o problema de restauração corresponde à existência e unicidade de uma transformação inversa. A existência e unicidade são importantes; se a transformação inversa não existe, então não há base matemática para afirmar que  $f$  pode ser recuperada de  $g$ . Embora isto aconteça, o que deve existir é uma base prática para afirmar que algo bem próximo de  $f$  pode ser recuperado.

Diz-se que o problema para o qual não existe transformação inversa, isto é,  $T^{-1}$  não existe, é singular. Por outro lado,  $T^{-1}$  pode existir, mas não ser único, podendo existir mais de uma  $T^{-1}$ . Finalmente, sempre que  $T^{-1}$  existir e for único, ele pode ser mau condicionado o que quer dizer que uma perturbação trivial em  $g$  pode produzir perturbações não-triviais em  $f$ , isto é, existe  $\epsilon$  que pode ser arbitrariamente pequeno, tal que:

$$T^{-1}(g + \epsilon) = f + \delta \quad (7.3)$$

onde  $\delta \gg \varepsilon$ ,  $\delta$  não é arbitrariamente pequeno, mas é bastante significativo.

Assim um problema mau condicionado é um problema tal que perturbações inerentes nos dados podem resultar em efeitos indesejáveis na restauração pela transformação inversa. As tarefas podem, em geral, ser enquadradas nesta classe de problemas.



## CAPÍTULO 8

### TÉCNICAS DE RESTAURAÇÃO DE IMAGENS

#### 8.1 - FILTRAGEM INVERSA

Nas condições de linearidade, invariância no espaço e ausência de ruído, a Equação 2.4 é válida; portanto verifica-se que é possível, em princípio, recuperar a imagem original pela razão entre a transformada de Fourier da imagem borrada e a função de espalhamento.

Então tem-se que:

$$G(u,v) = H(u,v).F(u,v)$$

e de maneira equivalente:

$$F(u,v) = G(u,v)/H(u,v). \quad (8.1)$$

Isto implica que se  $H(u,v)$ , é conhecido, pode-se restaurar  $f(x,y)$  multiplicando a transformada de Fourier  $G(u,v)$  da imagem degradada por  $1/H(u,v)$ , obtendo-se em seguida a transformada Inversa de Fourier. Surgem, entretanto, problemas com a utilização desse método:

1)  $H(u,v)$  pode conter frequências de zeros, e na ausência de ruído há uma indeterminação, sendo impossível recuperar  $F(u,v)$  nessas frequências. Contudo, observa-se que se  $H(u,v)$  tem no máximo um número contável de zeros, é possível, em princípio, recuperar  $f(x,y)$  porque os valores indeterminados de  $G(u,v)/H(u,v)$  não contribuirão para o processo de integração da transformada Inversa de Fourier (Rosenfeld and Kak, 1982).

2) Na presença de ruído, tem-se:

$$G(u,v) = H(u,v).F(u,v) + R(u,v) \quad (8.2)$$

que pela filtragem inversa, resulta em:

$$\frac{G(u,v)}{H(u,v)} = \frac{F(u,v)}{H(u,v)} + \frac{R(u,v)}{H(u,v)} . \quad (8.3)$$

Nas vizinhanças dos zeros de  $H(u,v)$ , o segundo termo devido ao ruído tende a predominar sobre o sinal  $F(u,v)$ . Uma possível solução para este problema consiste em efetuar a restauração da imagem por filtro que pouco pondere as partes do espectro da imagem degradada na vizinhanças dos zeros de  $H(u,v)$ , onde a relação sinal-ruído tende a ser baixa.

É freqüente o caso de  $H(u,v)$  cair rapidamente com  $u$  e  $v$ , representando portanto a degradação por uma filtragem passa-baixas. Por outro lado, o termo  $R(u,v)$  tende a cair muito menos rapidamente com  $u$  e  $v$ . Assim sendo, deve-se truncar o filtro restaurador nas vizinhanças da origem, ou seja, o filtro inverso pode ser dado por:

$$\begin{aligned} I(u,v) &= \frac{1}{H(u,v)} && \text{p/ } \sqrt{u^2 + v^2} \leq W_0 , \\ &= 1 && \text{p/ } \sqrt{u^2 + v^2} > W_0 , \end{aligned} \quad (8.4)$$

onde  $W_0$  deve ser escolhido de maneira a excluir os zeros de  $H(u,v)$ . Com isto, tem-se o truncamento adequado do filtro inverso nas altas frequências.

## 8.2 - ESTIMADOR DE MÍNIMOS QUADRADOS

Quando não se utiliza nenhum conhecimento a priori sobre as componentes do vetor  $f$ , caracterizando este vetor como apenas um conjunto de  $N$  parâmetro não-aleatórios a serem estimados, utiliza-se normalmente o critério de mínimos quadrados para a estimação. Seu uso é motivado mais pelo fato de ser matematicamente tratável do que por critérios de fidelidade visual, que são difíceis de ser incorporados.

Substituindo a integral que representa o processo de de gradação por uma fórmula de quadratura e estimando a imagem original  $f(x, y)$  em pontos discretos, chega-se ao modelo discreto dado por:

$$g = Hf + r, \quad (8.5)$$

onde  $g$  é um vetor ( $M^2 \times 1$ ) que representa a amostragem da imagem degradada,  $H$  é uma matriz ( $M^2 \times N^2$ ), cujos elementos dependem da função de espalhamento  $h(\dots)$ ,  $f$  é um vetor ( $N^2 \times 1$ ) que representa a amostragem da imagem original, e  $r$  é um vetor ( $M^2 \times 1$ ), cujos elementos são componentes do ruído aditivo.

Deste modo, deve-se minimizar uma forma quadrática do tipo  $E(\hat{f}) = (g - H\hat{f}) \cdot V^{-1} \cdot (g - H\hat{f})$  pela escolha de  $\hat{f}$ , e  $V$  representa a matriz de covariância do vetor de ruído  $r$ .

A minimização é feita igualando a zero as derivadas parciais de  $\theta(\hat{f})$  em relação a cada componente de  $\hat{f}$ :

$$\frac{\delta \theta(\hat{f})}{\delta(\hat{f})} = -2H^T V^{-1} (g - H\hat{f}) = 0. \quad (8.6)$$

Se  $M > N$ , o inverso da matriz  $(H^T V^{-1} H)$  pode existir (nesse caso, o sistema é denominado sobredeterminado) e o estimador  $\hat{f}$  é dado por:

$$\hat{f} = (H^T V^{-1} H)^{-1} H^T V^{-1} g. \quad (8.7)$$

Deve-se observar que se o ruído é branco, a matriz  $V$  é diagonal e a restauração é obtida por:

$$\hat{f} = (H^T H)^{-1} H^T g = H^+ g, \quad (8.8)$$

onde  $H^+$  representa a matriz pseudo-inversa da matriz  $H$ .

Na situação em que  $M < N$ , tem-se um sistema subdeterminado e há infinitas soluções para o problema de mínimos quadrados, podendo-se mostrar (Andrews and Patterson, 1976) que a solução geral é dada por:

$$\hat{f} = (K^{-1} H)^T V^{-1} g + (I - (K^{-1} H)^T K^{-1} H) v, \quad (8.9)$$

onde  $v$  é um vetor arbitrário e  $K$  é uma matriz obtida pela fatorização da matriz  $V$ , isto é:

$$V = K K^T. \quad (8.10)$$

A solução de mínima norma é dada por:

$$\hat{f} = (K^{-1} H)^T K^{-1} g \quad (8.11)$$

e, novamente, se o ruído é branco, a solução é obtida pela matriz pseudo-inversa  $H$ . No caso em que o posto de  $H$  seja dado pelo número de linhas ( $M$ ), esta solução pode ser expressa por:

$$\hat{f} = H^T (H H^T)^{-1} g. \quad (8.12)$$

## CAPÍTULO 9

### PROBLEMA DA GRANDE DIMENSIONALIDADE

#### 9.1 - SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DE FOURIER

Examinado o problema do mau condicionamento, resta o problema da dimensionalidade das matrizes e vetores envolvidos no caso de deconvolução de imagens. Este problema é resolvido pela utilização de técnicas de transformadas de Fourier (Hunt, 1973) quando o processo de de gradação é invariante no espaço.

Como a transformada discreta de Fourier e sua inversa são funções periódicas para formular a convolução discreta, que é consistente com sua "propriedade de periodicidade", deve-se considerar  $f(x,y)$  e  $g(x,y)$ , de dimensões  $A \times B$  e  $C \times D$ , com períodos  $M$ ,  $N$ , respectivamente, e o resultado da convolução será também periódico. O problema é escolher o valor de  $M$ ,  $N$  (Brigham, 1974). Deve-se escolher  $M \geq A + B - 1$  e  $N \geq C + D - 1$ , evitando assim "overlap" em períodos individuais, estendendo as funções com zeros até seus tamanhos iguais a  $M$  e  $N$ , então ter-se-ão:

$$f_e(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & 0 \leq x \leq A-1 \quad \text{e} \quad 0 \leq y \leq B-1 \\ 0 & A \leq x \leq M-1 \quad \text{e} \quad B \leq y \leq N-1 \end{cases} \quad (9.1)$$

$$g_e(x,y) = \begin{cases} g(x,y) & 0 \leq x \leq C-1 \quad \text{e} \quad 0 \leq y \leq D-1 \\ 0 & C \leq x \leq M-1 \quad \text{e} \quad D \leq y \leq N-1 \end{cases} \quad (9.2)$$

Portanto para completar o "Modelo Discreto de Degradação" é somada a função ruído  $n_e(x,y)$  de dimensão  $M \times N$ , então:

$$g_e(x,y) = \sum_{M=0}^{M-1} \sum_{M=0}^{M-1} f_e(m,n) h_e(x-n, y-n) + n_e(x,y). \quad (9.3)$$

Sejam  $f, g, n$  vetores colunas  $MN$  - dim, formados pelo empilhamento das linhas das funções  $f_e(x,y)$ ,  $g_e(x,y)$  e  $n_e(x,y)$ , de  $MN$ -dim; portanto, tem-se:

$$g = Hf + n; \quad (9.4)$$

onde  $f, g, e n$  são de dimensão  $(MN \times 1)$ ,  $H$  é de dimensão  $MN \times MN$  que consiste em  $M$  partições de tamanho  $M \times N$ :

$$H = \begin{vmatrix} H_0 & H_{m-1} & H_{m-2} & \dots & H_1 \\ H_1 & H_0 & H_{m-1} & \dots & H_2 \\ H_2 & H_1 & H_0 & \dots & H_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ H_{m-1} & H_{m-2} & H_{m-3} & \dots & H_0 \end{vmatrix}$$

Cada partição  $H_j$  é construída a partir da  $j$ -ésima linha da função estendida  $h_e(x,y)$ :

$$H_j = \begin{vmatrix} h_e(j,0) & h_e(j,N-1) & h_e(j,N-2) & \dots & h_e(j,1) \\ h_e(j,1) & h_e(j,0) & h_e(j,N-1) & \dots & h_e(j,2) \\ h_e(j,2) & h_e(j,1) & h_e(j,0) & \dots & h_e(j,3) \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ h_e(j,N-1) & h_e(j,N-2) & h_e(j,N-3) & \dots & h_e(j,0) \end{vmatrix}$$

Nesta formulação é usada a hipótese da periodicidade de  $h_e(x,y)$ , como no caso unidimensional, ou seja,  $h_e(x) = h_e(M + x)$ ; com isto, conclui-se que  $H_j$  é uma Matriz Circulante, e blocos de  $H$  também são compostos de maneira circular. Por esta razão a matriz  $H$  é conhecida como Circulante por Blocos.

## 9.2 - TÉCNICAS DE FOURIER E SUAS LIMITAÇÕES

Muitas técnicas estatísticas são usadas para restaurar i magens, de modo que são compatíveis não sō com os dados do objeto, mas com suposições adicionais feitas sobre a imagem e o ruído.

Um dos métodos mais conhecidos é o do Mínimo Erro . Médio Quadrático, proposto por Helstrom (1967), com uma adaptação para o pro cessamento de imagens como o filtro de Wiener. Considera-se neste modelo que as funções de correlação do sinal e ruído são conhecidas, e estima-se o objeto que, na média, minimiza os quadrados das diferenças entre es te e o atual objeto. Helstrom sugeriu tanto o domínio de Fourier como o domínio espacial para sistema de coordenadas, no qual a restauração por mínimo erro médio quadrático pudesse ser executada. Na prática, isto é executado usando técnicas de Fourier, devido ao fato de as transformações para o domínio de Fourier serem facilmente computadas com algoritmos rápidos, e também pelo fato de as matrizes que descrevem as convoluções se rem diagonais. Assim, muitos tipos de borramento podem ser aproximados a convoluções, e seus efeitos podem ser invertidos por uma simples divisão.

O uso das técnicas no domínio de Fourier pode conduzir a resultados desastrosos, o que significa alguns prejuízos para a obtenção dos resultados. No caso de obter transformadas de Fourier bidimensionais, as imagens devem ser transpostas em algum ponto da computação, isto se a imagem for muito grande para ser armazenada na memória do computa dor; este estágio da transposição envolve grande consumo de tempo para executar as operações de entrada e saída usando dispositivos de armazena mento. Isto pode eliminar as vantagens do algoritmo rápido da transforma da de Fourier. Também existe o fato de poder ser criados efeitos nas bor das da imagem, os quais podem se tornar significativos quando se tem ima gens pequenas, pois as bordas que não correspondem às propriedades da ce na, de algum modo contêm componentes de Fourier de alta frequência espa cial, de magnitude maior que as da própria cena, (Lahart, 1979).

No caso de radioimagens solares, esses efeitos podem ser desastrosos quando se obtém a transformação inversa para produzir a ima

gem restaurada, isto devido à pequena dimensionalidade da matriz. Portanto, nesta dissertação, utilizam-se as técnicas de restauração de imagens no domínio espacial considerando também a vantagem de elas serem matemáticas e facilmente tratáveis.



Quando se considera o modelo  $g = Hf + r$ , o que se quer é estimar  $f$ , dado  $g$  é algum conhecimento sobre  $H$  e  $r$ ; para o caso onde  $M = N = 512$ , tem-se  $H$  com dimensão  $262.144 \times 262.144$ . Assim, para obter  $f$  será necessário obter a solução de um sistema de 262.144 equações lineares. Felizmente, para resolver esse problema, pode-se reduzir o esforço computacional considerando a vantagem da propriedade circulante de  $H$ . Isto permite que  $H$  seja fatorizada da seguinte forma:  $H = W^{-1} D W$ , onde o elemento  $(k,i)$  é do tipo  $\exp [ j (2\pi/M ki)]$ , e  $D$  é uma matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal formam a transformada de Fourier de uma linha de  $H$  (multiplicada por  $D$ ). Com esta fatorização obtém-se um modelo do tipo:

$$ge = W D W^{-1} fe + re, \quad (9.5)$$

ou ainda:

$$W^{-1}ge = D W^{-1}fe + W^{-1}re. \quad (9.6)$$

A operação de multiplicação por  $W^{-1}$  é equivalente a efetuar a Transformada Discreta de Fourier, o que resulta em:

$$G(u, v) = MN.H(u, v) \cdot F(u, v) + R(u, v) \quad (9.7)$$

com,  $u = 0, \dots, M-1$

e  $v = 0, \dots, N-1$ .

O filtro restaurador inverso pode ser obtido diretamente por:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{1}{MN} \frac{G(u, v)}{H(u, v)}, \quad (9.8)$$

e a imagem restaurada é obtida pela Transformada Discreta de Fourier Inversa.

•  
• •

## CAPÍTULO 10

### TÉCNICAS DE REGRESSÃO EM RESTAURAÇÃO

Quando a integral de Fredholm é resolvida em um computador digital, é necessário que se faça uma discretização, devido ao fato de que, quando imagens são processadas digitalmente, a informação é necessariamente finita e discreta.

Entretanto, já que a função observada é amostrada em um conjunto finito de pontos:

$$\begin{aligned} g(x_i, y_j) & \quad i = 1, 2, \dots, I, \\ & \quad j = 1, 2, \dots, J, \end{aligned} \quad (10.1)$$

isto implica que:

$$g(x_i, y_j) = \int_a^b \int_a^b f(\alpha, \beta) \cdot h(x_i, \alpha, y_j, \beta) \, d\alpha d\beta + r(x_i, y_j). \quad (10.2)$$

Para reduzir o problema para a forma discreta, trocando a integral por uma soma dos valores do integrando a cada ponto, tem-se:

$$g(x_i, y_j) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L h(x_i, \alpha_k, y_j, \beta_l) \cdot f(\alpha_k, \beta_l) + r(x_i, y_j). \quad (10.3)$$

$$i = 1, 2, \dots, I$$

$$j = 1, 2, \dots, J$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

$$l = 1, 2, \dots, L$$

Usando a notação lexicográfica (Pratt, 1973) é possível reduzir o problema bidimensional para um modelo de uma dimensão. O sistema resultante das equações assume a seguinte forma:

$$y = Hx + n, \quad (10.4)$$

onde:

$y$  é o vetor de dimensão  $(I.J \times 1)$ ,

$H$  é matriz de dimensão  $(I.J \times K.L)$ ,

$x$  é vetor de dimensão  $(K.L \times 1)$ ,

$n$  é vetor de dimensão  $(I.J \times 1)$

e

$$y = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_j \end{vmatrix}, \quad y_j = \begin{vmatrix} g_{1,j} \\ g_{2,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{I,j} \end{vmatrix}, \quad x = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_L \end{vmatrix}, \quad x_l = \begin{vmatrix} f_{1,l} \\ f_{2,l} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{k,l} \end{vmatrix}$$

$$n = \begin{vmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ n_J \end{vmatrix}, \quad n_j = \begin{vmatrix} n_{1,j} \\ n_{2,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ n_{I,j} \end{vmatrix}$$

e a matriz  $H$  é dada por:

$$H = \begin{vmatrix} H_{1,1} \dots H_{1,J} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ H_{J,1} \dots H_{J,L} \end{vmatrix}$$

onde as submatrizes têm a forma:

$$H_{j, l} = \begin{vmatrix} h(x_1, \alpha_1; y_j, \beta_j) & \dots & h(x_1, \alpha_k; y_j, \beta_l) \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ h(x_I, \alpha_1; y_j, \beta_l) & \dots & h(x_I, \alpha_k; y_j, \beta_l) \end{vmatrix}$$

Nesta forma discreta, o problema consiste em executar uma estimativa do vetor  $x$ , dado o vetor observado  $y$ , tendo conhecimento da matriz  $H$  e da distribuição estatística do vetor ruído  $n$ .

Para proceder ao desenvolvimento da solução e suas propriedades, é necessário considerar as possíveis dimensões do modelo. Por medida de simplificação, supõe-se:

$$I \times J = M \quad \text{e} \quad K \times L = N.$$

Dois casos são possíveis:  $M \geq N$  e  $M < N$ . O primeiro caso deve ocorrer se por exemplo  $I \geq K$  e  $K \leq L$ , isto é, se o número de pontos da imagem original é menor que o número de amostras da imagem observada. No caso para o qual  $M \geq N$ , dependendo dos valores da matriz  $H$ , seu "rank" ou posto pode ou não ser dado pelo número de colunas, enquanto no caso  $M < N$ , o posto é necessariamente menor que o número de colunas de  $H$ . Como notação, o modelo para o qual  $M \geq N$  é chamado sobredeterminado, caso contrário, o modelo é dito subdeterminado. O modelo sobredeterminado conduz ao uso das técnicas clássicas de regressão para a sua solução.

### 10.1 - MODELO SOBREDETERMINADO

Considere o modelo sobredeterminado, isto é, sob a condição de que o posto da matriz  $H$  é determinado pelo número de colunas, suponha que o ruído tem média zero e considere a matriz de covariância  $V$  como positiva definida. O vetor  $x$  é fixo mas desconhecido, e a tarefa é obter um estimador  $\hat{x}$  de  $x$  de acordo com algum critério.

O estimador escolhido é o "Best Linear Unbiased Estimator" (BLUE) de  $x$ . Isto significa que:

$$\hat{x} = Gy, \quad (10.5)$$

tal que:

$$E(Gy) = x.$$

A solução ótima é dada pelo teorema de Gauss-Markov (Lewis, 1971):

$$\hat{x} = (H^T V^{-1} H)^{-1} H^T V^{-1} y \quad (10.6)$$

e a sua matriz de covariância é:

$$V_x = (H^T V^{-1} H)^{-1}. \quad (10.7)$$

O mesmo resultado é obtido por outro método, ou seja, um que minimize a soma dos quadrados dos resíduos. Este é o método dos mínimos quadrados, desenvolvido primeiramente por Gauss. Neste caso, tal método procura pelo vetor  $\hat{x}$  que minimiza a expressão quadrática:

$$\theta(\hat{x}) = (y - H\hat{x})^T V^{-1} (y - H\hat{x}) \quad (10.8)$$

tomando as derivadas e igualando-as a zero, obtêm-se:

$$-2H^T V^{-1} y + 2H^T V^{-1} H\hat{x} = 0 \quad (10.9)$$

ou seja:

$$H^T V^{-1} Hx = H^T V^{-1} y. \quad (10.10)$$

Este é o conjunto das equações normais do problema dos mínimos quadrados. Sob a hipótese de que o posto da matriz  $H$  seja total, e a matriz de covariância  $V$  seja positiva e definida, a matriz  $(H^T V^{-1} H)$  é invertível e o conjunto de equações tem uma única solução, dada por:

$$\hat{x} = (H^T V^{-1} H)^{-1} H^T V^{-1} y. \quad (10.11)$$

Uma comparação entre as Equações 10.6 e 10.11 confirma a afirmação de que o BLUE e os estimadores por mínimos quadrados são idênticos.

Quando o ruído é "branco",  $V$  torna-se uma matriz identidade e a Expressão 10.11 é reduzida a:

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T y, \quad (10.12)$$

ou

$$\hat{x} = H^+ y, \quad (10.13)$$

sendo:

$$H^+ = (H^T H)^{-1} H^T. \quad (10.14)$$

A matriz  $H^+$  é chamada pseudo-inversa ou Moore-Penrose generalizada inversa de  $H$  (Albert, 1972).

## 10.2 - MODELO SUBDETERMINADO

O estudo do problema de restauração de imagens tem sido restrito ao modelo sobredeterminado. Isto significa que a matriz  $H$  de dim  $(M \times N)$  é considerada com posto  $N$ , ou seja, supõe-se que as colunas desta matriz são linearmente independentes.

Por outro lado, se no método de discretização da equação contínua, que descreve o processo de borramento, o número de pontos da imagem original excede ao número de valores observados, isto é, ( $M < N$ ), esta condição é violada e o posto da matriz  $H$  é necessariamente menor que  $N$ .

O vetor de amostra observada para o modelo subdeterminado é dado por:

$$y = Hx + n. \quad (10.15)$$

Neste caso, a solução do problema dos mínimos quadrados não é única (Mascarenhas and Pratt, 1975). A solução de mínima norma é dada por:

$$\hat{x} = H^+ y. \quad (10.16)$$

Quando  $H$  é de posto determinado pelos números de linhas, a pseudo-inversa pode ser calculada por:

$$H^+ = H^T (H H^T)^{-1}. \quad (10.17)$$



## CAPÍTULO 11

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS UTILIZANDO TÉCNICAS DE REGRESSÃO

As experiências realizadas no computador na tentativa de restaurar as radioimagens solares utilizaram dados obtidos do Rádio Observatório de Itapetinga, com imagens amostradas em 19x21 pontos de temperaturas.

O modelo considerado foi o sobredeterminado, que supõe a existência de mais pontos amostrados que pontos reais, devido ao processo de degradação. Isto representa que a imagem observada é maior que a original. A imagem degradada é de extensão finita, o que implica que a função de espalhamento pontual é também de base finita.

Usando a notação da Equação 10.3, supõe-se que:

$$\begin{aligned} I &= J = N, \\ K &= L = M. \end{aligned} \tag{11.1}$$

isto descreve a dimensionalidade das matrizes envolvidas na implementação do método.

Os valores de  $\alpha_k$  e  $\beta_l$  são definidos a partir de:

$$\frac{M - N}{2} + 1 \quad \text{até} \quad \frac{M + N}{2},$$

e, nestas condições, o truncamento da F.E.P. é descrita por:

$$f(x_i, \alpha_k, y_j, \beta_l) = 0, \tag{11.2}$$

$$| x_i - y_j | > \frac{M - N}{2} = \frac{L - 1}{2}$$

e

$$| k - 1 | > \frac{M - N}{2} = \frac{L - 1}{2} .$$

A Figura 11.1 apresenta as matrizes no modelo sobredeter\_ minado.

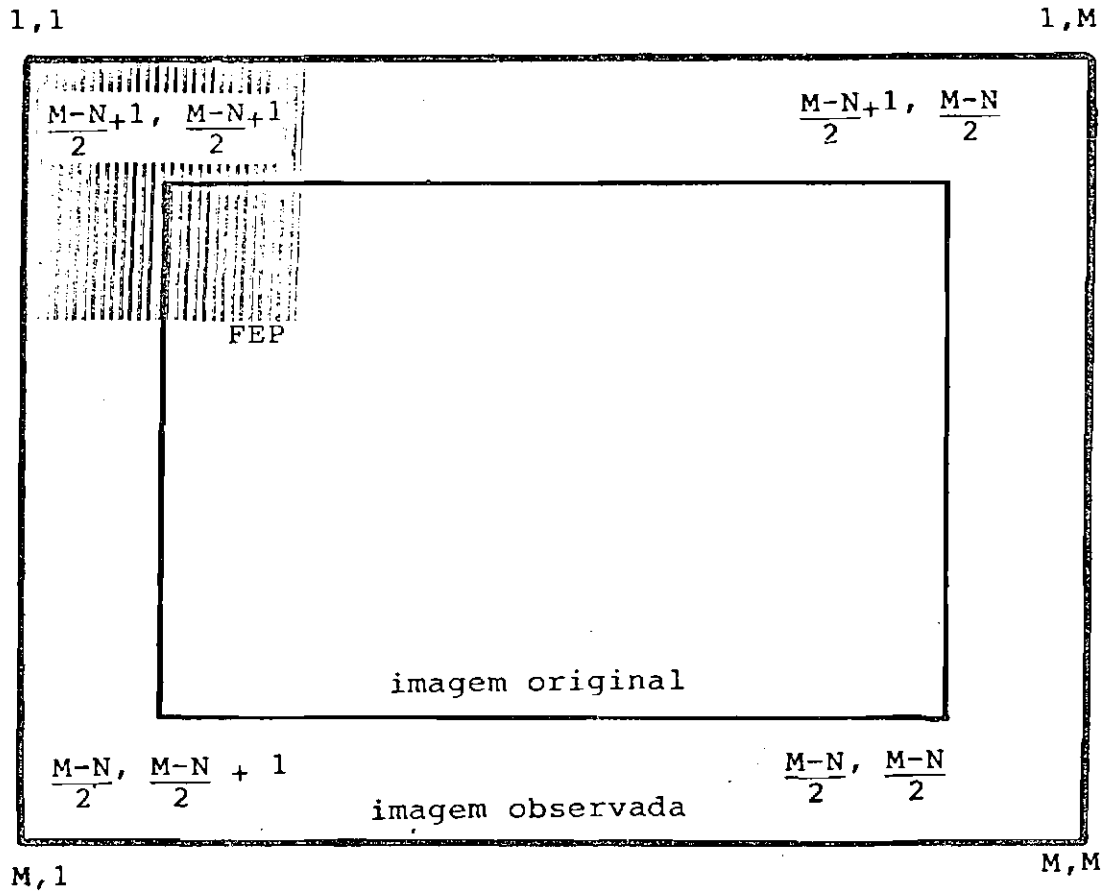


Fig. 11.1 - Matrizes no modelo sobredeterminado.

Para facilitar a implementação desse método, foi usada a Relação 11.1. Como uma radioimagem solar é observada em 19x21 pontos, baseando na Figura 6.1, é feita uma expansão da imagem de forma a torná-la com dimensão quadrada. Esta expansão é feita repetindo a primeira e a última linha, ou a primeira e a última coluna. Com este processo obtêm-se uma matriz de dimensão 21 x 21 "pixels", ou seja:

$$\begin{array}{ccc} 19 \times 21 & \longrightarrow & 21 \times 21 \\ \text{matriz observada} & & \text{matriz expandida} \end{array} \quad (11.3)$$

é importante observar que esta expansão não afeta as informações contidas na imagem, devido ao fato de essas linhas estarem contidas na região do céu.

Usando as técnicas descritas no Capítulo 10, transformam-se as matrizes bidimensionais na forma de vetor, o que resulta no modelo descrito por:

$$y = Hx + n, \quad (11.4)$$

onde:

$$\begin{aligned} y &= (M^2 \times 1) \text{ (vetor)}, \\ H &= (M^2 \times N^2) \text{ (matriz)}, \\ x &= (N^2 \times 1) \text{ (vetor)}, \\ n &= (M^2 \times 1) \text{ (vetor)}. \end{aligned}$$

A matriz H de dimensão  $(M^2 \times N^2)$ , de acordo com a definição vista anteriormente na Figura 11.2, tem a seguinte estrutura:

Se a função de espalhamento pontual  $\bar{h}$  é invariante no espaço, então:

$$h(x_i, \alpha_k, y_j, \beta_l) = h(x_i - y_j; \alpha_k - \beta_l). \quad (11.5)$$

Consequentemente, as colunas das submatrizes de  $H$  são versões deslocadas da primeira coluna, e o mesmo padrão ocorre para cada submatriz. Além disto, supõe-se que a matriz  $H$  está na forma separável, isto é:

$$h(x_i, \alpha_k, y_j, \beta_l) = h(x_i, y_j) \cdot h(\alpha_k, \beta_l). \quad (11.6)$$

Então, pode-se mostrar que a matriz de espalhamento pontual  $H$  é dada por:

$$H = H_c \otimes H_r, \quad (11.7)$$

onde  $H_c$  e  $H_r$  são dadas por matrizes do tipo apresentado na Figura 11.5 e  $\otimes$  é conhecido como Produto de Kronecker.

A escolha do truncamento foi feita de forma a manter o tamanho original da imagem com uma boa aproximação.

Segundo a hipótese de o ruído ser "branco", o estimador  $\hat{x}$  é obtido da expressão:

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T y = H^+ y. \quad (11.8)$$

Se a matriz de espalhamento  $\bar{h}$  é separável, obtém-se uma considerável simplificação na computação da pseudo-inversa. Usando a Equação 11.7, tem-se (Ekstron, 1973):

$$\begin{aligned} H^+ &= [(H_c \otimes H_r)^T (H_c \otimes H_r)]^{-1} (H_c \otimes H_r)^T, \\ &= [(H_c^T \otimes H_r^T) (H_c \otimes H_r)]^{-1} (H_c^T \otimes H_r^T), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (H_c^T H_c \otimes H_r^T H_r) (H_c^T \otimes H_r^T), \\
 &= [(H_c^T H_c)^{-1} \otimes (H_r^T H_r)^{-1}] (H_c^T \otimes H_r^T), \\
 &= (H_c^T H_c)^{-1} H_c^T \otimes (H_r^T H_r)^{-1} H_r^T, \\
 &= H_c^+ \otimes H_r^+.
 \end{aligned}$$

As derivações acima utilizam-se das seguintes identidades:

$$\begin{aligned}
 (A \otimes B)^T &= A^T \otimes B^T, \\
 (A \otimes B) (F \otimes G) &= (AF) \otimes (BG), \\
 (A \otimes B)^{-1} &= A^{-1} \otimes B^{-1}.
 \end{aligned}$$

Portanto, a imagem restaurada pode ser computada pela expressão:

$$\bar{x} = (H_c^+ \otimes H_r^+) y, \tag{11.9}$$

onde o produto de Kronecker de matrizes (Graybill, 1969) é dada por:

$$C = A \otimes B, \tag{11.10}$$

$$C = \begin{vmatrix} a_{11}.B & a_{12}.B & \dots & a_{1n}.b \\ a_{21}.b & a_{22}.B & \dots & a_{2n}.b \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{n1}.B & a_{n2}.B & \dots & a_{nn}.b \end{vmatrix}$$

A Figura 11.4 apresenta a matriz de espalhamento unidimensional para o caso separável e invariante no espaço, no modelo so bre determinado.

matrizes  $H_{i,j}$  de tamanho  $(M \times N)$ , como mostra a Figura 11.2, onde cada matriz  $H_{i,j}$  é composta de uma estrutura similar, descrita pela Figura 11.3.

$$H = \begin{pmatrix} H_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ H_{2,1} & H_{2,2} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ H_{L,1} & H_{L,2} & \dots & 0 \\ 0 & H_{L+1,2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & H_{N,N} \\ 0 & \dots & & \cdot \\ 0 & \dots & & \cdot \\ 0 & \dots & & \cdot \\ 0 & \dots & & H_{M,N} \end{pmatrix}$$

Fig. 11.2 - Partição da matriz H, modelo sobredeterminado.

$$H_{m^2, n^2} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ h_{L,1} & h_{L,2} & \dots & 0 \\ 0 & h_{L+1,2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & h_{N,N} \\ 0 & \dots & & \cdot \\ 0 & \dots & & \cdot \\ 0 & \dots & & \cdot \\ 0 & \dots & & h_{M,N} \end{pmatrix}$$

Fig. 11.3 - Composição das submatrizes  $H_{m^2, n^2}$  no modelo sobredeterminado.

$$H_c = \begin{pmatrix} hv(1) & 0 & \dots & 0 \\ hv(2) & hv(1) & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ hv(L) & hv(L-2) & \dots & Lv(1) \\ 0 & hv(L) & \dots & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & hv(L) \end{pmatrix}$$

Fig. 11.4 - Matriz de espalhamento unidimensional para o caso separável e invariante no espaço, no no delo sobredeterminado.

A expressão usada para simular o efeito de turbulência atmosférica, para longas exposições, é dada por:

$$h(x_i, \alpha_k, y_j, \beta_l) = \exp - \left\{ \frac{(x_i - y_j)^2}{bv} + \frac{(\alpha_k - \beta_l)^2}{bh} \right\},$$

onde bv e bh controlam a quantidade de espalhamento imposta nas direções vertical e horizontal, e o coeficiente 5/6 da Expressão 2.16 é a aproximado de 1 (um).

No caso de restauração de radioimagens solares, foi utilizada a função gaussiana apresentada na Figura 5.3, bidimensional e normalizada em 1(um), ou seja:

$$f(x,y) = 1. \exp \left\{ - \frac{1}{2} \frac{x^2}{\delta_x^2} + \frac{y^2}{\delta_y^2} \right\},$$



onde:

$$\delta x = \delta y = \frac{\text{HPBW}}{2\sqrt{2L.n^2}},$$

e HPBW é a largura de meia potência, sendo o seu valor 4',2 de arco. Com estas informações pode-se construir as matrizes Hc e Hr (Figura 11.4).

### 11.1 - ANÁLISE E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos das simulações feitas no computador, mostrando a implementação do método de restauração e considerando o processo de degradação em um modelo sobrede terminado. Nesta fase, considera-se uma imagem artificial que representa as características de uma radioimagem solar ideal, como mostra a Figura 11.5; esta imagem tem uma dimensão de 21 x 21 pontos, que representa da dos de temperaturas, com os valores de 5000 na região do disco solar e zero nas regiões de céu.

Inicialmente é esquematizado o processo de degradação. Isto é feito utilizando um programa que gera a convolução de duas funções, a imagem original Figura 11.5 e a função de espalhamento pontual, representada pela matriz H, que é definida no Capítulo 10. A matriz H é formada pelos valores de uma gaussiana, dada por:

$$f(x, y) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{\delta_x^2} + \frac{y^2}{\delta_y^2} \right) \right\}, \quad (11.11)$$

onde:  $\delta_x = \delta_y = 1,7835$  e o truncamento espacial é de  $L = 3,5,7$ .

Com a degradação simulada nas condições acima, há uma elevação nos níveis da imagem, em decorrência da não-normalização da função de espalhamento.

Os objetivos são obter vários resultados com a variação dos parâmetros do modelo e poder analisar o processo da restauração, observando os possíveis erros de arredondamento de dados, a sensibilidade do algoritmo e a falta do conhecimento, a priori, do fenômeno da degradação. Na implementação, utilizaram-se variáveis reais de precisão estendida para representar os "pixels" em um computador, onde a magnitude de um número real estendido é de  $0,29D-38$  a  $1,7D38$ .

#### CASO - 1 Figura 11.6.

A restauração é baseada na imagem original apresentada pela Figura 11.5, em condições onde se conhece a função de espalhamento e sem a adição de ruídos; neste caso, a solução é a única e com uma boa aproximação da original, notando-se pequenas oscilações em alguns valores devido ao efeito do arredondamento numérico do computador; este seria o caso ideal para uma melhor estimativa da imagem, pois todo o processo de degradação é conhecido. Neste caso, o truncamento usado para a função de espalhamento é de  $L = 3$ .

#### CASO - 2 Figura 11.7.

A degradação da imagem original é feita sob as mesmas condições do caso 1, isto é, utiliza-se a função gaussiana definida na Expressão 11.11 que representa a função de espalhamento com truncamento  $L=3$ . Neste caso, tenta-se restaurar uma imagem sem ajustar exatamente o coeficiente da função de espalhamento, o usado na Expressão 11.11 foi de 1,6745; com isto, obtém-se uma razoável aproximação da imagem original, mas mesmo assim na imagem apresentam-se oscilações significativas nas regiões de níveis baixos (no caso em questão, a região do céu).

#### CASO - 3 Figura 11.8.

Consideram-se as mesmas condições de degradação dos casos 1 e 2, com adição de ruído gaussiano. Na restauração, nota-se uma maior oscilação nas regiões do céu. Este caso aproxima-se do real pela adição do ruído, mas mesmo conhecendo a função de espalhamento, nota-se que com a presença de ruído há um afastamento da solução ótima.

CASO - 4 Figura 11.9.

No processo de degradação utiliza-se um truncamento menor na função de espalhamento, neste caso  $L=5$ ; com isto, observa-se uma imagem degradada de  $25 \times 25$ , com base na Relação 11.2 definida no Capítulo 11. Obtém-se, portanto, uma imagem estimada de  $21 \times 21$ . Este caso também é considerado ideal, pois o processo de degradação é conhecido e, com isto, chega-se a uma boa aproximação da imagem original.

CASO - 5 Figura 11.10.

Sob as mesmas condições de degradação do caso-4, tenta-se restaurar a imagem ajustando o coeficiente de espalhamento, de forma a aproximá-lo do real. O  $\delta$  usado na Expressão 11.11 foi de 1,6745; desta maneira, notam-se oscilações mais significativas nas bordas, com uma certa elevação nos níveis centrais, o que evidencia a falha na precisão dos parâmetros estimadores.

CASO - 6 Figura 11.11.

Sob as mesmas condições dos casos 4 e 5, adiciona-se o ruído gaussiano e restaura-se a imagem com coeficientes de espalhamento próximos dos reais. Como visto no caso anterior, existe uma elevação dos níveis centrais, com maiores oscilações nas bordas.

CASO - 7 Figura 11.12.

No processo de degradação, usa-se um truncamento menor para a função de espalhamento, neste caso  $L=7$ , com isto, observa-se uma imagem degradada de  $27 \times 27$  e obtém-se uma estimada de  $21 \times 21$ . Este caso é também considerado ideal, pois restaura-se tal como se degradou.

CASO - 8 Figura 11.13.

Sob as mesmas condições do caso-7, faz-se a restauração ajustando o coeficiente de espalhamento de forma a se aproximar dos

reais, sendo que o usado na Expressão 11.11 foi de 1,7789, e observa-se o mesmo comportamento dos casos anteriores.

CASO - 9 Figura 11.14.

Considera-se as mesmas condições do caso-7, com a adição do ruído, a restauração tem um comportamento semelhante ao dos casos observados anteriormente, onde se tem a presença de ruído.

Com a análise dos resultados obtidos sob várias condições, observa-se que a restauração se torna pouco confiável quando existem erros no modelamento, falta de conhecimento a priori e a falha na escolha dos parâmetros estimadores, tais como truncamento da função de espalhamento, determinação precisa dos coeficientes de espalhamento e conhecimento das características do ruído aditivo. Como será proposto no próximo capítulo as técnicas de regularização são consideradas apropriadas para o problema de restauração de radioimagens solares.

Nos testes vistos anteriormente para a simulação da degradação usa-se o processo da convolução da imagem ideal do Sol pela matriz de espalhamento pontual que é representada pela função gaussiana determinada experimentalmente. Examinando a imagem degradada por esta simulação, nota-se uma elevação nos níveis dos "pixels", isto se dá devido ao fato de que uma radioimagem solar é uma medida obtida pelo radiotelescópio, como uma média ponderada da função de distribuição de brilho da fonte. A função peso neste caso é a F.E.P. Se  $h(\alpha, \beta)$  é normalizada, então a Equação 2.5 do modelo de degradação está completa, caso contrário a Equação 2.5, deve receber um termo no denominador que é a integral da função peso no intervalo de integração. Como o modelo simulado não considera uma gaussiana normalizada como uma F.E.P. observa-se nitidamente uma elevação no nível da imagem.

Nessa simulação, para efeito de simplificação do modelo não se considera essa normalização, mas para os casos que tratam de imagens reais deve-se normalizar a F.E.P., a fim de que o modelo torne-se mais próximo do processo físico de observação.

A convolução é dada pelo processo discreto de multiplicação da imagem original da Figura 11.11, na forma vetorizada de dimensão  $(N^2 \times 1)$ , pela matriz de espalhamento de dimensão  $(M^2 \times N^2)$ , da Figura 11.3, o que resulta na imagem degradada de dimensão  $(M^2 \times 1)$ .

As Figuras de 11.5 a 11.14 discutidas nesta seção são a presentadas a seguir.

IMAGEM SIMULADA DO SOL ( 21 X 21 )  
 ORIGINAL E NÃO-DEGRADADA

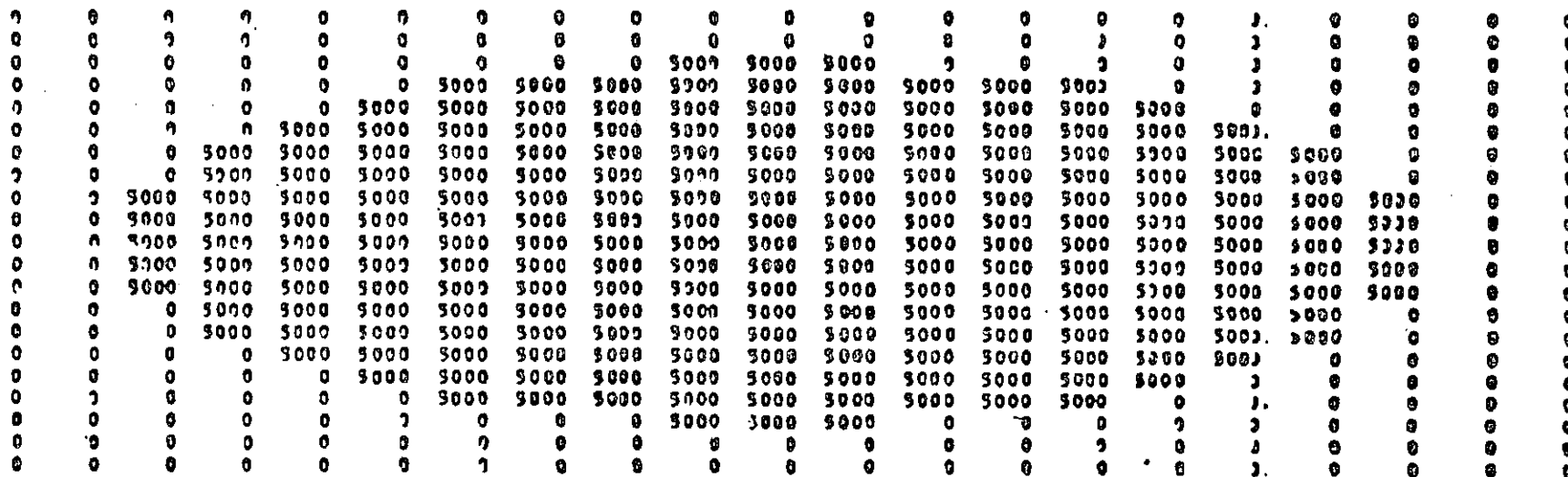


Fig. 11.5 - Imagem simulada do Sol de 21x21 pontos,  
 original e não-degradada.



MATRIZ INVERSA - 73223

P.F.O.P TRUNC. = 1 3

	0.00000	0.00050	0.00100	0.00150	0.00200	0.00250	0.00300	0.00350	0.00400	0.00450	0.00500	0.00550	0.00600	0.00650	0.00700	0.00750
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

MATRIZ ESTIMADA - 21221

-3	11	-59	-4	-1	2	6	141	2	-15	-161	-15	2	141	6	2	-1	-5	-54	11	-9
11	-32	166	16	5	-9	-19	-406	-5	49	462	43	-5	-606	-19	-5	5	16	166	11	18
12	-33	-134	-333	430	-615	879	-319	1421	4042	6297	4042	1421	-319	879	-615	430	-935	-134	-33	12
-17	49	233	520	-676	948	6555	9364	4736	5772	5316	5772	4736	9364	6555	948	-676	520	233	49	-17
21	-62	-364	-735	951	4781	5849	5605	5798	5411	5515	5411	5798	5605	5849	4781	951	-735	-364	-62	21
-34	99	484	1063	4532	5909	5314	5222	5353	5255	5422	5255	5353	5222	5314	5909	4532	1063	484	99	-34
58	-167	-505	4382	5947	5277	5373	5736	5309	5825	5390	5325	5309	5736	5323	5277	5947	4382	-505	-167	58
73	-211	1593	5600	5671	5287	5713	5223	5551	5146	5321	5146	5551	5223	5713	5287	5671	5600	1593	-211	73
-79	228	3949	6794	5705	5327	5629	5357	5550	5523	5830	5523	5550	5357	5629	5327	5705	6794	3949	228	-79
-97	284	6326	6063	5238	5349	4773	5170	5791	4888	5514	4888	5791	5170	5779	5349	5238	6063	6326	284	-97
-79	228	4064	5024	5687	5327	5440	5290	5550	5505	5895	5505	5550	5290	5440	5327	5687	5024	4064	228	-79
-99	284	6326	6065	5238	5349	4773	5170	5791	4888	5514	4888	5791	5170	5779	5349	5238	6065	6326	284	-99
-79	228	3949	6993	5705	5327	5629	5357	5550	5523	5830	5523	5550	5357	5629	5327	5705	6993	3949	228	-79
73	-211	1593	5603	5671	5287	5713	5223	5551	5146	5321	5146	5551	5223	5713	5287	5671	5603	1593	-211	73
58	-167	-505	4382	5947	5277	5373	5736	5309	5825	5390	5325	5309	5736	5323	5277	5947	4382	-505	-167	58
-34	99	484	1063	4532	5909	5314	5222	5353	5255	5422	5255	5353	5222	5314	5909	4532	1063	484	99	-34
21	-62	-364	-735	951	4781	5849	5605	5798	5411	5515	5411	5798	5605	5849	4781	951	-735	-364	-62	21
-17	49	233	520	-676	948	6555	9364	4736	5772	5316	5772	4736	9364	6555	948	-676	520	233	49	-17
12	-33	-134	-333	430	-615	879	-319	1421	4042	6297	4042	1421	-319	879	-615	430	-935	-134	-33	12
11	-32	166	16	5	-9	-19	-406	-5	49	462	43	-5	-606	-19	-5	5	16	166	11	18
-3	11	-59	-4	-1	2	6	141	2	-15	-161	-15	2	141	6	2	-1	-5	-54	11	-9

Fig. 11.7 - Restauração por técnicas de regressão, usando a função gaussiana de truncamento (3) e coeficiente de espalhamento (1,6745).



MATRIZ OBSERVADA - 21121																					
F.F.P TRUNC. = ( 1 )																					
		0.00000				0.00000				0.00000				0.00000				0.00000			
0	-1	2	0	-1	0	0	0	0	-1	1	0	-1	-1	1	0	-1	-1	0	-1	0	
4	0	-2	1	1	0	0	0	1422	4004	5505	4006	1421	-2	0	-2	0	-1	0	0	0	
0	0	0	1	0	1421	4004	5505	0169	13172	15030	13169	0169	5504	4005	1420	1	-1	1	0	0	
0	-2	-1	-3	1415	6749	13171	15034	17255	19920	21345	19921	17256	15033	13160	6749	1415	1	-3	0	0	
-1	-1	-2	1420	6750	14991	19917	21345	21347	21341	21341	21342	21341	21342	21349	21340	21344	19910	14990	6740	1410	
0	-2	1420	6750	14991	19922	21349	21343	21342	21341	21342	21349	21340	21343	21343	19910	14990	6749	1410	0	0	
-1	0	4084	13173	19921	21343	21347	21341	21341	21347	21344	21341	21340	21344	21340	21340	19917	13170	4082	0	0	
1	1419	6144	17255	21341	21342	21347	21346	21341	21341	21342	21343	21347	21340	21341	21340	21342	17257	6170	1417	-1	
-1	4003	13170	19927	21340	21344	21343	21343	21340	21341	21340	21338	21343	21342	21343	21344	21341	19921	13170	4087	0	
0	5504	15037	21341	21340	21349	21347	21343	21342	21347	21342	21344	21342	21343	21343	21349	21342	21042	15032	5504	0	
2	5503	15034	21340	21340	21344	21347	21345	21344	21341	21341	21341	21341	21349	21344	21341	21340	21341	21342	15036	5506	-1
-1	5504	15034	21344	21340	21344	21341	21341	21340	21347	21340	21342	21342	21343	21342	21341	21342	21941	15037	5505	0	
-1	4085	13171	19924	21339	21341	21342	21341	21341	21341	21339	21341	21340	21340	21341	21344	21339	19921	13172	4085	0	
0	1420	6171	17254	21340	21343	21344	21342	21341	21341	21340	21342	21344	21341	21341	21342	21343	17255	6160	1421	0	
2	0	4086	13170	19922	21341	21347	21339	21342	21343	21340	21340	21342	21341	21341	21342	21339	19921	13170	4087	0	
-3	1	1419	6752	14989	19922	21343	21341	21341	21341	21343	21341	21342	21340	21340	19921	14989	6746	1422	1	0	
0	-2	-1	1419	6749	14989	19920	21339	21344	21342	21341	21341	21339	21341	19919	14989	6749	1410	0	-1	0	
0	-3	0	2	1420	6751	13169	15036	17256	19921	21343	19920	17250	15038	13172	6749	1422	-1	0	0	0	
0	-2	-2	0	-2	1419	4067	5507	4172	13171	15036	13171	6169	5507	4065	1421	-2	-2	0	-1	0	
0	0	1	0	0	-1	0	0	1	1420	4086	5508	4082	1419	1	-5	0	1	2	2	-1	
0	0	0	-1	2	0	1	-1	0	1	2	0	0	1	2	0	2	0	2	1	0	

MATRIZ ESTIMADA - 21121																				
-27	45	-85	45	-55	39	-58	109	-39	39	-101	40	-54	114	-90	45	-50	17	-66	23	-8
33	-67	190	-56	69	-93	82	-244	52	-44	239	-72	90	-272	82	-73	63	-11	105	-31	19
-63	40	-168	-237	363	-512	722	-631	1281	4102	6533	4117	1234	-601	723	-538	610	-314	-116	-10	1
37	-65	318	309	-441	596	4848	5512	4930	5347	4928	5316	5022	5431	6249	522	-457	300	267	-11	5
-49	65	-492	-423	943	4927	5323	5249	4291	5744	5679	5818	5163	5301	5214	4980	544	-474	-450	29	-7
74	-87	643	414	4899	9310	9752	9358	9754	4534	5045	4678	5909	5187	5906	5212	4987	637	823	-20	-3
-75	84	-863	4851	5300	5430	4447	5310	4449	6403	5419	4667	4202	5698	4296	5015	5203	4797	-617	10	19
181	-233	1417	3498	5324	4195	9427	6145	9243	9074	4018	5009	5671	5957	9790	5091	5354	5535	1393	-120	42
-109	216	4005	4894	5606	5232	5272	4155	5411	5547	7060	5382	5493	4246	5181	5273	5626	4030	4248	138	-21
40	-34	6405	5306	5924	4264	6074	4918	6884	3415	5455	5394	4970	4057	4914	4249	5045	5396	5536	39	-60
-92	209	4043	4557	5524	5334	5130	4191	5672	5481	7045	5505	5392	4230	5111	5321	5576	4889	4109	150	-26
27	-25	4601	5299	5953	4189	4977	4789	7022	3748	5411	3232	7116	4738	7019	4162	5952	5319	6390	17	-23
-41	200	4093	4922	5541	5339	5047	4375	5375	5553	6800	5642	5267	4443	5029	5391	5514	4924	3997	147	-39
65	-181	1389	5502	5374	5043	9447	5843	5559	4811	4284	4755	5477	5811	5909	5010	5416	5462	1421	-167	43
5	-4	-794	4407	5275	5923	4239	5745	4153	6911	5095	4979	4023	5087	4138	6028	5178	4891	-845	8	0
-14	17	532	472	6412	5221	5944	5100	4047	4224	5341	4143	4199	4944	6086	3700	5078	541	694	-28	7
19	-33	-379	-540	531	4891	5283	5326	5179	5849	5513	5949	5009	5484	5124	5049	416	-416	-412	10	-4
-22	46	202	447	-345	695	4734	5533	4939	5325	4945	5231	5093	5380	4964	551	-422	344	703	18	-9
29	-48	-94	-377	480	-442	829	-705	1330	4049	4527	4146	1297	-390	710	-534	435	-314	-104	-40	22
-5	-2	108	53	-33	19	-6	-175	1	-14	221	-64	71	-237	48	-29	5	22	185	-14	0
4	-5	-24	-12	32	-27	23	37	20	-15	-54	7	-13	69	-3	-3	11	-17	-36	0	0

Fig. 11.8 - Restauração por técnicas de regressão usando a função gaussiana de truncamento (3) coeficiente de espalhamento (1,7835) e ruído gaussiano de variância (25,0).

MATRIZ OBSERVADA - 25275

V.P.P TRUNC. = ( 5 )

	0.00000	0.00010	0.00020	0.00030	0.00040	0.00050	0.00060	0.00070	0.00080	0.00090	0.00100	0.00110	0.00120	0.00130	0.00140	0.00150	0.00160	0.00170	0.00180	0.00190	0.00200	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	33	240	652	1083	2536	5201	6406	5201	2536	1083	652	240	33	0	0	0	0	0	0
0	0	0	33	443	2692	8452	16326	21971	23728	24159	24563	24746	24563	24159	23728	21971	16326	8452	2692	443	33	0
0	0	33	443	2692	8452	16326	21971	23728	24159	24563	24746	24563	24159	23728	21971	16326	8452	2692	443	33	0	0
0	33	443	2692	8452	16326	21971	23728	24159	24563	24746	24563	24159	23728	21971	16326	8452	2692	443	33	0	0	0
0	240	2789	8217	16326	22119	24348	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
33	867	9372	16906	21906	24340	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
240	2503	9690	19206	23944	24778	24911	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
652	9201	14906	22275	24563	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
1083	17571	23696	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
2536	6637	17975	23911	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
5201	6621	17571	23696	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
6406	5201	14906	22275	24563	24911	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
5201	2503	9690	19206	23944	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
2536	33	463	5572	14906	21906	24348	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
1083	0	240	2200	8237	16326	22119	24348	24778	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811	24811
2536	0	33	463	2692	8452	16326	21971	23728	24159	24563	24746	24563	24159	23728	21971	16326	8452	2692	463	33	0	0
5201	0	0	33	443	2692	8237	16690	17786	19610	22275	23480	22275	19610	17786	16690	8237	2692	443	33	0	0	0
6406	0	0	0	33	463	2290	5168	7025	9906	14996	17167	14996	9906	7025	5168	2290	463	33	0	0	0	0
5201	0	0	0	0	33	240	652	1083	2536	5201	6406	5201	2536	1083	652	240	33	0	0	0	0	0
2536	0	0	0	0	0	0	33	240	652	652	652	240	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0

MATRIZ ESTIMADA - 21X21

0	0	-1	1	-2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	0	-4	0	-4	1	1	-2	1	-2	1	-2	1	-2	1	-4	6	-5	6	-2	6	-2
-1	0	-7	10	-10	7	-2	-2	3	4997	5003	4997	3	-2	-2	7	-13	10	-7	4	-1	-1	-1
1	-3	10	-13	13	-9	5004	5001	4996	5002	4998	5002	4996	5001	5004	-9	10	-13	10	-3	0	0	0
-1	0	4	-11	14	-14	5012	4992	5001	5000	4992	5012	4992	5001	4992	5012	-14	14	-11	4	-1	-1	-1
1	-5	10	-13	13	5014	4904	5011	4993	5032	4999	4999	4999	5002	4993	5011	4986	5014	-13	10	-5	1	1
0	3	-7	5011	4987	5013	4999	5006	4996	5001	4999	5001	4996	5006	4989	5013	4987	5011	-7	3	0	0	0
0	-2	1	4993	5008	4990	5007	4995	5002	4998	5000	4998	5002	4995	5007	4990	5008	4993	1	-2	0	0	0
0	1	4999	4999	4998	5004	4996	5002	4990	5000	4998	5000	4998	5002	4996	5004	4998	5000	4999	1	0	0	0
0	-7	5000	5002	4998	4999	5001	4999	5000	4999	5000	4999	5000	4999	5001	4999	4998	5002	5000	-7	0	0	0
0	2	5000	4993	5002	4999	4999	5000	4999	5000	4999	5000	4999	5000	4999	4999	5002	4996	5000	2	0	0	0
0	-2	5000	4997	4998	4999	5001	4999	5000	4999	5000	4999	5000	4999	5001	4999	4998	5002	5000	-2	0	0	0
0	1	4999	5000	4999	5004	4996	5002	4998	5000	4998	5000	4998	5002	4996	5004	4998	5000	4999	1	0	0	0
0	-7	5	4993	5008	4990	5007	4995	5002	4998	5000	4998	5002	4995	5007	4990	5008	4993	5	-7	0	0	0
0	3	-7	5011	4987	5013	4999	5006	4996	5001	4999	5001	4996	5006	4989	5013	4987	5011	-7	3	0	0	0
1	-5	10	-13	13	5014	4994	5011	4993	5032	4999	4999	4999	5002	4993	5011	4986	5014	-13	10	-5	1	1
-1	0	4	-11	14	-14	5012	4992	5001	5000	4992	5012	4992	5001	4992	5012	-14	14	-11	4	-1	-1	-1
1	-5	10	-13	13	-9	5004	5001	4996	5002	4998	5002	4996	5001	5004	-9	10	-13	10	-5	1	1	1
-1	0	4	-7	14	-10	5	-2	-2	3	4997	5003	4997	3	-2	-2	7	-13	10	-7	4	-1	-1
0	-2	1	4	-7	4	-4	1	1	-2	1	-2	1	-2	1	-4	6	-5	4	-2	6	-2	0
1	0	-1	1	-2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

Fig. 11.9 - Restauração por técnicas de regressão, usando a função gaussiana de truncamento (5) e coeficiente de espalhamento (1,7835).







MATRIZ OBSERVADA - 27127  
P.E.P. TRUNC. = ( 7 )

	0.00000	0.07980	0.41290	1.09090	0.60980	0.07000	0.03120													
0	0	0	0	1	10	29	71	207	690	873	690	207	71	29	10	1	0	0	0	0
0	0	0	0	45	277	699	1131	2584	5241	6447	5241	2584	1131	699	277	45	0	0	0	0
0	0	0	0	34	518	2335	5233	7091	9972	14964	17225	14964	9972	7091	5233	2335	518	34	0	0
0	0	0	0	501	2756	8302	14765	17862	19495	22368	23573	22368	19495	17862	14765	8302	2756	501	0	0
1	45	301	2756	8525	14400	21949	24815	24267	24474	24097	24474	24267	24097	24474	24815	21949	14400	8525	2756	501
12	206	2352	8312	16452	22195	24434	24083	24938	24592	24960	24952	24938	24960	24952	24938	24434	22195	16452	8312	2352
62	914	5637	14980	21931	24435	24909	24940	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
286	2351	9754	19282	24030	24892	24960	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
691	5249	14972	22360	24666	24951	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
907	6671	17444	23798	24891	24961	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
938	6077	18033	24004	24922	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
907	6471	17444	23798	24391	24961	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
671	5249	14972	22360	24666	24951	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
264	2351	9754	19282	24030	24892	24960	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
62	914	5637	14980	21931	24435	24909	24940	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963	24963
12	206	2352	8312	16452	22195	24434	24083	24938	24592	24960	24952	24938	24960	24952	24938	24434	22195	16452	8312	2352
1	45	301	2756	8525	14400	21949	23815	24267	24474	24097	24474	24267	24097	24474	23815	21949	14400	8525	2756	301
0	0	0	0	34	518	2335	5233	7091	9972	14964	17225	14964	9972	7091	5233	2335	518	34	0	0
0	0	0	0	501	2756	8302	14765	17862	19495	22368	23573	22368	19495	17862	14765	8302	2756	501	0	0
0	0	0	0	3	45	277	699	1131	2584	5241	6447	5241	2584	1131	699	277	45	3	0	0
0	0	0	0	1	10	29	71	207	690	873	690	207	71	29	10	1	0	0	0	0

MATRIZ ESTIMADA - 21721

0	0	-1	1	0	-11	41	60	36	-93	-120	-93	36	60	41	-11	0	1	-1	0	0
0	-2	7	-2	-6	45	-119	-199	-129	254	336	254	-129	-199	-119	45	-6	-2	7	-2	0
-1	5	-17	-4	41	-154	370	193	673	4723	5439	4723	673	193	370	-154	41	-4	-17	5	-1
0	-1	10	100	-295	613	4002	5216	9060	9992	9625	9992	9060	5216	4002	613	-295	100	10	-1	0
1	-10	3	-301	603	4323	5737	5502	5617	5370	5340	5370	5617	5502	5737	4323	603	-301	3	-10	1
-14	95	-93	626	4819	3730	9317	9351	9359	9449	9467	9449	9359	9351	9317	3730	4819	626	-93	95	-14
49	-163	124	4774	3749	3312	3466	3464	3458	3424	3416	3424	3458	3464	3466	3312	3749	4774	124	-163	49
44	-151	491	3769	3555	3962	3461	3402	3426	3430	3436	3430	3426	3402	3461	3362	3555	3769	491	-151	44
-100	273	4760	5402	5358	3452	3421	3439	3432	3430	3428	3430	3432	3439	3421	3452	5358	5402	4760	273	-100
-111	315	3300	3457	3359	3440	3420	3431	3420	3431	3431	3431	3420	3431	3420	3440	3359	3457	3300	315	-111
-104	286	4955	5371	5364	3457	3419	3435	3429	3431	3429	3431	3429	3435	3419	3457	5364	5371	4955	286	-104
-111	315	3302	3457	3359	3460	3420	3431	3428	3431	3431	3428	3431	3420	3431	3460	3359	3457	3302	315	-111
-100	273	4768	5302	3340	3452	3421	3439	3432	3430	3428	3430	3432	3439	3421	3452	5302	4768	273	-100	0
44	-151	491	3749	3555	3362	3441	3402	3426	3430	3436	3430	3426	3402	3441	3362	3555	3749	491	-151	44
49	-163	124	4774	3749	3312	3444	3466	3458	3424	3416	3424	3458	3466	3444	3312	3749	4774	124	-163	49
-14	95	-93	624	4819	3730	9317	9351	9355	9449	9467	9449	9355	9351	9317	3730	4819	624	-93	95	-14
1	-10	3	-301	603	4323	5737	5502	5617	5370	5340	5370	5617	5502	5737	4323	603	-301	3	-10	1
0	-1	10	100	-295	613	4002	5216	9060	9992	9625	9992	9060	5216	4002	613	-295	100	10	-1	0
-1	5	-17	-4	41	-154	370	193	673	4723	5439	4723	673	193	370	-154	41	-4	-17	5	-1
0	-2	7	-2	-6	45	-119	-199	-129	254	336	254	-129	-199	-119	45	-6	-2	7	-2	0
0	0	-1	1	0	-11	41	60	36	-93	-120	-93	36	60	41	-11	0	1	-1	0	0

Fig. 11.13 - Restauração por técnicas de regressão, usando a função gaussiana de truncamento (7) e coeficiente de espalhamento (1,7789).

MATRIZ ESTIMADA - 21X21																				
F.C.P TRUNC. = (7)																				
						0.00100	0.00200	0.00300	0.00400	0.00500	0.00600	0.00700	0.00800	0.00900	0.01000	0.01100	0.01200	0.01300	0.01400	
1	0	0	-1	1	0	77	69	109	899	872	699	287	71	30	0	0	-1	-1	0	-1
0	-2	2	0	62	276	699	1136	2525	5762	6483	3230	2593	1130	690	275	65	8	1	1	0
0	0	1	53	204	2336	9213	10921	9971	14966	17227	16944	9972	7009	5232	2336	503	93	3	1	0
0	1	54	515	2754	8339	14767	17961	19492	22167	23571	22369	19491	17844	14766	8302	2754	521	56	5	-2
0	46	498	2757	9523	18397	21949	23816	24261	24476	24056	24672	24259	23811	21949	16402	9526	1796	619	47	-1
9	280	2751	2711	16402	22195	24437	24532	24533	24951	24950	24950	24933	24281	24434	22196	16403	9310	2360	289	9
62	915	5638	14992	21990	24437	24907	24958	24961	24944	24962	24961	24959	24960	24910	24435	21991	14990	1411	514	67
205	2349	9754	19230	24029	24873	24759	24963	24964	24963	24965	24960	24967	24960	24961	24891	24032	19201	9752	2900	203
671	5250	14971	22361	24665	24951	24964	24960	24965	24960	24963	24966	24963	24962	24963	24931	24667	22359	14972	5252	688
907	6670	17645	23794	26890	24961	24962	24961	24963	24964	24960	24962	24960	24959	24962	24961	24889	23796	17645	6672	906
939	8877	18033	24002	24970	24964	24960	24964	24962	24963	24963	24960	24961	24963	24962	24964	24920	24003	18032	8874	940
901	6869	17643	23797	24893	24962	24959	24961	24961	24963	24963	24962	24963	24965	24963	24959	24907	23796	17646	6870	906
691	5249	14969	22359	24664	24950	24962	24961	24963	24962	24961	24963	24960	24964	24964	24964	24665	22360	14970	5248	693
286	2352	9754	19231	24032	24995	24959	24964	24963	24961	24965	24962	24963	24963	24962	24960	24031	19232	9755	2351	287
59	916	5638	14991	21991	24433	24907	24958	24960	24960	24965	24962	24959	24962	24907	24430	21991	14997	5637	916	61
14	206	2351	8312	16399	22197	24433	24882	24936	24969	24959	24953	24935	24082	24431	22195	16399	8312	2349	206	12
0	46	497	2754	9523	18398	21949	23813	24262	24476	24053	24674	24260	23814	21945	16402	9525	2755	501	49	1
0	3	56	515	2757	9305	14766	17210	19493	22366	23572	22368	19498	17863	14766	8302	2756	517	58	1	-2
1	0	4	55	500	2333	5232	7091	9971	14964	17225	14965	9973	7091	5233	2332	501	53	2	0	0
0	3	-2	4	63	274	697	1131	2583	5242	6647	5237	2580	1129	697	274	45	3	-1	0	0
2	0	2	-2	1	0	28	70	290	687	871	649	205	70	28	9	-1	0	-1	2	0

MATRIZ ESTIMADA - 21X21																				
5	-2	3	-11	15	-15	11	0	0	-9	3	3	5	5	-9	15	-13	6	-6	5	
-2	-9	13	2	-21	24	-22	2	-12	29	16	24	-20	-9	-11	3	-19	12	-2	-3	
3	9	-17	-2	32	-34	48	4	71	4953	5065	4942	100	-13	33	-25	22	-23	7	-9	7
-2	-13	24	0	-40	41	6969	5027	4991	5062	5016	5092	4931	5064	4949	75	-61	41	-18	29	-10
2	12	-27	-9	71	4950	5077	5040	5045	5041	5032	5019	5067	5026	5074	4976	61	-36	1	-8	7
-11	3	14	46	4967	5091	5083	5034	5037	5021	5051	5017	5035	5018	5036	5051	4980	56	3	19	-10
7	0	-7	4997	5045	4996	5053	5034	5032	5041	4998	5087	4902	5090	5016	5045	5041	4989	3	-7	8
7	-32	23	4993	5349	5049	5020	5046	5039	5020	5014	4966	5116	4966	5082	5005	5059	5017	64	-25	3
-14	53	4442	5769	5010	5033	5056	5016	5059	5024	5023	5079	4991	5001	5013	5033	5013	5032	4902	27	-6
10	-8	5062	5720	4053	5033	5036	5042	5024	5057	5030	5026	5056	5011	5056	5028	5029	5058	5026	31	-8
-22	41	4957	5723	4992	5044	5024	5046	5041	5026	5043	5038	5027	5034	5014	5064	5019	5040	4994	12	4
11	-8	5060	5028	5041	5037	5024	5046	5024	5047	5038	5040	5037	5041	5041	5029	5033	5030	5035	23	-3
-19	50	4946	5061	5012	5029	5060	5020	5047	5035	5032	5036	5039	5036	5036	5040	5025	5048	4950	36	-11
16	-25	14	5076	5048	5063	5007	5053	5039	5024	5059	5019	5043	5008	5065	5016	5022	1019	73	-23	14
-7	1	-4	4492	4975	4962	5072	5039	5026	5054	5016	5058	5001	5077	5027	5016	5077	4941	12	1	-7
3	7	7	75	4944	5111	4996	5028	5059	5031	5074	5012	5070	4999	5034	5069	4961	72	0	-6	8
1	-2	-5	-10	79	4945	5073	5056	5019	5078	4984	5049	5006	5082	5034	4995	46	-4	-26	23	-13
-13	11	1	9	-24	49	4935	4998	5030	5013	5041	5019	5017	4990	5020	41	1	-22	43	-31	11
23	-25	15	-12	14	-21	30	42	4997	5012	4998	38	37	22	-4	-13	29	-31	22	-9	
-19	24	-29	24	-21	14	-12	-12	-4	12	43	0	9	-11	3	-9	16	-17	11	-9	4
10	-15	22	-27	18	-13	11	-2	11	-4	-7	4	-7	17	-4	3	-19	11	-4	8	-4

Fig. 11.14 - Restauração por técnicas de regressão, usando a função gaussiana de truncamento (7), coeficiente de espalhamento (1,7835) e ruído gaussiano de variância (25,0).

## 11.2 - ANÁLISE DO NÚMERO DE CONDIÇÃO

Em alguns sistemas de imageamento uma imagem ideal pode sofrer degradação por espalhamento ou por ruído aditivos. Usando novamente a notação:

$$g = Hf + n, \quad (11.12)$$

onde  $g$  e  $n$  são vetores  $M \times 1$ ,  $f$  é um vetor  $N \times 1$ , e  $H$  é uma matriz  $M \times N$ , sendo o vetor  $n$  composto de duas componentes aditivas: amostras de um processo de ruído externo e elementos do vetor diferença ( $g-Hf$ ), gerados por erros na formulação de  $H$ . Como observado em capítulos anteriores a pseudo-inversa  $H^+$  pode ser utilizada para determinar o erro dos mínimos quadrados. Na ausência do modelamento de erro, a estimativa:

$$\hat{f} = H^+ g = H^+ Hf + H^+ n \quad (11.13)$$

difere da imagem ideal na contribuição do ruído aditivo  $H^+n$ .

Se  $H$  é uma matriz de posto sobredeterminado  $N$ , então  $H^+H = I$ , e a estimativa resultante é igual ao vetor original  $f$  mais o vetor de perturbação  $\Delta f = H^+n$ . O erro relativo de perturbação na estimativa pode ser medido como a razão da norma do vetor de perturbações pela norma do vetor de estimativa. Então, o erro relativo está sujeito ao limite (Rust and Burrus, 1972):

$$\frac{\| \Delta f \|}{\| f \|} < \| H^+ \| \cdot \| H \| \frac{\| n \|}{\| g \|}. \quad (11.14)$$

O produto  $\| H^+ \| \cdot \| H \|$ , chamado Número de Condição  $C(H)$  de  $H$ , determina o limite superior do erro relativo na estimativa, em termos da razão da norma do vetor de ruído pela norma do vetor de observação. O número de condição pode ser calculado diretamente ou encontrado em termos da razão:



$$C(H) = \frac{\|H^+\|}{\|H\|} = \frac{W_1}{W_n} \quad (11.15)$$

do maior  $W_1$  pelo menor  $W_n$  valores singulares de  $H$ . É claro que quanto maior o número de condição da matriz de espalhamento, maior será a sensibilidade das perturbações do ruído.

No caso em questão, o número de condições da matriz  $H = H_c \times H_r$ , para  $H_c = H_r$ , foi calculado como uma função do coeficiente de espalhamento. Já que a matriz  $H$  ( $M^2 \times N^2$ ) é dada pelo produto de Kronecker de duas matrizes  $H_c$  ( $M \times N$ ), seus  $N$  valores singulares são obtidos de todas as combinações possíveis dos produtos de  $N$  valores singulares de  $H_c$  (Lancaster, 1969). O número de condição  $C(H)$  é a razão do maior valor pelo menor valor singular de  $H$ , que é igual ao quadrado da razão do maior valor pelo menor valor singular de  $H_c$ , isto define o número de condição de  $H_c$ . O quadrado do número de condição de  $H_c$  é o número de condição de  $(H_c^T H_c)$  (Stewart, 1973), que pode ser calculado multiplicando a norma de  $(H_c^T H_c)$  pela norma de  $(H_c^T H_c)$ ; a norma utilizada é a norma de Froebenius:

$$\|X\| \times \|X\| = \left( \sum_{i,j} x(i,j) \cdot x(i,j) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.16)$$

A Figura 11.15 mostra as curvas de variação do número de condição para a matriz de espalhamento como função do coeficiente de espalhamento, dadas pelos valores apresentados nas Tabelas 11.1 a 11.3.

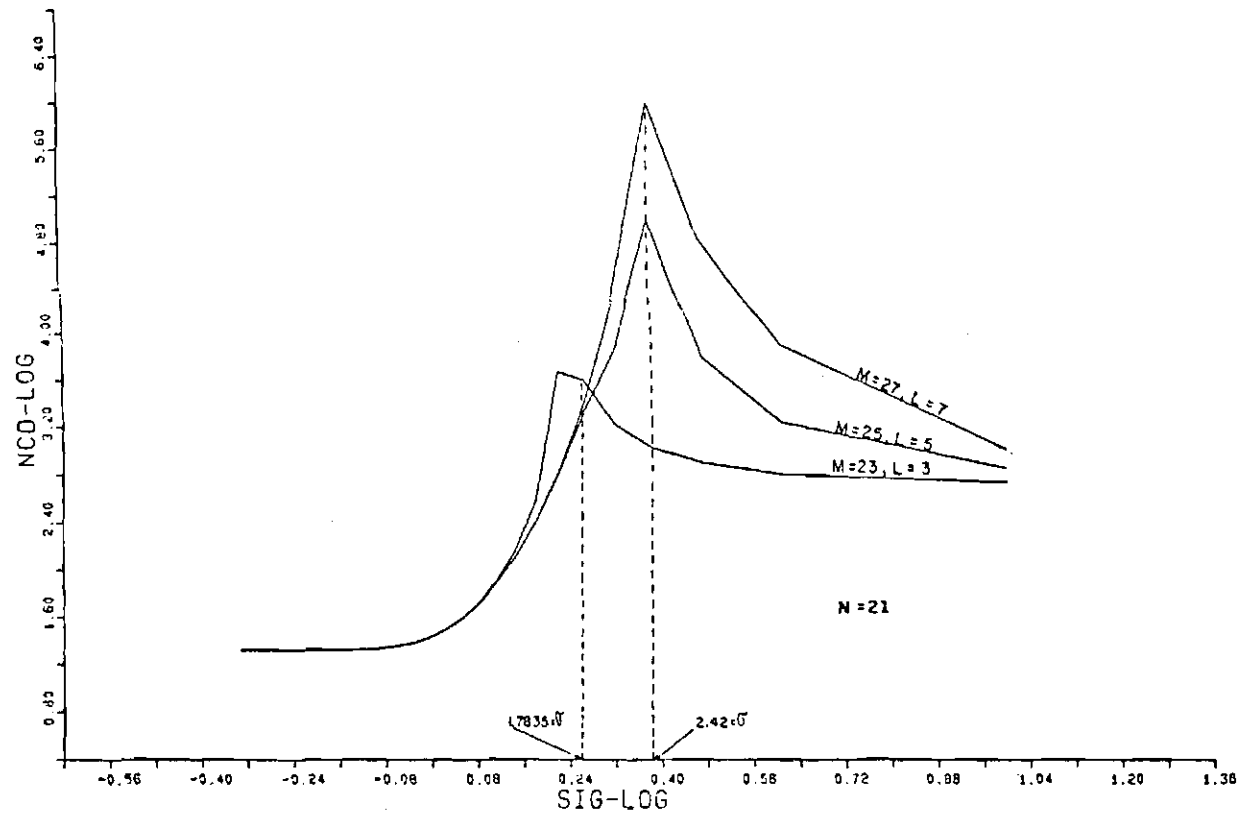


Fig. 11.15 - Curva do número de condição da matriz H.

TABELA 11.1

CURVA DO NÚMERO DE CONDIÇÃO EM FUNÇÃO

DA VARIÂNCIA PARA M=23, N=21, L=3.

VARIÂNCIA	LOG DA VARIÂNCIA	NÚMERO DE CONDIÇÃO	LOG DO NÚMERO DE CONDIÇÃO
0,47	-0,33	21,00	1,32
0,59	-0,23	21,00	1,32
0,67	-0,17	21,04	1,32
0,73	-0,13	21,20	1,33
0,80	-0,10	21,58	1,33
0,86	-0,07	22,39	1,35
0,92	-0,04	23,88	1,38
0,98	-0,01	26,47	1,42
1,05	0,02	30,87	1,49
1,12	0,05	38,42	1,58
1,20	0,08	52,03	1,72
1,29	0,11	79,18	1,90
1,39	0,14	144,90	2,16
1,52	0,18	386,51	2,59
1,66	0,22	4667,12	3,67
1,84	0,27	3955,53	3,60
2,08	0,32	1661,13	3,22
2,42	0,38	1065,29	3,03
2,96	0,47	798,66	2,90
4,06	0,61	639,75	2,81
9,98	1,00	546,11	2,74

TABELA 11.2

CURVA DO NÚMERO DE CONDIÇÃO EM FUNÇÃO  
DA VARIÂNCIA PARA M=25, N=21, L=5

VARIÂNCIA	LOG DA VARIÂNCIA	NÚMERO DE CONDIÇÃO	LOG DO NÚMERO DE CONDIÇÃO
0,47	-0,33	21,00	1,32
0,59	-0,23	21,00	1,32
0,67	-0,17	21,04	1,32
0,73	-0,13	21,20	1,33
0,80	-0,10	21,58	1,33
0,86	-0,07	22,39	1,35
0,92	-0,04	23,88	1,38
0,98	-0,01	26,47	1,42
1,05	0,02	30,85	1,49
1,12	0,05	38,30	1,58
1,20	0,08	51,44	1,71
1,29	0,11	79,24	1,88
1,39	0,14	128,33	2,11
1,52	0,18	256,44	2,41
1,66	0,22	648,05	2,81
1,84	0,27	2154,47	3,33
2,08	0,32	7044,30	3,85
2,42	0,38	96557,73	4,98
2,96	0,47	6182,67	3,79
4,06	0,61	1735,78	3,24
9,98	1,00	715,43	2,85

TABELA 11.3

CURVA DO NÚMERO DE CONDIÇÃO EM FUNÇÃO  
DA VARIÂNCIA PARA M=27, N=21, L=7.

VARIÂNCIA	LOG DA VARIÂNCIA	NÚMERO DE CONDIÇÃO	LOG DO NÚMERO DE CONDIÇÃO
0,47	-0,33	21,00	1,32
0,59	-0,23	21,00	1,32
0,67	-0,17	21,04	1,32
0,73	-0,13	21,20	1,33
0,80	-0,10	21,58	1,33
0,86	-0,07	22,39	1,35
0,92	-0,04	23,88	1,38
0,98	-0,01	26,47	1,42
1,05	0,02	30,87	1,49
1,12	0,05	38,42	1,58
1,20	0,08	51,44	1,71
1,29	0,11	76,24	1,88
1,39	0,14	128,40	2,11
1,52	0,18	257,32	2,41
1,66	0,22	663,56	2,82
1,84	0,27	2535,22	3,40
2,08	0,32	19619,77	4,29
2,42	0,38	972420,94	5,99
2,96	0,47	66621,52	4,82
4,06	0,61	7855,17	3,90
9,98	1,00	1022,41	3,01

Para pequenos valores do espalhamento, o valor do número de condição é baixo. Um máximo é obtido para o valor moderado de espalhamento, seguido de um declínio na curva, à medida que se aumenta o coeficiente de espalhamento; finalmente, a curva tende a se estabilizar quando o valor do espalhamento aproxima-se do infinito.

Pela análise das curvas do número de condição, nota-se a existência de um máximo; este máximo se dá devido ao truncamento da função de espalhamento pontual. De fato, para crescentes valores de  $M$ , o número de pontos aumenta onde esta função pode ser diferente de zero, e o efeito do truncamento começa somente para os maiores coeficientes de espalhamento. Consequentemente, as curvas para diferentes valores de  $M$  têm uma trajetória ascendente comum, e, na parte descendente, tornam-se diferentes para os diferentes valores de espalhamento. Se não houvesse o truncamento, a curva aproximaria rapidamente do infinito. Com o truncamento, as curvas mostram um ramo descendente que se inicia no ponto onde o valor da função de espalhamento é reduzido substancialmente. Finalmente, para os valores crescentes de espalhamento a curva tende a um valor finito.

As curvas podem ser usadas como guia para escolha do número de pontos de amostragem para a estimação, já que o número de pontos da imagem original é fixo.

O número de condição determinará o efeito do ruído no processo de restauração. Se seu valor for baixo, pequena perturbação na imagem observada não produzirá grandes variações na imagem restaurada. Neste caso, diz-se que as equações são bem condicionadas. Se, por outro lado, o número de condição tiver um valor alto, pequenas variações nos valores observados deverão afetar grandemente os valores dos "pixels" estimados; neste caso, diz-se que as equações são mau condicionadas.

A Figura 11.15 apresenta as curvas do número de condição da matriz  $H$  para os valores de truncamento  $L=3,5,7$ ; com isto, para  $M=21$  o valor da amostragem  $M$  assume os valores  $M=23, 25, 27$ . Com base nas consi

derações sobre a observação das radioimagens, o valor do coeficiente de espalhamento para a função gaussiana que simula o diagrama de radiação da antena é de 1,7835; na Figura 11.15 a linha tracejada indica a posição deste valor. Examinando as três curvas, nota-se que na curva  $M=23$ , para este valor de espalhamento começa a descender nos casos onde  $M=25$  e  $M=27$ ; para o mesmo coeficiente, a curva ainda está ascendendo, não tendo atingido o seu valor máximo.

A escolha de um truncamento ideal para a restauração pode ajudar a obtenção de uma melhor estimativa. Essas curvas auxiliam a visualização do mau condicionamento.

### 11.3 - EFEITO DO MAU CONDICIONAMENTO DA RESTAURAÇÃO

A seguir, estuda-se o efeito do mau condicionamento no processo da restauração. Baseando nas curvas da Figura 11.15, escolhe-se um valor para o coeficiente de espalhamento, de tal forma que para este valor escolhido, o número de condição seja máximo. Este máximo se dá no truncamento da função de espalhamento. De fato, se não houvesse truncamento, para valores muito grandes do coeficiente de espalhamento,  $H$  seria constituída de colunas com todos elementos unitários e  $H^T H$  teria "posto" um, o que implicaria um número de condição que tenderia para o infinito. Com o truncamento, isto é evitado e o número de condição tende a estabilizar-se em um valor finito para valores crescentes do coeficiente de espalhamento.

Supondo um truncamento de  $L=7$ , verifica-se que o máximo da curva de número de condição é obtido para o valor do coeficiente de espalhamento igual a 2,42, conforme mostra a Tabela 11.3.

Com base nessas informações, faz-se uma simulação da restauração para o modelo sobredeterminado. Inicialmente, processa-se a degradação da imagem apresentada na Figura 11.5; faz-se o processo de degradação através da convolução da imagem com a matriz de espalhamento, cujo coeficiente de espalhamento escolhido é de 2,42 e o truncamento é  $L=7$ . A seguir, restaura-se a imagem sob as mesmas condições como já foi examinado no Capítulo 11.1, não considerando a presença de ruído aditivo. Assim, espera-se como resultado uma imagem com uma boa aproximação

da original. Neste caso isto não ocorre, sendo que o efeito do mau-condicionamento é apresentado de forma bem acentuada. Examinando a Figura 11.16, notam-se grandes oscilações nos "pixels" restaurados, as quais caracterizam a imagem restaurada como um "tabuleiro de xadrez". É importante notar que o efeito do mau condicionamento é apenas caracterizado pelo "erro de arredondamento" do computador, não existindo influências de fatores, tais como adição de ruídos e incerteza de parâmetros estimadores.

A análise do número de condição pode ser usada como uma boa ferramenta para a restauração de imagens, o que auxilia a escolha dos parâmetros estimadores, tais como coeficiente de espalhamento e truncamento para a função de espalhamento pontual.

A ocorrência desse "tabuleiro de xadrez" pode ser explicada pelo fato de as soluções altamente oscilatórias serem características da equação integral de Fredholm do 1º tipo, refletindo-se do mesmo modo no modelo discreto (Rust and Burrus, 1972).



MATRIZ UNSE-QUAJA : 2/12/1  
 F.O.P. TRUNCAMENTO : ( 1 )  
 VARIANCIA/GAUSS: : 2,4200

22	30	33	34	41	59	90	143	248	380	443	580	248	143	90	59	41	34	33	30	22
30	41	45	59	112	235	409	611	921	1295	1473	1875	921	611	409	235	112	59	45	41	30
33	45	62	134	355	785	1299	1747	2230	2710	3016	3710	2230	1747	1299	785	355	134	62	45	33
34	59	134	381	998	1822	2691	3278	3708	4100	4275	4100	3708	3278	2691	1822	998	381	134	59	34
41	112	355	948	1932	3061	3943	4407	4627	4778	4841	4778	4627	4407	3943	3061	1932	948	355	112	41
59	253	810	1440	3068	4070	4645	4872	4943	4974	4985	4974	4943	4872	4645	4070	3068	1440	810	253	59
125	507	1437	2789	3978	4651	4915	4986	4999	5000	5000	5000	4999	4986	4915	4651	3978	2789	1437	507	125
241	885	2131	3552	4505	4840	4966	4999	5000	5000	5000	5000	5000	4999	4966	4840	4505	3552	2131	885	241
386	1306	2777	4092	4767	4968	4999	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4999	4968	4767	4092	2777	1306	386
485	1586	3180	4391	4883	4992	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4992	4883	4391	3180	1586	485
514	1666	3293	4471	4912	4998	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4998	4912	4471	3293	1666	514
485	1586	3180	4391	4883	4992	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4992	4883	4391	3180	1586	485
386	1306	2777	4092	4767	4968	4999	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4999	4968	4767	4092	2777	1306	386
241	885	2131	3552	4505	4840	4966	4999	5000	5000	5000	5000	5000	4999	4966	4840	4505	3552	2131	885	241
125	507	1437	2789	3978	4651	4915	4986	4999	5000	5000	5000	4999	4986	4915	4651	3978	2789	1437	507	125
65	253	810	1440	3068	4070	4645	4872	4943	4974	4985	4974	4943	4872	4645	4070	3068	1440	810	253	65
41	112	355	948	1932	3061	3943	4407	4627	4778	4841	4778	4627	4407	3943	3061	1932	948	355	112	41
34	59	134	381	998	1822	2691	3278	3708	4100	4275	4100	3708	3278	2691	1822	998	381	134	59	34
33	45	62	134	355	785	1299	1747	2230	2710	3016	2710	2230	1747	1299	785	355	134	62	45	33
30	41	45	59	112	235	409	611	921	1295	1473	1295	921	611	409	235	112	59	45	41	30
22	30	33	34	41	59	90	143	248	380	443	580	248	143	90	59	41	34	33	30	22

MATRIZ ESTIMADA.- 21421

97	-73	273	-365	753	-931	1238	-1231	1330	-1211	1309	-1211	1330	-1231	1238	-931	753	-365	273	-73	97
-74	381	-631	1447	-2415	3541	-4127	4471	-4296	4321	-4242	4321	-4296	4471	-4127	3541	-2415	1447	-631	381	-74
265	-597	1601	-3232	5750	-7913	9450	-9808	9651	-9398	8451	-9398	9651	-9808	9450	-7913	5750	-3232	1601	-597	265
-330	1307	-3047	6275	-10263	14091	-11324	22038	-11354	21195	-11295	21195	-11354	22038	-11324	14091	-10263	6275	-3047	1307	-330
665	-2094	5217	-9797	15743	-15996	29250	-20354	29691	-19164	29315	-19164	29691	-20354	29250	-15996	15743	-9797	5217	-2094	665
-799	3097	-7146	13270	-15558	32232	-26391	37878	-27043	36553	-26560	36553	-27043	37878	-26391	32232	-15558	13270	-7146	3097	-799
1101	-3756	8857	-10806	24137	-26671	41391	-32931	41634	-30588	40350	-30588	41634	-32931	41391	-26671	24137	-10806	8857	-3756	1101
-1154	4385	-9907	22561	-21572	39725	-34782	46234	-34409	42979	-33117	42979	-34409	46234	-34782	39725	-21572	22561	-9907	4385	-1154
1363	-4661	15769	-13938	33542	-32325	47871	-39448	47380	-35764	45946	-35764	47380	-39448	47871	-32325	33542	-13938	15769	-4661	1363
-1336	5018	-6310	24810	-24900	44211	-40270	52145	-40112	46552	-38152	46552	-40112	52145	-40270	44211	-24900	24810	-6310	5018	-1336
1461	-5017	16490	-15385	35301	-34753	59958	-42919	50892	-39290	49527	-39290	50892	-42919	59958	-34753	35301	-15385	16490	-5017	1461
-1336	5018	-6310	24810	-24900	44211	-40270	52145	-40112	46552	-38152	46552	-40112	52145	-40270	44211	-24900	24810	-6310	5018	-1336
1363	-4661	15769	-13938	33542	-32325	47871	-39448	47380	-35764	45946	-35764	47380	-39448	47871	-32325	33542	-13938	15769	-4661	1363
-1154	4385	-9907	22561	-21572	39725	-34782	46234	-34409	42979	-33117	42979	-34409	46234	-34782	39725	-21572	22561	-9907	4385	-1154
1101	-3756	8857	-10806	24137	-26671	41391	-32931	41634	-30588	40350	-30588	41634	-32931	41391	-26671	24137	-10806	8857	-3756	1101
-799	3097	-7146	13270	-15558	32232	-26391	37878	-27043	36553	-26560	36553	-27043	37878	-26391	32232	-15558	13270	-7146	3097	-799
665	-2094	5217	-9797	15743	-15996	29250	-20354	29691	-19164	29315	-19164	29691	-20354	29250	-15996	15743	-9797	5217	-2094	665
-330	1307	-3047	6275	-10263	14091	-11324	22038	-11354	21195	-11295	21195	-11354	22038	-11324	14091	-10263	6275	-3047	1307	-330
265	-597	1601	-3232	5750	-7913	9450	-9808	9651	-9398	8451	-9398	9651	-9808	9450	-7913	5750	-3232	1601	-597	265
-74	381	-631	1447	-2415	3541	-4127	4471	-4296	4321	-4242	4321	-4296	4471	-4127	3541	-2415	1447	-631	381	-74
97	-73	273	-365	753	-931	1238	-1231	1330	-1211	1309	-1211	1330	-1231	1238	-931	753	-365	273	-73	97

Fig. 11.16 - A restauração e o problema do mau condicionamento.

#### 11.4 - RESTAURAÇÃO DE IMAGEM REAL OBTIDA PELO RÁDIO OBSERVATÓRIO DE ITAPETINGA

Nos testes apresentados a seguir, procura-se mostrar e analisar a aplicabilidade das técnicas de regressão em um modelo sobre determinado para o caso de uma imagem real, observada no Rádio Observatório de Itapetinga INPE/CRAAM.

A imagem considerada foi obtida pelo radiotelescópio, na frequência de 22 GHz. Esta imagem sofre um processo de degradação decorrente da convolução da distribuição espacial com o diagrama de radiação da antena. A imagem se caracteriza por uma matriz de 19 x 21 pontos, onde estes pontos representam temperaturas associadas às regiões solares e regiões de céu em observação.

Algumas considerações foram feitas com respeito aos parâmetros restauradores, tais como coeficiente de espalhamento, truncamento da função de espalhamento e expansão da imagem original, de tal forma a obter compatibilidade entre as dimensões envolvidas no modelo sobre determinado e o caso real.

O coeficiente de espalhamento, ou seja, o  $\sigma$  adotado para a função gaussiana, é igual a 1,7835, como foi observado em formulações do Capítulo 11. Nos testes de restauração, considera-se uma função de espalhamento bidimensional com coeficientes de espalhamento iguais nas duas direções. Para a gaussiana considerada neste modelo não se adota a presença dos lóbulos secundários, pois a determinação desses lóbulos é muito difícil; mas é conveniente ter em mente que em algumas observações a presença desses lóbulos é inevitável, devendo interferir na aplicação do método de restauração em questão, porque esse método não considera a existência desses lóbulos.

Apresenta-se nas Figuras 11.17 e 11.18 uma restauração simulada de uma imagem que foi degradada por uma função de espalhamento, representada por uma gaussiana com a presença de lóbulos secundários. A

restauração foi obtida pelo método dos mínimos quadrados, sem levar em conta a presença do lóbulo secundário. Com uma breve análise visual deste resultado, observa-se nas figuras acima uma perturbação mais acentuada no canto superior direito da imagem restaurada.

Em uma fase preliminar dos testes, procurou-se uma determinação de um truncamento para a função de espalhamento, cuja forma definida é a ideal para a aplicação do modelo de regressão. Nos resultados mostrados a seguir, adotam-se como truncamento os valores de  $L=5, 7, 9, 11$ ; não se utiliza o valor de  $L=3$ , pelo fato de ele não representar uma boa aproximação do processo físico.

MATRIZ OBSERVADA : 25x25  
 F.E.P TRUNCAMENTO : ( 5 )  
 VARIANCIA/GAUSS1 : 167835

0	0	0	1	11	82	186	355	567	750	896	113	115	306	155	80	331	51	30	26	0	
0	0	0	1	11	82	186	355	567	750	896	113	115	306	155	80	331	51	30	26	0	
0	0	2	22	132	446	955	1595	2174	2575	2713	2517	2058	1433	807	355	136	63	31	10	4	
0	2	26	181	713	1646	2671	3551	4077	4372	4443	4325	3772	2442	1870	807	331	107	89	30	10	
1	15	152	736	1995	3361	4271	4708	4874	4758	4753	4727	4851	4052	4075	3051	1881	377	142	36	23	
5	78	527	1761	3407	4486	4876	4773	4794	4798	4777	4771	4771	4781	4327	4275	3072	1450	321	73	27	
21	240	1186	2706	4134	4882	4787	4797	5000	5000	5000	5000	5000	4778	4776	4507	4061	2506	733	172	33	
57	503	1926	3746	4738	4976	4777	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4777	4755	4613	3370	1708	568	308	93	
109	803	2541	4216	4864	4944	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4767	4825	3742	2376	370	62	62	
150	1003	2884	4425	4877	4937	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4775	4595	4201	2424	707	80	80	
161	1055	2967	4471	4924	4955	4977	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4776	4707	4257	2673	720	88	88	
150	1003	2884	4425	4875	4918	4964	4998	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4775	4673	4176	2310	677	81	81	
109	803	2541	4218	4831	4744	4750	4754	4783	4777	4780	5000	5000	5000	4785	4775	3873	2732	331	77	77	
57	503	1926	3746	4708	4926	4947	4750	4950	4950	4950	4950	4950	4986	4980	4958	4705	4563	3370	1478	317	24
21	240	1186	2706	4297	4832	4737	4769	4750	4750	4750	4750	4750	4748	4723	4757	4031	4455	333	142	19	
5	78	527	1760	3372	4436	4826	4723	4944	4743	4947	4741	4713	4245	2772	1380	331	331	43	3	3	
1	16	152	736	1938	3311	4221	4658	4629	4656	4733	4877	4801	4532	4044	3001	1813	367	12	6	0	
0	0	2	26	181	685	1596	2647	3507	4047	4322	4373	3942	3122	2375	1340	311	117	14	1	0	
0	0	2	22	119	396	705	1548	2144	2545	2660	2467	2008	1485	757	303	86	13	1	0	0	
0	0	0	1	9	43	136	305	519	700	756	663	485	296	185	30	31	4	0	0	0	
0	0	0	1	9	43	136	305	519	700	756	663	485	296	186	30	31	4	0	0	0	

MATRIZ ESTIMADA - 21x21

-7	28	-68	198	-240	454	483	1472	2531	3446	3716	2769	2876	170	1176	-2741	4514	-18	321	70	-50
3	-14	36	-68	101	-269	-286	-1254	-2532	-3015	-4157	-1905	-3375	-2444	-2055	-1484	-2423	-185	-268	-70	50
-6	31	-74	137	-171	405	74	1447	3731	4547	4723	1845	4256	-1071	3827	-3596	2274	-711	426	30	-61
3	-26	53	-72	9	490	2788	4571	3749	3465	1077	770	-3877	1477	-7017	7673	-4232	2102	-1718	224	-30
15	-34	111	-196	1604	4624	5708	4794	3443	3387	10143	-3314	21600	-1477	23702	-8259	7733	-3016	-1438	-607	213
-7	28	-87	307	4654	5146	4504	3205	3982	6226	1310	11074	-7124	23542	-10553	12626	-4033	4427	-1638	209	-101
34	-40	340	3567	5252	4747	3562	4807	5667	4163	7353	358	13071	-3752	18656	-10042	14433	-2108	2526	-372	332
181	-322	1578	4757	4771	5090	4774	5130	4620	3456	3677	7210	345	16216	-1026	14273	-753	3523	-723	447	24
328	-475	3216	4789	5082	4809	5270	4803	5263	4738	5707	3853	1306	1725	-312	-53	8114	3705	475	-322	64
465	-414	3924	5035	4649	5439	4477	3762	4745	5178	4568	3580	3556	3832	2507	7476	3436	3074	54	-361	338
434	-486	3777	4547	5438	4085	5435	4300	5381	4768	3543	4652	3608	4074	6100	1770	3778	4307	3765	-342	-118
472	-437	3976	4941	4761	5411	4235	3724	4651	5185	4644	5247	4647	3464	4421	3915	4578	3711	2632	-320	322
327	-429	3208	4733	5185	4572	3459	4423	5232	4824	3474	4725	3243	4700	3410	4855	3333	4246	2358	-430	44
180	-317	1585	4778	4918	5023	4844	4874	5077	5247	4241	3283	4687	3225	4046	4711	4507	4641	448	-62	124
25	-1	250	3735	3012	4756	4772	3023	4237	4290	4074	4450	3337	4768	2147	4801	3236	2523	16	12	-17
-6	16	-54	837	4817	4634	3482	3410	6372	6320	3033	3654	4242	3448	4535	3255	3314	410	74	30	0
1	14	-7	53	1145	3307	4056	3439	2583	2876	3777	4011	6010	4728	3551	3726	3771	-167	107	-37	6
0	-18	38	-58	54	137	3752	2881	6117	3785	2477	3075	3777	4371	2248	187	-163	72	34	21	-2
0	10	-26	43	-23	182	-417	2111	2403	4020	4053	4138	2794	877	-162	85	37	-51	20	78	0
0	-4	12	-19	9	-121	-80	-1513	-1945	-2867	-3757	-2713	-2048	-1002	22	345	311	-11	2	0	0
0	1	-2	2	5	91	363	1332	2272	3115	3415	2600	2760	-170	1868	-456	337	-214	167	-51	64

Fig. 11.17 - Restauração por técnicas de regressão, utilizando a função gaussiana com lóbulos secundários, coeficiente de espalhamento (1,7835) e truncamento (5).

MATRIZ COSECUVAJA 21 21x21  
 F.O.P. TRUNCAMENTO 7 (7)  
 VARIANCIA/GAUSS: 1,7835

0	0	0	11	11	82	186	355	569	750	806	713	515	308	156	80	33	31	30	28	0
0	0	0	11	11	82	186	355	569	750	806	713	515	308	156	80	33	31	30	28	0
0	0	2	22	132	446	755	1578	2194	2545	2713	2519	2058	1455	809	355	181	63	31	30	9
0	2	26	181	713	1846	2697	3557	4099	4372	4440	4325	3992	3372	2442	1690	567	169	39	30	10
1	16	152	737	1995	3361	4271	4708	4879	4938	4920	4929	4851	4032	4074	3051	1607	517	192	38	23
5	78	527	1760	3409	4486	4876	4973	4994	4978	4979	4997	4991	4981	4820	4293	3094	1830	431	73	27
21	240	1186	2905	4334	4882	4987	4999	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4998	4976	4307	4084	2506	725	192
57	503	1926	3746	4738	4976	4999	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4997	4955	4613	3370	1362	366
109	803	2541	4216	4864	4994	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4987	4823	3992	2372	576
150	1003	2884	4625	4897	4937	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4993	4872	4201	2464	707
161	1055	2967	4671	4904	4955	4997	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4998	4907	4259	2673	740
150	1003	2884	4625	4895	4948	4964	4998	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4993	4875	4295	2350	679
109	803	2541	4218	4851	4944	4950	4954	4983	4999	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4983	4798	3893	2132	531
57	503	1926	3746	4708	4926	4949	4950	4950	4952	4965	4984	4986	4980	4958	4906	4263	3240	1975	317	28
21	240	1186	2905	4237	4832	4937	4949	4950	4950	4953	4950	4950	4948	4923	4709	4036	2430	823	192	10
5	78	527	1760	3372	4436	4826	4923	4944	4948	4949	4947	4941	4911	4710	4245	2995	1350	331	43	2
1	16	152	737	1958	3331	4221	4658	4629	4688	4903	4879	4801	4582	4044	3001	1610	347	32	8	0
0	2	26	181	685	1596	2647	3507	4049	4322	4390	4275	3942	3322	2393	1640	511	119	14	1	0
0	0	2	22	119	396	705	1548	2144	2545	2660	2469	2008	1583	759	303	66	13	1	0	0
0	0	0	11	9	43	156	305	519	700	756	663	463	256	186	50	3	1	0	0	0
0	0	0	11	9	43	156	305	519	700	756	663	463	256	186	50	3	1	0	0	0

MATRIZ ESTIMADA - 21x21

-9	31	-72	141	-246	459	486	1464	2551	3427	3778	2905	3009	4	1310	-487	329	-68	304	76	-33
3	-15	36	-87	100	-269	-333	-1234	-2632	-2954	-4360	-1783	-4711	2861	-3075	1779	-1210	304	-329	-39	36
-7	33	-75	158	-196	371	135	1370	3926	4203	7289	1549	8761	-7682	6590	-4162	2693	-1189	308	-7	-33
2	-24	67	-71	-37	536	2652	4754	3426	5771	469	40300	-6631	20855	-9852	4466	-4967	2556	-1323	305	-30
17	-39	113	-245	1659	4535	5938	4558	6769	2901	11076	-4076	22687	-20894	24837	-7644	6656	-4519	2568	-904	349
-7	20	-112	926	4621	5234	4363	5404	3575	6619	589	11778	-8121	24665	-11666	19624	-4807	5020	-2380	1040	-248
34	-62	347	3545	5310	4711	5501	4642	5991	3843	837	373	4066	-7089	19704	-10957	15202	-2734	2633	-1133	403
172	-331	1593	4749	6949	5129	4689	5233	4410	5656	3246	7686	750	15179	-3934	15052	-1335	1850	-1215	365	-19
317	-450	3241	4770	5136	4757	5363	4725	5410	4601	6030	3508	1901	485	10020	832	5033	-2716	2718	-359	17
451	-419	3940	5026	4675	5488	4458	5392	4661	5262	4362	5812	3432	1399	2523	1974	3123	6001	2363	-358	311
426	-509	4025	4503	5617	4012	6021	4244	3467	4697	3542	4974	5926	3628	6521	3386	6033	4207	3192	-470	-129
458	-442	3991	4934	4788	5402	4218	5717	4623	5240	4459	5360	4428	5742	4125	3790	4313	3614	2226	-313	314
316	-446	3235	4765	5236	4534	5507	4918	5262	4764	5652	4640	5471	4500	3639	4652	3337	4159	2537	-669	76
171	-328	1586	4839	4918	5025	4817	4871	5070	5283	4078	5428	4545	3568	4502	3059	4732	4710	114	-65	123
20	-14	239	3744	5025	4988	4807	5646	4303	4233	6243	4435	5476	4645	3442	4721	3223	2478	102	-83	-23
0	-4	-54	810	4851	4629	5496	3377	6368	6289	2859	5634	4105	3253	4391	3537	3670	453	-106	40	6
-3	30	-46	70	1100	5349	4084	7498	2729	2940	3050	4064	6149	4713	3738	3844	893	227	123	-42	0
3	-27	56	-98	67	104	3747	2849	6102	5748	2337	5067	3891	4450	2150	247	-139	112	-68	26	-1
-1	15	-34	58	-55	186	-431	2143	2410	4050	6164	4163	3059	827	79	27	35	-42	27	-11	0
0	-7	16	-26	23	-143	-86	-1555	-1746	-2881	-3823	-2932	-2095	-993	-25	-137	26	-7	0	0	1
0	-1	-2	3	4	91	366	1323	2505	3081	3779	2553	3017	-231	1869	-1009	671	-314	106	-68	19

Fig. 11.18 - Restauração por técnicas de regressão, utilizando a função gaussiana com lóbulos secundários, coeficiente de espalhamento (1,7835) e truncamento(7).

Com base nas Figuras 11.19, 11.20, 11.21 e 11.22, conclui-se que para os valores  $L=7$ ,  $L=9$  e  $L=11$ , o resultado da restauração não se altera. Isto se deve ao fato de que para truncamentos cada vez menores, ou seja, para valores crescentes de  $L$ , a contribuição dos valores da gaussiana torna-se exponencialmente menor, o que não representa uma melhora na restauração. Portanto, com base nestes resultados, pode-se adotar o valor  $L=7$  para a aplicação do método, isto porque para os valores de  $L=9$ ,  $11$  e  $13$ , as matrizes a serem invertidas terão ordem maior, exigindo um maior tempo de processamento do computador.

Resolvido o problema da escolha do truncamento ideal, resta resolver a questão da expansão da imagem original, a fim de tornar sua dimensão compatível com a aplicação do modelo sobredeterminado. Inicialmente a expansão é feita repetindo a primeira e a última coluna e linha. Em princípio não existe nenhuma restrição, pois a expansão se dá na região de céu. Nos resultados apresentados nas Figuras 11.19 a 11.22, utiliza-se este processo de expansão, não se notando, entretanto, diferenças predominantes de temperatura nas regiões que limitam o disco solar do céu na imagem restaurada.

Na tentativa de melhorar a restauração e no sentido de realçar a diferença do disco solar em relação à região do céu, adotam-se critérios alternativos com o propósito de observar a variação dos resultados.

MATRIZ OBSERVADA : 25x25  
 F.E.P TRUNCAMENTO : ( 5 )

VARIANCIA/GAUSS : 1,7835

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	694	515	414	350	320	274	239	193	93	37
100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	694	515	414	350	320	274	239	193	93	37
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2382	2294	1889	1370	872	472	321	254	243	184	110
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3658	3819	3819	3503	2915	2125	1157	535	350	374	264	110
229	351	467	734	1481	2600	3521	4070	4294	4355	4379	4397	4344	4181	3707	2745	1457	574	377	280	202
221	377	559	1249	2588	3764	4345	4493	4498	4480	4482	4473	4415	4334	4211	3735	2585	1257	538	337	279
197	550	1109	2427	3851	4475	4648	4666	4581	4556	4555	4518	4456	4385	4275	4172	3832	2581	1335	803	270
360	581	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4535	4502	4425	4429	4483	4423	4320	4231	3557	1734	730	301
503	1056	2318	3727	4314	4502	4601	4663	4587	4496	4463	4456	4515	4587	4743	4835	4743	4262	2200	1345	383
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4529	4558	4544	4584	5030	5113	4774	4363	3338	2005	672
615	1746	3501	4537	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4555	4626	4532	4479	4800	5380	4773	4487	3772	2191	627
185	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4638	4832	4665	4496	4540	4573	4555	4401	4412	2550	774
353	835	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4825	5145	4730	4603	4497	4496	4431	4318	3556	1703	572
259	538	1685	3638	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4751	4911	4703	4532	4560	4450	4365	4107	3132	1401	417
221	407	1126	2768	4043	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4535	4631	4601	4435	4307	4494	654	247
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4502	4555	4574	4611	4402	4355	4467	4399	4223	3766	1427	639	178
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4355	4272	4137	4011	3432	322	236	147
124	158	252	389	932	2007	3189	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3844	2771	1742	712	356	109	107
108	129	184	275	375	700	1452	2316	2888	3248	3459	3454	3152	2549	1781	1066	505	293	162	113	66
114	107	124	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	255	107	110	66	71
114	107	128	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	255	107	110	66	71

MATRIZ ESTIMADA - 21x21

1343	-582	1488	-37	1426	1224	1774	1718	2727	2902	3371	3013	2018	1884	755	1341	1015	604	1143	-358	214
-10.5	415	-1215	166	-1432	-916	-496	-1091	-2318	-3109	-3003	-3450	-1573	-2107	33	-1125	-772	-276	-553	-41	-145
2147	-825	2434	-457	2715	1932	1901	1486	3645	4865	4683	5342	2039	3532	-442	2434	1370	687	940	144	24
-1539	599	-2040	1171	-1693	-1435	-639	2905	2336	2697	3120	2779	4487	267	3218	-3183	-326	-757	778	-747	1791
3243	-1472	4414	-835	3038	3833	6650	4862	5917	5505	5654	4316	1746	3772	6176	1370	1253	169	116	-737	
-2519	1505	-3384	926	543	4156	3233	4133	1722	3632	4162	3537	4423	2030	3155	3101	1741	-2483	2327	-474	2540
4678	-1837	6645	-828	8730	4088	6097	4777	5125	5146	4700	5481	4618	5771	3129	5026	6731	4835	-1510	-705	-726
-1851	-416	-4780	7375	2528	4445	4132	4562	4180	4085	4790	3562	4113	3566	3434	2320	3710	2091	3749	1003	3166
4330	848	8872	276	6727	3546	3289	4711	5204	4516	4371	4529	4812	5567	3103	3642	4616	6025	3121	-3765	-824
-349	-4402	-1252	7447	2369	5403	4172	4743	3877	4262	4637	4343	4915	2636	7514	5035	6450	3804	6264	3869	3620
4174	2599	11894	405	1352	3070	5030	4589	5038	4873	4585	4745	4869	4361	3639	6459	4052	3522	1819	3226	69
-540	-3610	249	8384	3638	4889	5838	5410	4145	4096	4358	4372	3605	3892	3452	2565	763	609	4131	-3554	3087
2492	1052	4245	3756	5582	4189	3911	5837	5881	4834	4432	6831	5974	5037	4046	5191	4031	3549	4574	-4165	1100
-222	-1071	-672	5372	5678	4123	5240	3582	5114	3722	4915	5117	3771	3609	4761	3387	4732	4406	7204	1478	1327
1622	-16	2157	3127	4041	3272	4457	4591	4510	3544	4024	4674	5050	4684	6193	3765	5077	-2610	-3777	1378	726
-553	363	-1405	-207	6744	4758	4520	4247	4272	3723	4310	3686	3295	4299	3401	4720	6372	6022	4377	-10	423
1368	-594	2372	-222	386	4007	4488	4604	5009	3787	6093	6486	6062	3794	3746	4442	2319	-4246	-1139	-300	684
-332	-68	-439	57	-82	2229	4677	4126	2928	1727	1309	1115	1230	5007	4356	4093	3036	3444	1191	-2107	-177
1192	-398	1198	312	1237	-804	430	4913	6038	8470	9246	7621	8704	3793	2167	-492	-591	-1731	504	-416	720
-608	200	-607	-334	-641	302	-621	-3739	-5163	-5447	-5810	-5138	-2730	-1067	264	-5	-193	-275	215	-300	
1403	-729	1335	-66	1666	2816	1873	2783	4752	4076	7078	6253	6093	4002	2442	-835	942	-93	907	-376	672

Fig. 11.19 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento(5) e coe ficiente de espalhamento (1,7835).

MATRIZ OBSERVADA : 21x21  
 F.O.P TRUNCAMENTO : ( 7 )

VARIANCIA/GAUSS : 1,7835

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	-656	515	-414	353	320	219	257	153	62	57
100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	654	515	-414	353	320	219	257	153	62	57
142	177	223	319	434	557	625	1313	1841	2222	2294	2294	1841	1313	834	672	321	268	195	107	143
143	191	243	329	438	1036	1890	2755	3338	3653	3819	3819	3533	2915	2143	1559	535	350	203	111	211
229	351	467	734	1491	2600	3551	4070	4294	4355	4379	4379	4344	4187	3807	2765	1833	945	507	280	404
221	377	559	1249	2588	3764	4345	4993	4698	4480	4482	4473	4410	4337	4211	3735	2561	1437	715	357	477
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4550	4550	4516	4456	4385	4275	4192	3832	2586	1395	603	270
360	581	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4427	4483	4420	4324	3558	1934	785	381	381
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4403	4356	4318	4271	4230	4145	3266	2430	1317	583	383
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4538	4544	4544	4530	4513	4474	4464	3331	2033	672
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4626	4532	4479	4300	4230	4175	4009	3094	2161	621
395	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4916	4580	4638	4832	4665	4470	4240	4073	4022	4004	3448	2550	675
353	835	-2317	4231	4801	4562	4753	4994	4959	4715	4825	5145	4930	4503	4497	4436	4401	4318	3510	1933	627
259	538	1635	3438	4556	4504	4927	4665	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4363	4300	4300	4267	3167	1964	617
221	407	1126	2748	4348	4323	4492	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4315	4041	4001	4000	3959	3059	2074	249
157	259	529	1663	3118	-4171	4393	4650	4502	4565	4774	4511	4402	4358	4349	4299	4221	4066	3427	449	173
152	-232	355	1783	1928	3284	4104	4952	4378	4408	4467	4458	4370	4293	4272	4237	4011	3930	327	205	177
124	158	252	389	402	2007	3168	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3955	3771	3742	3712	304	167	177
108	129	186	273	375	700	1452	2316	2868	3242	3457	3554	3152	2949	2781	2366	202	1293	-462	103	-68
114	107	128	185	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	432	233	1169	889	488	171
114	107	128	185	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	432	233	1169	889	488	171

MATRIZ ESTIMADA - 21x21

1378	-611	1560	-107	1311	1172	1853	1684	2768	2900	3495	3012	2048	1892	937	1351	1113	671	1163	793	307
-1167	454	-1358	241	-1537	-893	-1090	-1093	-2372	-3152	-3034	-3485	-1585	-2176	39	-1149	-734	-3483	-368	-351	-143
2274	-892	2655	-603	2917	1745	2047	1463	3729	4934	4731	5442	2039	3655	4586	2544	1370	1117	4317	1207	-16
-1706	657	-2321	1362	-1943	-1394	-822	2900	2233	2599	3102	2926	4524	78	3325	3415	-3203	-958	-808	-136	1416
3445	-1532	4797	-1124	3365	3712	6912	4845	6097	5008	5171	5819	4336	3755	3915	6387	1340	1331	51	65	1416
-2132	1528	-3795	1169	243	4250	3039	4155	3574	3526	4092	3368	4446	1190	3535	2704	2464	4237	4243	422	2007
4246	-1896	7143	-1224	9128	1874	6448	4643	5348	5179	6831	5595	4629	5964	2770	5233	1687	3067	-1113	-347	1435
-2088	-433	-5253	775	2234	4623	3873	4635	4028	4015	4753	3404	4167	3299	3033	1947	3930	2344	3648	1090	3504
4578	798	9432	-173	7407	3226	5634	4539	4626	4517	4459	4538	4800	3784	2743	6097	4479	6766	3107	4091	700
-1094	-4394	-1729	7805	2347	5621	3938	4842	3727	4200	4644	4149	5008	2501	1657	14505	7119	1367	3336	3731	3713
4402	2545	12498	-34	7845	2658	5401	4369	5280	4844	4677	4810	5092	4656	3535	6593	4011	3670	7132	3360	-10
-754	-3643	-155	4673	3434	5074	5671	3484	4019	4010	4152	4875	3635	3560	5848	2138	3041	262	4543	4605	3175
2671	1071	4651	3439	3815	4000	4059	3789	6023	4922	4524	6984	6090	5291	3953	5229	3931	3366	4365	331	1077
-382	-1156	-976	5339	5630	4274	5223	5015	3748	4821	4874	3700	3413	4910	3633	430	4181	4445	1502	1300	
1769	6	2445	2942	4212	3176	4534	4603	4856	5711	4240	4893	3544	4802	6378	3844	4033	2174	3407	1590	718
-666	303	-1607	-136	4483	4805	4527	4132	4122	3425	4070	3394	3083	4144	3361	4641	6495	6706	4514	170	402
1482	-588	2551	-336	492	3945	4587	4681	5199	6020	6516	6775	6323	4124	4138	3982	2365	6332	1632	642	702
-424	-54	-576	87	-150	2257	4624	4094	2771	1554	1054	900	1008	5919	4233	4089	2911	3511	1637	170	-209
1262	-430	1319	465	1267	-863	533	4918	6179	8734	9412	9766	3275	3837	2230	-759	-310	1651	329	772	758
-646	219	-674	-310	-648	319	-659	-3285	-3801	-5221	-5486	-3684	-5220	-2652	-1672	623	274	823	-251	239	-316
1430	-759	1398	-1271	1733	216	1929	2728	4805	6073	7163	7270	6151	3980	2528	849	774	-153	117	619	364

Fig. 11.20 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (7) e coeficiente de espalhamento (1,7835).



MATRIZ OBSERVADA : 29429  
 F.E.P. TRUNCAMENTO : (9)  
 VARIANCIA/GAUSS : 1,7835

100	121	147	181	234	358	442	515	604	674	705	804	815	914	920	1014	1030	1114	1130	1214	1230	
100	121	147	181	234	358	442	515	604	674	705	804	815	914	920	1014	1030	1114	1130	1214	1230	
142	177	223	319	434	557	625	713	841	822	2362	2362	2294	1890	1770	832	642	567	294	265	189	118
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3658	3819	3819	3503	2915	2125	1159	565	350	224	204	204	211
229	351	467	734	1421	2400	3551	4070	4294	4355	4374	4377	4054	4187	4107	2755	1552	879	589	600	624	624
221	377	559	1249	2588	3754	4945	4493	4498	4498	4482	4473	4415	4359	4214	3735	2531	1609	1191	1197	1197	1197
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4553	4518	4456	4355	4273	4192	3854	2587	1933	1933	1933	1933
360	581	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4503	4421	4429	4483	4420	4320	4241	3559	2924	2924	2924	2924
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4468	4356	4318	4287	4270	4335	4243	3602	2870	2870	2870	2870
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4519	4528	4344	4288	4244	4233	4313	4219	3403	2928	2928	2928	2928
615	1746	3501	4537	4686	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4262	4252	4244	4244	4300	4253	4175	3409	3472	3472	3472
385	1090	2965	4822	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4636	4332	4265	4246	4246	4296	4243	4173	3403	3403	3403	3403
353	835	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4825	4145	4070	4003	4071	4096	4001	3838	3453	3453	3453	3453
259	518	1685	3638	4536	4504	4527	4665	4772	4695	4707	4411	4345	4332	4361	4361	4361	4361	4361	4361	4361	4361
221	407	1126	2768	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4275	4264	4215	4215	4215	4215	4215	4215	4215	4215	4215
157	259	529	1865	3318	4171	4391	4450	4502	4565	4574	4311	4302	4258	4244	4244	4244	4244	4244	4244	4244	4244
152	232	355	783	1128	1284	4101	4352	4371	4408	4466	4358	4370	4293	4272	4272	4272	4272	4272	4272	4272	4272
124	158	252	389	902	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4275	4221	4090	4049	4049	4049	4049	4049	4049	4049	4049
104	129	188	275	375	700	1452	2316	2868	3248	3454	3454	3152	2547	2701	2701	2701	2701	2701	2701	2701	2701
114	107	128	186	249	326	474	730	1110	1469	1700	1700	1451	1064	1064	1064	1064	1064	1064	1064	1064	1064
114	107	128	186	249	326	474	730	1110	1469	1700	1700	1451	1064	1064	1064	1064	1064	1064	1064	1064	1064

MATRIZ ESTIMADA - 21821

1378	-611	1569	-126	1510	1173	1852	1685	2747	2900	3395	3012	2048	1892	958	1452	1110	670	1115	-379	309
-1167	454	-1337	243	-1536	-884	-1049	-1094	-2371	-3152	-3354	-3485	-1584	-2176	35	-1483	-734	-347	-160	37	-123
2273	-892	2653	-632	2913	1747	2045	1464	3228	4934	4711	5432	2039	3034	-485	2543	1379	770	770	820	713
-1704	657	-2318	1363	-1941	-1395	-821	2900	2234	2600	3105	2828	4524	74	3524	-3414	-3514	-456	1032	-138	1612
3443	-1532	4793	-1421	4361	3744	6910	4846	6095	5607	5170	5818	4335	1954	3916	6387	1324	1324	1324	1324	1324
-2740	1528	-3791	1167	-246	4249	1041	4154	3576	3568	4094	3471	4446	1793	3553	4707	2036	4754	1420	742	2051
4944	-1896	7144	-1221	9184	3877	6444	4645	5345	5179	4799	5593	2962	2791	2083	686	5067	-1412	840	-1733	
-2046	-433	-5250	1703	2208	4622	3376	4634	4031	4016	4754	3406	5107	3103	6151	1484	3919	2347	3246	1009	3302
4574	799	9427	-1461	7403	3230	5629	4541	5422	4517	4459	4637	4806	5781	2432	6074	4991	6938	3161	-4090	979
-1042	-4395	-1725	7804	2091	5619	3961	4840	3729	4201	4443	4152	5006	2506	7855	4514	7191	1394	3505	3791	3792
4400	2547	12493	-89	7839	2683	5395	4373	5276	4834	4675	4808	5012	4655	3566	6089	4012	3009	7885	-2309	762
-752	-3644	-151	8674	3439	5072	5674	4687	4022	4041	4733	4677	4583	3565	5916	2049	4016	-264	7510	4020	1172
2668	1071	4647	3492	5312	4002	4056	5790	6018	4921	4524	6752	4008	6210	3983	5428	3324	3587	4332	-4330	1070
-380	-1156	-973	5537	5602	4201	5230	3550	5017	3751	4023	4891	3701	3413	4913	4634	4637	4389	743	1361	1359
1767	6	2441	2441	4209	3177	4533	4603	4583	3703	4236	4889	5261	4799	4179	4077	4631	2772	-2326	-1288	716
-445	303	-1604	-114	4885	4802	4528	4733	4124	3488	4074	3398	4306	3246	3336	4041	4474	6706	4513	109	404
4480	-589	2548	-115	4490	3946	4586	4687	5197	6048	6315	6776	6321	4123	4131	5781	4386	4320	-1455	-611	902
7475	-53	-575	43	-149	2257	4625	4095	2779	1553	1070	7901	1010	3421	4254	4048	4791	3731	1120	1170	210
1262	-450	1318	467	1266	-862	572	4918	6178	8783	9411	9766	8874	3839	6279	7934	3317	1400	325	-374	733
-645	218	-613	-310	8648	319	-659	-3298	-3801	-5221	-3446	-5220	-3552	-3672	-424	-424	-424	-424	-424	-424	-424
1530	-759	1398	-124	1732	216	3928	2729	4804	6074	7143	7271	6150	3960	2027	349	719	-154	718	-419	464

Fig. 11.21 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (9) e coeficiente de espalhamento (1,7835).

MATRIZ OBSERVADA 1° 31X31  
 F.E.P TRUNCAMENTO 11 (11)

VARIANCIA/GAUSS: = 1,7835

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	219	237	158	92	37
100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	219	237	158	92	37
142	177	223	319	434	557	675	783	841	2222	2382	2474	1887	1370	832	472	321	284	248	187	114
143	191	273	429	618	1086	1890	2755	3338	3678	3817	3214	3503	2915	2123	1157	533	330	374	261	241
224	351	467	734	1461	2600	3551	4070	4294	4355	4377	4397	4344	4181	3707	2745	1403	574	347	260	202
221	377	559	1249	2568	3764	4345	4493	4493	4480	4482	4473	4415	4337	4211	3735	2505	1257	534	347	277
397	550	1107	2427	3851	4475	4648	4646	4561	4556	4551	4518	4456	4385	4275	4172	3651	2587	1253	603	470
380	581	1524	3243	4288	4525	4632	4684	4592	4535	4530	4421	4427	4483	4420	4320	4254	3537	1734	780	361
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4661	4587	4496	4463	4366	4318	4387	4333	4235	4145	4022	2520	1113	306
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4517	4328	4244	4284	4230	4113	4014	4053	3350	2005	672
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4743	4647	4551	4565	4326	4252	4474	4620	4350	4275	4467	3972	2161	627
385	1090	2965	4672	4844	4727	4917	5034	4816	4590	4638	4352	4665	4476	4503	4673	4555	4401	4113	2330	774
353	835	2317	4231	4831	4662	4753	4943	4959	4715	4826	4545	4930	4603	4477	4476	4431	4316	3515	1723	572
259	538	1685	3638	4556	4504	4527	4665	4772	4675	4757	4911	4703	4532	4560	4430	4361	4167	3152	1404	417
221	407	1126	2768	4048	4328	4402	4476	4575	4577	4540	4527	4464	4315	4041	4001	4033	3367	1574	624	247
157	259	529	1655	3319	4171	4393	4450	4502	4565	4574	4511	4402	4358	4347	4297	4227	4086	1427	447	176
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4467	4458	4370	4293	4222	4157	4011	1435	522	236	147
124	158	252	387	702	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2771	1742	712	304	167	107
108	129	188	275	375	700	1452	2316	2868	3298	3491	3554	3152	2344	1781	1066	582	273	102	113	88
114	107	128	185	267	326	474	730	1110	1467	1730	1705	1451	1064	685	412	253	167	117	88	71
114	107	128	185	267	326	474	730	1110	1467	1730	1705	1451	1064	685	412	253	167	117	88	71

MATRIZ ESTIMADA - 21X21

1378	-611	1560	-136	-1510	1173	1852	1685	2767	2900	3395	3012	2048	1892	748	1052	1110	570	1413	-277	207
-1167	454	-1337	243	-1536	-884	-1089	-1094	-2371	-3152	-3094	-3485	-1584	-2176	36	-1183	-794	-347	-385	-31	-145
2273	-892	2653	-852	2915	1747	2045	1463	3728	4434	4351	5442	2037	3636	-465	2545	1517	776	102	126	-18
-1704	657	-2318	1363	-1941	-1395	-821	2900	2234	2600	3103	2828	4524	74	3324	-3414	-321	-756	1042	-738	1642
3443	-1532	4793	-1121	5581	3714	6910	4246	8095	5607	5170	5818	4535	1954	3928	6367	1011	1527	33	84	-117
-2730	1528	-3791	1167	246	4249	3041	4154	3576	3528	4074	3571	4446	1793	5353	4767	2356	-2754	4623	-423	2034
4444	-1396	7144	-1221	9164	3877	6444	4645	5345	5177	4777	5573	4628	3962	2911	5286	6078	3007	-1512	-690	-1097
-2086	-433	-5250	7703	2208	4622	3876	4634	6031	4016	6754	3406	4167	3303	6151	1954	3797	2347	2256	1027	3302
4576	799	9427	-156	7403	5230	2629	4541	4422	4517	4457	4637	4806	5781	2732	6074	4521	6730	3141	-4077	-977
-1092	-4395	-1725	7803	2051	5617	3941	4340	3724	4201	4843	4352	5077	2506	1825	4014	1111	1371	3303	3751	3772
4400	2547	12493	-87	7339	2663	5395	4375	5276	4844	4675	4808	5011	4655	3555	6557	4022	3667	7346	-5554	-67
-752	-3644	-151	8671	3437	5072	5674	5447	4022	4011	4153	4677	3683	3565	5815	2144	8010	266	7010	4626	3172
2668	1071	4647	3472	5612	4012	4057	5790	6018	4921	4522	6752	6362	5210	3953	5228	3932	3557	6750	-4550	1076
-380	-1156	-973	5537	3602	4203	5230	3500	5077	3751	4423	4831	3701	3413	4713	3634	4747	4567	4033	1361	1357
1767	6	2441	2944	4209	3177	4533	4603	4683	5708	4256	4884	5251	4777	6174	4777	4651	2772	-3478	-1548	418
-665	303	-1604	-138	6885	4802	4528	4153	4124	3474	4074	3398	3005	4146	3355	4663	6474	6708	4483	107	401
1480	-589	2548	-335	490	3946	4586	4687	5197	6018	6513	6776	6321	4123	4107	5921	2335	-4336	-1235	-611	702
-425	-53	-575	81	-149	2257	4625	4095	2719	1553	1070	701	1018	5421	4256	4946	2911	3511	4235	175	-240
1262	-430	1318	457	1266	-862	4918	6178	4783	4911	5766	8874	3837	2214	-973	-317	-1850	525	-474	354	
-645	213	-673	-313	-648	314	-659	-3298	-3901	-5221	-5485	-5684	-5220	-6552	-1672	-228	-88	822	-151	648	-516
1430	-754	1598	-127	1432	216	1928	2724	4404	6074	4143	7271	6150	3960	2527	447	718	-154	118	-417	604

Fig. 11.22 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento(11) e coeficiente de espalhamento (1,7835).

O outro método proposto resume-se em não adotar a repetição de linhas e colunas, pois este processo não reflete a realidade da convolução nas regiões de céu. O critério adotado considera uma outra imagem que se sobrepõe à imagem real a ser restaurada. Esta imagem é caracterizada por uma "moldura" que substitui os "pixels" contidos na região de céu. Tal "moldura" é o resultado de uma convolução de uma imagem padrão, com a função de espalhamento. Simulando as informações ideais a serem observadas, os "pixels" da imagem padrão compõem-se de valores iguais à 50 na região do céu e 5000 na região do disco solar, o que seria uma situação ideal de observação. Examinando o resultado da restauração, nota-se uma sensível melhora em relação aos testes já realizados (ver Figura 11.23).

Um outro processo possível seria a repetição da primeira e da última linha e coluna, com valores iguais a zero, mas com isto também não se obteria significativa melhora dos resultados.

Como uma imagem real é de dimensão original 19 x 21 pontos, inicialmente faz-se uma aproximação para a dimensão 21 x 21 pontos, repetindo a primeira e a última linhas. Outra possibilidade a ser explorada no futuro é fazer a expansão de 19 x 21 para 27 x 27 pontos diretamente pelo borramento da imagem real.

MATRIZ OBSERVADA : 29x29  
 F.E.P TRUNCAMENTO : ( 9 )  
 VARIANCIA/GAUSS : 1,7835

100	121	147	181	224	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	237	190	140	90	57
100	121	167	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	237	190	140	90	57
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	1327	2097	249	107	113	113
143	191	293	429	613	1036	1870	2755	3338	3058	3817	3819	3503	2915	2123	1159	3536	3500	274	107	200	211
229	351	467	734	1481	2600	3551	4070	4294	4355	4374	4397	4344	4127	3707	2745	1450	359	107	200	211	211
221	377	559	1249	2588	3764	4345	4493	4498	4480	4482	4473	4415	4339	4211	3785	2581	1239	534	107	200	211
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4551	4518	4456	4385	4273	4192	3832	2587	1053	100	200	211
360	581	1524	3243	4285	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4329	4283	4223	4152	4020	3559	1956	100	200	211
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4518	4587	4730	4333	4743	4262	2870	1113	100	211
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4558	4544	4584	5037	5513	4974	4483	3536	200	100	211
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4626	4532	4479	4800	5080	4773	4489	3596	2101	100	211
345	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4638	4832	4665	4496	4540	4673	4553	4401	4148	200	100	211
353	835	2317	4231	4801	4662	4753	4793	4959	4715	4825	5145	4930	4603	4477	4496	4401	4316	3638	1900	100	211
259	538	1635	3638	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4563	4483	4363	4187	3532	1401	100	211
221	407	1126	2768	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4640	4727	4664	4615	4641	4601	4432	3509	1894	100	100	211
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	4611	4603	4548	4447	4399	4220	2786	1429	100	100	211
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4489	4458	4370	4293	4272	4177	3011	1435	352	230	100	211
124	158	252	389	902	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4070	3844	2971	1942	912	354	100	100	211
108	129	188	276	375	700	1452	2316	2868	3248	3439	3454	3152	2549	1781	1066	382	272	142	113	100	211
114	107	128	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	253	167	119	100	100	211
114	107	128	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	253	167	119	100	100	211

MATRIZ ESTIMADA - 21x21

124	319	121	275	377	519	406	555	938	1241	1227	1341	686	831	79	996	674	493	116	101	46
59	-193	50	132	-304	169	719	482	17	-912	-174	-1245	197	-725	2122	106	112	485	280	-391	2223
216	965	269	350	1214	1149	179	207	1500	2984	2145	3442	445	2325	-1429	1978	693	-56	265	235	-205
-81	-835	-435	575	-614	-1003	-603	3851	3912	4102	5015	4426	5592	1303	3656	-1743	-638	974	-101	1079	312
535	1874	1365	1028	1328	4173	5458	4473	4754	4671	3772	4756	3549	1752	3612	3463	1429	198	349	425	1445
-501	-1131	-1154	-524	1778	3822	4872	4363	4470	4167	4765	4178	4789	2623	3035	6144	526	-321	1489	2711	7933
726	3522	2143	2378	4461	5295	5054	4960	4496	4929	4197	5173	4355	3468	3125	4467	1916	3835	70	2872	509
315	-3531	-2381	563	3774	3831	4678	4445	4518	4254	5035	3876	4082	4064	5229	3624	1739	3718	-767	3490	-240
-431	7384	3475	4259	4219	5154	4215	5180	4761	4544	4104	4375	4802	5295	3428	5033	3892	4745	3127	-1217	1339
1758	-8124	1653	5303	3858	4547	4749	4533	4104	4329	4774	4615	4662	3492	6516	6939	3776	3593	74	11257	-1516
-1278	10053	5749	4971	-4263	4921	3847	5169	4579	4939	4302	4388	4935	4269	3912	3804	3276	2026	7378	-7757	1702
1409	-6458	-2401	6788	4825	4263	6508	5299	4387	4262	4372	3263	3301	4579	4579	4354	4504	3003	1422	11588	-2012
-444	5129	967	6214	3198	5195	3117	6104	5396	4675	3947	6507	5874	4855	3931	4923	4177	1007	4195	5037	1578
534	-2245	77	4837	4285	4953	5665	3694	5593	4411	5255	5812	4136	4294	4570	4762	3573	6570	6074	4140	-767
-42	2203	354	4376	2900	3731	3739	4455	3688	4745	2914	3604	4194	4023	3157	3748	5543	2807	3248	1874	851
60	-332	-845	-482	7620	4198	5222	44705	5475	5134	6065	5486	4658	4445	3891	5327	6297	1511	6384	1121	-204
75	781	1032	463	-817	4082	3447	3873	3096	3562	3223	3691	3750	2388	2954	3551	1777	-4225	1187	-781	394
284	-284	49	117	916	2599	5923	5473	2674	5184	5431	3413	4843	2032	3753	4955	3573	3705	1436	176	-22
-84	412	12	791	395	-1146	-1238	3181	2307	4022	3579	3847	4014	436	191	-1855	-1350	-1854	1752	24	139
282	47	97	-191	848	875	1225	-1237	-468	146	1037	969	177	1160	613	3395	127	1132	407	143	61
102	211	68	321	413	59	347	1284	1531	2095	2230	2305	2053	1177	712	116	17	586	7	130	76

Fig. 11.23 - Restauração da imagem real, utilizando a função gaussiana de truncamento (9) coe ficiente de espalhamento (1,7835) e e11 minando a região do céu.

## CAPÍTULO 12

### TÉCNICAS DE REGULARIZAÇÃO

O problema de deconvolução é numericamente instável e possível de produzir informações sem relação com as imagens reais. Devido ao mau condicionamento, que representa grandes oscilações dos "pixels" estimados, chega-se a soluções com grande variância. As técnicas de suavização ou regularização (Phillips, 1962) têm sido utilizadas para superar o problema do mau condicionamento associado à restauração de imagens. Tais técnicas procuram evitar as grandes oscilações na restauração, minimizando uma expressão do tipo  $(\tilde{f}^T C^T C \tilde{f})$  ou seja:

$$\text{minimizar } || C \tilde{f} ||^2 \quad (12.1)$$

sujeita a uma restrição de igualdade na norma do vetor residual, dada por:

$$|| g - H\tilde{f} || = n^2 \quad (12.2)$$

A adição de uma restrição de igualdade ao problema da minimização pode ser feita usando o método do Multiplicador de Lagrange (Elsgolc, 1962). O procedimento consiste em expressar a restrição na forma  $\alpha ( || g - H\tilde{f} ||^2 - || n ||^2 )$  e, posteriormente, somar tal expressão à função  $|| C \tilde{f} ||^2$ . Em outras palavras, o que se quer é procurar uma  $\tilde{f}$  que minimiza a função critério:

$$J(\tilde{f}) = || C\tilde{f} ||^2 + \alpha ( || g - H\tilde{f} ||^2 - || n ||^2 ), \quad (12.3)$$

onde  $\alpha$  é uma constante que expressa o Multiplicador de Lagrange. Assim, a minimização é feita de maneira usual.

Diferenciando a Equação 12.3 em relação a  $\tilde{f}$  e igualando-a a zero, isto resulta em:

$$\frac{\delta J(\tilde{f})}{\delta \tilde{f}} = 0 = 2C^T C \tilde{f} - 2\alpha H^T (g - H\tilde{f}) \quad (12.4)$$

isto é:

$$\tilde{f} = (H^T H + \gamma C^T C)^{-1} H g^T, \text{ onde } \gamma = \frac{1}{\alpha} \quad (12.5)$$

Uma possível escolha de C poderia refletir a minimização da Expressão 12.1 nas diferenças finitas de 2ª ordem da imagem restaurada e, neste caso, C é dado por (Andrews and Hunt, 1977):

$$C = C1 \otimes C1, \quad (12.6)$$

onde:

$$C1 = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & & & & & & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & & & & & & & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & & & & & & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & . & & & & & & 0 \\ 0 & & & 1 & . & . & & & & & 0 \\ 0 & & & & . & . & . & & & & 0 \\ 0 & & & & & . & . & . & & & 1 \\ 0 & & & & & & . & . & . & & -2 \\ 0 & & & & & & & & & & 1 \end{vmatrix}$$

e  $\otimes$  denota o produto de Kronecker.

O valor de n deve refletir um conhecimento, a priori, do nível de ruído da imagem degradada. O processo iterativo é completado quando a norma do vetor residual for igual ao valor estimado de n.

Na formulação geral dada pela Expressão 12.5, deve-se ajustar  $\gamma$  para satisfazer a restrição  $\|g - Hf\| = \|n\|$ . Um processo iterativo para estimar este parâmetro é apresentado a seguir:

- Seja  $1/\alpha = \gamma$ ,

- Define-se um vetor residual como:

$$r = g - H\hat{f}. \quad (12.7)$$

- Substitui-se a Expressão 12.5 em  $\hat{f}$ :

$$r = g - H(H^T H + \gamma C^T C)^{-1} H^T g. \quad (12.8)$$

Esta expressão indica que  $r$  é uma função monotonicamente crescente de  $\gamma$ . O que se deseja é ajustar  $\gamma$ , tal que:

$$\| r \|^2 = \| n \|^2, \quad (12.9)$$

assim, se a igualdade é verificada, a restrição  $\| g - Hf \|^2 = \| n \|^2$  é satisfeita.

O procedimento é: (1) especificar um valor inicial a  $\gamma$ , (2) calcular  $\hat{f}$  e  $\| r \|^2$  e (3) parar se Expressão 12.9 for satisfeita; caso contrário, retornar ao passo (2), aumentar  $\gamma$  se  $\| r \|^2 < \| n \|^2$ , diminuí-lo de  $\| r \|^2 > \| n \|^2$ .

Na implementação acima é necessário o conhecimento de  $\| n \|^2$ . A variância de  $n(x,y)$  é dada por:

$$\begin{aligned} \delta_n^2 &= E \{ [\bar{n}(x,y) - \bar{n}]^2 \}, \\ &= E \{ n^2(x,y) \} - \bar{n}^2, \end{aligned} \quad (12.10)$$

onde:

$$\bar{n} = \frac{1}{(M-1)(M-1)} \sum_x \sum_y n(x,y) \quad (12.11)$$

é o valor médio de  $n(x,y)$ . Aproximando-se o valor esperado de  $n^2(x,y)$  a uma média amostral, a Equação 12.10 torna-se:

$$\delta_n^2 = \frac{1}{(M-1)(M-1)} \sum_x \sum_y n^2(x,y) - \bar{n}^2, \quad (12.12)$$

onde o termo somatório simplesmente indica o quadrado e a adição de todos os valores no array  $n(x,y)$ ; isto é reconhecido como o produto  $n^T n$  que, pela definição, é igual a  $\|n\|^2$ , assim a Equação 12.10 é reduzida a:

$$\delta_n^2 = \frac{\|n\|^2}{(M-1)(M-1)} - \bar{n}^2, \quad (12.13)$$

ou

$$\|n\|^2 = (M-1)(M-1) [\delta_n^2 + \bar{n}^2]. \quad (12.14)$$

## 12.1 - ANÁLISE DAS TÉCNICAS DE REGULARIZAÇÃO EM RADIOIMAGENS SIMULADAS DE 7x7 PONTOS

Nesta seção são apresentados os resultados da aplicação das técnicas de regularização, procurando mostrar o efeito do mau condicionamento na restauração de imagens e a forma de evitar as soluções oscilatórias observadas em capítulos anteriores. Utiliza-se a Expressão 12.5 ajustando o  $\gamma$ , de forma a obter a restrição de igualdade na norma do vetor residual.

A imagem usada para os testes é uma imagem padrão de dimensão 7 x 7 (Figura 12.1), cujos pontos são:



50	50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50	50
50	50	5000	5000	5000	50	50
50	50	5000	5000	5000	50	50
50	50	5000	5000	5000	50	50
50	50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50	50

onde os valores numéricos representam temperaturas. Esta imagem é degradada através da convolução com a função gaussiana de truncamento  $L=3$ , o que resulta numa imagem degradada de dimensão  $9 \times 9$  (Figura 12.2).

#### CASO - 1 Figura 12.3

Obtêm-se o resultado da restauração da imagem degradada com coeficiente de espalhamento de 0,8. Mostra-se o caso que envolve um coeficiente de espalhamento de valor relativamente pequeno, onde o efeito do mau condicionamento não é significativo, isto é caracterizado pelo baixo número de condição 7,2. O valor do suavizador é nulo, o que evidencia o caso dos mínimos quadrados, e o resultado esperado é o melhor possível.

#### CASO - 2 Figuras 12.4 e 12.5

Neste caso procura-se usar um coeficiente de espalhamento maior; como no caso 1, o coeficiente usado também é nulo, e como resultado tem-se uma solução com pequenas oscilações, o que mostra efeito do mau condicionamento devido ao aumento do coeficiente de espalhamento, cujo valor é igual a 20,0. Neste caso o número de condição sofre uma elevação, e seu valor é igual a 49,2.

CASO - 3 Figuras 12.6 e 12.7

Neste caso utiliza-se o coeficiente de espalhamento, igual a 1,7835, que é o caso das imagens radioastronômicas. Aqui a imagem restaurada apresenta-se com oscilações significativas devido ao problema do mau condicionamento.

OBS. Nos três casos examinados (1, 2, 3), a variância do ruído é nula, e o valor do suavizador também é nulo, sendo mostrado apenas o efeito do mau condicionamento devido ao erro de arredondamento.

CASO - 4 Figuras 12.8 e 12.9

Neste caso e nos que se seguem, faz-se a adição de ruídos, com variância igual a 25,0 e coeficiente de espalhamento de 1,7835. O que se pretende é ajustar o coeficiente de suavização, com a finalidade de eliminar as oscilações, devido ao problema do mau condicionamento, de forma obter a igualdade da norma do ruído com o vetor residual. Neste caso, a solução ainda se apresenta com oscilações, o suavizador escolhido é nulo, e o modelo de restauração se caracteriza pelo método dos mínimos quadrados.

CASO - 5 Figuras 12.10 e 12.11

Neste caso o suavizador usado foi de  $3,0E-06$ , a restrição de igualdade não foi satisfeita e a solução apresenta-se ainda com oscilações.

CASO - 6 Figuras 12.12 e 12.13

Neste caso o suavizador foi de  $1,2E-05$ , os valores da norma do ruído e do vetor residual estão bem próximos, e a solução se apresenta menos oscilatória.

CASO - 7 Figuras 12.14 e 12.15

Neste caso o suavizador é de  $E-03$ , a restrição de igualdade está mais distante de ser satisfeita, e a solução se torna menos oscilatória, embora se afaste da solução esperada, tornando-se suavizada.

CASO - 8 Figuras 12.16 e 12.17

Neste caso o suavizador é de  $5E-01$ , e a solução obtida sem oscilações se apresenta de maneira suavizada em relação aos resultados anteriores.

CASO - 9 Figuras 12.18 e 12.19

Neste caso o suavizador é igual a  $E+05$ , de valor relativamente grande, e as oscilações não se apresentam como nos dois últimos casos, mas o resultado é obtido com grande suavização tendendo à solução nula, cujo vetor residual se torna muito grande, distanciando-se muito da norma do ruído.

CASO - 10 Figuras 12.20

Este é o caso onde a solução esperada se torna nula, ou seja, a máxima suavização é atingida, e o suavizador usado é igual a  $2E+6$ .

OBS. Nos casos restantes, aumentando ainda mais o valor do suavizador, obtêm-se sempre a solução "nula".

Nesta análise, observam-se o problema do mau condicionamento e as soluções oscilatórias devidas à adição de ruídos e aos erros de arredondamento do computador. O objetivo das técnicas de regularização é a escolha de um suavizador ideal, de forma a obter uma solução suavizada mediante a restrição de igualdade. O que se observou foi que com o aumento gradual do suavizador em determinado ponto, obtêm-se uma solução próxima da esperada; prosseguindo gradualmente com o aumento, observa-se o fim das oscilações e uma tendência ao valor nulo para a solução que re

presenta a máxima suavização. No uso deste método deve-se ter a preocupação de ajustar esse suavizador, de forma a obter o caso ótimo para restrição de igualdade.

As Figuras de 12.1 a 12.20, discutidas nesta seção, são apresentadas a seguir.

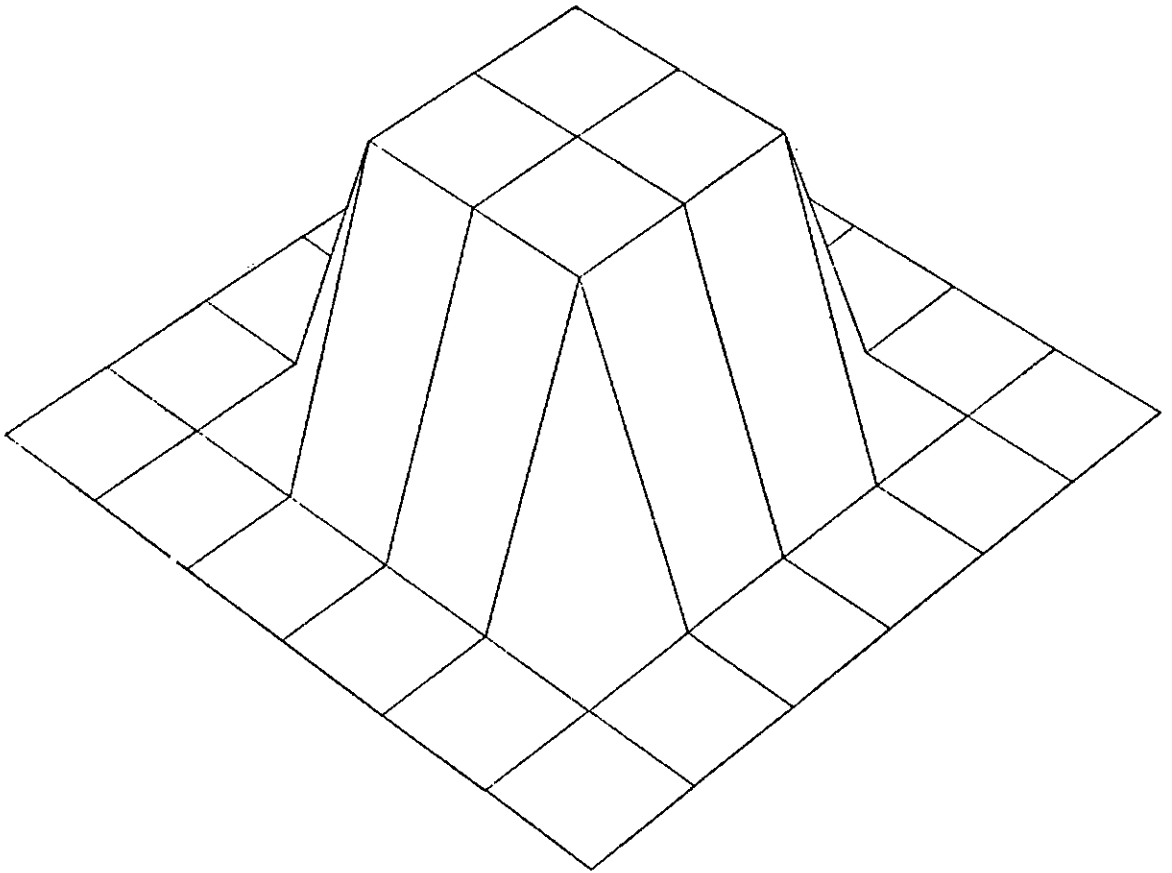


Fig. 12.1 - Visualização tridimensional da imagem simulada não-degradada de 7 x 7 pontos.

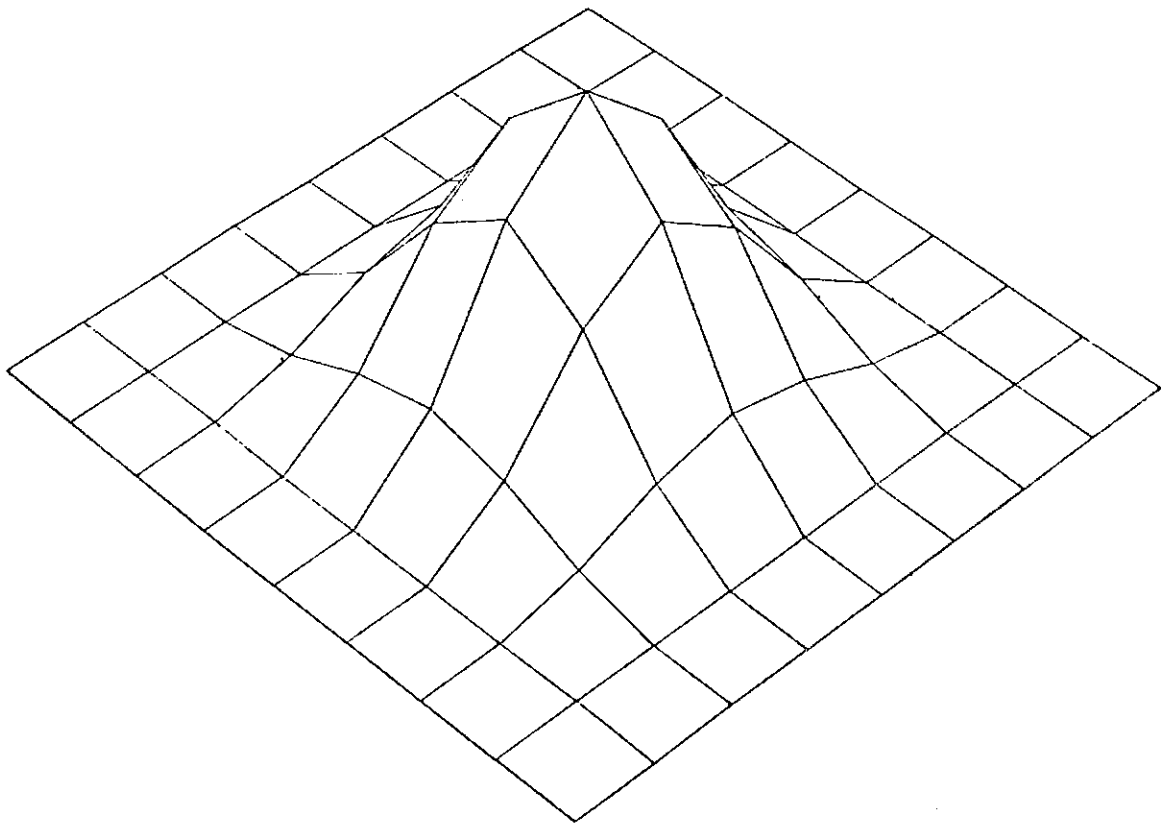


Fig. 12.2 - Visualização tridimensional da imagem simulada degradada de 9 x 9 pontos.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 9 X 9 - VAR/RUIDO: 0.0

0	2	2	2	2	2	2	2	0
2	46	48	48	48	48	48	46	2
2	48	58	242	250	242	58	48	2
2	48	242	4608	4800	4608	242	48	2
2	48	250	4800	5000	4800	250	48	2
2	48	242	4608	4800	4608	242	48	2
2	48	58	242	250	242	58	48	2
2	46	48	48	48	48	46	46	2
0	2	2	2	2	2	2	2	0

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 0.8000  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.001930 0.043937 0.001930  
 0.043937 1.000000 0.043937  
 0.001930 0.043937 0.001930

NUMERO DE CONDICAO: 7.2

VETOR RESIDUAL: 0.00  
 NORMA RUIDO : 0.67  
 GAMA : 0.00

IMAGEM RESTAURADA 7 X 7

50	50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50	50
50	50	5000	5000	5000	50	50
50	50	5000	5000	5000	50	50
50	50	5000	5000	5000	50	50
50	50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50	50

Fig. 12.3 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (0,8) e suavizador (0,0).

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA      9 X 9 - VAR/RUIDO: 0.0

6	11	17	17	17	17	17	11	6
11	22	33	33	33	33	33	22	11
17	33	598	1149	1697	1149	598	33	17
17	33	1149	2254	3353	2254	1149	33	17
17	33	1697	3353	5000	3353	1697	33	17
17	33	1149	2254	3353	2254	1149	33	17
17	33	598	1149	1697	1149	598	33	17
11	22	33	33	33	33	33	22	11
6	11	17	17	17	17	17	11	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 20.0000  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.990050	0.995012	0.990050
0.995012	1.000000	0.995012
0.990050	0.995012	0.990050

NUMERO DE CONDICAO:      49.2

VETOR RESIDUAL:      0.00  
 NCFMA RUIDO      :      3.40  
 GAMA                :      0.00

IMAGEM RESTAURADA      7 X 7

52	48	51	52	51	48	52
48	50	49	48	49	50	48
51	49	4999	5002	4999	49	51
52	48	5002	5005	5002	48	52
51	49	4999	5002	4999	49	51
48	50	49	48	49	50	48
52	48	51	52	51	48	52

Fig. 12.4 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (20,0) e suavizador (0,0).



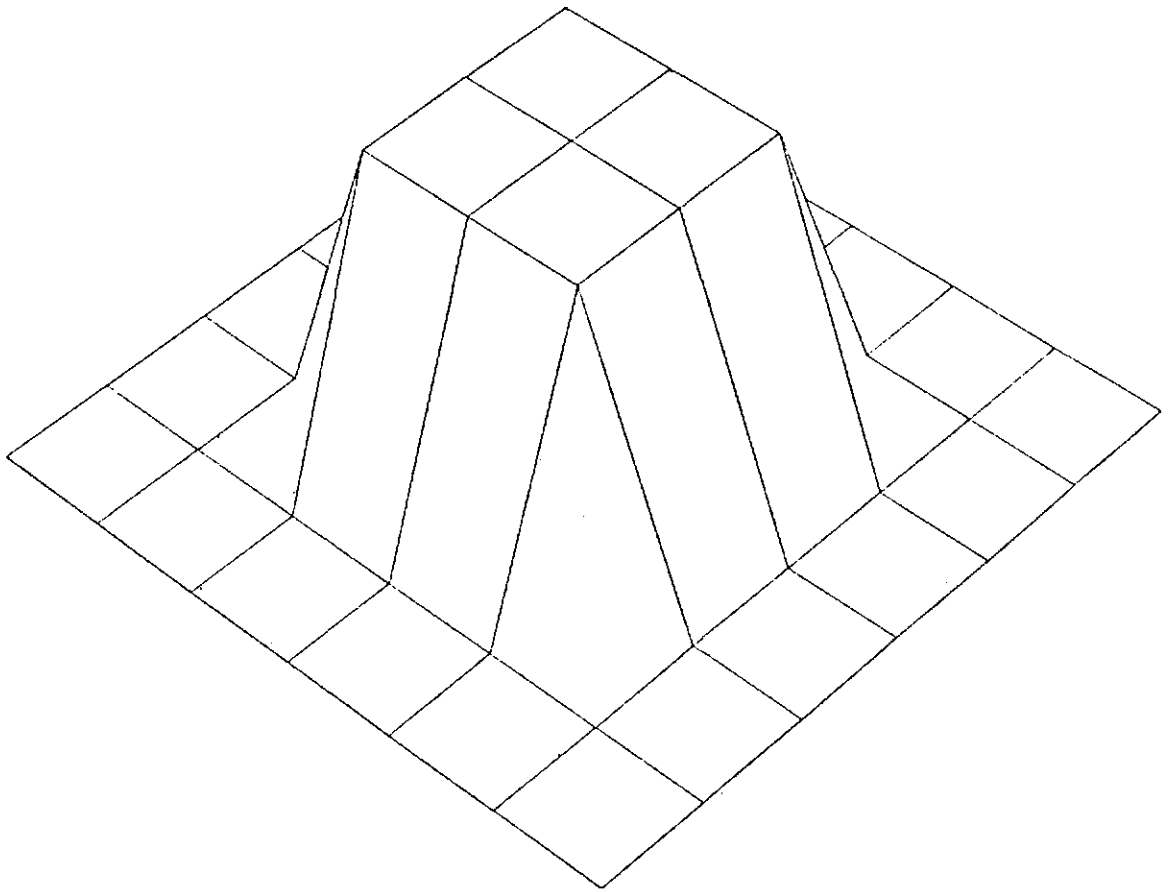


Fig. 12.5 - Visualização da Figura 12.4.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA      9 X 9 - VAR/RUIDO: 0.0

3	10	13	13	13	13	13	10	3
10	28	37	37	37	37	37	28	10
13	37	380	998	1327	998	380	37	13
13	37	998	2775	3723	2775	998	37	13
13	37	1327	3723	5000	3723	1327	37	13
13	37	998	2775	3723	2775	998	37	13
13	37	380	998	1327	998	380	37	13
10	28	37	37	37	37	37	28	10
3	10	13	13	13	13	13	10	3

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.284359 0.533254 0.284359  
 0.533254 1.000000 0.533254  
 0.284359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICAO:      383.7

VETOR RESIDUAL:      0.00  
 NORMA RUIDO      :      1.05  
 GAMA                :      0.00

IMAGEM RESTAURADA      7 X 7

45	65	30	73	30	65	45
65	17	93	1	93	17	65
30	93	4952	5055	4952	93	30
73	1	5055	4939	5055	1	73
30	93	4952	5055	4952	93	30
65	17	93	1	93	17	65
45	65	30	73	30	65	45

Fig. 12.6 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (0,0).

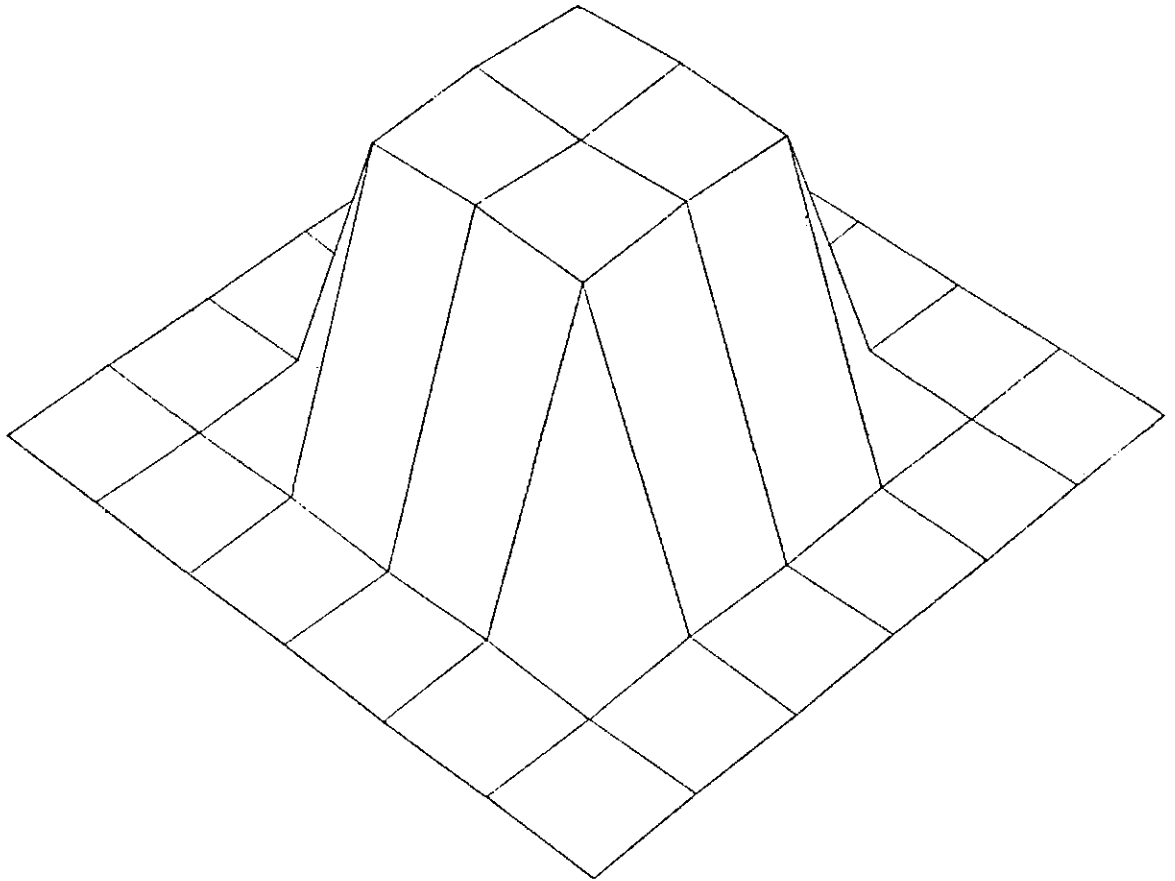


Fig. 12.7 - Visualização da Figura 12.6.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 9 X 9 = VAR/UIDO:25.0

3	0	15	17	-2	17	16	6	-3
14	33	31	39	37	41	36	23	15
17	38	383	1000	1337	996	383	48	-4
11	48	996	2780	3733	2770	998	38	12
0	40	1324	3715	5001	3721	1324	42	18
18	34	987	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	378	951	1330	993	385	34	19
1	21	47	33	33	28	34	37	4
4	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.584359 0.533254 0.284359  
 0.233254 1.000000 0.533254  
 0.584359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICOES: 383.7

VETOR RESIDUAL: 1600.00  
 NORMA RUÍDO : 1131.59  
 GAMA : 0.00

IMAGEM RESTAURADA 7 X 7

97	-122	324	-297	315	-66	51
0	294	-354	576	-354	243	45
123	-160	5253	4796	5079	113	-65
-58	364	4658	5259	4888	-15	183
147	-259	5239	4836	5079	51	-17
56	156	1	59	66	33	93
-21	132	-85	173	-78	102	35

Fig. 12.8 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,0) e ruído gaussiano de variância (25,0).

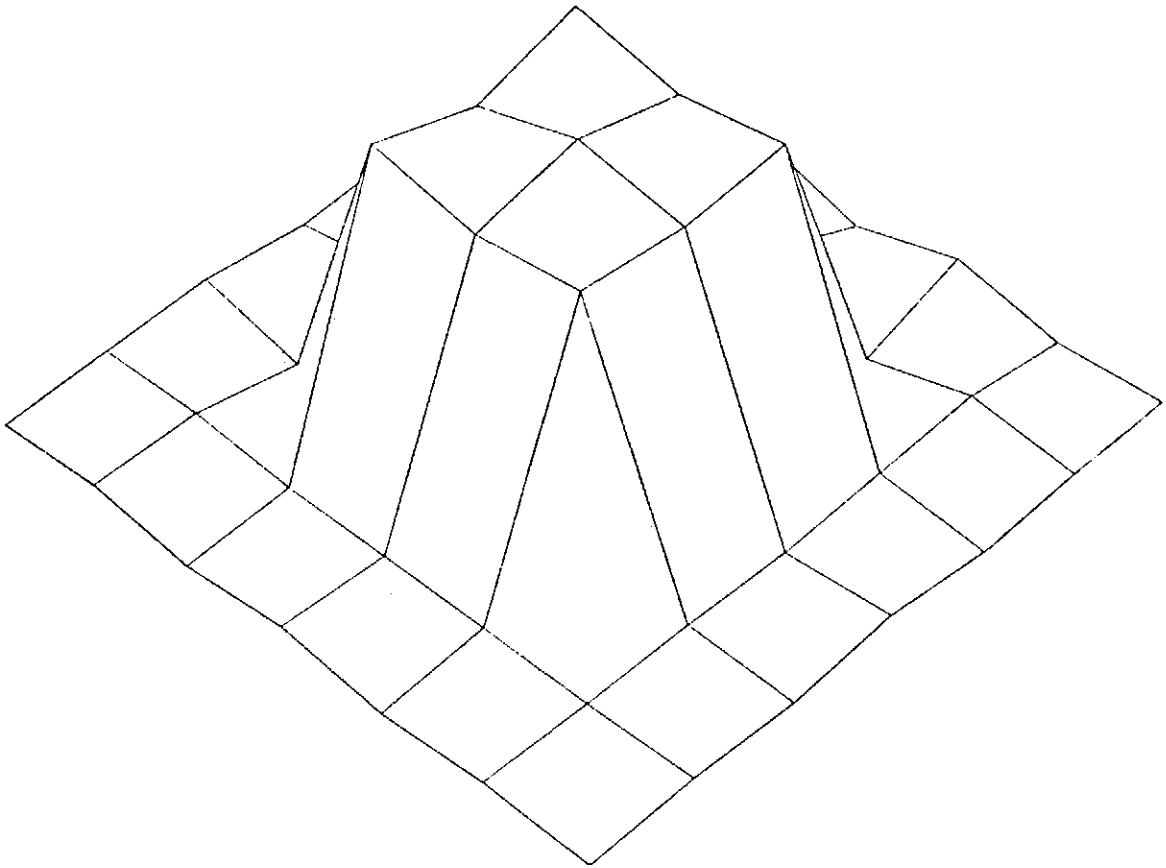


Fig. 12.9 - Visualização da Figura 12.8.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 9 X 9 = VAR/UIDO:25.0

3	0	15	17	-2	17	16	6	-3
14	33	31	39	37	41	36	23	15
17	38	383	1000	1337	996	383	48	-4
11	48	096	2780	3733	2770	998	38	12
0	40	1324	2715	5001	3721	1324	42	18
18	34	987	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	378	991	1330	993	385	34	19
1	21	47	33	30	28	34	37	4
4	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.484350 0.533254 0.284359  
 0.533254 1.000000 0.533254  
 0.284359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICAO: 383.7

VECTOR RESIDUAL: 1600.00  
 NORMA RUÍDO : 1264.90  
 GAMA : 3.00000E-06

IMAGEM RESTAURADA 7 X 7

15	74	60	-30	88	80	-1
165	-94	-154	63	58	-17	129
466	279	4713	5222	4689	349	-130
115	-30	5112	4889	5169	-175	213
0	74	4864	5132	4856	180	-40
151	-57	239	-125	207	-52	109
-50	197	-150	213	-106	118	35

Fig. 12.10 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (3E-06).

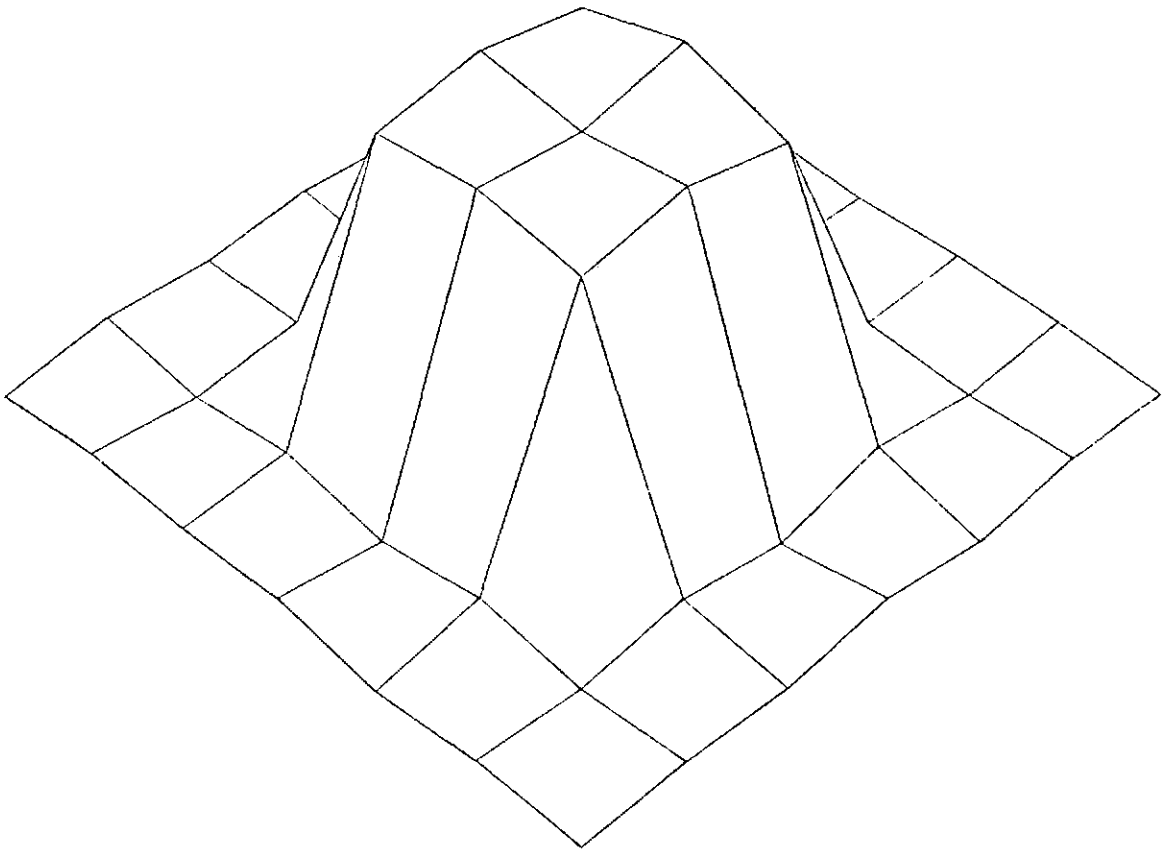


Fig. 12.11 - Visualização da Figura 12.10.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 9 X 9 - VAR/PIJDD:25.0

3	0	15	17	-2	17	16	6	-3
14	33	31	39	37	41	36	23	15
17	28	383	1000	1337	996	383	48	-4
11	48	996	2780	3733	2770	998	38	12
0	40	1324	3715	5001	3721	1324	42	18
18	24	987	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	378	991	1330	993	385	34	19
1	21	47	33	30	28	34	37	4
4	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.684350 0.533254 0.284359  
 0.733254 1.000000 0.533254  
 0.684359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICAO: 383.7

VETOR RESIDUAL: 1600.00  
 NORMA RUJDD : 1596.49  
 GAMA : 1.20000E-05

IMAGEM RESTAURADA 7 X 7

17	105	22	-3	43	116	1
166	-179	250	22	155	-96	122
-41	329	4696	5219	4689	367	-79
75	-48	5064	5044	5092	-146	138
5	158	4813	5099	4823	231	-9
153	-128	293	-129	262	-117	105
-30	177	-101	137	-65	107	51

Fig. 12.12 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (0,12E-04).



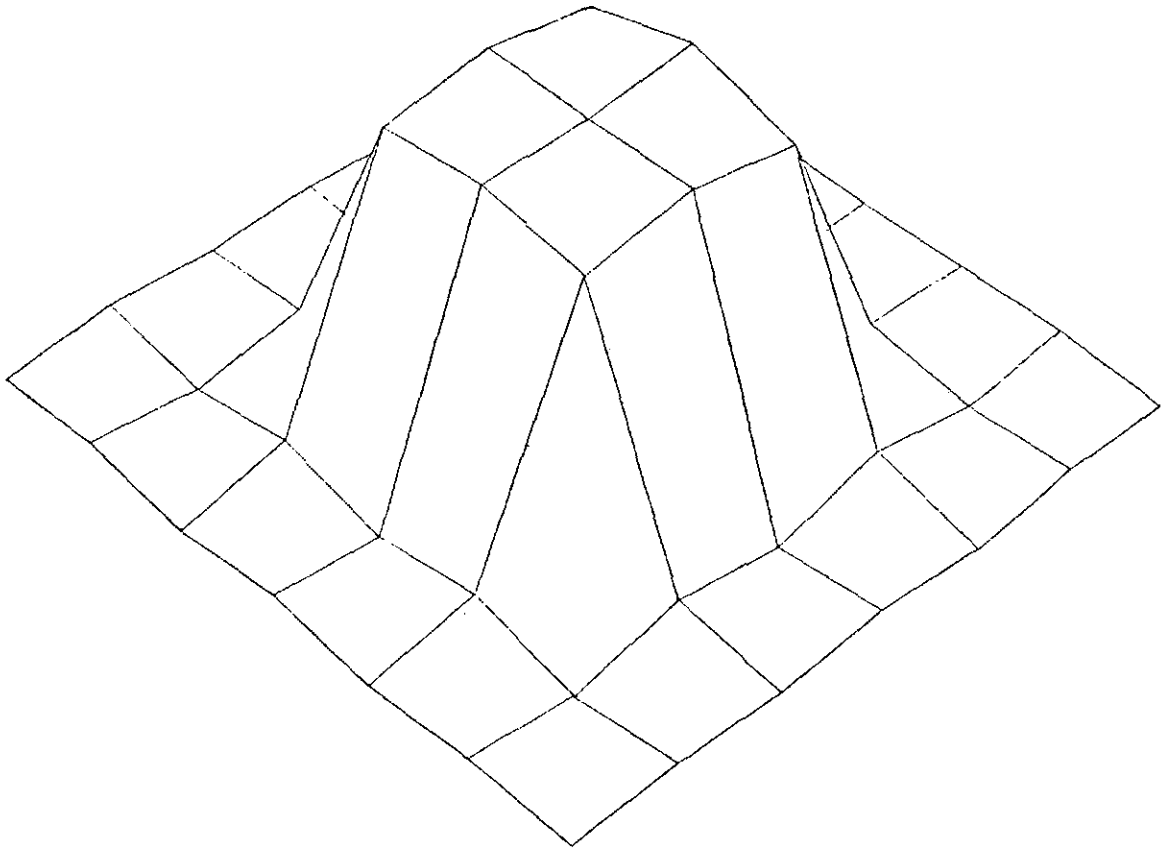


Fig. 12.13 - Visualização da Figura 12.12

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULAFIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA      9 X 9 = VAR/PUIDD\*25.0

3	0	15	17	-2	17	16	6	-3
14	33	31	39	37	41	36	23	15
17	38	383	1000	1337	996	383	48	-4
11	48	996	2750	3733	2770	998	38	12
0	40	1324	3715	5001	3721	1324	42	18
18	34	987	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	378	991	1330	993	385	34	19
1	21	47	33	30	28	34	37	4
8	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.486350 0.533254 0.284359  
 0.732254 1.000000 0.533254  
 0.614359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICAO:      383.7

VETOR RESIDUAL:      1600.00  
 NORMA RUDDO      :      15617.21  
 GAMA              :      1.00000E-03

IMAGEM RESTAURADA      7 X 7

158	20	83	-269	77	48	139
41	-364	569	222	542	-330	16
108	576	4228	4957	4199	589	93
-285	179	4884	6104	4879	182	-282
89	551	4203	4959	4229	564	95
40	-337	564	195	563	-357	36
141	32	79	-303	72	24	166

Fig. 12.14 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (1E-03).

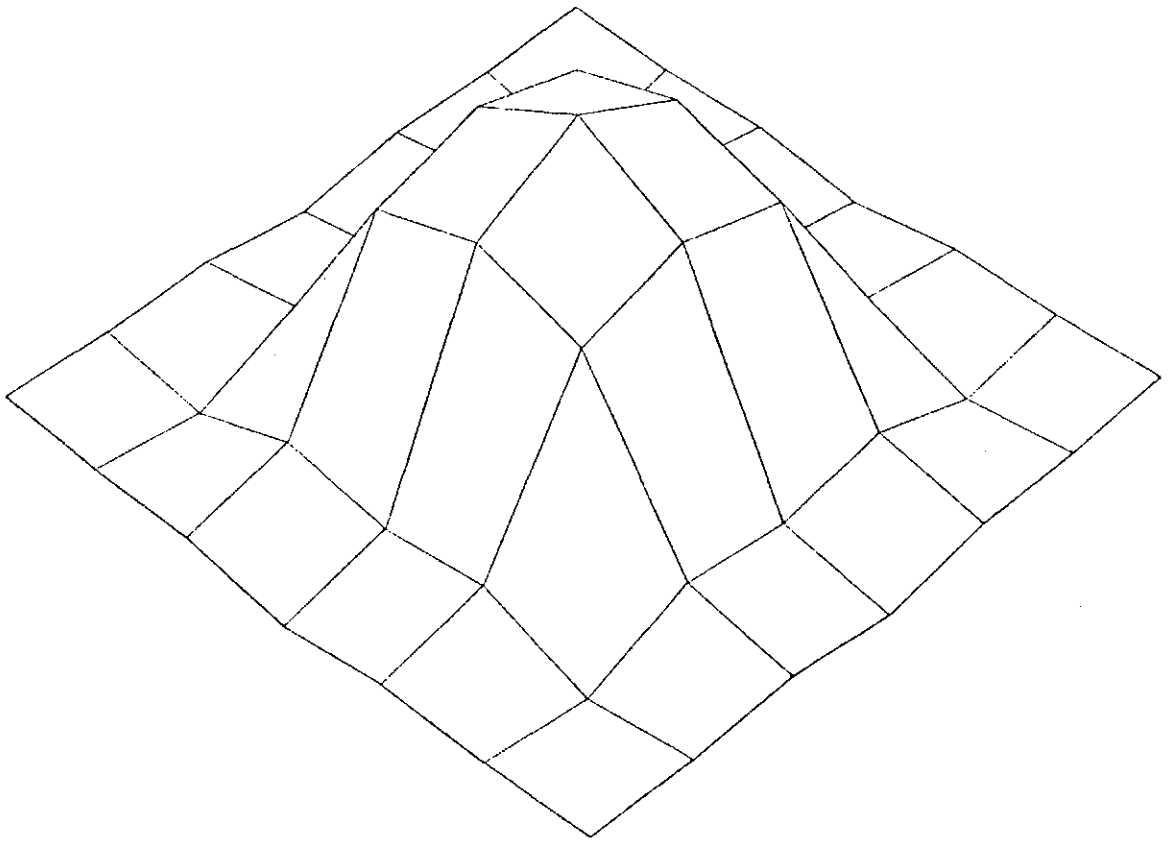


Fig. 12.15 - Visualização da Figura 12.14.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 9 X 9 = VAR/PUIDC:25.0

3	0	15	17	42	17	16	6	43
14	33	31	39	37	41	36	23	15
17	38	383	1011	1337	996	383	48	44
21	18	096	2781	3733	2770	998	38	12
9	10	1324	3715	5001	3721	1324	42	18
18	34	087	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	378	991	1330	993	385	34	19
1	21	47	33	30	28	34	37	4
4	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.444359 0.533254 0.284359  
 0.733254 1.000000 0.533254  
 0.444359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICOES : 383.7

VECTR RESIDUALS : 1600.00  
 NORMA RUJDO : 3.921149.18  
 GAMA : 5.00000E+01

IMAGEM RESTAURADA 7 X 7

124	315	488	559	488	315	124
315	791	1223	1399	1223	791	315
488	1223	1887	2155	1887	1223	488
559	1399	2154	2481	2155	1398	558
487	1222	1885	2154	1885	1222	487
314	790	1221	1397	1222	790	314
124	314	487	557	487	314	124

Fig. 12.16 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (50,0).

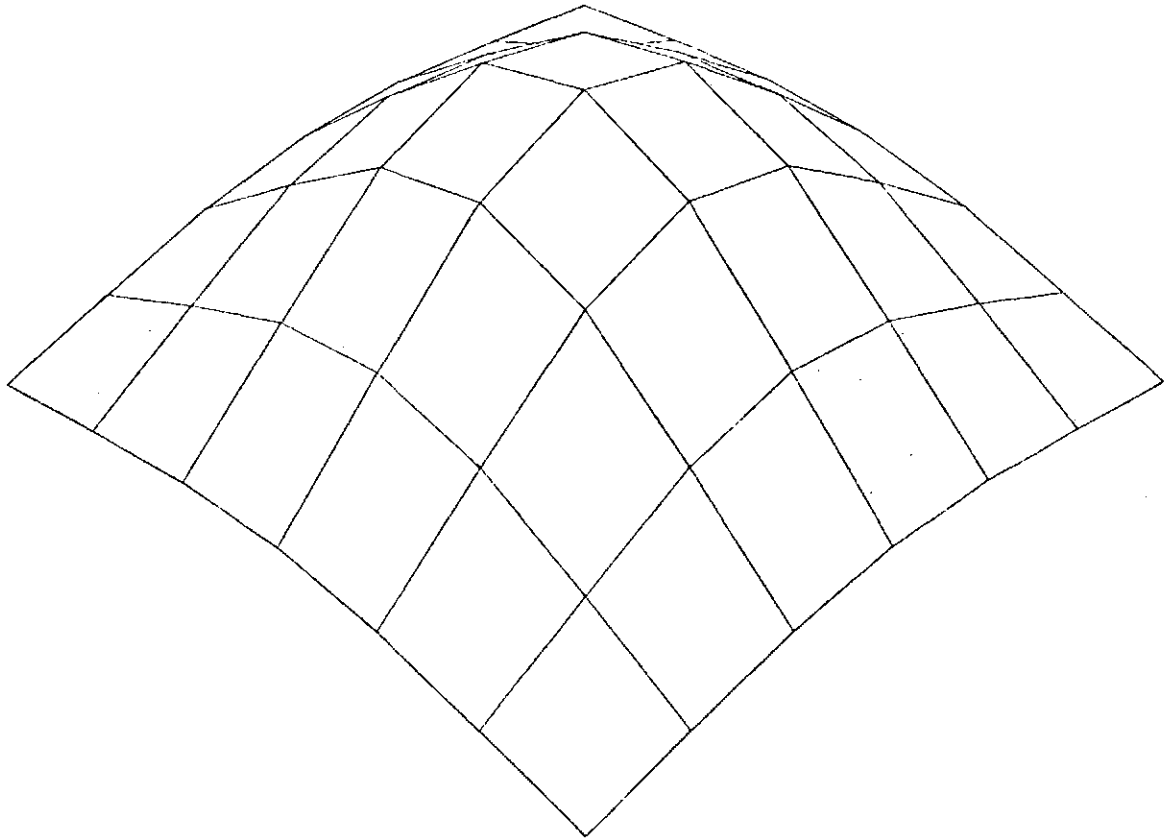


Fig. 12.17 - Visualização da Figura 12.16.

\*\* RESTAURAÇÃO DE IMAGENS / TÉCNICAS DE REGULARIZAÇÃO \*\*

IMAGEM DEGRADADA      9 X 9 = VAR/PIJDD:25.0

3	0	15	17	22	17	16	6	-2
14	33	31	29	37	41	36	23	15
17	28	383	1000	1337	996	383	48	-4
11	48	996	2750	3733	2770	998	38	12
0	40	1224	3715	5401	3721	1324	42	18
18	24	987	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	278	991	1330	993	385	34	19
1	21	47	33	30	28	34	37	4
4	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNÇÃO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.5564359 0.533254 0.284359  
 0.233254 1.000000 0.533254  
 0.5564359 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONDICAO: 383.7

VECTR RESIDUAL: 1600:00  
 NORMA RUJDD : 12.53045000A  
 GAMA : 1.00000E+05

IMAGEM RESTAURADA      7 X 7

0	1	1	1	1	1	0
1	2	2	3	2	2	1
1	2	4	4	4	2	1
1	3	4	5	4	3	1
1	2	4	4	4	2	1
1	2	2	3	2	2	1
0	1	1	1	1	1	0

Fig. 12.18 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (1E-05).

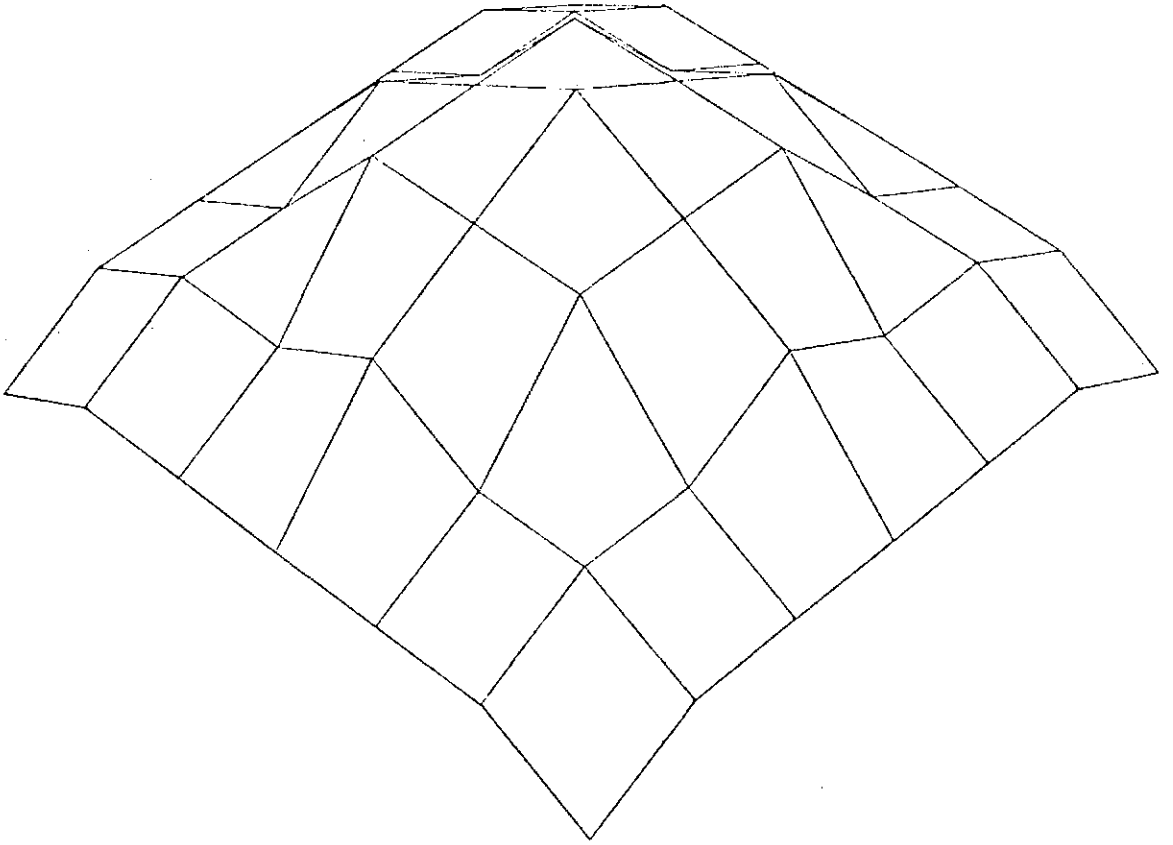


Fig. 12.19 - Visualização da Figura 12.18.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICAS REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 9 X 9 - VAR/FUTDD:25.0

3	0	15	17	22	17	16	6	-3
14	33	31	39	37	41	36	23	15
17	28	383	1000	1337	996	383	48	24
11	48	096	2780	3733	2770	998	38	12
0	40	1324	3719	5001	3721	1324	42	18
18	34	087	2773	3722	2774	992	39	14
15	45	378	991	1330	993	385	34	19
1	71	47	33	30	28	34	37	4
0	9	8	5	17	9	8	10	6

FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA)  
 COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835  
 TRUNCAMENTO GAUSSIANA : 3

0.584350 0.533254 0.284359  
 0.723254 1.000000 0.533254  
 0.584350 0.533254 0.284359

NUMERO DE CONJUGADO: 383.7

VETOR RESIDUAL: 1600.00  
 NORMA QUADRO : 12.808031.78  
 GAMA : 2.00000E+06

IMAGEM RESTAURADA 7 X 7

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Fig. 12.20 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835) e suavizador (2E+06).



## 12.2 - TÉCNICAS DE REGULARIZAÇÃO APLICADAS EM RADIOIMAGENS SOLARES SIMULADAS DE 19 x 21 PONTOS

O objetivo deste capítulo é analisar as técnicas de regularização na restauração de radioimagens simuladas. O modelo é aplicado em uma imagem, como mostra a Figura 12.21, degradada através da convolução com a Função Gaussiana 11.11 de truncamento igual a 3. Portanto, com uma imagem simulada de dimensão 17 x 19 pontos, é gerada uma imagem degradada 19 x 21 pontos, com base no processo do modelo sobredeterminado (Figura 12.22).

Nos testes realizados, o objetivo através da simulação é encontrar o valor do suavizador do modelo de regularização para encontrar a solução esperada. Neste processo, empregando as técnicas de regularização, tem-se o conhecimento do processo de degradação, ou seja, o coeficiente de espalhamento igual a 1,7835, e a variância do ruído aditivo igual a 25,0, tal como o caso real.

A seguir são apresentados os resultados alcançados com a variação gradual do suavizador, na tentativa de encontrar um ideal para obter a restrição de igualdade.

O primeiro resultado (Figuras 12.23 e 12.24), mostra que o suavizador escolhido é nulo, o que caracteriza o caso dos mínimos quadrados; devido ao problema do mau condicionamento, a solução se apresenta com grandes oscilações.

No teste seguinte Figuras 12.25 e 12.26, o suavizador escolhido é de  $0,12E-04$ , como resultado obtém-se a suavização da imagem restaurada, e a restrição de igualdade está próxima de ser satisfeita; este caso caracteriza-se como um caso ótimo.

Nos dois casos seguintes (Figuras 12.27, 12.28, 12,29 e 12.30), o suavizador é de  $0,1E-05$  e  $0,1E-03$ , respectivamente, embora possa ser considerado como casos próximos do esperado, nota-se que a restrição de igualdade para os dois casos não é satisfeita.

Nos casos que se seguem (Figuras 12.31 a 12.40), com o aumento gradativo do suavizador, nota-se uma gradual suavização nas imagens restauradas, e a aproximação da solução nula nestes últimos casos quando se utilizam valores maiores para o suavizador; assim, restrição de igualdade sempre está mais distante de ser satisfeita.

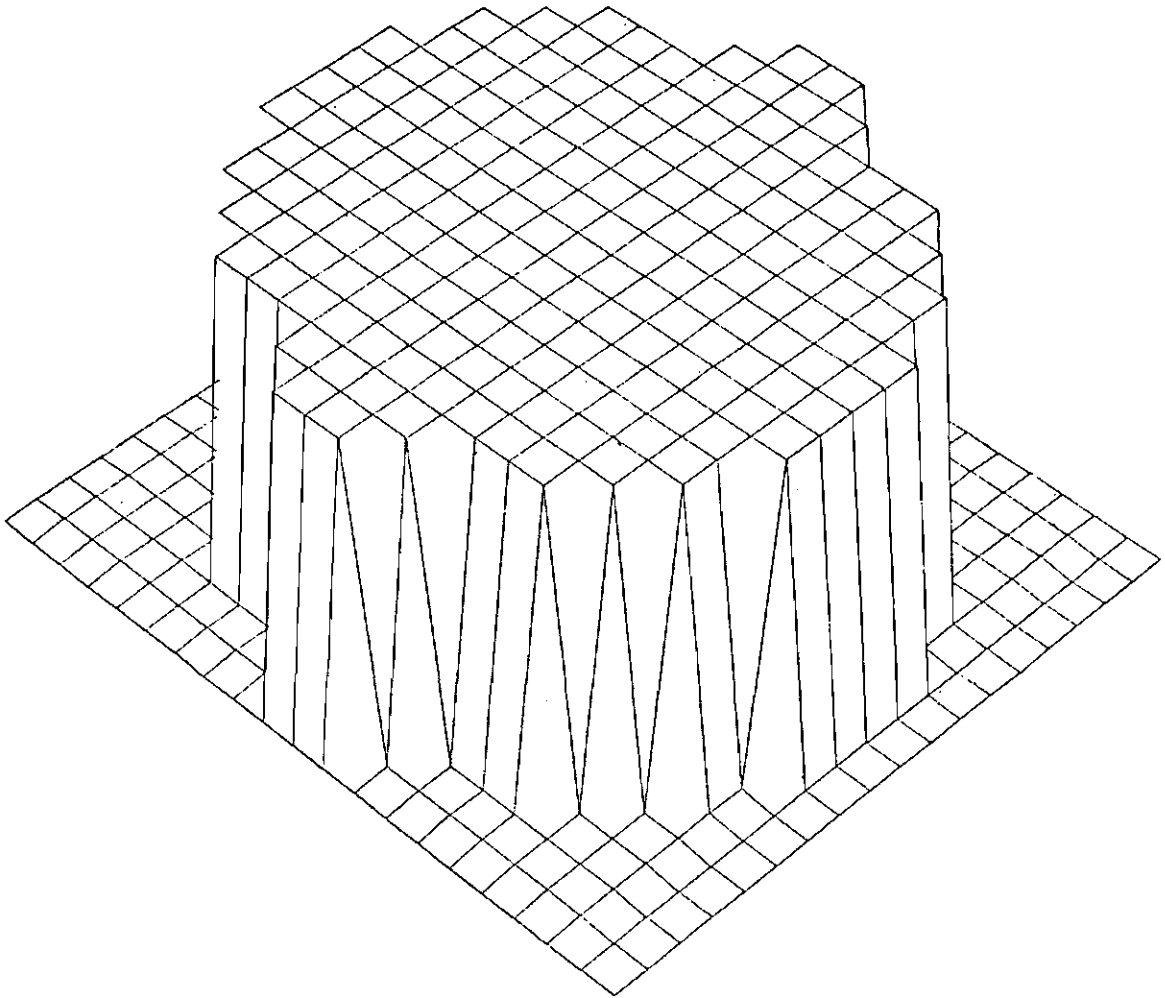


Fig. 12.21 - Visualização tridimensional da imagem simulada não-degradada de 19 x 21 pontos.

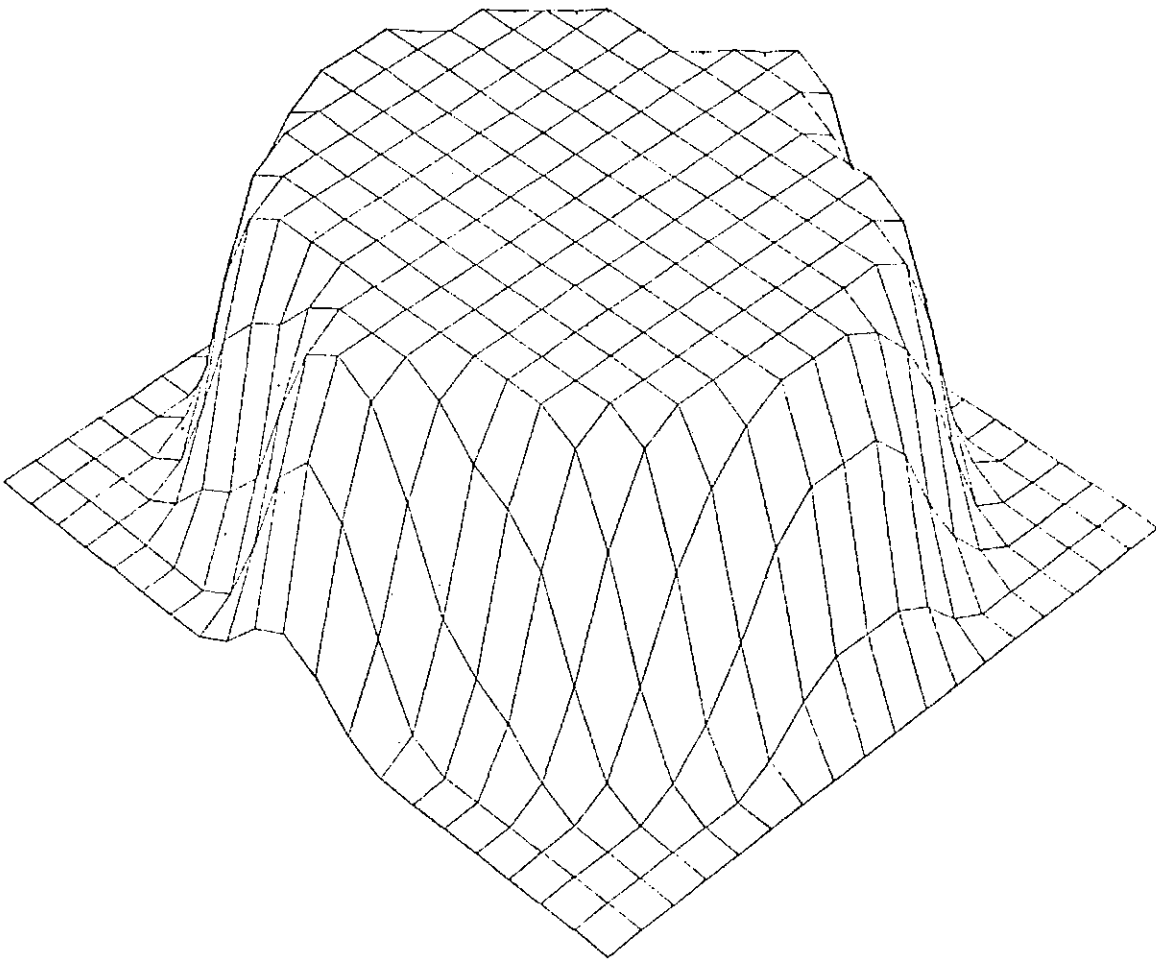


Fig. 12.22 - Visualização tridimensional da imagem simulada degradada de 19 x 21 pontos.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	2	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	23	9
16	41	50	55	385	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	351	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	382	49	36	13
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4992	4998	4673	3443	1614	380	41	8
12	41	1304	3100	4670	4999	4998	4996	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4993	5000	4693	3098	993	49	9
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4024	1941	372	7
20	980	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4678	3113	529	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4998	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1315	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4998	4994	3723	1314	12
20	1317	3714	4995	5002	5003	4998	5000	5009	5004	4997	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4993	3721	1324	11
18	984	3100	4672	5005	4990	5002	4993	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	3109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4040	1945	360	15
14	*1	996	3109	4673	4993	5003	4993	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	3107	994	40	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	53	53	373	1623	3106	3725	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	320	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1320	590	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	26	13
4	2	14	4	15	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	13	19	16	2	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) : - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.50931E+04  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.00000E+00

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

65	11	92	9	150	-2	-24	181	4880	4981	5091	41	32	73	103	-10	84	-27	117		
-167	452	-333	452	-291	72	540	4175	5945	4289	5517	4574	261	-5	-76	167	-52	226	-106		
518	-770	879	-741	5576	5043	4158	6281	3542	6191	4124	5598	4787	4929	5285	-173	180	-116	186		
-558	1061	-997	5979	4365	4657	6560	2831	7399	2976	6531	4089	5249	5268	4507	5326	-104	208	-81		
693	-984	6013	4098	5332	5965	2707	7822	1994	7690	2323	6451	4293	5018	5215	4983	4646	111	98		
-531	991	4162	5580	5184	3270	8039	1420	8711	1610	7720	3124	5937	5056	4502	5353	4877	91	12		
603	3970	5548	4301	4887	6683	1949	8691	907	9089	1395	7797	3042	5878	4692	5220	4841	5190	-50		
-278	5640	4517	5199	5434	3274	7777	1700	8944	1006	3671	1945	7444	3432	5981	4257	5456	4645	284		
110	4765	4979	5386	4095	6517	2313	8098	1402	8661	1705	7697	2741	6623	3820	5884	4377	5472	-207		
91	5159	5027	4528	6012	3213	7164	2581	7851	2012	7591	2752	6978	3513	6206	4114	5596	4528	467		
29	4721	5092	5326	4283	5957	3919	6199	3425	6773	3352	6572	3335	6286	3749	6036	4242	5541	-399		
124	328	4327	4923	5271	4763	5077	4815	5439	4224	5938	3853	6509	3552	6537	3507	6067	-608	464		
-4	-239	5240	4937	4518	4828	5446	4543	5258	5053	4616	5636	3595	6127	3558	6383	4050	552	-251		
91	350	-296	5357	4514	5752	3536	6081	4218	5351	5135	4594	5749	4142	6202	3769	353	-290	210		
93	-411	655	-757	6022	3528	6717	3336	6287	4295	5114	5182	4589	5552	4070	1100	-704	481	-152		
-1	470	-532	572	-980	1383	-1481	6502	3786	5773	4553	5103	100	-151	576	-646	622	-295	157		
75	-92	282	-321	554	-673	923	-883	5976	4314	5506	-290	226	29	-146	347	-223	262	12		

Fig. 12.23 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,0) e ruído gaussiano de variância (25,0).

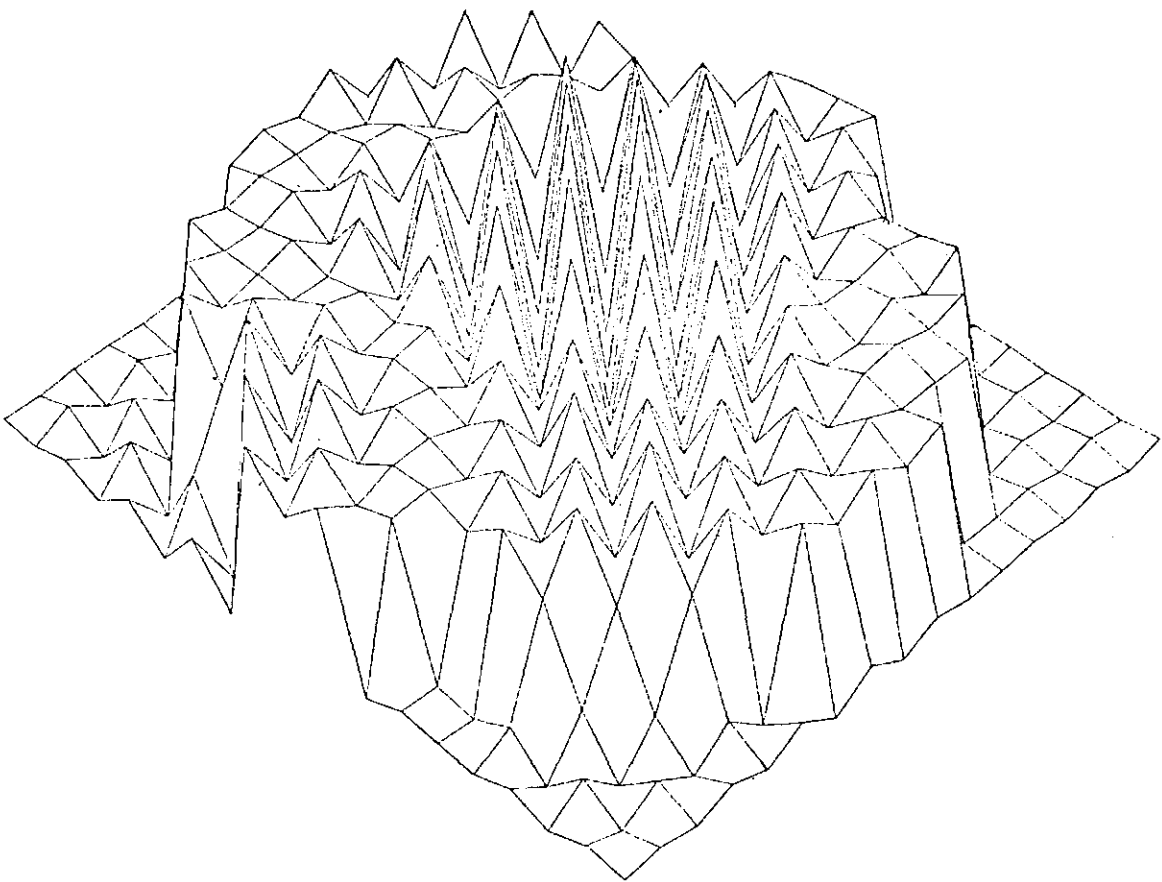


Fig. 12.24 - Visualização da Figura 12.23.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 ~ VAR / RUIDO : 25.0

1	10	11	10	13	16	13	7	347	952	1285	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	30	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1504	359	45	37	30	37	35	28	9
16	41	50	55	385	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	381	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	382	49	36	13
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4592	4998	4673	3443	1614	320	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4996	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4993	5000	4680	3098	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4596	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	950	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4678	3113	529	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4993	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1215	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4993	4994	3723	1314	12
20	1217	3714	4995	5002	5003	4998	5000	5009	5004	4999	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4993	3721	1324	11
18	988	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	3109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4993	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4060	1945	350	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	3107	994	40	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3725	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1330	990	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	36	13
-4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) : - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL : 0.10194E+05  
 - NORMA RUIDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.12000E-04

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

84	-32	90	94	34	176	-396	716	4329	5538	4437	712	-429	254	45	9	130	-105	153		
-30	141	247	-292	231	-112	620	4156	5761	4495	5618	4162	633	-225	242	-261	227	153	-91		
102	161	-626	937	4534	5083	4804	5199	5017	4687	5088	5284	4773	5180	4544	905	-651	247	66		
36	-215	975	3929	5473	5026	5103	4877	4955	5309	4850	4963	4924	5079	5385	4050	872	-187	41		
184	14	4495	5592	4916	4796	5023	4972	5075	4844	4983	5178	4901	4993	4634	5277	4332	110	160		
-212	493	4949	4892	4871	5073	5120	4945	5047	5020	4983	5019	4856	3449	4620	5103	4743	575	-265		
345	4321	5410	4763	5308	4515	4913	4995	4915	5150	4930	5145	4836	4684	5149	4949	5329	4503	300		
-16	5296	5012	4872	4972	4518	5033	5201	4896	5019	4945	5087	5127	4942	5064	4852	4287	5293	-25		
-35	4504	4511	5232	4943	5129	4909	4976	5017	5025	5122	4791	4982	5052	4962	5215	4939	4371	-2		
40	5312	4903	4526	4971	4943	5034	5063	5090	4860	4976	5043	5129	4931	5094	4925	4836	5233	47		
271	4353	5339	4929	5130	4898	5050	4975	4955	5074	5027	4967	4971	4755	5237	4810	5370	4453	213		
-156	602	4338	4977	4512	5280	4935	4923	5041	4936	5060	4900	5125	5243	4914	4373	4906	507	-177		
110	-62	4543	5607	4763	4653	4989	5199	5034	4819	5097	5014	4939	4763	4796	5643	4603	-70	170		
144	-333	1011	3944	5576	4940	5050	4835	4324	5355	4372	4942	5085	5046	5551	3313	835	-191	31		
19	175	-657	855	4577	5057	4862	5223	5057	4787	4907	5327	4768	5024	4522	962	-633	250	49		
-6	199	218	-203	251	-178	604	4233	5630	4476	5696	4217	543	-42	220	-296	257	99	-75		
120	-82	109	51	-9	211	-406	702	4376	5556	4356	704	-388	184	-1	67	110	-33	163		

Fig. 12.25 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,12E-04) e ruído gaussiano de variância (25,0).

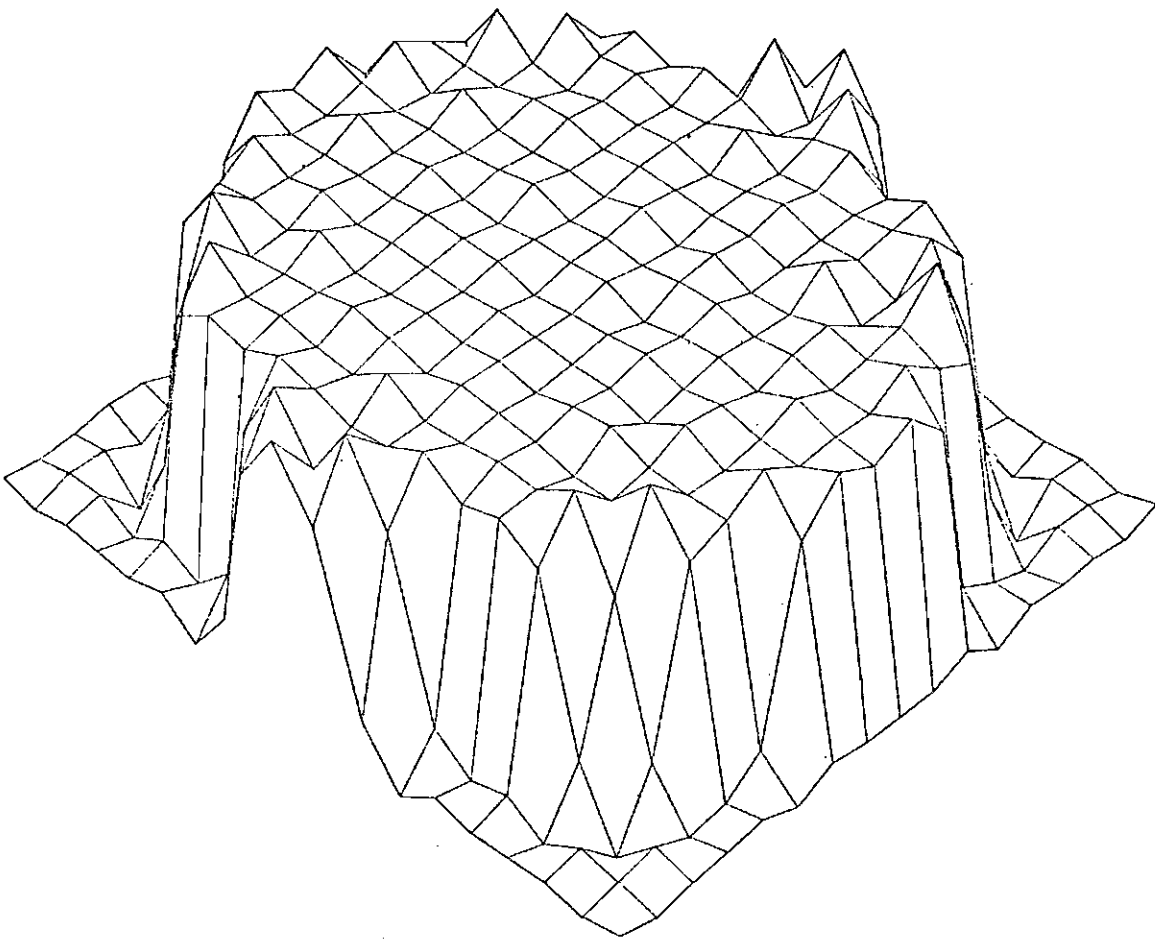


Fig. 12.26 - Visualização da Figura 12.25.



\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

1	10	11	10	19	15	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	28	9
16	41	50	55	385	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	281	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	332	49	34	13
15	35	374	1619	2430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4992	4998	4673	3443	1614	320	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4998	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4999	5000	4680	3098	993	49	2
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	950	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4678	2113	959	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4998	4990	5009	4995	5004	5009	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1315	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4998	4994	3723	1214	12
20	1317	3714	4995	5003	5003	4998	5000	5009	5004	4999	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4993	3721	1324	11
13	989	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	2109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4060	1945	340	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	3109	994	40	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	373	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3725	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4669	3433	1940	1330	990	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	262	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	36	13
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2544 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2544 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.34361E+04  
 - NORMA RUIDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.10000E-05

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

4	160	-141	292	-117	212	-208	365	4671	5231	4795	354	-255	314	-100	150	-16	16	105
44	-48	415	-370	364	-252	556	4350	5706	4445	5825	4383	584	-418	405	-297	290	47	-50
131	135	-439	629	4639	5219	4727	5219	4791	5047	4910	5253	4710	5371	4564	620	-432	202	87
-71	-54	591	4455	5220	4939	5173	4913	5071	5116	4924	5014	4936	4915	5305	4423	582	-120	5
235	45	4596	5356	4953	5013	4888	4894	5176	4782	5100	5034	4911	5115	4620	5731	4338	254	112
-177	215	5206	4784	5040	4784	5319	4955	4958	5110	4864	5152	4769	5454	4640	5072	4951	244	-141
362	4518	5240	4759	5345	4545	4890	4947	4962	5154	4786	5200	4827	4860	5145	4983	5165	4762	224
-132	5103	4966	5036	4782	5065	4929	5238	4552	4995	5052	4913	5245	4978	5092	4878	4863	5244	-60
34	4856	4974	5205	4979	5119	4887	4929	4950	5029	5060	4889	4949	5003	4912	5076	5127	4792	81
12	5276	4878	4955	5008	4507	5129	4958	5235	4755	5001	5057	5033	5081	4978	5100	4707	5308	37
157	4542	5295	4922	5076	4836	5113	4894	4946	5076	5095	4878	5044	4753	5144	4964	5288	4591	59
31	373	4866	4864	4931	5157	4767	5134	4905	5044	4904	5032	5140	5029	5202	4697	5074	126	41
-21	-16	4753	5455	4544	5208	4945	5079	5073	4834	5177	4830	4937	4944	4692	5400	4737	-13	57
214	-221	577	4311	5667	4640	5134	4913	4998	5034	5050	4965	5090	4949	5460	4336	435	-59	119
-54	129	-326	534	4569	5216	4923	5101	4873	5230	4605	5357	4750	5152	4517	736	-424	258	-23
111	77	215	-132	328	-212	347	4616	5474	4423	5841	4666	368	-100	351	-371	451	-104	54
34	63	-21	177	-125	199	-136	267	4772	5270	4730	281	-93	120	-39	220	-83	149	69

Fig. 12.27 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E-05) e ruído gaussiano de variância (25,0).

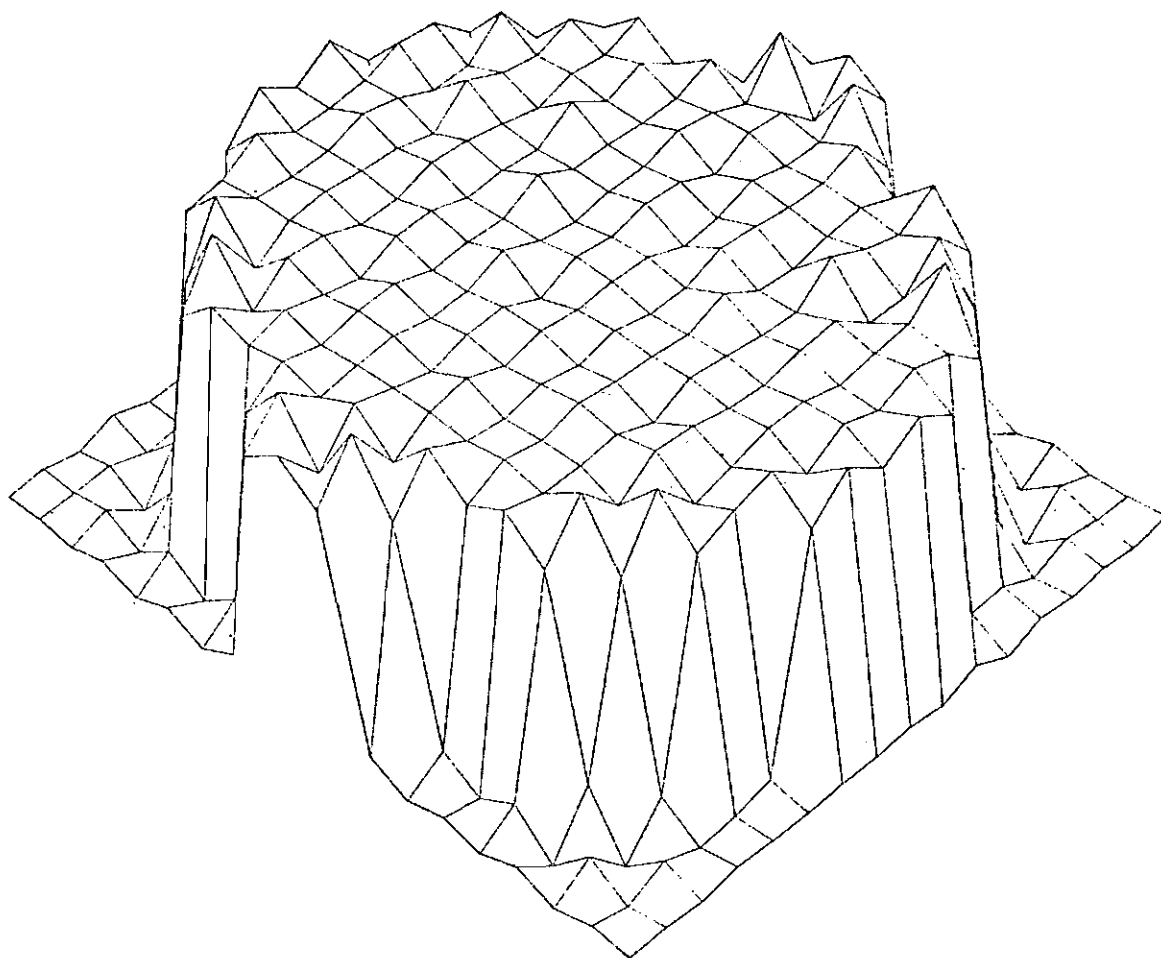


Fig. 12.28 - Visualização da Figura 12.27.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	29	9
16	41	50	55	285	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	381	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	302	49	36	13
15	35	374	1619	3420	4676	5010	5002	4992	5017	5031	5009	5005	4992	4998	4673	3443	1614	380	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4999	4996	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4998	5000	4680	3092	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	960	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4679	3113	969	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4998	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1315	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4992	4994	3723	1314	12
20	1317	3714	4995	5003	5002	4993	5000	5009	5004	4999	4994	4993	4991	4996	5007	5005	4993	3721	1324	11
13	958	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	4670	3109	955	11	
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4996	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4060	1945	360	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	2109	994	40	26
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3723	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1330	999	379	61	49	34	4
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	52	36	12
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	15	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.44486E+05  
 - NORMA RUIDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.10000E-03

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

45	-68	178	35	146	52	-532	1007	4232	5498	4297	1030	-553	110	146	0	163	-98	88		
-23	304	95	-327	214	17	779	3911	5575	4926	5481	3922	714	4	172	-315	89	309	-72		
91	-1	-567	1119	4489	4911	4741	5356	5158	4428	5144	5496	4689	5014	4473	1149	-627	81	53		
176	-299	1199	3639	5495	5247	5044	4804	5017	5235	4925	4857	4971	5308	5373	3762	1098	-243	174		
60	39	4358	5713	4959	4661	5071	4996	5009	4986	4941	5123	4979	4830	4775	5927	4239	90	47		
-258	830	4714	5042	4796	5090	5095	4970	5040	4977	4982	5036	4975	5276	4619	5200	4563	912	-320		
343	4113	5446	4823	5142	5100	4662	4966	5002	5019	4959	5026	4706	5134	5026	4974	5355	4261	318		
125	5247	5163	4822	5024	4843	5016	5143	4952	5029	4971	5138	5045	4903	4995	4969	5057	5254	109		
-195	4963	4751	5033	5181	4979	5046	4920	4897	5137	4933	4858	5089	4957	5116	5062	4776	4958	-172		
154	5252	5069	4904	4975	4880	5042	5115	5012	4953	4997	5069	5077	4838	5086	4885	5109	5254	150		
331	4143	5373	4931	5024	5139	4981	4944	5055	4974	5058	4931	4899	5019	5121	4820	5388	4181	298		
-260	890	4655	5102	4739	5185	4984	4940	5020	4691	5075	4944	5139	5169	4810	5046	4728	856	-292		
-2	-7	4340	5719	4892	4725	5062	5144	5005	4766	5025	4987	5016	4639	4907	5739	4299	-10	72		
209	-293	1240	3633	5510	5213	4375	4920	4902	5281	4947	4869	5034	5241	5330	3646	1159	-254	207		
64	0	-632	1078	4527	4911	4754	5408	5151	4490	5073	5456	4708	4873	4503	1112	-572	68	67		
-15	348	104	-300	222	-23	768	3946	5491	4929	5504	3760	736	44	211	-332	190	273	-79		
74	-91	134	12	116	62	-535	1013	4258	5935	4257	1014	-549	82	105	10	190	-59	116		

Fig. 12.29 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E-03) e ruído gaussiano de variância (25,0).

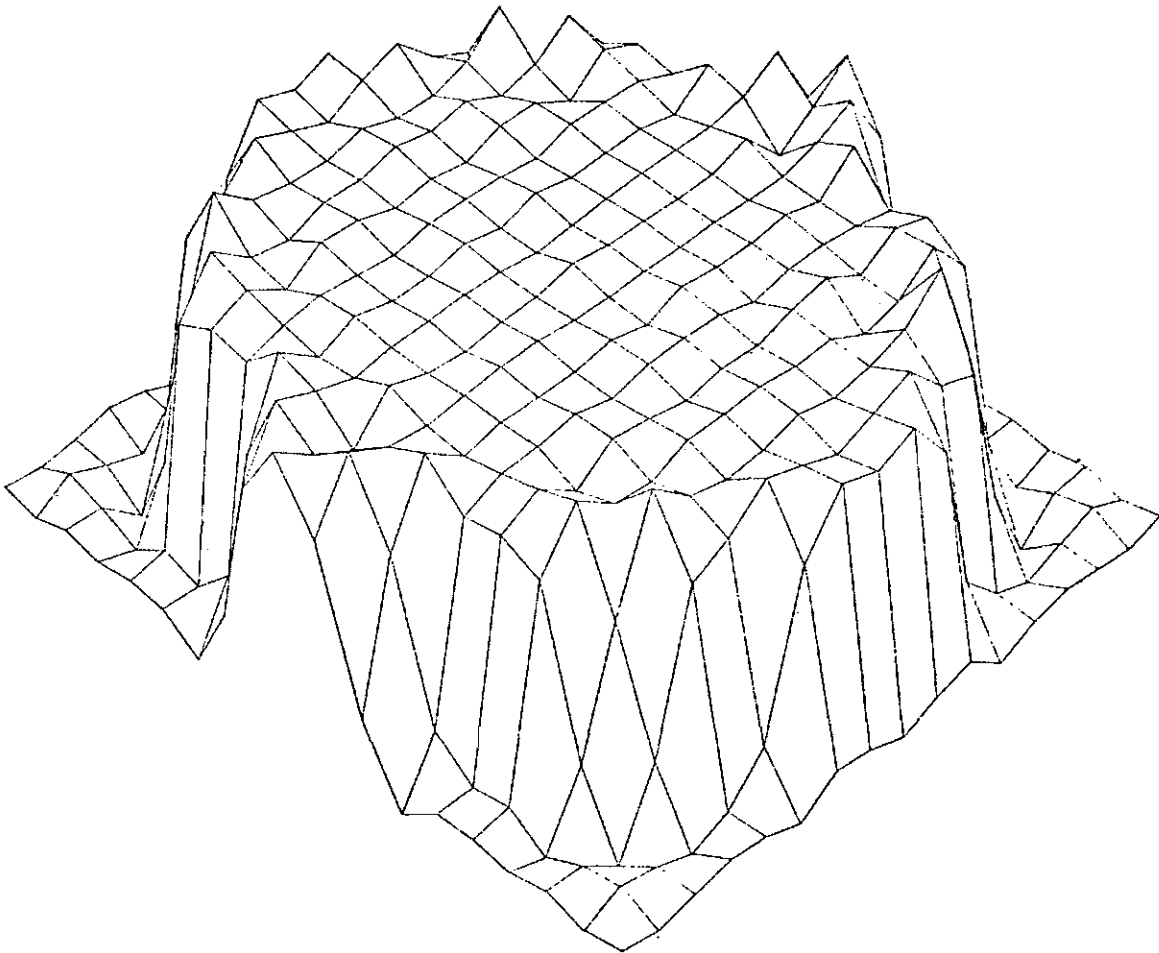


Fig. 12.30 - Visualização da Figura 12.29.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	28	9
16	41	50	55	385	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	381	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	382	49	36	13
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4992	4998	4673	3443	1614	320	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4996	5003	5210	5000	4999	5000	5002	4998	5000	4680	3098	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	980	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4678	3113	989	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4898	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1315	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4998	4994	3723	1314	12
20	1317	3714	4995	5003	5003	4993	5000	5009	5004	4999	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4993	3721	1224	11
18	938	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	3109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4060	1945	360	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	3109	994	40	20
12	35	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3725	4956	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1330	990	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3055	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	36	13
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

\* - VETOR RESIDUAL : 0.60303E+08  
 - NORMA RUIDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.10000E+02

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

-137	-176	-84	110	401	774	1213	1668	2024	2159	2024	1667	1211	772	398	107	-87	-178	-139
-237	-170	187	691	1297	1977	2713	3455	4031	4243	4030	3454	2711	1973	1293	696	182	-172	-238
-186	228	1044	1902	2713	3462	4169	4845	5362	5553	5361	4844	4168	3460	2711	1900	1042	227	-187
-11	883	2173	3242	4020	4578	5000	5379	5667	5770	5665	5379	5000	4577	4020	3243	2173	885	-11
219	1586	3209	4256	4777	5009	5104	5192	5267	5288	5264	5191	5105	5009	4778	4258	3212	1590	220
472	2253	4072	4952	5149	5103	5006	4980	4945	4931	4942	4959	5007	5104	5151	4955	4076	2258	474
705	2314	4733	5410	5327	5109	4961	4922	4918	4907	4914	4920	4961	5109	5326	5410	4735	2319	707
365	3175	5124	5632	5352	5043	4901	4910	4946	4949	4942	4907	4900	5040	5350	5629	5123	3179	366
920	3296	5246	5637	5337	4995	4861	4993	4947	4956	4942	4889	4860	4932	5332	5623	5245	3298	920
565	3175	5123	5631	5352	5042	4900	4909	4944	4947	4941	4908	4901	5042	5351	5629	5123	3178	865
706	2314	4733	5409	5325	5107	4959	4920	4914	4904	4913	4921	4963	5111	5327	5410	4734	2319	706
473	2254	4073	4952	5148	5101	5004	4959	4941	4927	4940	4959	5007	5104	5150	4953	4075	2256	472
221	1667	3210	4257	4777	5009	5105	5193	5264	5265	5262	5190	5104	5007	4776	4256	3211	1669	220
-10	884	2174	3243	4020	4578	5002	5332	5665	5767	5663	5377	4999	4574	4017	3241	2174	885	-11
-135	228	1043	1901	2712	3462	4170	4844	5362	5552	5360	4844	4167	3459	2710	1900	1044	227	-136
-237	-170	186	696	1294	1975	2713	3457	4033	4249	4032	3455	2712	1974	1294	699	186	-172	-237
-187	-177	-86	107	397	771	1211	1668	2024	2159	2024	1669	1212	772	398	108	-85	-176	-137

Fig. 12.31 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E+02) e ruído gaussiano de variância (25,0).

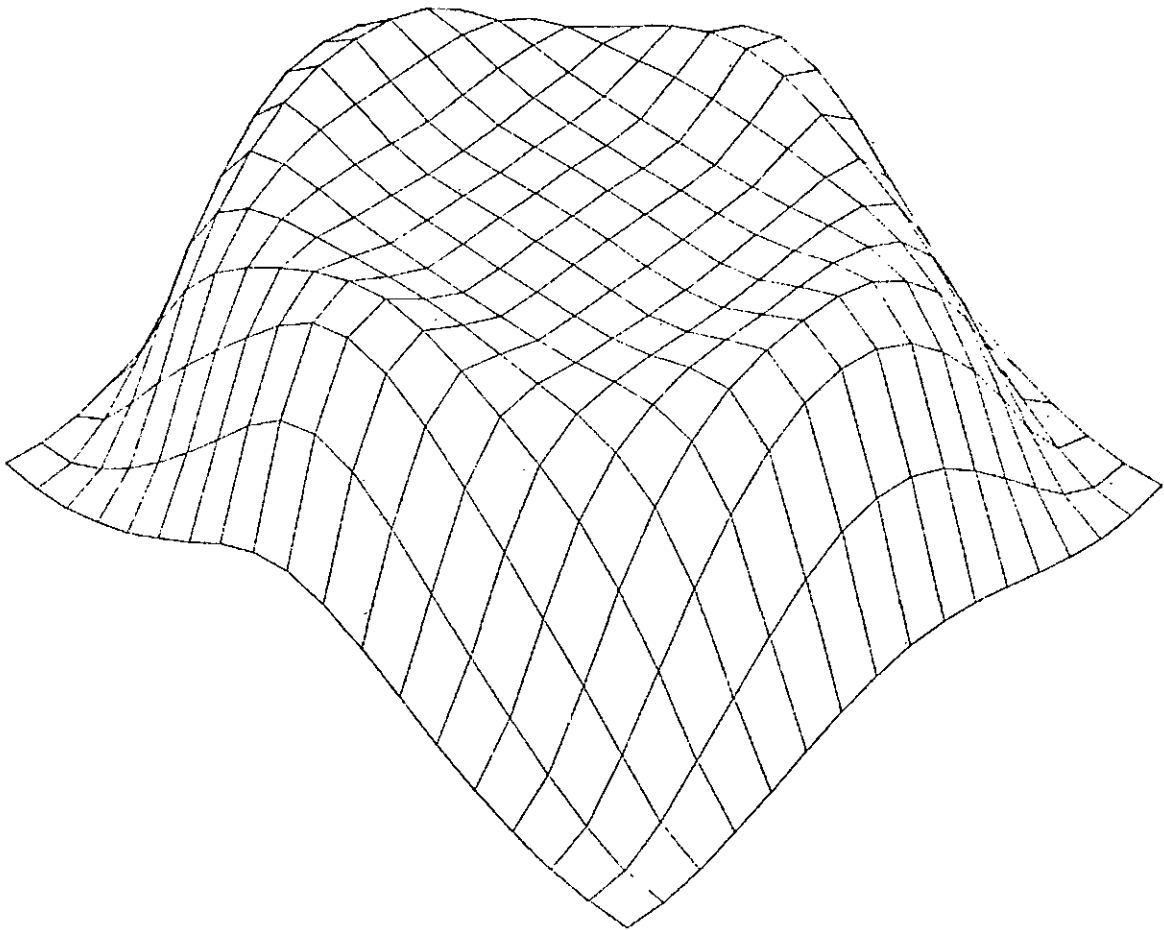


Fig. 12.32 - Visualização da Figura 12.31.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	28	9
16	41	50	55	385	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	381	1624	3096	3730	4053	4569	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	382	49	36	12
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4592	5017	5001	5009	5005	4992	4998	4673	3443	1614	380	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4996	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4998	5000	4680	3093	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	980	3103	4574	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4672	3113	959	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4994	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1215	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4998	4994	3723	1314	12
20	1317	3714	4995	5003	5003	4998	5000	5009	5004	4999	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4998	3721	1324	11
18	988	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	3109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4060	1945	240	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	3109	994	40	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3725	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1320	990	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	36	13
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL : 0.21414E+09  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAHA : 0.10000E+04

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

87	232	402	570	720	846	947	1023	1071	1088	1071	1023	947	846	720	570	402	232	87
224	592	1017	1426	1779	2064	2286	2449	2550	2505	2550	2449	2286	2064	1778	1426	1017	592	224
380	993	1685	2331	2864	3273	3576	3790	3920	3964	3919	3789	3575	3272	2863	2330	1685	993	380
528	1367	2291	3119	3766	4228	4545	4754	4877	4918	4877	4754	4544	4228	3766	3119	2291	1367	528
655	1679	2776	3719	4407	4951	5119	5276	5361	5369	5361	5276	5119	4851	4407	3720	2777	1679	655
755	1918	3134	4134	4910	5193	5378	5457	5489	5497	5469	5457	5377	5193	4810	4134	3134	1915	755
827	2086	3376	4399	5042	5353	5452	5455	5435	5425	5434	5454	5451	5352	5041	4399	3377	2087	827
871	2187	3517	4545	5158	5415	5453	5402	5345	5323	5344	5401	5452	5414	5158	4545	3517	2187	871
885	2220	3563	4592	5193	5430	5446	5375	5305	5278	5304	5374	5445	5429	5193	4592	3563	2221	885
871	2186	3517	4545	5158	5415	5452	5401	5344	5321	5343	5400	5451	5414	5157	4545	3517	2187	871
827	2086	3376	4398	5041	5352	5451	5454	5434	5424	5432	5493	5451	5351	5041	4398	3376	2087	827
755	1915	3133	4134	4910	5192	5377	5456	5487	5495	5487	5455	5376	5192	4809	4134	3134	1918	755
655	1679	2776	3719	4406	4851	5118	5275	5360	5387	5360	5275	5117	4850	4406	3719	2777	1679	655
528	1367	2291	3119	3766	4228	4544	4754	4877	4917	4875	4753	4543	4227	3765	3119	2291	1367	528
380	993	1685	2331	2863	3273	3576	3789	3919	3963	3919	3789	3575	3272	2863	2330	1685	993	380
224	592	1017	1426	1778	2064	2286	2449	2550	2505	2550	2449	2286	2064	1778	1426	1017	592	224
87	232	402	570	720	846	947	1023	1071	1088	1071	1023	947	846	720	570	402	232	87

Fig. 12.33 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,1E+04) e ruído gaussiano de variância.

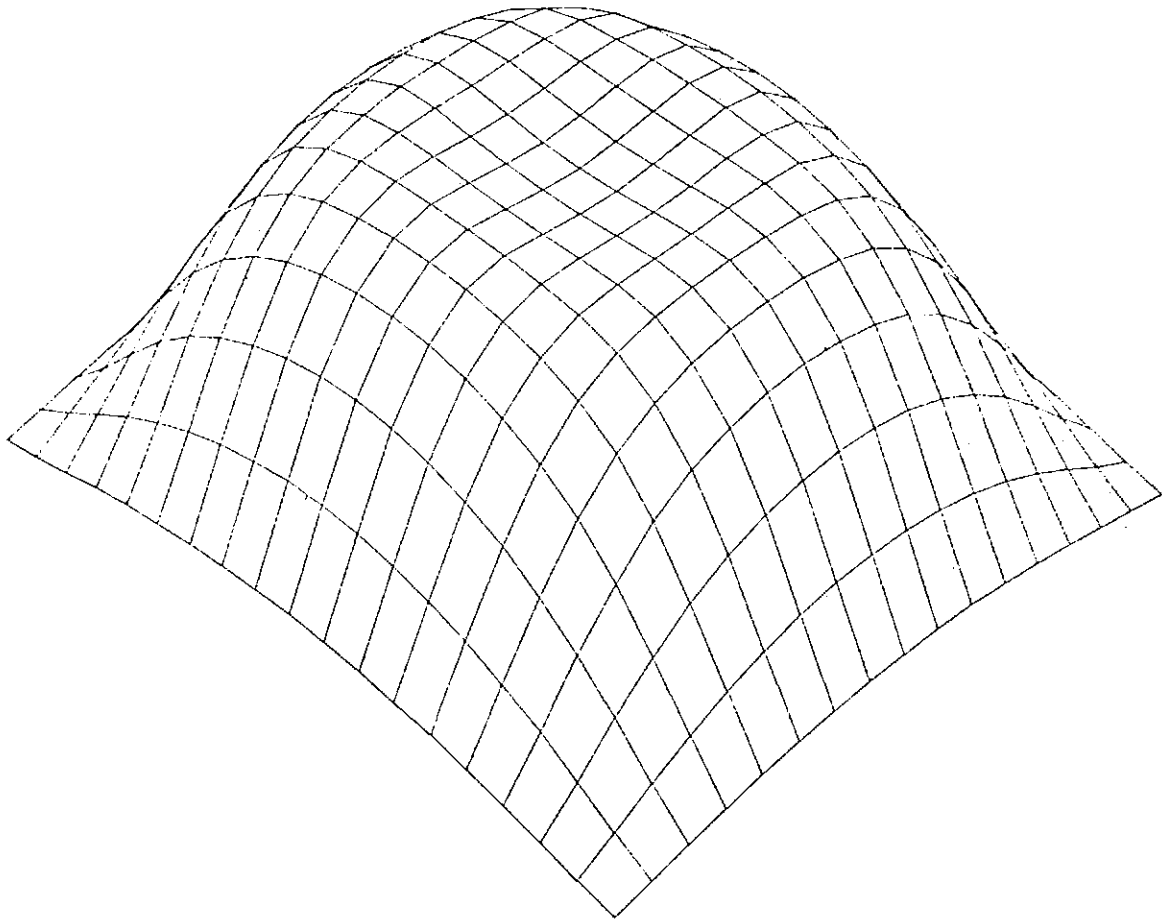


Fig. 12.34 - Visualização da Figura 12.33.



\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	29	9
15	41	50	55	385	596	1341	1937	3432	4571	5003	4665	3431	1946	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	391	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	282	49	36	13
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4992	4993	4673	3443	1614	380	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4996	5002	5010	5000	4999	5000	5002	4998	5000	4680	2098	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1741	372	7
20	980	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5004	4997	4994	5000	5001	4678	3113	983	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4998	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3725	1215	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4995	4998	4994	3723	1314	12
20	1317	3714	4995	5002	5003	4998	5000	5009	5004	4999	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4998	3721	1324	11
18	988	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	3109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4995	4060	1945	360	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4993	5016	5002	4993	4994	4999	4994	4996	5007	5005	4675	3109	994	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4999	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	273	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3725	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1330	990	379	61	49	34	6
13	36	49	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	36	12
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.17206E+10  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.10000E+06

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

19	49	68	132	174	214	247	273	288	294	288	273	247	214	174	132	88	49	18
49	132	238	354	469	575	664	732	774	788	774	732	664	575	469	354	238	132	48
86	235	423	628	832	1019	1176	1295	1369	1395	1369	1295	1176	1019	832	628	423	235	86
126	344	618	918	1215	1497	1717	1890	1995	2034	1998	1890	1717	1487	1215	918	618	344	126
164	447	804	1193	1579	1932	2230	2455	2594	2641	2594	2455	2230	1932	1579	1193	804	447	164
197	537	965	1431	1893	2316	2672	2940	3107	3164	3107	2940	2672	2316	1893	1431	964	537	197
222	605	1087	1613	2133	2609	3009	3311	3499	3563	3499	3311	3009	2609	2133	1613	1087	605	222
238	648	1164	1727	2283	2792	3221	3544	3744	3812	3744	3544	3221	2792	2283	1727	1164	648	238
244	663	1191	1765	2334	2855	3292	3623	3827	3897	3827	3623	3292	2855	2334	1765	1191	663	244
238	648	1164	1727	2283	2792	3221	3544	3744	3812	3744	3544	3221	2792	2283	1727	1164	648	238
222	605	1087	1613	2133	2609	3009	3311	3499	3562	3499	3311	3009	2609	2133	1613	1087	605	222
197	537	964	1431	1893	2316	2672	2940	3107	3163	3107	2940	2672	2316	1893	1431	964	537	197
164	447	804	1193	1579	1932	2230	2454	2594	2641	2594	2454	2230	1932	1579	1193	804	447	164
126	344	618	918	1215	1497	1717	1890	1998	2034	1998	1890	1717	1487	1215	918	618	344	126
86	235	423	628	832	1019	1176	1295	1369	1394	1369	1295	1176	1019	832	628	423	235	86
49	132	238	354	469	575	664	732	774	788	774	732	664	575	469	354	238	132	48
19	49	68	132	174	214	247	273	288	294	288	273	247	214	174	132	88	49	18

Fig. 12.35 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento(1.7835), suavizador (0,1E+06) e ruído gaussiano de variância (25,0).

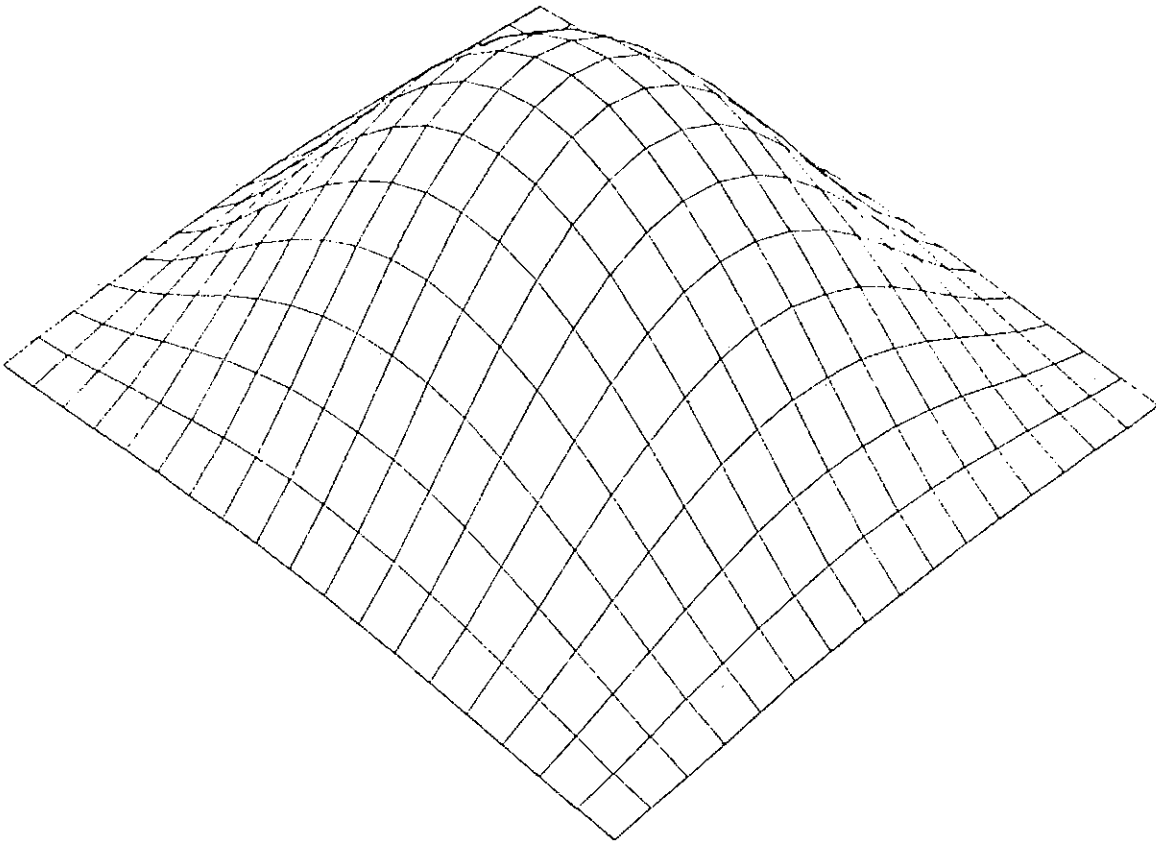


Fig. 12.36 - Visualização da Figura 12.35.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	35	28	9
16	41	50	55	385	996	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1546	1321	999	376	51	50	31	6
15	36	49	381	1624	3096	3730	4053	4569	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	382	49	36	13
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4992	4998	4672	3443	1614	380	41	8
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4996	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4998	5000	4680	3098	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4998	5002	4933	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	980	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4992	5034	4997	4994	5000	5001	4678	3113	929	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4998	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1315	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4995	4998	4994	3723	1314	12
20	1317	3714	4995	5003	5003	4998	5000	5009	5004	4999	4994	4993	4991	4996	5007	5005	4992	3721	1324	11
18	988	3100	4672	5005	4990	5002	4999	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	3109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4069	1945	360	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4998	4675	3109	994	40	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	33	53	373	1623	3106	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	380	54	34	15	
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4666	3433	1940	1330	990	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	53	26	13
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1254	955	344	16	4	8	18	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.43464E+10  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.20000E+07

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

1	4	7	11	15	19	22	24	26	26	26	24	22	19	15	11	7	4	1
4	11	21	32	42	52	60	67	71	72	71	67	60	52	42	32	21	11	4
7	21	38	57	76	93	108	119	127	129	127	119	108	93	76	57	38	21	7
11	31	56	84	111	137	159	176	186	190	186	176	159	137	111	84	56	31	11
14	40	73	109	146	179	208	230	243	248	243	230	208	179	146	109	73	40	14
17	49	88	132	176	216	251	277	293	299	293	277	251	216	176	132	88	49	17
20	55	100	149	199	245	284	313	332	338	332	313	284	245	199	149	100	55	20
21	59	107	160	213	263	304	336	356	363	356	336	304	263	213	160	107	59	21
22	61	110	164	219	269	312	344	364	371	364	344	312	269	219	164	110	61	22
21	59	107	160	213	263	304	336	356	363	356	336	304	263	213	160	107	59	21
20	55	100	149	199	245	284	313	332	338	332	313	284	245	199	149	100	55	20
17	49	88	132	176	216	251	277	293	299	293	277	251	216	176	132	88	49	17
14	40	73	109	146	179	208	230	243	248	243	230	208	179	146	109	73	40	14
11	31	56	84	111	137	159	176	186	190	186	176	159	137	111	84	56	31	11
7	21	38	57	76	93	108	119	127	129	127	119	108	93	76	57	38	21	7
4	11	21	32	42	52	60	67	71	72	71	67	60	52	42	32	21	11	4
1	4	7	11	15	19	22	24	26	26	26	24	22	19	15	11	7	4	1

Fig. 12.37 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,2E+07) e ruído gaussiano de variância (25,0).

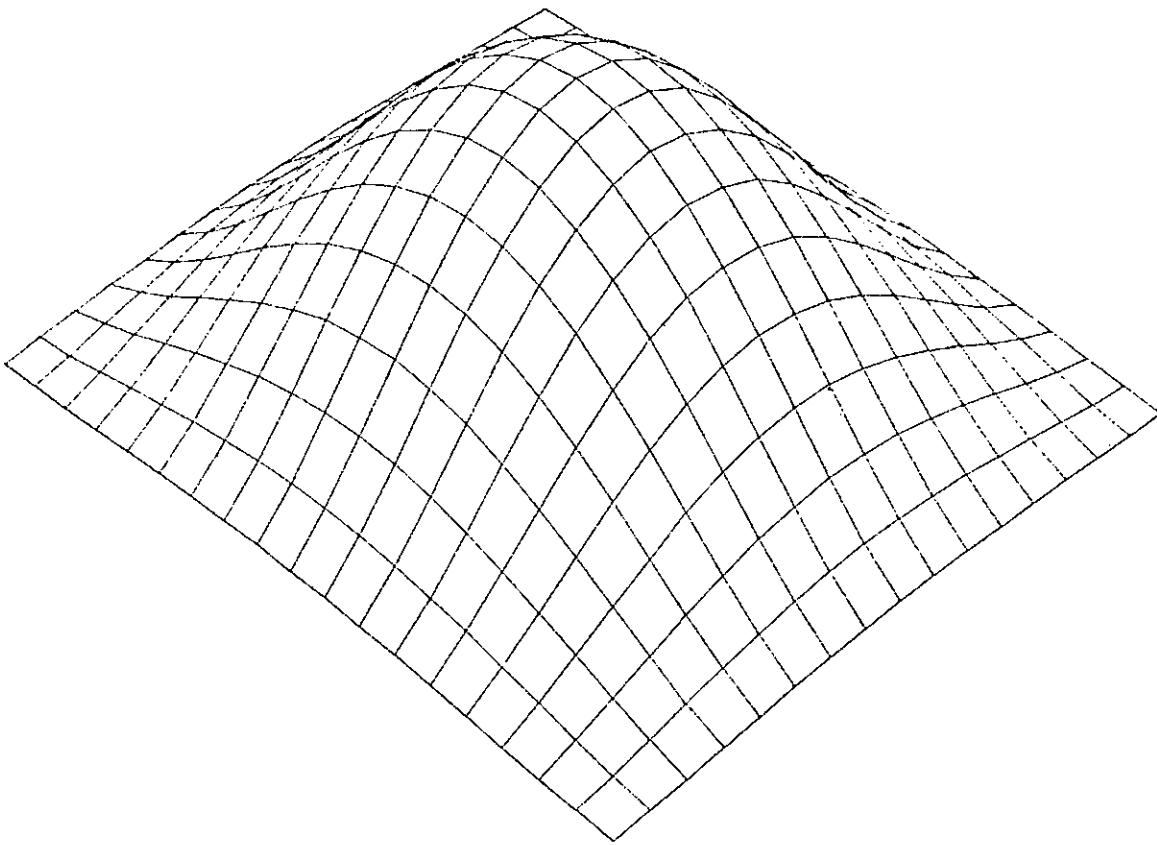


Fig. 12.38 - Visualizaçãõ da Figura 12.37.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

1	10	11	10	19	16	13	7	347	952	1286	967	345	15	14	19	9	10	8	12	7
-4	27	47	44	50	33	40	363	1605	3090	3711	3101	1604	359	45	37	30	37	25	28	9
16	41	50	55	385	998	1341	1937	3432	4671	5003	4665	3431	1946	1321	979	376	51	50	31	6
15	36	49	381	1624	3096	3730	4053	4669	5001	5003	5004	4671	4050	3731	3106	1612	382	49	26	13
15	35	374	1619	3430	4676	5010	5002	4992	5017	5001	5009	5005	4992	4998	4673	3443	1614	360	41	2
12	41	1004	3100	4670	4999	4998	4996	5003	5010	5000	4999	5000	5002	4998	5000	4680	3098	993	49	8
23	360	1945	4050	5005	4996	4997	5000	5000	5001	4996	5002	4993	5006	4993	5002	5005	4064	1941	372	7
20	930	3103	4674	4995	5001	5001	5001	5002	5005	4999	4972	5004	4997	4994	5000	5001	4678	3113	929	12
13	1312	3719	5009	5002	5002	4998	4990	5009	4995	5004	5008	5001	5006	4991	5001	4993	4997	3726	1315	13
1	1316	3725	4992	5008	5006	4999	5004	5002	5003	4999	4997	4994	5009	5003	4996	4998	4994	3723	1314	12
20	1217	3714	4995	5003	5003	4998	5000	5009	5004	4999	4994	4999	4991	4996	5007	5005	4998	3721	1324	11
13	988	3100	4672	5005	4990	5002	4998	4996	4995	5000	4996	5007	5000	5003	5000	5000	4670	2109	975	11
14	372	1944	4057	4997	5000	4995	4992	4995	4992	4998	4999	4999	5003	4999	5002	4996	4060	1945	360	15
14	41	996	3109	4673	4993	5003	4998	5016	5002	4993	5006	4999	4992	4994	4996	4675	2109	994	40	20
12	36	374	1615	3441	4674	5003	4998	5009	5001	5005	5004	5002	4996	4994	4677	3431	1616	379	45	11
23	33	53	373	1623	3106	3725	4056	4671	5004	4999	4996	4677	4057	3720	3104	1622	360	54	34	15
7	49	51	56	377	996	1323	1951	3437	4673	4999	4668	3433	1940	1330	990	379	61	49	34	6
13	36	48	42	37	34	29	362	1607	3095	3713	3101	1605	361	45	29	37	39	59	36	13
4	2	14	4	19	-1	19	11	342	963	1294	955	344	16	4	8	13	13	19	16	2

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.46704E+10  
 - NORMA RUIDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.20000E+08

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

0	0	0	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	7	7	7	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0
0	2	3	5	7	9	11	12	13	13	13	12	11	9	7	5	3	2	0	0	0
1	3	5	8	11	14	16	18	19	19	19	18	16	14	11	8	5	3	1	0	0
1	4	7	11	15	18	21	24	25	25	25	24	21	18	15	11	7	4	1	0	0
1	5	9	13	18	22	26	28	30	31	30	29	26	22	18	13	9	5	1	0	0
2	5	10	15	20	25	29	32	34	35	34	32	29	25	20	15	10	5	2	0	0
2	6	11	16	22	27	31	35	37	37	37	35	31	27	22	16	11	6	2	0	0
2	6	11	17	22	28	32	35	38	38	38	35	32	28	22	17	11	6	2	0	0
2	6	11	16	22	27	31	35	37	37	37	35	31	27	22	16	11	6	2	0	0
2	5	10	15	20	25	29	32	34	35	34	32	29	25	20	15	10	5	2	0	0
1	5	9	13	18	22	26	28	30	31	30	28	26	22	18	13	9	5	1	0	0
1	4	7	11	15	18	21	24	25	25	25	24	21	18	15	11	7	4	1	0	0
1	3	5	8	11	14	16	18	19	19	19	18	16	14	11	8	5	3	1	0	0
0	2	3	5	7	9	11	12	13	13	13	12	11	9	7	5	3	2	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	7	7	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0

Fig. 12.39 - Restauração por técnicas de regularização, usando a função gaussiana de truncamento (3), coeficiente de espalhamento (1,7835), suavizador (0,2E+08) e ruído gaussiano de variância (25,0).

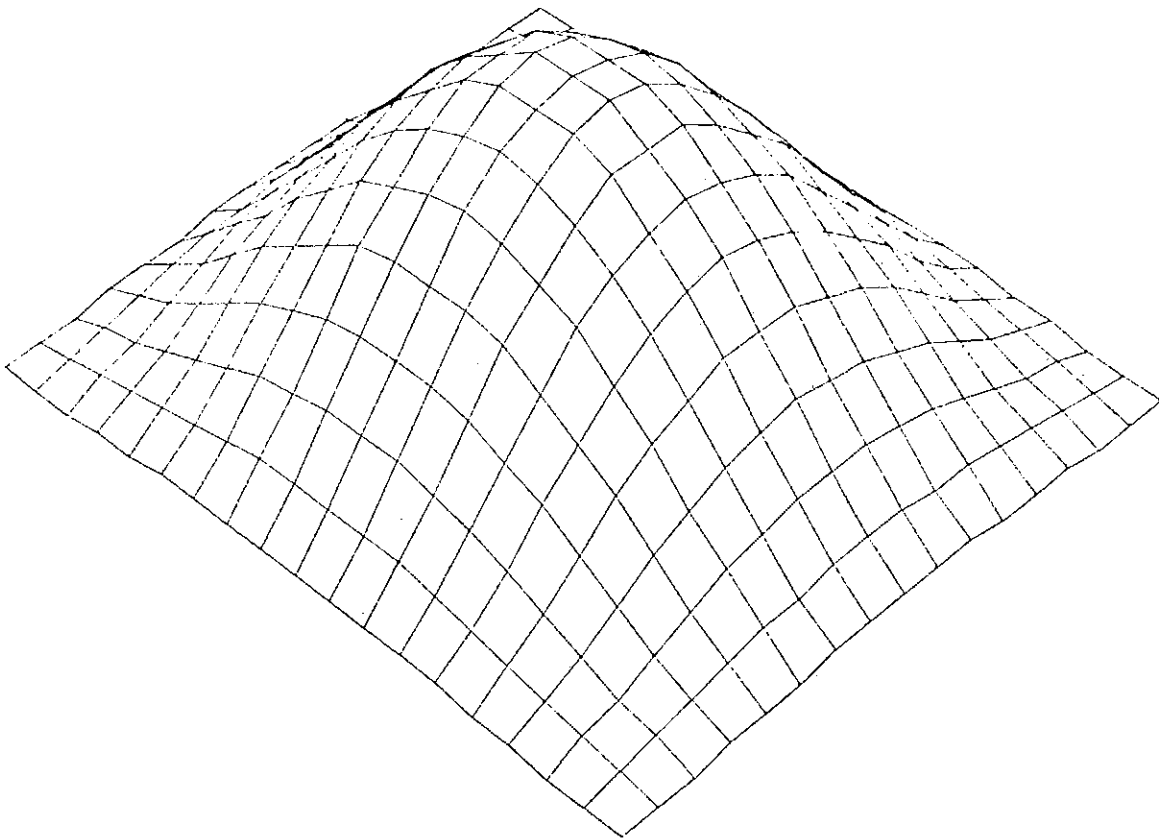


Fig. 12.40 - Visualização da Figura 12.39.

### 12.3 - RESTAURAÇÃO DE RADIOIMAGEM SOLAR REAL, OBTIDA PELO RADIO OBSERVATÓRIO DE ITAPETINGA, UTILIZANDO TÉCNICAS DE REGULARIZAÇÃO

Com base nos testes realizados com técnicas de regularização em imagens simuladas, e usando os mesmos critérios de escolha do suavizador do modelo de regularização, procura-se neste capítulo restaurar uma imagem solar real, através da escolha do suavizador ótimo.

A imagem real que se pretende restaurar é descrita no capítulo 11.4 e mostrada na Figura 12.41.

No primeiro resultado obtido, após a aplicação das técnicas de regularização, o fator de suavização tem valor zero (0,0); com isto, procura-se mostrar o problema do mau condicionamento para o caso de imagem real. Neste caso, o modelo usado para restauração caracteriza-se pelo método dos mínimos quadrados.

As Figuras 12.42 e 12.43 mostram o resultado da restauração e a presença de grandes oscilações na imagem restaurada, o que evidencia o problema do mau condicionamento.

Com os resultados dos testes apresentados nas Figuras 12.44 e 12.45, escolhe-se um fator de suavização ( $0,12E-04$ ). Examinando os resultados nota-se ainda a presença de oscilações na imagem restaurada.

Com os resultados dos testes apresentados nas Figuras 12.46 a 12.49, o suavizador escolhido é de ( $0,1E-02$ ) e ( $0,1E-01$ ), respectivamente, e as soluções obtidas ainda se apresentam com oscilações.

Com os resultados apresentados nas Figuras 12.50 a 12.65, faz-se a variação do fator de suavização usando os seguintes valores: (0,02; 0,04; 0,07; 0,1; 0,3; 0,5; 0,8; 1,0), com o propósito de escolher uma faixa onde, provavelmente, se obtenha a imagem restaurada. Com uma análise visual dessas figuras, pode-se escolher como melhores resultados as Figuras 12.56, 12.58 e 12.60, cujo suavizador usado é de

0,1; 0,3; e 0,5. Este critério de escolha é feito com base na medida de rugoridade ou suavização da imagem, levando em conta que uma imagem não-degradada possui características distintas não-suavizadas.

Com os resultados das Figuras 12.66 a 12.75, aumenta-se ainda mais o valor do suavizador, afim de se observar a suavização gradativa da imagem; com isto, chega-se à solução "nula" de máxima suavização.

Com a aplicação das técnicas de Regularização para o caso das imagens reais, deve-se escolher um suavizador ótimo, de tal forma que se eliminem as oscilações na resposta esperada. Seria desejável também observar o critério da restrição de igualdade da norma do ruído com o vetor residual, o que não foi possível na prática para o caso apresentado neste trabalho.

Portanto, a escolha do melhor resultado deve envolver um critério físico determinado por radioastrônomos. É importante observar que nos testes (Figuras 12.50 a 12.69), os cálculos do vetor residual, e da norma do ruído, são feitos dentro do disco solar não considerando a região do céu, isso se dá ao fato do nível de ruído das duas regiões, serem diferentes.



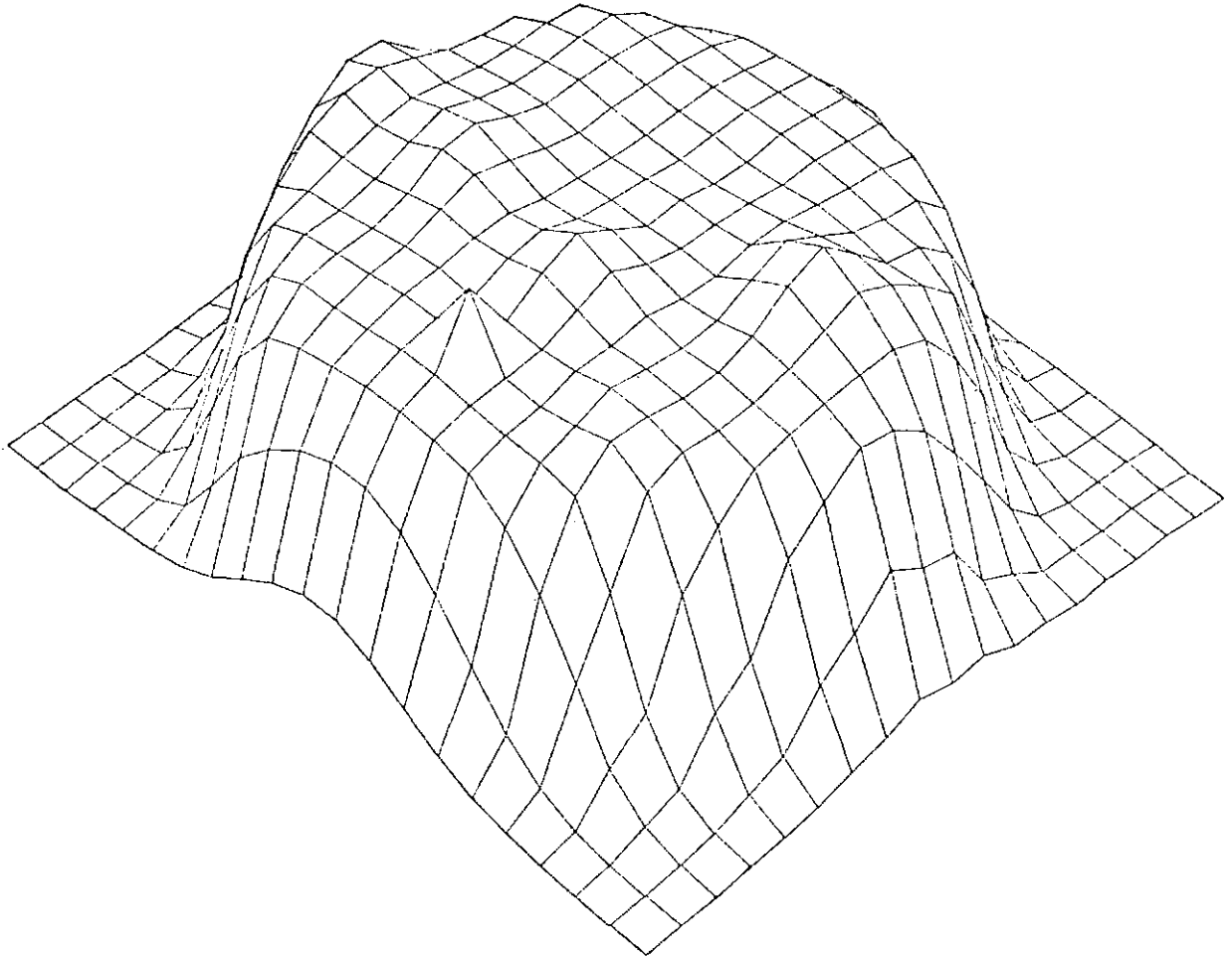


Fig. 12.41 - Visualizaçao tridimensional de uma imagem real degradada, obtida pelo Rád̃io Observat̃rio de Itapetinga.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	254	359	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2382	2294	1859	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	191	293	429	615	1086	1890	2755	3339	3658	3319	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1481	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	290	202
221	377	559	1249	2528	3764	4345	4493	4498	4480	4482	4473	4415	4339	4211	3735	2521	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3951	4475	4648	4646	4581	4555	4593	4518	4455	4385	4273	4192	3232	2587	1063	402	270
360	551	1524	3243	4299	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4423	4428	4320	4351	3559	1954	736	281
503	1056	2319	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4518	4587	4730	4835	4743	4252	2630	1115	292
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4549	4500	4519	4558	4544	4584	5030	5313	4974	4483	3542	2205	672
615	17+6	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4800	5080	4773	4469	3992	2161	627
355	1090	2965	4622	4344	4727	4919	5034	4816	4580	4638	4832	4965	4495	4540	4673	4555	4401	4113	2550	774
353	935	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4803	4497	4496	4431	4318	3539	1903	572
259	538	1855	3638	4556	4504	4527	4645	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4560	4480	4365	4157	3152	1451	417
221	407	1126	2768	4046	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	2569	1394	654	249
157	259	529	1655	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2925	1429	449	172
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4293	4272	4137	3011	1435	582	238	147
124	153	252	389	902	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3844	2971	1942	912	244	165	107
108	129	188	276	375	700	1452	2316	2868	3248	3459	3454	3152	2549	1781	1066	582	293	162	113	88
114	107	129	186	269	226	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1054	635	412	258	169	119	83	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7335

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.80239E+06  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.00000E+00

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

909	-1082	2486	-1041	3040	275	2640	2025	2251	3447	1515	2531	983	1354	1153	659	1045	229	920
728	1291	-1860	2391	-2903	2343	-457	4279	3113	4727	5147	3582	3791	-7	728	-1656	1091	-1057	-337
-591	-2109	4583	-2705	6360	2702	9374	3503	4309	4203	2734	5656	2368	7590	1897	2553	252	995	2809
3301	1974	-1685	4826	2612	5454	1029	6191	4097	6646	4690	3564	9064	-1435	10346	-2286	3462	-2614	-1951
-3276	-1375	3529	3699	3507	5647	5108	3066	2506	2930	4738	5491	-2642	10840	-4010	9900	72	3357	4503
7799	-1721	10141	-1505	13495	-2522	10516	429	8495	7460	824	5712	11619	-2505	14502	-2900	10303	-5350	-2264
-5766	4150	-3978	14042	-10446	18483	-9191	15741	-5046	4241	3715	2002	-1399	10056	-4470	9956	1091	8999	4796
9748	-3834	20148	-14262	27963	17006	25048	-10126	14210	6968	-5386	11456	7341	273	16675	-3233	11282	-5443	-618
-5977	8246	-7904	21250	-17856	26453	-17495	21881	-7616	5295	13678	-139	517	11858	-4412	13057	-2135	13499	5651
9733	-1324	19403	-13052	25629	-17158	27609	-12731	15243	2574	-4318	6374	10235	-7105	17565	-3210	11052	-3972	-448
-6513	2516	-2436	17134	-10352	23932	-15099	23145	-8117	10721	11431	7668	-2557	15438	-7829	17973	-1298	10769	6304
7232	1346	8284	-1783	13543	-6385	15224	-4714	10594	247	1019	-273	11973	-11955	17604	-13019	11559	-2144	-2687
-3185	-3724	6214	3275	7059	6868	2051	7500	3642	3760	5541	10402	-382	18155	-2837	15503	1690	2344	5563
2237	3483	-6098	12131	-7495	12064	-3956	11320	-2500	3681	3694	1176	2760	-940	4130	321	2796	273	-4112
199	-4279	6735	-4537	13176	-132	9019	1578	9457	7937	5825	3128	5305	8102	6459	6139	304	155	3573
-71	2681	-3276	3010	-3570	6208	1798	5549	313	2019	1126	1695	3861	1347	2909	-457	1433	-277	-1714
1113	-1593	2920	-1174	3099	-55	2722	-3956	5852	7030	6190	6352	3156	2959	695	926	582	-40	1313

Fig. 12.42 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,0).

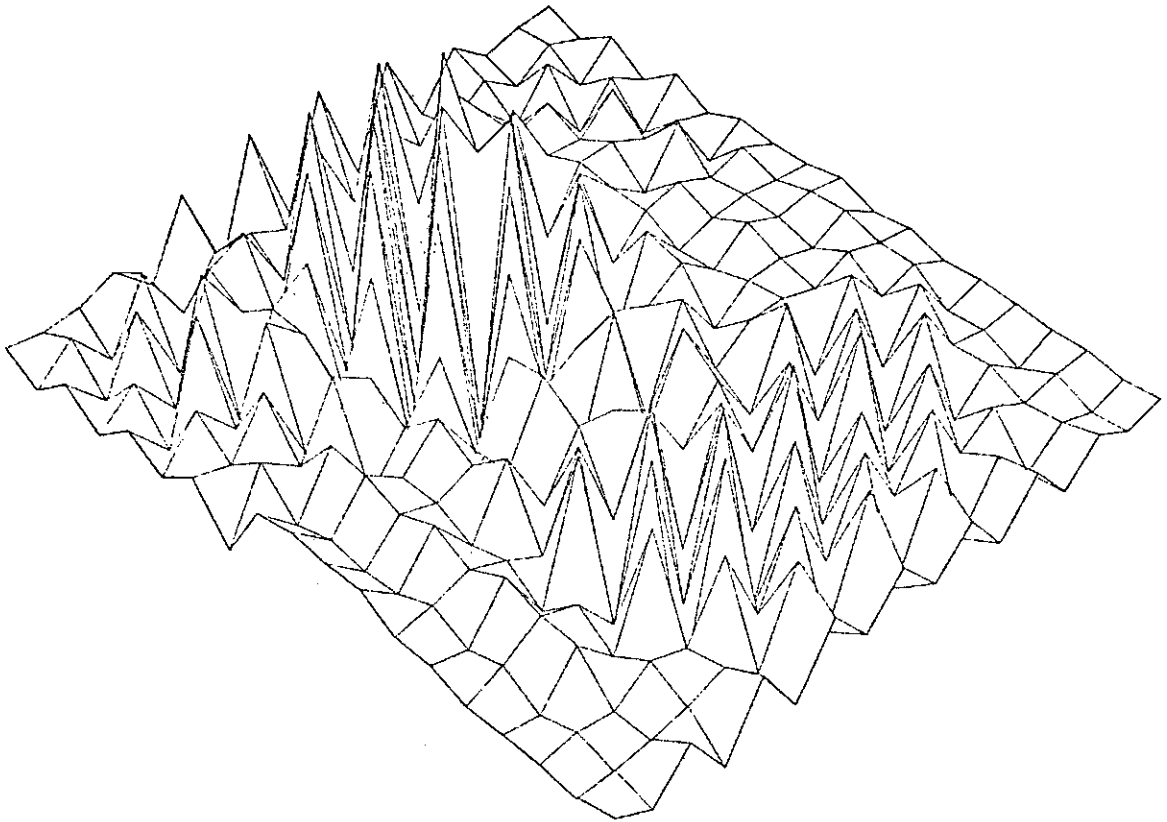


Fig. 12.43 - Visualização da Figura 12.42.

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2382	2294	1829	1370	832	472	327	284	248	199	118
143	191	293	429	618	1036	1890	2755	3338	3659	3319	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1491	2600	3551	4070	4294	4255	4357	4397	4344	4287	3707	2745	1490	594	349	230	202
221	377	559	1249	2538	3764	4345	4493	4498	4420	4462	4473	4415	4339	4211	3725	2591	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4531	4556	4593	4518	4456	4395	4273	4192	3932	2987	1063	403	270
360	531	1524	3243	4238	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4463	4420	4320	4351	3559	1954	754	221
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4537	4496	4463	4456	4518	4587	4730	4935	4743	4262	2800	1115	388
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4559	4544	4584	5030	5313	4974	4433	3568	2005	672
615	1746	3501	4527	4656	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4800	5080	4773	4469	3992	2161	627
395	1090	2965	4822	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4639	4832	4665	4496	4540	4573	4555	4491	4113	2550	774
353	835	2317	4231	4521	4462	4753	4593	4959	4715	4826	5145	4930	4603	4497	4496	4401	4313	3638	1503	572
253	539	1695	3633	4556	4504	4527	4655	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4560	4460	4365	4167	3152	1461	417
221	407	1126	2768	4049	4228	4402	4475	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4441	4401	4436	3569	1894	654	249
157	259	529	1655	3316	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4462	4399	4447	4599	4229	2936	1429	449	173
152	232	355	733	1928	3284	4191	4352	4371	4408	4469	4459	4370	4273	4272	4137	3011	1435	552	233	147
124	158	252	389	902	2007	3198	3593	4155	4293	4275	4274	4221	4099	3644	2971	1942	912	314	169	107
103	129	188	276	375	700	1452	2318	2868	2245	3459	3454	3152	2549	1721	1065	592	293	162	113	82
114	107	128	188	265	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	695	412	250	169	119	82	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL : 0.95086E+06  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.12000E-04

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

745	-257	977	648	1607	1461	1679	2504	2312	3028	2117	1949	1307	1078	1309	595	1093	307	700
762	-127	1016	-745	-343	83	1650	3602	3407	4957	4528	4492	2789	979	-96	-1112	717	-1135	251
-123	-600	1018	1020	4098	5404	5559	5266	3762	4366	3102	4229	4769	4756	4472	752	1459	827	1778
2432	1043	1355	2003	4440	3453	3605	4638	4569	5883	4989	5575	4618	4208	4988	1682	693	-1251	-663
-605	-2253	2355	3257	5061	4687	4986	4627	3132	4195	3124	3788	3161	2839	3897	3893	4663	1211	3248
3629	1665	6746	4441	5757	4597	4830	5747	4859	5469	4186	5946	6026	6262	5834	4057	4437	-2903	-1184
-193	-1923	4259	1308	4698	3409	4184	4177	2292	4941	2336	4682	2295	2512	3720	2971	7646	4757	3919
3275	4093	8355	3579	6958	4141	5763	5919	4615	5904	3044	5973	5282	7136	8493	4243	3672	-433	107
575	75	4541	2245	5361	3391	4402	3708	3276	6030	4961	5542	3196	2942	5481	2950	7336	8264	4324
3820	5172	8758	3970	5015	5333	5356	6132	3905	3950	1909	3262	4871	3931	5149	2954	1937	824	826
-1701	-2215	4787	4454	5619	5315	4291	6409	3385	7410	8792	7222	5778	4925	6738	5299	8223	6851	4441
3906	3274	6049	3505	2841	4094	3472	5523	2926	2573	941	2747	2344	1903	3319	259	3072	327	-529
-1643	-1970	2629	6225	4657	7199	3407	6338	5004	7637	6108	7408	6922	3591	6345	7234	6906	2536	2546
2122	1347	870	3891	1275	4723	1627	6248	582	2768	3724	2455	-323	2802	420	3703	1995	-546	-1064
-251	-412	252	3196	4939	6779	3544	6429	5473	6406	6279	7261	6317	7237	7291	4976	890	1577	1609
383	221	434	-1233	755	2822	4314	3587	1554	2313	136	2471	2047	1929	2875	543	722	-255	-540
520	-516	1317	620	1368	1234	2791	4445	5291	5812	6766	5739	3729	2497	1428	252	1034	19	936

Fig. 12.44 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,12E-04).

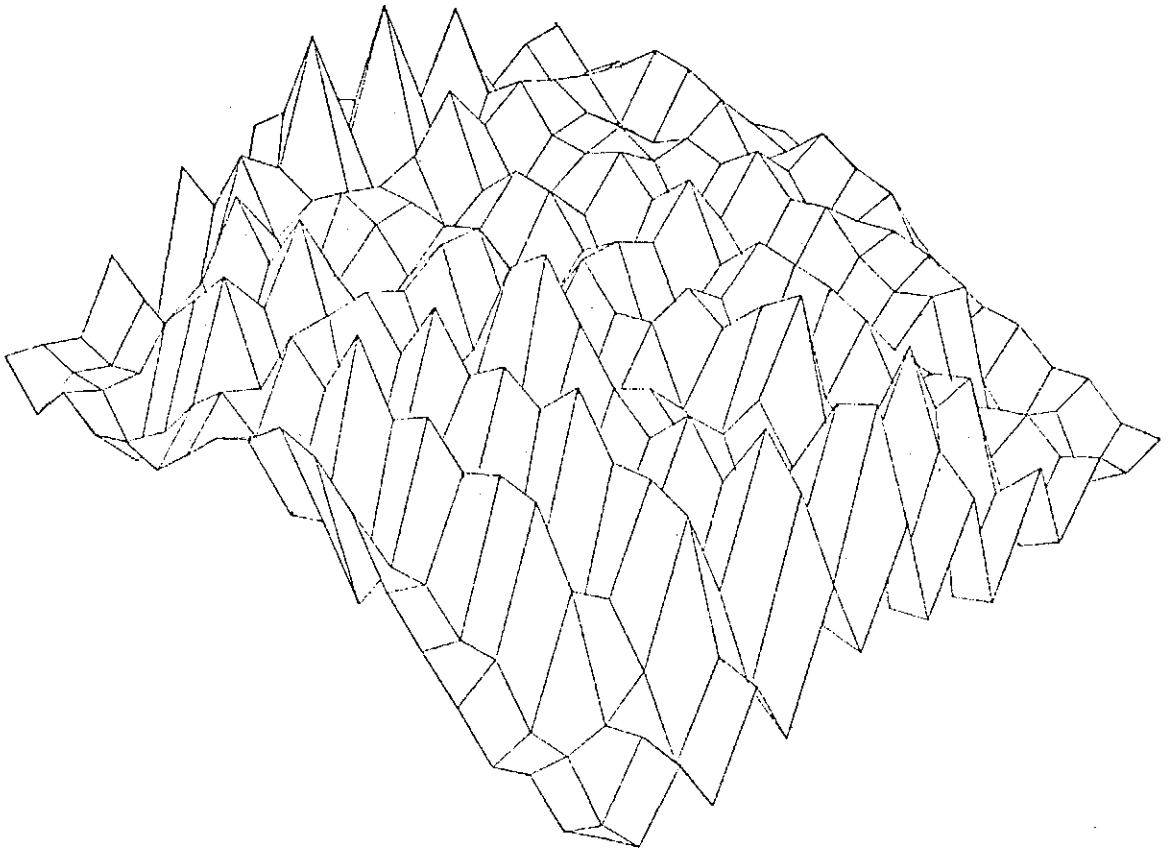


Fig. 12.45 - Visualização da Figura 12.44.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	234	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	229	165	63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1641	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	327	264	248	189	119
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3328	3658	3819	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1462	2600	3551	4070	4294	4355	4097	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	280	202
221	377	559	1249	2528	3764	4345	4493	4498	4480	4482	4473	4416	4339	4211	3735	2591	1259	534	249	275
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4503	4518	4456	4385	4273	4192	3932	2987	1063	433	279
250	591	1524	3243	4258	4525	4632	4654	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	3559	1954	785	361
903	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4462	4456	4513	4587	4730	4835	4742	4362	2950	1115	368
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4643	4500	4519	4558	4544	4584	5030	5213	4974	4422	3569	2095	672
615	1746	3501	4587	4646	4621	4741	4793	4849	4851	4865	4826	4832	4479	4800	5060	4773	4489	3992	2151	627
235	1690	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4880	4838	4932	4665	4496	4540	4673	4555	4401	4112	2550	774
353	835	2317	4231	4801	4662	4752	4953	4959	4715	4826	5145	4930	4603	4497	4496	4401	4313	3632	1933	572
259	535	1635	3633	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4911	4702	4522	4560	4430	4355	4167	3152	1461	417
221	407	1126	2755	4048	4328	4402	4475	4575	4559	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4434	3269	1254	654	249
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4356	4447	4593	4220	2936	1429	449	170
152	232	355	733	1928	3234	4101	4352	4371	4408	4469	4453	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	232	147
124	158	252	389	902	2007	3188	3993	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	912	364	169	107
108	129	188	276	375	700	1452	2316	2388	3243	3459	3454	3152	2549	1781	1066	582	293	162	113	85
114	107	128	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	169	119	88	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL : 0.14814E+07  
 - NORMA RUÍDO : 0.90300E+04  
 - GAMA : 0.10300E-02

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

489	237	975	922	1238	1261	1759	2319	2531	2848	2474	2026	1373	1024	954	819	1057	362	426
392	-231	397	-674	-55	910	2037	3326	3691	4584	4251	4037	2700	1277	119	-997	108	-316	491
821	-50	1310	1133	3888	4573	5171	5070	4016	4445	3772	4741	4744	4764	4049	1172	1301	0	1039
1246	-473	1672	1636	4548	4119	4437	4805	4344	5601	4491	5146	4348	4304	4512	1703	1357	-1081	925
1066	-692	3356	3162	5239	3560	4216	4242	9323	4654	3115	4174	3501	3432	4603	3475	3655	-320	1147
1703	440	5755	4302	6086	4930	5613	5912	4661	6248	4449	5948	5419	4931	5268	4068	5571	502	1022
1280	129	4878	2108	4216	3115	3660	4152	2630	4537	2616	4122	3456	3553	4723	3193	5690	1856	1333
1575	2314	6759	3594	6598	5495	5371	5935	4138	6227	4275	5831	5011	5499	7345	4202	5702	1092	2175
2175	2405	6094	2332	4408	3651	3678	4904	3276	5605	3600	5039	4125	4281	6462	3800	5935	4465	3032
1582	2498	7293	4438	5701	5509	5075	5777	2922	4042	3158	4285	3351	3114	4742	2562	4146	3649	2411
508	223	5528	4098	4629	5263	4900	6564	4402	7141	6538	7377	6039	5514	6731	5210	6471	4769	2760
1297	789	5327	4480	3729	4163	2934	4801	2510	3653	2462	2757	1963	2921	2131	1734	3546	1920	1055
755	-222	3584	4820	4870	5909	4785	7192	5144	6594	6265	6931	6844	7960	7091	6721	6261	2195	972
615	-542	1427	3147	3480	3876	2005	3823	1565	3441	3283	2324	802	1959	2252	2578	2220	-138	232
724	209	847	2546	4352	6158	5174	6651	5665	7106	6362	6936	6329	7006	6418	4727	2153	546	328
235	-203	-341	-237	920	3156	3153	2401	2006	1944	1211	2153	2663	2809	2191	1057	-219	-437	147
348	443	568	773	670	1769	2522	4463	5501	6689	6445	5757	4066	2229	1078	743	651	521	370

Fig. 12.46 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1E-02).

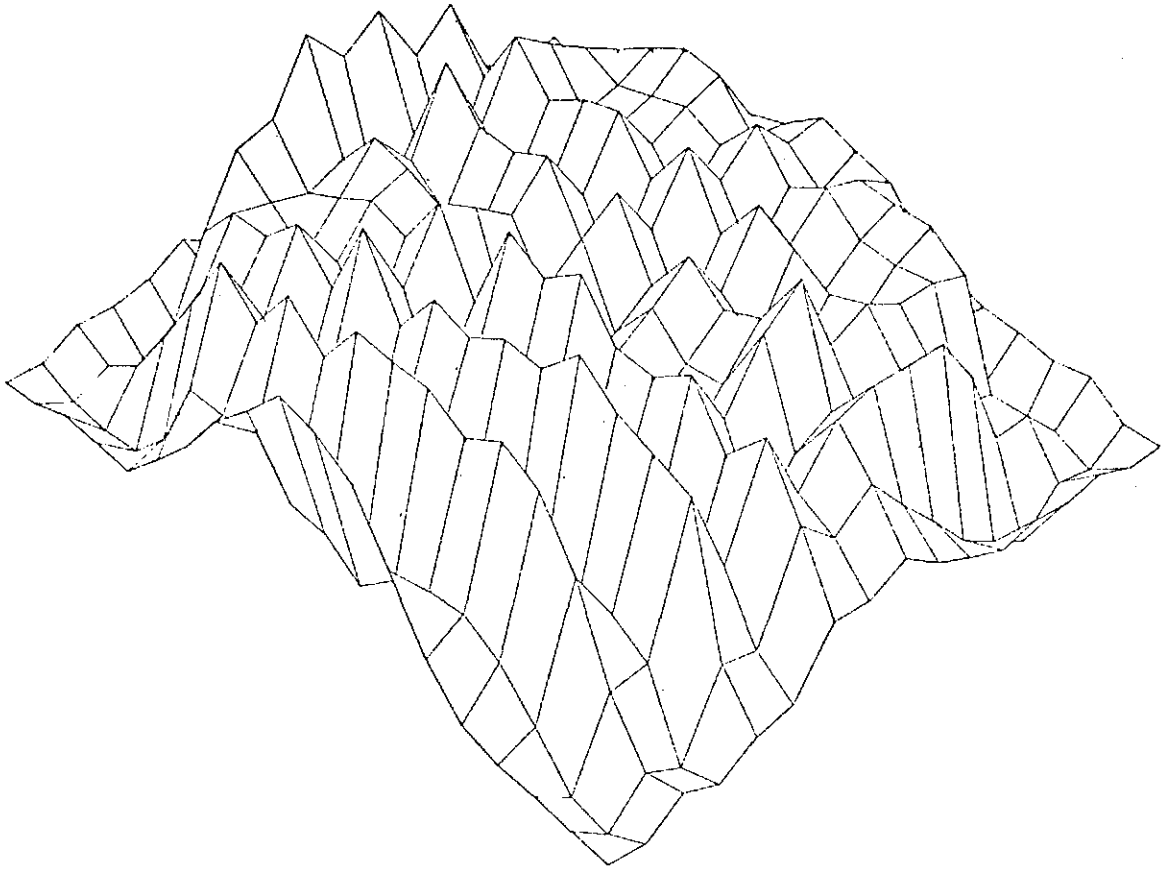


Fig. 12.47 - Visualização da Figura 12.46

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

200	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1841	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	327	284	248	199	118
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3333	3658	3819	3819	3503	2915	2123	1159	526	350	304	261	211
229	351	467	734	1481	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4297	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	280	202
221	377	559	1249	2588	3764	4345	4493	4458	4480	4482	4473	4415	4239	4211	3735	2521	1259	524	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4593	4518	4456	4335	4273	4192	3832	2587	1063	493	270
360	581	1524	3243	4289	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4432	4420	4320	4351	3559	1954	736	351
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4653	4587	4456	4463	4455	4518	4587	4730	4825	4743	4262	2600	1115	383
427	1032	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4558	4544	4584	4630	4513	4574	4483	3568	2035	672
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4500	5030	4773	4469	3932	2161	627
335	1090	2965	4822	4844	4727	4919	5034	4816	4530	4638	4832	4665	4496	4540	4673	4555	4401	4113	2550	774
353	835	2317	4231	4821	4662	4753	4993	4959	4715	4326	5145	4930	4603	4497	4476	4401	4312	3533	1403	572
259	533	1635	3538	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4511	4703	4532	4560	4460	4355	4167	3152	1441	417
221	407	1126	2758	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4401	4436	3669	1594	654	249
157	259	529	1655	3318	4171	4393	4450	4502	4555	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2965	1429	449	178
152	232	355	783	1928	3264	4101	4352	4371	4408	4469	4658	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	233	147
124	153	252	389	932	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1742	912	364	149	107
109	129	188	276	375	700	1452	2316	2868	3248	3459	3454	3152	2545	1791	1066	592	293	162	113	52
114	127	123	185	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1491	1064	625	412	256	169	119	82	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5233  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.23653E+07  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.11000E-01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

363	422	859	735	964	1173	1734	2367	2694	2958	2698	2227	1516	992	742	620	873	519	435
483	-174	130	-402	209	991	2129	3139	3461	4042	3804	3509	2538	1472	442	-562	-51	-204	520
916	-67	1124	1332	3343	4240	4904	5151	4591	5042	4698	5149	4994	4601	3593	1364	972	-169	939
972	-530	1623	2103	4329	4485	4555	4644	3962	4698	3980	4417	4265	4273	4163	2112	1527	-679	755
1067	-278	3177	3326	4948	4288	4202	4541	3803	4899	3286	4433	4034	3885	4581	3476	3443	10	799
1339	591	4953	4384	5714	5014	5121	5626	4629	5896	4512	5383	4918	4442	5191	4324	5027	1136	1009
1301	653	4786	3058	4350	3794	3772	4270	3050	4241	3007	4375	3308	3754	4545	3792	5091	1933	1430
1880	1852	6073	3756	5345	5152	5040	5717	4567	5991	4735	5651	5230	5575	6830	4734	5269	3418	2351
2151	2549	6428	3428	4592	4431	4135	4750	3393	4794	3680	4430	3615	4342	5831	3635	5161	2931	2362
1690	2140	6800	4146	5099	5134	4976	5372	3566	4941	4180	4742	3904	3964	5109	3292	4977	4023	2904
964	997	5885	4412	5071	5185	5268	6283	4759	6297	5974	6307	5358	5145	5591	4194	5674	4130	2532
334	369	4320	3988	4079	3665	3478	4557	2919	3342	3376	3595	3135	3206	3595	2681	4274	2317	1243
555	119	4069	4653	5494	5223	5111	6336	5236	6310	6029	5951	5676	6126	6263	5692	5306	2047	810
609	-685	1669	2523	3713	3514	2721	3452	2590	3551	3594	2973	2341	3009	3592	3336	2672	390	277
705	-169	1217	2266	4565	5928	5795	6335	5646	6333	6424	6176	5970	6193	5737	4125	2175	267	472
411	-253	-109	-85	1018	2859	2306	3122	2365	2374	2766	2923	2797	2283	2368	1271	251	-310	332
269	460	607	431	892	1975	3203	4567	6440	6139	6056	5350	4606	2492	1275	600	352	277	493

Fig. 12.48 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,11E-01).



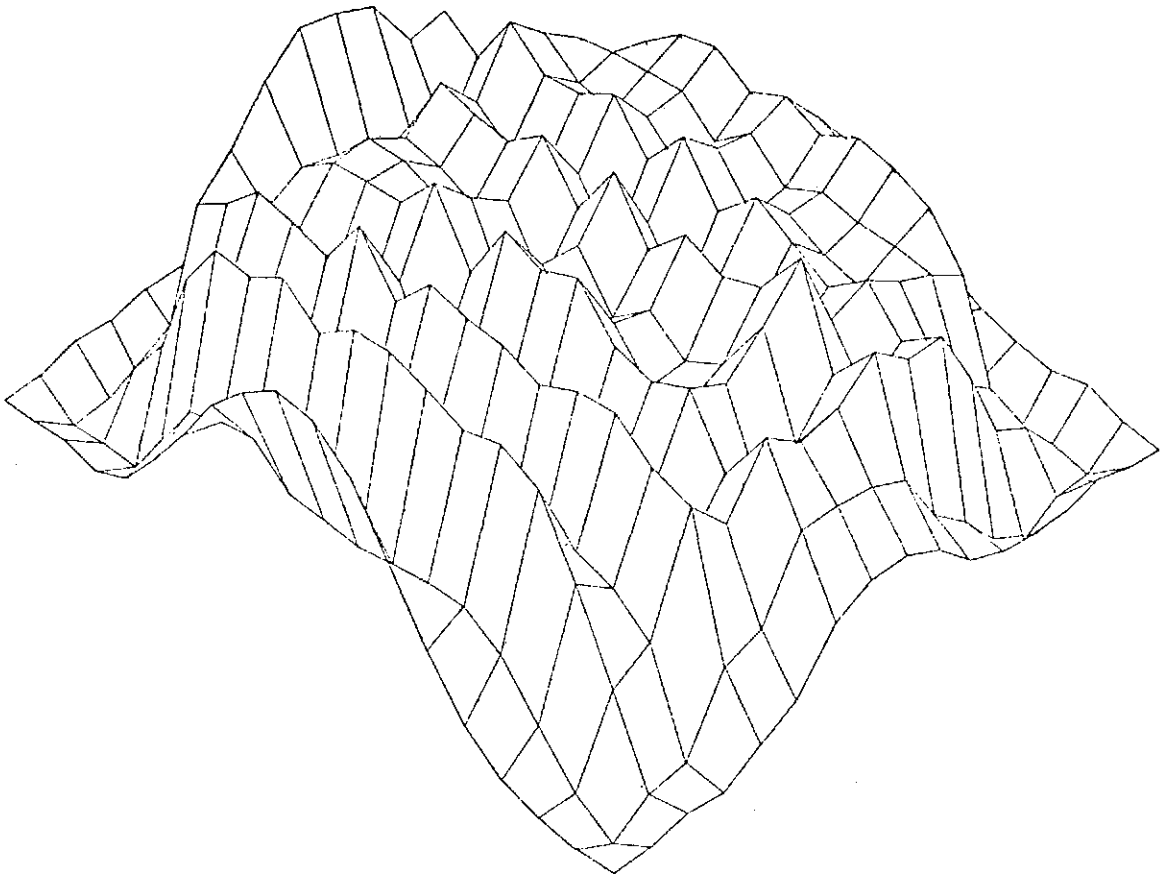


Fig. 12.49 - Visualização da Figura 12.48.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	254	359	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	53	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1941	2222	2382	2294	1989	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3653	3819	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1481	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	290	202
221	377	559	1249	2588	3754	4345	4493	4498	4480	4482	4473	4415	4339	4211	3735	2581	1259	524	349	279
387	580	1109	2427	3851	4475	4649	4646	4581	4556	4553	4518	4456	4385	4273	4192	3932	2887	1063	403	270
160	581	1524	3243	4288	4525	4632	4584	4592	4533	4500	4421	4429	4403	4420	4320	4351	3559	1954	796	351
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4498	4453	4456	4518	4537	4730	4835	4743	4252	2800	1115	238
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4549	4500	4519	4559	4544	4584	5030	5313	4974	4483	3543	2005	572
615	1746	3501	4587	4866	4621	4741	4793	4549	4551	4555	4526	4522	4479	4800	5080	4773	4469	3992	2151	627
385	1090	2985	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4530	4832	4685	4496	4540	4673	4555	4401	4113	2550	774
353	835	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4503	4497	4496	4401	4212	3638	1903	572
259	538	1685	3639	4556	4504	4527	4665	4772	4685	4757	4911	4703	4532	4560	4430	4365	4167	3152	1461	417
221	407	1126	2768	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	3669	1894	654	249
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4502	4585	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2926	1429	449	178
152	232	355	733	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4459	4458	4370	4293	4272	4137	3911	1435	552	238	147
124	159	252	389	802	2007	3158	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4050	3644	2971	1942	812	364	169	157
108	129	189	276	375	790	1452	2316	2868	3243	3459	3454	3152	2549	1781	1066	522	293	162	113	68
114	107	128	186	265	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	169	119	82	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.34530E+08  
 - NORMA RUÍDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.20000E-01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

385	444	797	731	905	1174	1749	2380	2732	2979	2742	2257	1563	1004	693	555	762	530	470
505	-144	83	-295	353	1081	2129	3057	3398	3907	3714	3360	2521	1518	521	-402	-81	-150	587
567	-76	1037	1412	3241	4215	4393	5188	4785	5169	4922	5211	5047	4546	3469	1444	864	-159	834
902	-440	1597	2218	4185	4470	4499	4524	3899	4416	3875	4257	4247	4228	4018	2231	1492	-511	659
1015	-121	3096	3446	4902	4480	4329	4623	4097	4879	4121	4499	4205	4061	4575	3586	3264	186	720
1265	660	4708	4394	5535	5013	4953	5395	4643	5433	4548	5142	4746	4377	5051	4363	4732	1229	920
1310	933	4725	3225	4351	3589	3864	4283	3219	4176	3289	4096	3892	3912	4378	3971	4970	2070	1447
1847	1989	5334	5343	5058	5094	5003	5569	4660	5732	4861	5514	5220	5331	6590	4838	5726	3429	2324
2055	2562	6345	3693	4530	4536	4249	4854	3472	4560	3812	4282	3826	4403	5609	3913	5140	3900	2922
1875	2188	6482	4288	4984	5121	4936	5310	1837	4911	4469	4764	3972	4186	5067	2497	5065	4145	2907
995	1130	5751	4455	4980	5091	5234	6061	4772	5339	5337	6033	3145	4980	5308	4065	5447	4505	2474
775	446	4722	4036	4222	3806	3711	4594	3245	3969	3771	3866	3425	3585	3913	3327	4398	2476	1324
793	199	3933	4576	5381	5123	4974	6006	5102	5905	5841	5651	5303	5687	5975	5234	5017	2022	810
564	-607	1713	2563	3734	3642	3058	3616	2931	3784	3816	3250	2779	3372	3034	3505	2740	419	254
659	-200	1200	2354	4502	5654	5746	6112	5487	6021	6140	5086	5655	5830	5535	3994	2162	232	377
447	-238	-78	11	1278	2485	2932	3149	2577	2657	2726	2840	2997	2892	2385	1301	341	-233	396
410	411	499	392	953	2640	3267	4541	5255	5846	5892	5146	3962	2571	1286	697	256	204	362

Fig. 12.50 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,02).

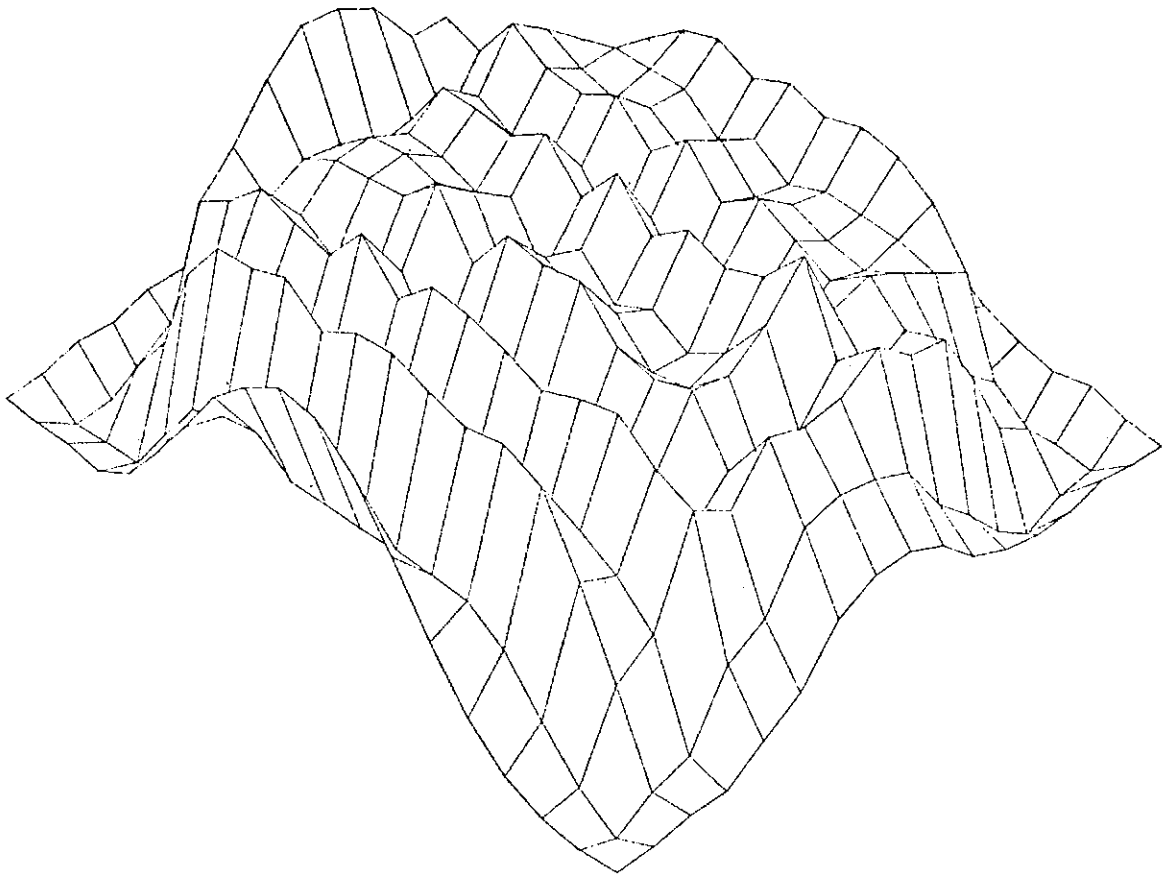


Fig. 12.51 - Visualização da Figura 12.50.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	-63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1841	2222	2392	2294	1889	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3658	3319	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1431	2600	3551	4070	4274	4555	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	280	202
221	377	559	1249	2588	3764	4345	4493	4493	4480	4482	4472	4415	4339	4211	3735	2581	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4546	4581	4586	4553	4518	4456	4385	4273	4192	3632	2387	1563	403	270
360	591	1524	3243	4288	4525	4632	4684	4592	4533	4500	4421	4429	4423	4420	4320	4251	3559	1954	786	381
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4563	4587	4476	4483	4456	4518	4587	4730	4835	4743	4282	2306	1115	358
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4839	4548	4500	4519	4558	4544	4584	5030	5313	4974	4483	2563	2005	572
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4535	4526	4532	4479	4800	5080	4773	4469	3952	2161	627
385	1090	2985	4822	4344	4727	4919	5034	4916	4580	4639	4822	4685	4496	4540	4673	4555	4481	4113	2550	774
353	535	2317	4231	4801	4652	4753	4993	4999	4715	4826	5145	4930	4603	4697	4496	4401	4318	3633	1992	572
289	528	1685	3638	4556	4504	4527	4655	4772	4695	4757	4921	4703	4532	4560	4480	4365	4167	2152	1461	417
221	407	1126	2758	4048	4328	4402	4476	4575	4598	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	3569	1894	654	245
157	259	529	1865	3318	4171	6393	4450	4502	4595	4574	5411	4402	4258	4447	4599	4220	2586	1429	449	178
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4459	4458	4370	4293	4272	4137	3611	1433	552	232	147
124	158	252	339	902	2067	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2571	1842	912	364	169	197
109	129	198	276	375	700	1452	2316	2868	3248	3459	3454	3152	2549	1781	1066	582	293	162	113	88
114	107	128	186	265	326	474	720	1110	1469	1700	1705	1451	1084	685	412	255	169	119	82	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7625 SIGY: 1.7935  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL : 0.38457E+08  
 - NORMA RUIDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.40000E-01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

407	448	701	661	843	1180	1760	2376	2751	2973	2761	2274	1611	1025	646	476	620	513	482
513	-102	54	-162	439	1199	2152	2998	3277	3795	3651	3286	2532	1591	622	-215	-35	-20	564
787	-67	943	1498	3119	4170	4842	5184	4964	5228	5077	5232	5041	4446	3314	1520	761	-117	692
810	-316	1554	2347	4020	4457	4442	4418	3912	4184	3973	4167	4254	4202	3866	2354	1438	-312	590
545	66	2938	3597	4846	4707	4473	4680	4323	4793	4330	4536	4352	4253	4550	3712	3891	377	646
1134	768	4398	4411	5300	5025	4799	5133	4661	5133	4587	4371	4553	4356	4908	4420	4289	1372	957
1312	1062	4615	3541	4318	4208	3985	4300	3650	4155	3659	4118	3984	4139	4906	4287	4910	2239	1467
1788	2054	5637	4019	4749	5031	4941	5359	4714	5384	4954	5309	5139	5565	6267	4975	5527	3463	2280
2009	2614	5171	4041	4419	4637	4381	4593	3667	4306	4010	4200	3905	4524	5346	4037	5115	3944	2766
1645	2283	6254	4527	4847	5125	5003	5245	4129	4818	4727	4755	4125	4399	4927	3743	5077	4139	2865
1009	1301	5523	4557	4817	5010	5155	5774	4799	5554	5709	5677	4917	4854	5010	4045	5251	3912	2413
726	613	4887	4220	4350	4049	3980	4346	3664	4181	4243	4157	3701	3903	4297	3715	4463	2664	1417
693	295	3799	4479	5137	4913	4765	5523	4395	5401	5380	5265	4684	5276	5832	5070	4854	2010	811
490	-463	1757	2714	3830	3695	3814	3835	3072	3979	4116	3623	3857	3812	4237	3721	2753	587	235
558	-195	1153	2347	4036	5241	5570	5793	5258	5626	5794	5546	5263	5581	5273	5595	2182	307	273
453	-213	-61	148	1346	2466	2988	3245	2890	3019	3147	3122	3034	2527	2399	1339	413	-167	227
402	334	375	383	1033	2120	3310	4462	5137	5700	5650	5095	3896	2691	1511	654	242	120	274

Fig. 12.52 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,04).

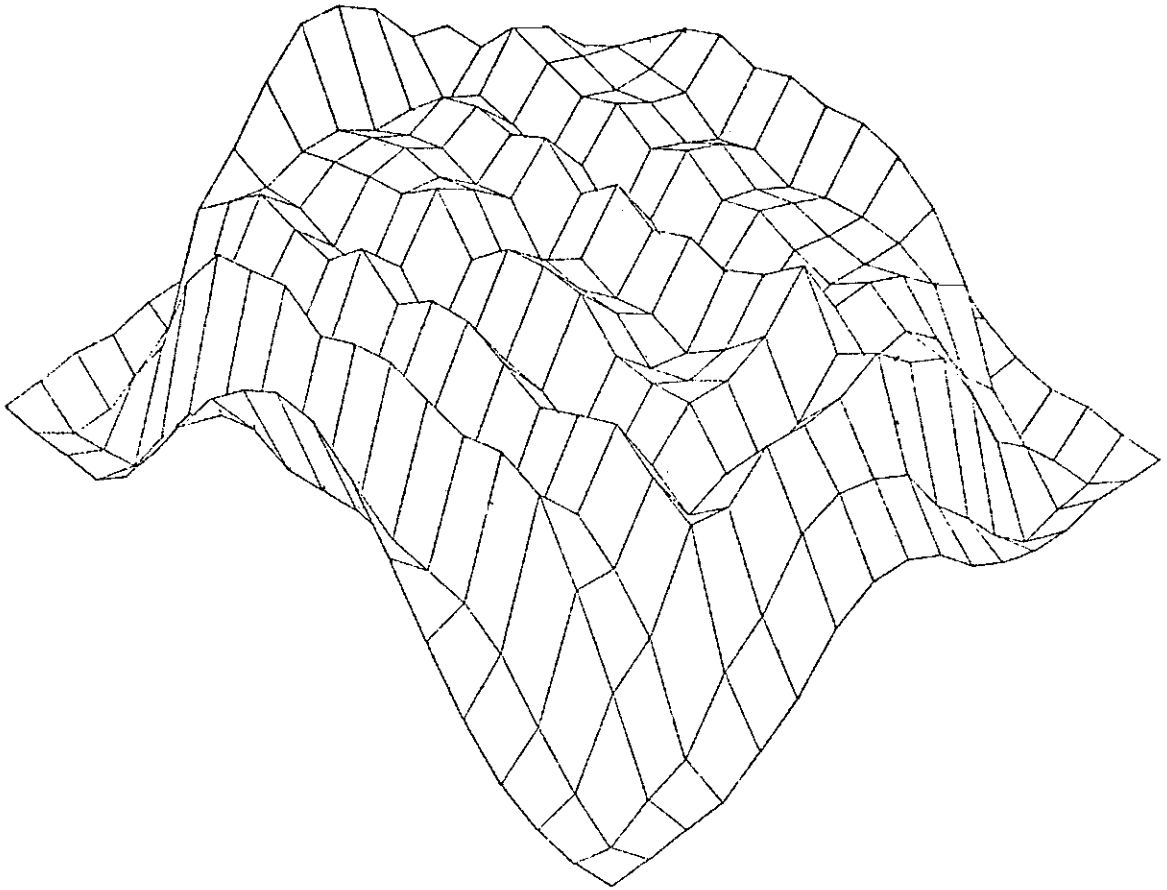


Fig. 12.53 - Visualização da Figura 12.52.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	220	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1841	2222	2392	2254	1889	1370	832	472	327	284	243	189	118
143	191	293	429	618	1035	1890	2755	3338	3658	3819	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1451	2400	3551	4070	4274	4355	4397	4397	4344	4197	3797	2745	1450	594	349	290	292
221	377	559	1249	2598	3764	4345	4493	4498	4480	4432	4473	4415	4339	4211	3735	2581	1259	534	349	273
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4553	4518	4456	4295	4273	4192	3932	2597	1063	403	270
360	591	1524	3243	4285	4525	4632	4664	4592	4531	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	3559	1954	736	391
503	1056	2319	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4518	4587	4730	4935	4743	4262	2900	1115	338
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4568	4544	4584	5030	5313	4974	4433	3563	2095	672
615	1745	3501	4587	4865	4521	4741	4792	4549	4591	4565	4526	4532	4477	4809	5090	4773	4469	3992	2161	627
325	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4916	4520	4638	4322	4665	4496	4540	4673	4535	4401	4113	2550	774
353	635	2317	4231	4901	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4603	4497	4496	4401	4318	3628	1513	572
259	538	1835	3638	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4911	4703	4522	4560	4480	4365	4167	3152	1461	417
221	437	1126	2768	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4691	4426	3669	1874	654	249
157	259	529	1635	3319	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4358	4467	4599	4220	2926	1429	443	173
152	232	355	733	1928	3284	4101	4352	4371	4406	4469	4453	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	233	147
124	158	252	399	902	2007	3188	3993	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	912	354	169	197
103	129	198	276	375	700	1452	2316	2368	3248	3459	3454	3152	2549	1731	1066	532	273	162	113	58
114	107	128	186	265	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	169	119	83	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.42034E+08  
 - NORMA RUIDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.70000E-01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

402	428	610	598	799	1183	1755	2354	2740	2934	2743	2273	1639	1043	617	414	504	469	454
497	-66	44	-44	532	1319	2203	3000	3412	3752	3641	3270	2571	1670	715	-65	-81	-32	513
707	-44	875	1546	3005	4095	4745	5120	5040	5222	5151	5197	4968	4325	3175	1578	705	-70	574
730	-198	1527	2452	3918	4471	4433	4390	4000	4107	3952	4186	4292	4215	3781	2463	1408	-154	454
832	220	2890	3699	4785	4856	4553	4676	4430	4678	4416	4523	4405	4375	4515	3772	2934	567	602
1124	879	4157	4430	5120	5051	4733	4961	4676	4934	4613	4594	4429	4391	4819	4457	4127	1483	949
1302	1253	4497	3580	4275	4256	4089	4216	3894	4177	3940	4153	4047	4324	4921	4507	4677	2371	1484
1733	2147	5430	4200	4535	4965	4575	5172	4768	5106	4972	5134	5032	5524	6004	5080	5392	3508	2245
1929	2656	5991	4330	4341	4707	4501	4596	3853	4226	4184	4216	4012	4640	5167	4248	5098	3993	2709
1608	2378	6045	4730	4717	5107	5032	5179	4306	4711	4847	4723	4196	4508	4775	2930	5036	4163	2801
1017	1464	5328	4687	4679	4973	5100	5565	4830	5319	5637	5449	4763	4795	4921	4112	5038	3273	2370
598	778	4454	4443	4411	4247	4171	4674	3971	4323	4585	4353	3970	4129	4368	3923	4460	2797	1493
603	373	3593	4394	4909	4781	4619	5161	4716	5143	5277	4991	4592	5032	5380	4859	4366	2013	820
425	-312	1802	2550	3952	4137	3871	4117	3715	4135	4354	3910	3601	4152	4525	3392	2832	745	241
515	-145	1120	2333	4094	5146	5269	5819	5080	5322	5530	5291	5118	5237	5046	2713	2297	379	199
417	-201	-48	262	1403	2432	3084	3364	3171	3316	3469	3355	3153	2974	2413	1330	467	-131	135
353	261	291	404	1105	2182	3317	4370	5047	3466	5457	4848	3935	2701	1609	721	238	71	184

Fig. 12.54 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,07).

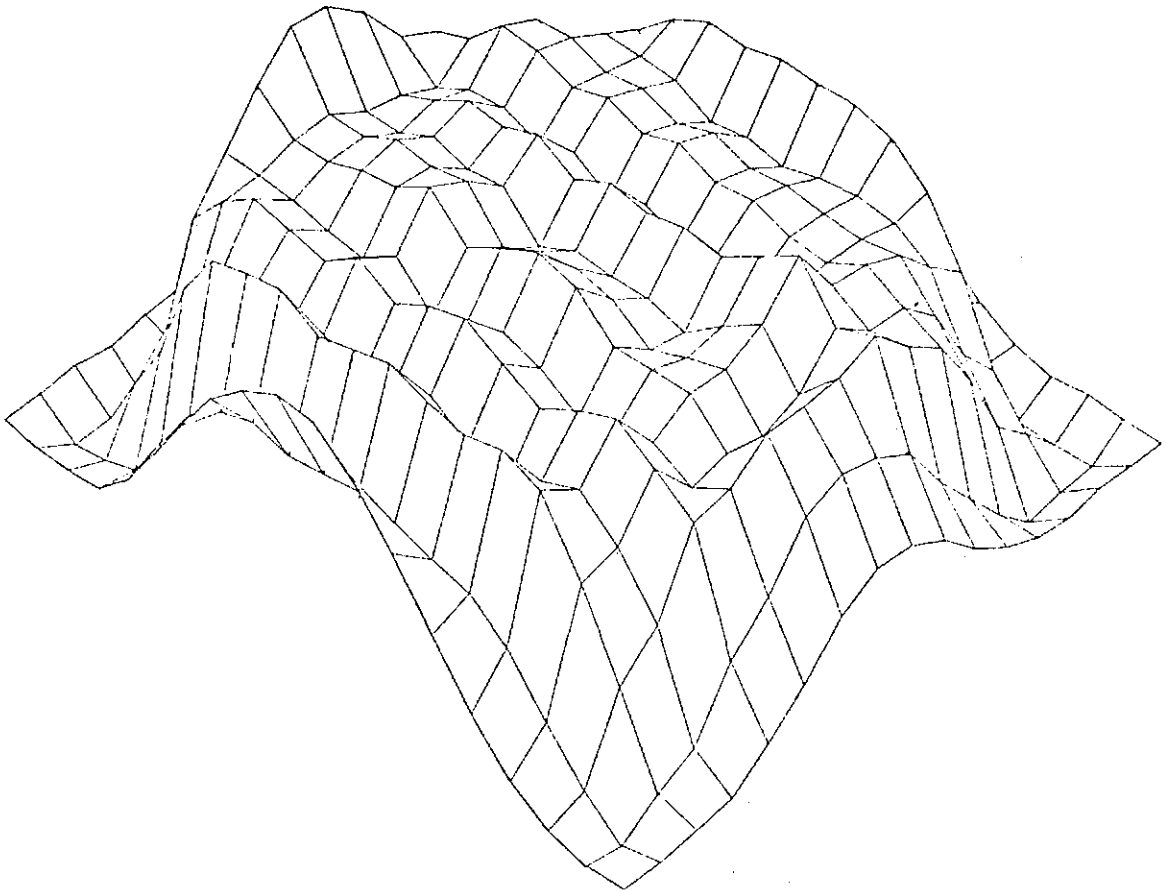


Fig. 12.55 - Visualização da Figura 12.54.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	191	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	567	625	1313	1841	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	191	293	429	618	1056	1890	2755	3338	3658	3819	3819	3503	2918	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1481	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	290	202
221	377	559	1249	2538	3764	4345	4493	4498	4430	4482	4473	4415	4339	4211	3725	2581	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4848	4646	4581	4556	4533	4510	4456	4355	4273	4192	3832	2537	1043	403	270
360	531	1524	3243	4236	4525	4632	4664	4532	4533	4500	4421	4429	4463	4420	4320	4351	3559	1954	726	331
503	1036	2319	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4453	4456	4518	4587	4700	4835	4743	4262	2200	1115	338
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4559	4544	4584	5030	5313	4974	4432	2543	2005	672
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4581	4565	4526	4532	4479	4300	5090	4773	4469	3752	2151	627
335	1090	2365	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4638	4332	4665	4456	4540	4673	4955	4401	4113	2550	774
359	835	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4825	5145	4930	4603	4497	4496	4431	4312	2638	1903	572
259	533	1635	3653	4556	4504	4527	4655	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4360	4430	4360	4167	2152	1461	417
221	407	1126	2768	4048	4228	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	2659	1374	654	249
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4532	4565	4574	5411	4402	4358	4447	4559	4220	2926	1429	449	178
152	232	355	733	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	233	147
124	155	252	339	902	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3544	2971	1942	912	364	169	107
109	129	199	276	375	700	1452	2316	2868	3248	3459	3454	3152	2549	1721	1066	582	293	162	113	23
114	107	128	186	265	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	655	412	256	169	119	22	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.44544E+08  
 - NORMA RUÍDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.10000E+00

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

396	402	548	558	773	1183	1747	2331	2718	2894	2717	2265	1653	1056	604	380	434	426	418
474	-45	47	35	604	1406	2252	3024	3455	3747	3552	3284	2610	1728	781	29	-61	-11	466
650	-24	937	1563	2928	4028	4660	5052	5052	5186	5149	5152	4892	4232	3095	1596	654	-39	500
678	-116	1517	2516	3572	4490	4468	4399	4633	4111	4035	4234	4328	4237	3748	2518	1400	-54	408
839	319	2835	3746	4741	4926	4408	4654	4459	4534	4433	4496	4410	4431	4409	3794	2808	648	521
1037	959	4014	4441	5020	5089	4722	4877	4681	4833	4624	4603	4374	4433	4795	4472	3975	1551	549
1231	1372	4417	4017	4250	4429	4159	4329	4026	4204	4092	4181	4065	4432	4932	4620	4593	2451	1435
1590	2207	5301	4318	4425	4910	4831	5054	4535	4940	4957	5030	4957	5481	5850	5135	5308	3340	2223
1874	2701	5867	4509	4311	4740	4581	4616	3973	4196	4290	4256	4089	4707	5080	4382	5090	4322	2670
1579	2433	5901	4651	4643	5077	5026	5129	4365	4643	4852	4594	4216	4542	4682	4038	5000	4192	2751
1022	1576	5211	4732	4645	4960	5079	5453	4854	5215	5601	5338	4687	4770	4733	4177	4906	3359	2342
655	888	4360	4530	4433	4356	4277	4662	4134	4419	4758	4455	3958	4249	4444	4121	4409	2365	1518
543	426	3456	4337	4769	4716	4546	4959	4606	4951	5246	4839	4441	4914	5240	4788	4198	2023	933
384	-304	1837	2989	4014	4287	4084	4255	3909	4231	4490	4078	3797	4346	4453	3938	2892	852	258
459	-114	1180	2318	3747	4982	5223	5343	4978	5152	5277	5145	4165	5137	4901	2643	2070	422	100
373	-231	-36	343	1442	2520	3122	3452	3381	3501	3660	3493	3220	3009	2429	1412	475	-120	71
324	212	250	430	1154	2217	3312	4303	4945	5246	5323	4746	3791	2726	1669	774	248	40	126

Fig. 12.56 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,1).



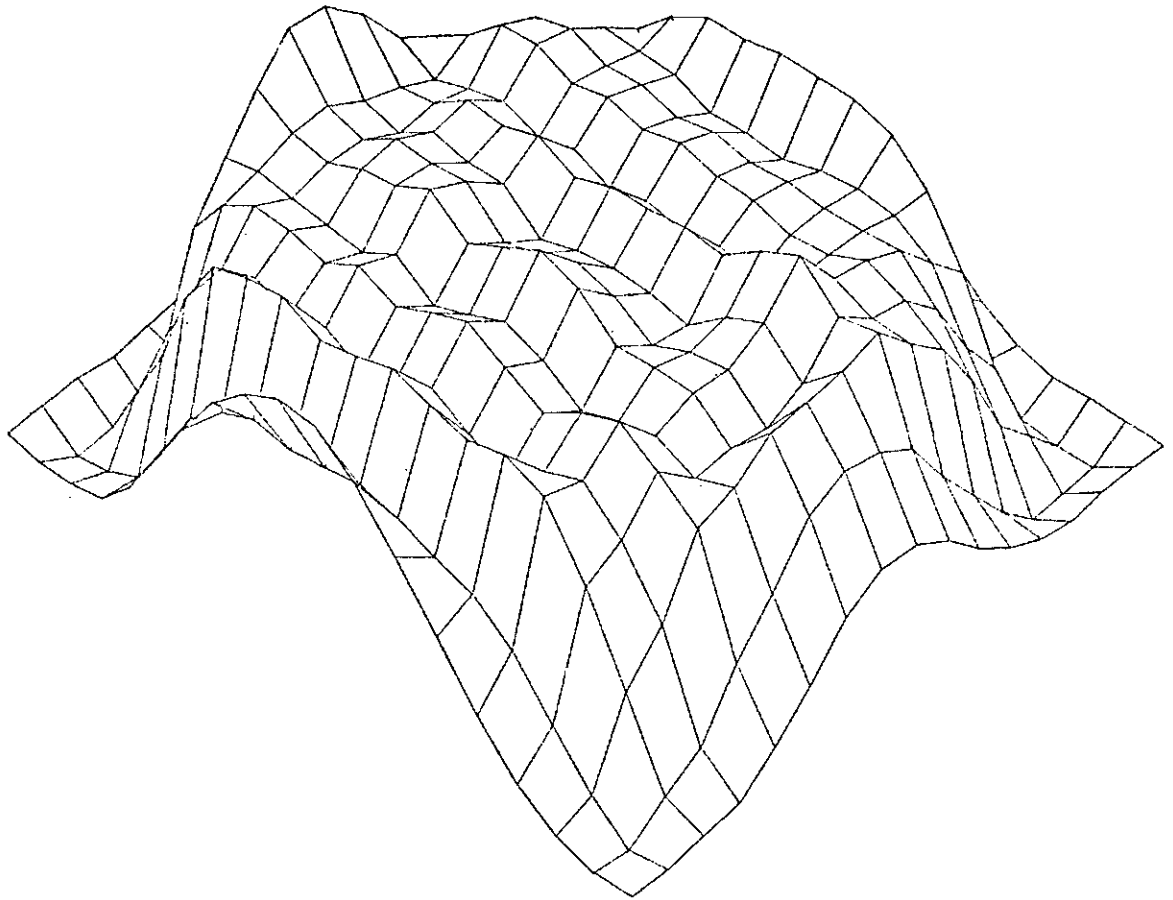


Fig. 12.57 - Visualização da Figura 12.56.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIOO : 25.0

100	121	147	161	254	358	442	515	504	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	625	1213	1341	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	171	293	429	618	1086	1990	2755	3338	3658	3819	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1431	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	230	202
221	377	559	1249	2538	3764	4345	4493	4498	4420	4482	4473	4415	4339	4211	3735	2581	1259	524	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4553	4518	4456	4385	4273	4192	3822	2587	1063	403	270
360	581	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4251	3559	1954	726	331
503	1056	2318	3727	4341	4902	4607	4653	4587	4495	4463	4456	4518	4587	4730	4835	4743	4262	2500	1115	398
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4558	4544	4584	5030	5313	4974	4483	3563	2005	572
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4792	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4900	5080	4773	4463	3992	2161	427
385	1090	2965	4832	4844	4727	4919	5034	4916	4580	4638	4832	4665	4496	4540	4673	4555	4401	4113	2550	774
353	435	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4603	4497	4436	4401	4218	3438	1903	572
259	598	1635	3639	4556	4504	4527	4655	4772	4655	4757	4911	4703	4532	4560	4490	4365	4157	3152	1461	417
221	407	1126	2763	4048	4328	4402	4476	4575	4559	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	3669	1894	654	249
157	259	529	1565	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2586	1429	449	173
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	238	147
124	153	252	389	992	2007	3188	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	912	364	169	107
108	129	188	276	375	700	1452	2316	2863	3246	3459	3454	3352	2549	1781	1066	582	293	162	113	88
114	107	128	185	259	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	159	115	69	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.53754E+08  
 - NORMA RUIOO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.30000E+00

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

275	269	358	450	721	1176	1706	2230	2594	2726	2590	2212	1672	1096	601	309	246	244	254
338	-14	87	239	871	1690	2457	3153	3610	3813	3741	3387	2751	1921	1012	300	19	-9	271
453	48	759	1582	2703	3769	4369	4777	4957	5036	5050	4950	4595	3923	2851	1619	675	52	294
527	162	1530	2672	3798	4526	4556	4498	4264	4303	4349	4443	4445	4304	3712	2633	1432	235	311
715	628	2651	3798	4597	5005	4733	4580	4439	4387	4292	4389	4374	4513	4404	3729	2539	992	548
975	1230	3651	4441	4804	5031	4799	4729	4426	4611	4589	4443	4319	4536	4767	4448	3629	1757	968
1227	1715	4175	4333	4239	4542	4387	4369	4276	4298	4386	4238	4225	4685	4936	4825	4404	2631	1523
1549	2384	4936	4837	4260	4703	4729	4767	4569	4624	4348	4790	4755	5254	5506	5228	5194	2640	2156
1654	2507	5479	4953	4338	4741	4767	4634	4268	4262	4544	4423	4290	4806	4952	4738	5074	4985	2520
1474	2598	5466	5151	4541	4920	5008	4963	4502	4532	4876	4610	4219	4513	4511	4236	4901	4139	2569
1032	1921	4893	5041	4615	4928	5063	5218	4912	5032	5501	5130	4558	4697	4614	4404	4774	2816	2240
657	1216	4053	4664	4458	4562	4548	4676	4435	4640	5043	4552	4167	4474	4599	4383	4319	2999	1582
416	630	3099	4163	4449	4556	4480	4538	4232	4545	4899	4526	4200	4698	4947	4557	3820	2102	502
267	135	1958	3257	4120	4603	4600	4573	4332	4440	4777	4469	4763	4762	4897	4177	2925	1170	362
249	-31	1059	2254	3519	4492	4850	4902	4707	4604	5019	4799	4605	4775	4437	3405	1903	520	86
164	-230	32	599	1584	2652	3321	3729	3844	4016	4141	3575	3463	3142	2520	1539	575	-103	-93
166	75	201	561	1305	2298	3258	4071	4612	4921	4900	4418	3634	2766	1941	965	327	-10	-13

Fig. 12.58 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,3).

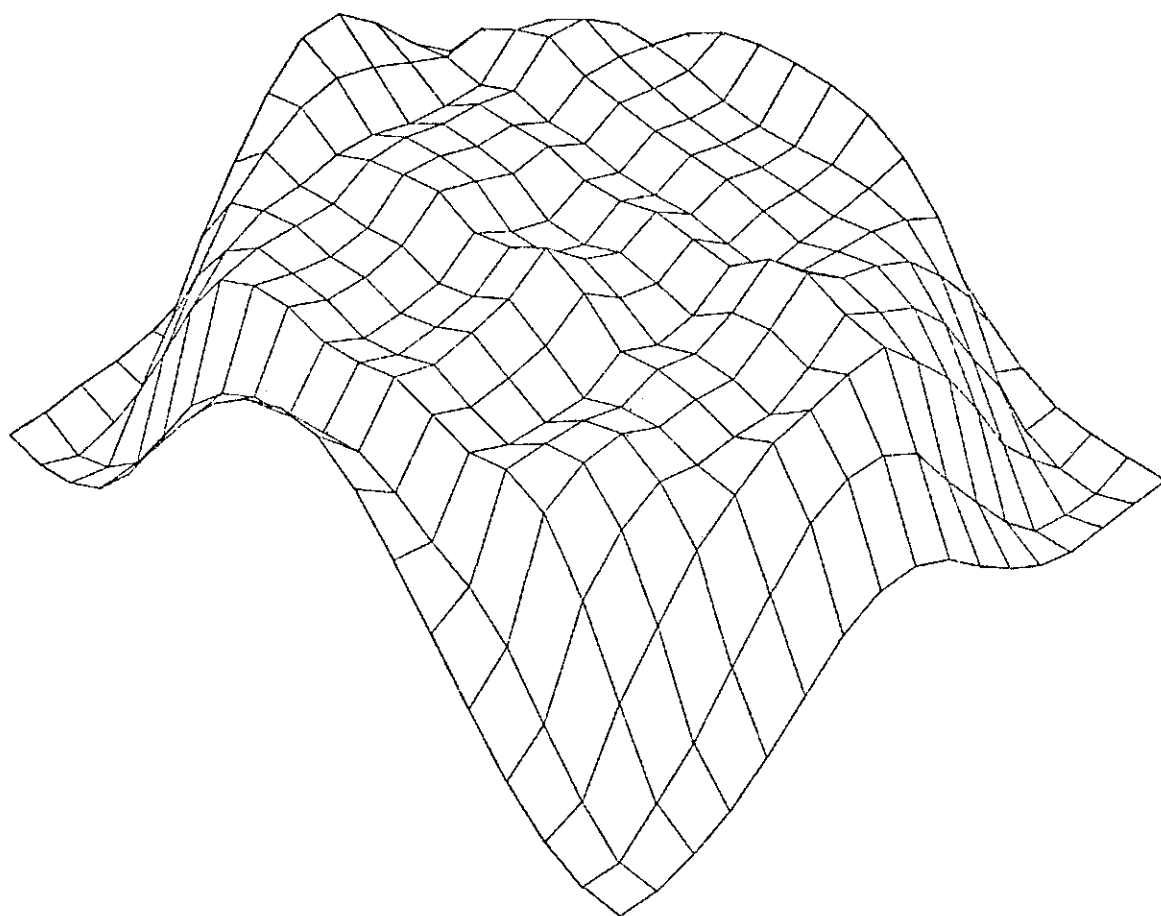


Fig. 12.59 - Visualização da Figura 12.58.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2362	2294	1889	1370	832	472	327	284	243	189	118
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3658	3819	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1491	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	230	202
221	377	559	1249	2538	3764	4345	4493	4498	4480	4432	4473	4415	4339	4211	3735	2581	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3551	4475	4648	4646	4581	4556	4553	4519	4456	4385	4273	4192	3832	2587	1053	403	270
360	531	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	3559	1954	735	351
503	1036	2313	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4513	4587	4730	4335	4743	4262	2800	1115	382
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4553	4544	4584	5030	5313	4974	4433	3563	2055	672
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4800	5080	4773	4469	2992	2161	627
385	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4638	4832	4655	4495	4540	4673	4555	4401	4113	2550	774
353	835	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4603	4497	4496	4401	4318	3632	1903	572
259	538	1685	3638	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4560	4480	4365	4167	3152	1451	417
221	407	1126	2765	4648	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4501	4436	3669	1394	554	249
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2986	1423	449	178
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	238	147
124	158	252	389	902	2007	3168	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	312	364	169	107
108	129	188	276	375	700	1452	2316	2958	3248	3459	3454	3152	2549	1781	1066	582	293	162	113	88
114	107	128	166	269	326	474	730	1113	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	169	119	88	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.58839E+08  
 - NORMA RUÍDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.50000E+00

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

206	195	281	416	714	1175	1685	2172	2515	2639	2520	2174	1670	1116	620	297	179	155	171		
253	-20	111	403	1003	1816	2559	3215	3666	3859	3791	3437	2814	2012	1131	414	53	-31	175		
358	80	747	1589	2635	3653	4255	4655	4880	4976	4992	4848	4458	3797	2781	1627	626	85	214		
463	290	1552	2713	3752	4505	4609	4556	4468	4425	4482	4524	4478	4309	3703	2654	1457	355	287		
665	774	2600	3788	4533	4986	4796	4580	4420	4347	4374	4361	4369	4522	4366	3667	2509	1001	550		
931	1360	3528	4419	4738	5050	4954	4699	4578	4528	4539	4406	4337	4642	4772	4405	3516	1856	985		
1194	1956	4077	4429	4276	4559	4490	4427	4318	4330	4444	4336	4305	4767	5036	4663	4337	2779	1539		
1476	2474	4738	4745	4273	4616	4705	4636	4516	4561	4797	4723	4697	5202	5415	5244	5028	3679	2119		
1607	2651	5304	5093	4399	4695	4796	4687	4343	4335	4613	4474	4337	4785	4939	4863	5060	4095	2455		
1421	2673	5238	5247	4573	4846	4959	4904	4529	4554	4867	4590	4218	4471	4506	4469	4369	4107	2476		
1029	2067	4761	5115	4556	4911	5100	5152	4917	5076	5447	5069	4535	4656	4616	4501	4709	3755	2179		
648	1359	3922	4664	4467	4601	4642	4667	4482	4688	5059	4684	4239	4514	4628	4455	4256	3029	1539		
378	750	2991	4105	4368	4572	4517	4455	4261	4454	4787	4467	4198	4660	4879	4497	3718	2162	955		
217	283	2002	3321	4139	4633	4747	4658	4441	4576	4840	4582	4418	4829	4922	4193	2932	1296	425		
145	-3	1047	2220	3358	4293	4693	4756	4627	4729	4915	4700	4501	4610	4318	3292	1906	560	84		
58	-243	34	721	1667	2692	3415	3846	4028	4213	4307	4014	3579	3215	2592	1510	624	-74	-123		
95	31	212	636	1375	2316	3214	3953	4449	4725	4698	4257	3550	2764	1904	1051	381	-4	-44		

Fig. 12.60 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,5).

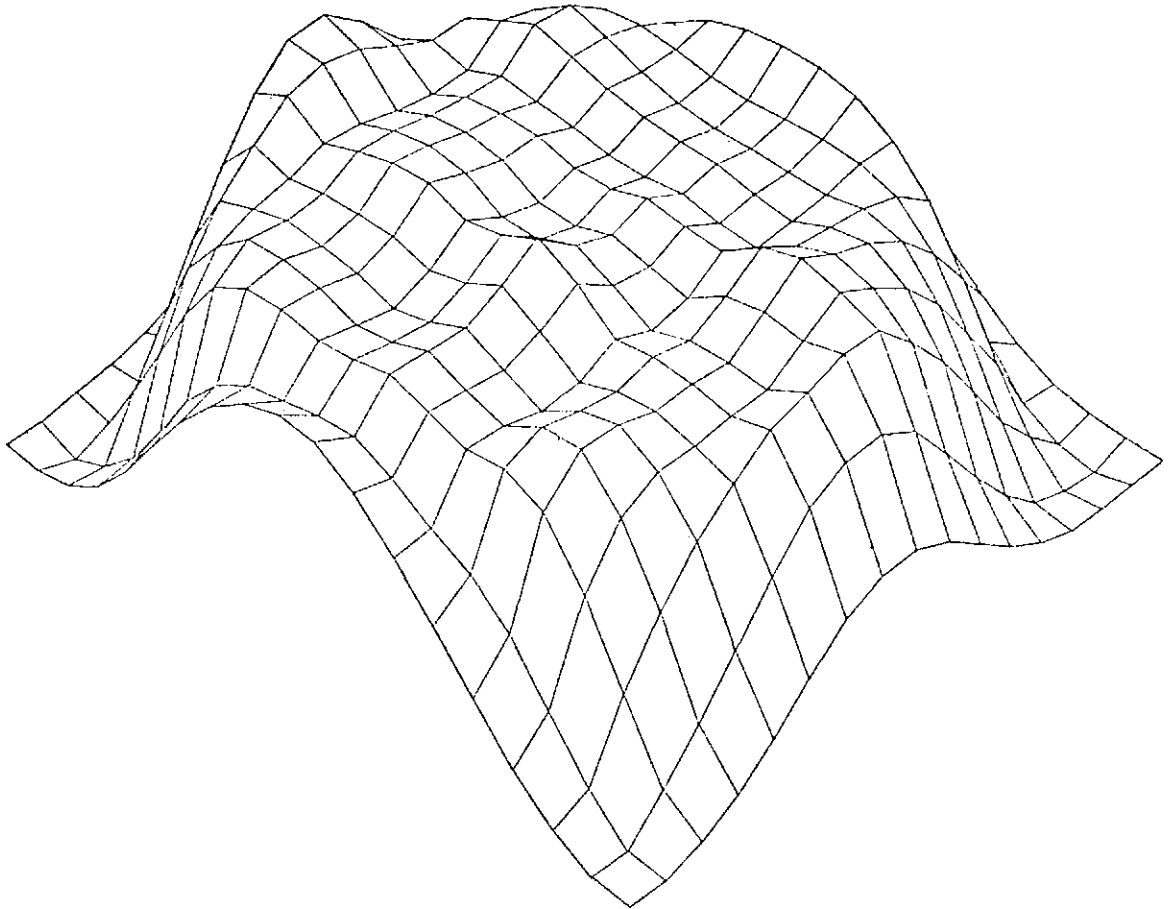


Fig. 12.61 - Visualização da Figura 12.60.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	254	359	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1841	2222	2382	2294	1889	1370	932	472	327	284	248	189	118
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3650	3919	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1481	2600	3591	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	220	202
221	377	559	1249	2538	3764	4245	4493	4498	4480	4482	4473	4415	4339	4211	2735	2581	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4526	4552	4518	4456	4385	4273	4192	3832	2537	1043	473	270
356	581	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4433	4420	4320	4351	3559	1954	726	331
503	1056	2318	3727	4241	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4518	4597	4730	4835	4743	4262	2300	1115	352
427	1023	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4558	4544	4564	5030	5313	4974	4423	2568	2025	672
615	1746	3901	4587	4666	4621	4741	4733	4649	4551	4585	4526	4532	4479	4800	5080	4772	4469	2992	2161	627
335	1090	2965	4322	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4628	4632	4665	4495	4540	4673	4555	4401	4113	2536	774
253	335	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4603	4497	4426	4401	4313	3633	1933	572
259	535	1585	2638	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4560	4460	4365	4167	3152	1461	417
221	407	1126	2768	4046	4323	4402	4476	4578	4599	4540	4527	4464	4315	4641	4601	4436	3669	1874	664	249
157	259	529	1655	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4258	4447	4599	4220	2926	1429	449	173
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4438	4370	4293	4272	4127	3011	1435	552	223	147
124	155	252	399	902	2007	3188	3293	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	912	364	169	157
105	129	188	276	375	700	1452	2316	2368	3248	3459	3454	3152	2540	1781	1066	582	233	162	113	83
114	107	128	136	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1054	685	412	256	169	119	38	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2344 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.64017E+08  
 - NORMA RUÍDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.90000E+00

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

145	131	224	397	716	1175	1664	2115	2436	2556	2452	2134	1661	1134	645	296	131	84	104
175	-30	139	503	1121	1922	2649	3265	3702	3696	3831	3477	2867	2095	1241	513	84	-53	97
276	108	748	1599	2565	3559	4173	4564	4808	4929	4942	4761	4347	3702	2738	1634	698	111	154
408	399	1578	2734	3712	4465	4649	4699	4545	4528	4584	4560	4493	4297	3636	2656	1477	454	275
624	903	2574	3768	4474	4947	4952	4606	4416	4341	4376	4357	4377	4521	4331	3606	2458	1101	562
889	1476	3443	4388	4638	5003	4995	4633	4512	4457	4485	4378	4362	4677	4769	4357	3439	1948	1005
1141	1972	4003	4493	4329	4570	4575	4463	4331	4348	4472	4377	4391	4526	5071	4981	4289	2361	1547
1407	2538	4667	4518	4322	4557	4693	4635	4473	4533	4760	4680	4662	5127	5361	5252	4967	3704	2032
1527	2384	5152	5171	4459	4645	4792	4672	4380	4402	4554	4498	4355	4745	4241	4953	5939	4029	2381
1370	2735	5142	5307	4634	4797	4972	4857	4555	4605	4672	4533	4225	4430	4536	4987	4847	4070	2287
1018	2185	4650	5152	4710	4898	5110	5106	4909	5075	5388	5015	4918	4618	4636	4584	4658	3748	2115
643	1485	3519	4646	4483	4619	4707	4680	4492	4702	5030	4887	4290	4531	4657	4505	4206	3045	1586
356	569	2924	4059	4328	4564	4570	4435	4236	4418	4720	4455	4241	4651	4843	4463	3657	2221	397
177	398	2025	3338	4119	4695	4824	4708	4506	4633	4857	4654	4521	4977	4695	4166	2921	1396	436
61	20	1039	2137	3235	4135	4573	4659	4561	4694	4850	4644	4440	4495	4172	3137	1858	606	164
-23	-241	146	337	1753	2757	3501	3949	4172	4366	4432	4129	3684	3268	2646	1651	686	-20	-121
41	9	237	706	1431	2320	3160	3535	4231	4538	4506	4104	3465	2748	1946	1121	437	23	-51

Fig. 12.62 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (0,8).

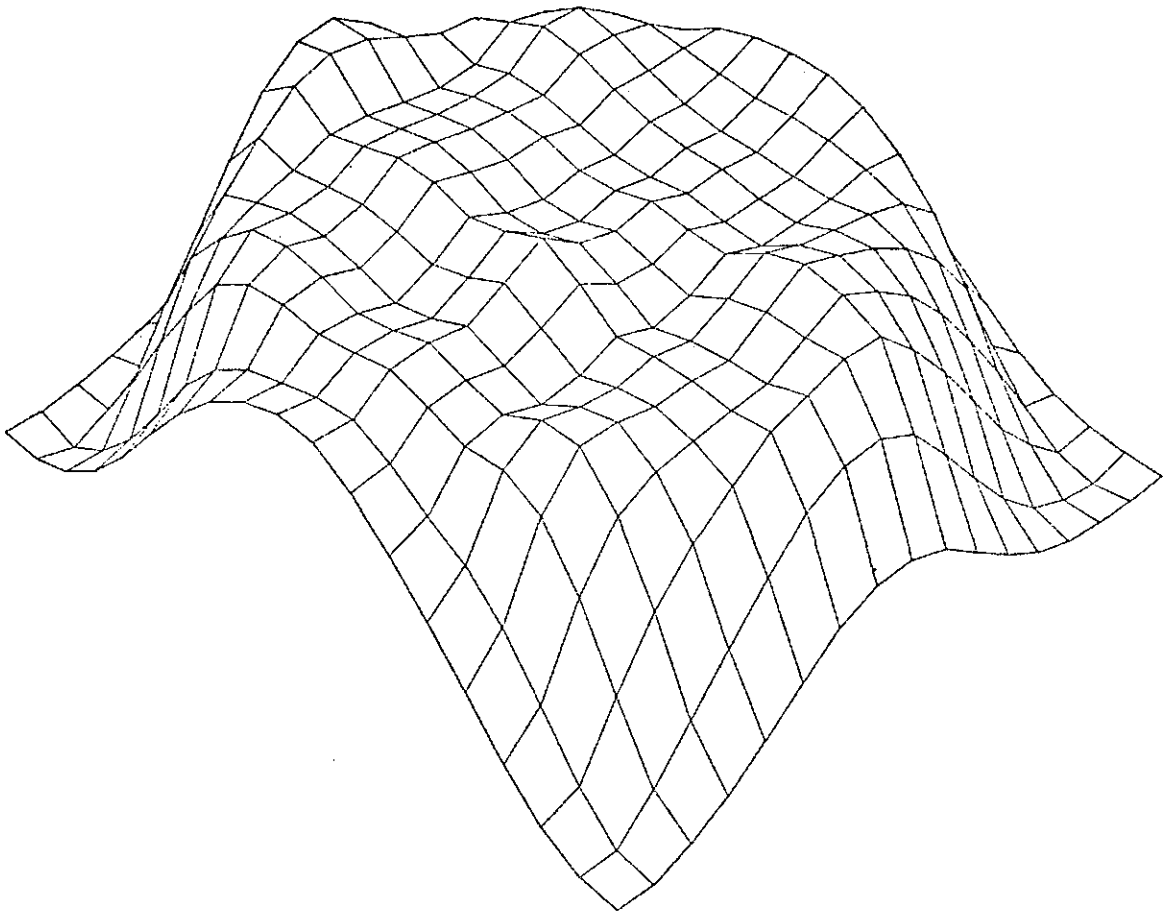


Fig. 12.63 - Visualização da Figura 12.62.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIZO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	53	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	191	293	429	618	1006	1890	2759	3328	3658	3519	3319	3502	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	724	1491	2600	3551	4070	4234	4355	4297	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	230	202
221	377	559	1249	2538	3764	4345	4493	4498	4480	4482	4473	4415	4339	4211	3735	2531	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4553	4512	4456	4385	4273	4192	2832	2587	1063	423	270
360	581	1524	3243	4368	4525	4632	4654	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	3959	1954	726	381
503	1056	2319	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4512	4597	4730	4835	4743	4262	2950	1115	382
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4648	4500	4517	4552	4544	4554	5030	5013	4974	4483	3568	2005	672
615	1746	3501	4587	4656	4521	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4220	5080	4773	4469	3992	2161	627
385	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4590	4622	4632	4665	4496	4540	4673	4655	4401	4113	2550	774
353	835	2317	4231	4801	4662	4753	4993	4959	4715	4826	5145	4930	4802	4497	4496	4401	4318	3639	1903	572
259	538	1635	3633	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4751	4711	4703	4532	4560	4490	4365	4167	3152	1461	417
221	407	1126	2763	4049	4328	4422	4476	4575	4539	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	2669	1894	654	245
157	269	829	1665	3319	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2536	1429	449	173
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	233	147
124	153	252	389	902	2007	3168	3993	4135	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	913	364	159	107
103	129	183	276	375	700	1452	2316	2368	3243	3459	3454	3152	2549	1731	1056	582	293	162	113	88
114	107	135	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	169	113	88	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.66558E+08  
 - NORMA RUIZO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.10000E+01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

118	104	202	391	719	1175	1654	2087	2397	2516	2419	2112	1656	1143	658	300	114	55	77
141	-33	154	549	1175	1969	2668	3297	3713	3909	3846	3493	2891	2134	1293	558	100	-61	66
240	121	753	1605	2566	3521	4142	4529	4776	4907	4919	4723	4302	3663	2722	1637	704	123	132
334	447	1592	2738	3692	4441	4664	4635	4576	4572	4625	4601	4496	4287	3575	2651	1425	497	274
606	961	2567	3755	4446	4924	4575	4625	4419	4346	4383	4361	4386	4518	4213	3577	2440	1147	571
370	1529	3412	4372	4667	4977	4908	4679	4482	4426	4462	4369	4375	4698	4765	4324	3412	1950	1016
1119	2022	3975	4517	4359	4576	4609	4479	4231	4353	4430	4395	4424	4849	5085	4886	4272	2376	1550
1374	2565	4616	4845	4354	4539	4688	4617	4455	4526	4746	4664	4649	5096	5342	5254	4941	3711	2062
1489	2896	5033	5194	4505	4624	4782	4660	4390	4430	4667	4503	4357	4725	4944	4339	5026	4079	2344
1345	2760	5077	5325	4671	4782	4965	4355	4569	4634	4878	4583	4231	4429	4559	4541	4838	4049	2344
1012	2235	4601	5161	4740	4894	5111	5036	4901	5072	5357	4987	4510	4602	4651	4621	4638	3728	2033
641	1543	3779	4635	4494	4626	4730	4657	4492	4700	5007	4681	4318	4535	4670	4522	4186	3550	1581
350	924	2901	4039	4318	4564	4597	4440	4238	4414	4700	4462	4271	4653	4831	4451	3635	2249	1017
162	448	2030	3332	4100	4670	4547	4723	4528	4652	4873	4680	4658	4875	4887	4140	2919	1439	515
26	13	1036	2171	3185	4069	4827	4625	4538	4685	4820	4627	4422	4443	4196	3139	1840	632	100
-54	-232	182	535	1805	2791	3541	3495	4232	4429	4433	4180	3735	3325	2677	1717	722	15	-109
22	4	253	738	1452	2317	3129	3776	4211	4447	4418	4029	3421	2735	1960	1151	466	42	-47

Fig. 12.64 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (1,0).



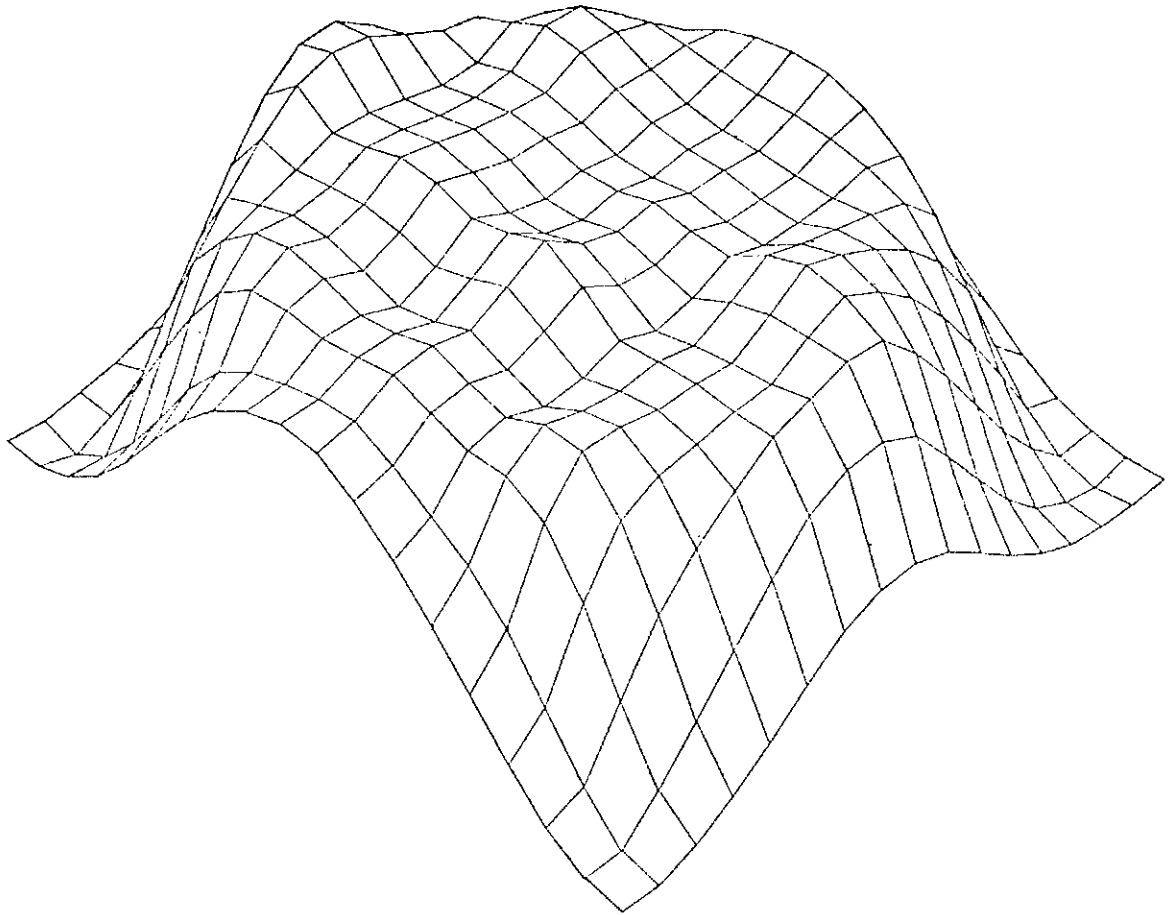


Fig. 12.65 - Visualização da Figura 12.64.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUÍDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2302	2294	1889	1370	832	472	327	224	248	189	113
143	191	293	429	618	1086	1890	2755	3338	3558	3819	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	364	261	211
229	351	467	734	1491	2600	3551	4070	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	220	202
221	317	559	1249	2598	3764	4345	4493	4438	4480	4422	4473	4415	4339	4211	3735	2521	1259	534	349	273
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4556	4553	4518	4456	4325	4273	4192	3832	2527	1063	473	275
360	561	1524	3243	4238	4525	4532	4654	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	3559	1954	736	351
503	1056	2315	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4452	4456	4519	4587	4730	4835	4743	4252	2890	1115	333
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4549	4500	4519	4558	4544	4564	5030	5213	4974	4483	3563	2055	672
615	1746	3501	4597	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4300	5050	4772	4469	3972	2151	427
385	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4628	4832	4665	4496	4540	4672	4555	4401	4113	2550	774
353	835	2317	4231	4901	4662	4753	4693	4959	4715	4926	5145	4930	4603	4497	4496	4461	4312	3632	1922	572
259	536	1635	3633	4556	4504	4527	4665	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4550	4420	4365	4167	3152	1451	417
221	407	1126	2758	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4436	3659	1874	654	349
157	259	529	1655	3318	4171	4393	4450	4502	4555	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2126	1429	449	172
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4468	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	232	147
124	158	252	369	902	2007	3188	3893	4105	4203	4375	4274	4321	4090	3544	2971	1942	912	364	165	157
108	129	189	275	375	700	1452	2316	2863	3248	3459	3454	3152	2549	1731	1066	532	273	152	113	36
114	107	126	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	635	412	256	169	113	83	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7335 SIGY: 1.7835  
 0.2344 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2344  
 - VETOR RESIDUAL: 0.21575E+08  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.50000E+01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

8	27	168	419	760	1168	1565	1988	2106	2202	2148	1935	1602	1201	776	391	120	-2	-7
7	34	344	854	1495	2224	2889	3384	3708	3870	3823	3521	3014	2369	1615	864	293	13	-6
97	273	890	1691	2524	3366	4032	4427	4643	4775	4767	4526	4088	3485	2654	1678	814	277	104
280	726	1702	2702	3516	4227	4670	4780	4755	4781	4802	4680	4458	4133	3506	2561	1557	768	322
519	1293	2573	3613	4225	4693	4898	4763	4541	4486	4522	4480	4447	4438	4138	3407	2429	1446	672
764	1821	3314	4243	4552	4790	4875	4659	4387	4341	4414	4402	4464	4480	4575	4209	3359	2246	1094
981	2277	3873	4602	4536	4642	4710	4534	4319	4356	4494	4484	4563	4901	5105	4820	4211	3039	1521
1157	2663	4347	4919	4649	4575	4651	4528	4367	4472	4644	4583	4596	4550	5268	5242	4781	3639	1822
1237	2881	4662	5190	4796	4645	4711	4592	4428	4506	4679	4511	4392	4682	5041	5165	4911	3835	2050
1170	2820	4679	5302	4967	4840	4923	4813	4649	4755	4862	4591	4332	4511	4820	4966	4785	3829	2030
953	2454	4311	5100	4955	4927	5040	4947	4804	4932	5051	4765	4465	4579	4802	4837	4541	3548	1845
666	1877	3503	4540	4631	4711	4815	4693	4537	4670	4826	4626	4423	4577	4746	4617	4108	3037	1515
355	1279	2813	3383	4231	4555	4712	4596	4438	4562	4713	4606	4501	4662	4709	4334	3549	2399	1116
160	726	1587	3112	3820	4372	4703	4713	4528	4734	4867	4765	4642	4663	4471	3315	2611	1680	752
-28	232	1116	2113	2975	3753	4309	4545	4623	4755	4332	4672	4426	4199	3740	2906	1879	945	332
-61	15	360	1335	2122	3050	3779	4251	4525	4704	4717	4462	4044	3954	2884	2015	1126	447	109
-5	90	422	928	1539	2202	2808	3259	3571	3725	3695	3444	3034	2531	1936	1226	650	264	57

Fig. 12.66 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (5,0).

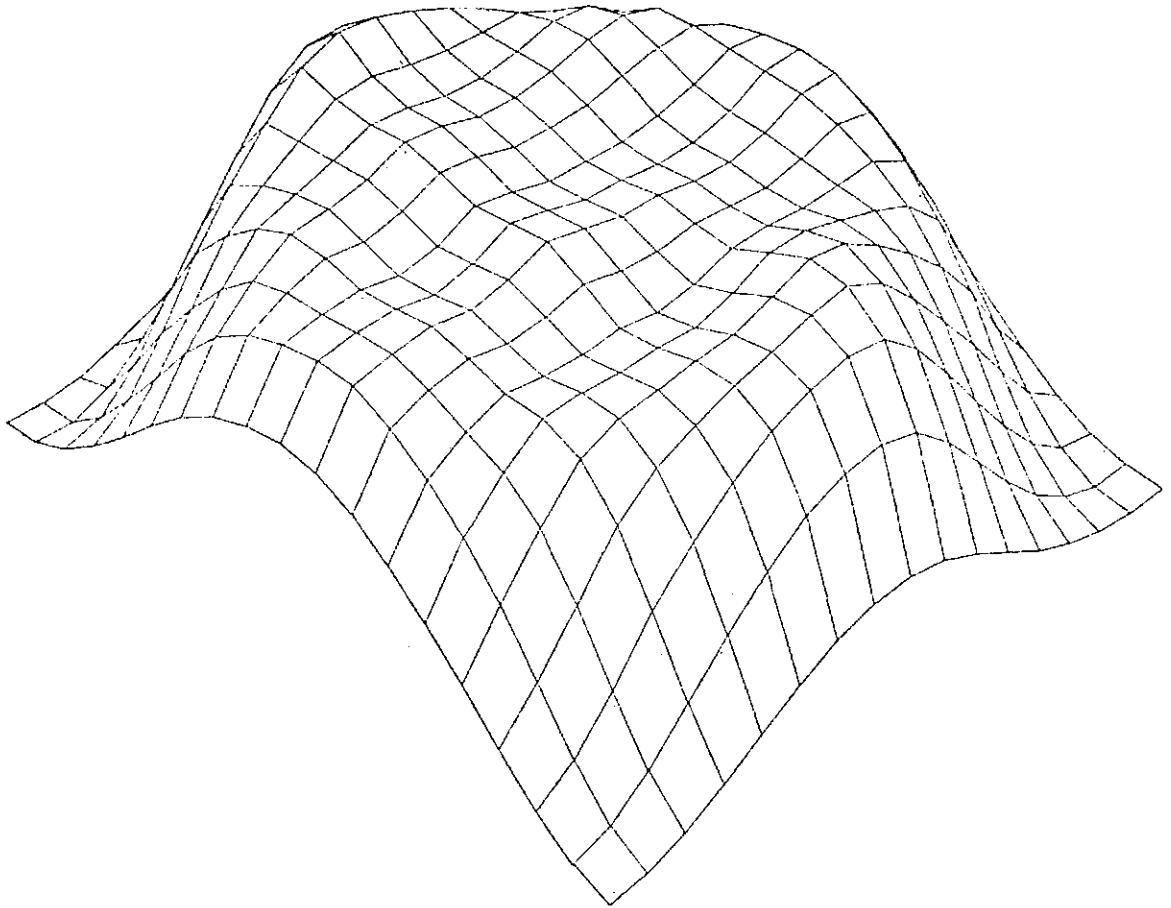


Fig. 12.67 - Visualização da Figura 12.66.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	825	1313	1841	2222	2382	2294	1883	1370	832	472	327	284	248	189	118
143	191	253	429	615	1056	1890	2755	3338	3658	3819	3919	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1451	2600	3551	4079	4294	4335	4357	4397	4344	4187	3707	2745	1450	554	343	230	202
221	377	559	1249	2555	3764	4345	4693	4455	4480	4462	4473	4415	4239	4211	3705	2531	1259	534	349	279
397	552	1109	2427	3351	4475	4649	4546	4501	4556	4553	4518	4456	4255	4272	4192	3832	2527	1063	403	270
380	531	1524	3243	4283	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4423	4483	4420	4320	4051	3553	1954	726	321
503	1056	2318	3727	4341	4502	4507	4663	4587	4495	4453	4456	4510	4557	4720	4835	4743	4262	2850	1115	328
427	1033	2756	4103	4442	4527	4512	4633	4548	4500	4519	4558	4544	4584	5030	5313	4974	4483	3563	2005	672
615	1746	3501	4537	4586	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4800	5030	4773	4469	3972	2151	627
365	1056	2565	4622	4544	4727	4519	5034	4816	4585	4630	4832	4565	4496	4540	4673	4555	4451	4113	2550	774
351	835	2217	4231	4801	4662	4753	4993	4953	4715	4326	5145	4830	4503	4497	4496	4401	4313	3638	1920	572
259	535	1635	3633	4534	4504	4517	4655	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4553	4480	4265	4167	3152	1451	417
221	407	1125	2750	4048	4223	4407	4476	4575	4593	4540	4527	4484	4515	4641	4601	4438	3859	1894	654	249
157	259	529	1635	3218	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4356	4447	4593	4220	2586	1429	449	178
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4453	4370	4293	4272	4137	3811	1435	552	238	147
124	155	252	209	932	2007	3138	3893	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3944	2771	1942	912	304	169	107
108	129	168	276	275	700	1452	2316	2308	3248	2459	3454	3152	2549	1751	1066	582	293	182	113	28
114	107	128	135	255	326	474	730	1110	1469	1700	1451	1064	685	412	256	163	119	88	28	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGMA: 1.7835 SIGMA: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.96054E+08  
 - NORMA RUIDO : 3.42750E+04  
 - GAMA : 0.80000E+01

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

5	43	195	447	777	1161	1532	1827	2022	2108	2052	1874	1574	1206	806	434	161	24	0
13	95	433	943	1575	2273	2911	3382	3680	3825	3778	3496	3018	2404	1685	959	391	88	17
103	350	970	1746	2544	3352	4014	4416	4630	4749	4728	4483	4045	3446	2645	1718	896	365	136
233	500	1745	2694	3472	4162	4634	4794	4797	4825	4829	4656	4431	4068	3445	2549	1610	856	342
514	1346	2577	3565	4160	4615	4855	4781	4500	4554	4581	4527	4459	4393	4073	3375	2459	1521	702
749	1369	3295	4199	4523	4742	4835	4657	4415	4375	4445	4441	4489	4657	4629	4180	3368	2231	1102
952	2307	3845	4593	4638	4666	4703	4533	4129	4350	4490	4499	4563	4667	5076	4857	4192	3033	1594
1110	2656	4352	4917	4739	4631	4650	4513	4357	4443	4400	4564	4598	4935	5263	5227	4733	3573	1813
1182	2847	4560	5162	4892	4714	4717	4585	4434	4526	4646	4511	4432	4723	5091	5202	4876	3600	1959
1128	2796	4572	5264	5046	4897	4918	4796	4645	4729	4809	4581	4386	4580	4907	5037	4768	3743	1929
947	2471	4230	5053	5006	4959	5017	4912	4776	4870	4952	4711	4477	4609	4849	4879	4520	3494	1774
655	1939	3570	4502	4666	4745	4830	4722	4585	4684	4798	4628	4461	4596	4754	4623	4092	3016	1425
417	1259	2786	3823	4252	4532	4703	4636	4520	4616	4746	4644	4536	4634	4643	4281	3539	2420	1123
135	810	1484	3033	3727	4265	4610	4607	4660	4764	4572	4770	4625	4571	4342	3727	2904	1743	743
15	243	1193	2139	2965	3712	4275	4557	4681	4818	4879	4718	4451	4167	3687	2902	1935	1066	496
-35	137	701	1463	2275	3103	3804	4275	4537	4729	4735	4494	4086	3538	2932	2108	1268	584	158
10	141	479	965	1534	2136	2632	3099	3271	3509	3480	3260	2895	2437	1894	1301	748	332	95

Fig. 12.68 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador (8,0).

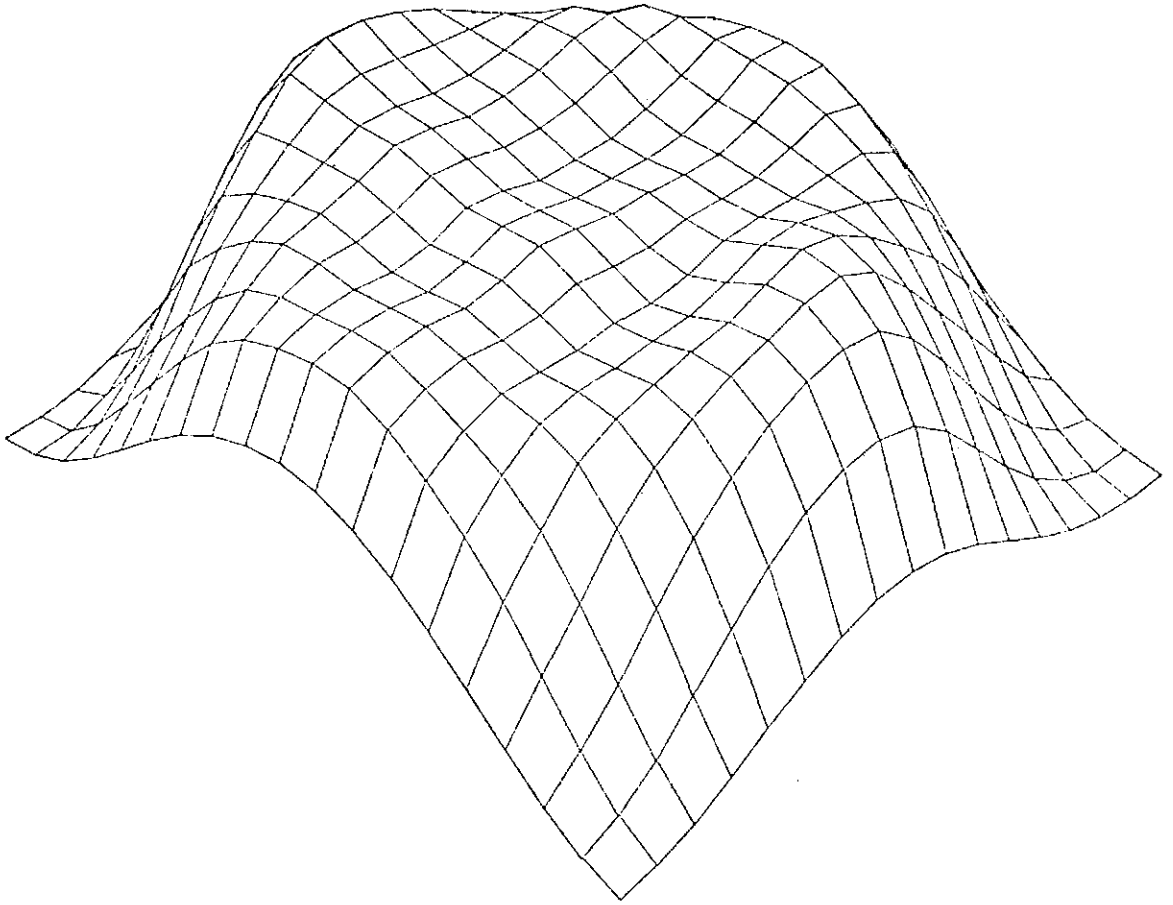


Fig. 12.69 - Visualização da Figura 12.68.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	825	1333	1941	2222	2382	2294	1889	1370	822	472	327	284	249	189	113
143	191	293	429	618	1086	1890	2705	3338	3639	3319	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	241	211
129	351	467	734	1481	2600	3551	4570	4294	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	230	252
221	377	559	1249	2538	3764	4345	4493	4499	4460	4402	4473	4415	4329	4211	3735	2521	1259	534	249	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4648	4646	4581	4636	4553	4518	4456	4385	4273	4192	3832	2537	1063	403	270
260	581	1524	3243	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	3559	1954	786	231
503	1056	2318	3727	4241	4502	4607	4653	4587	4496	4463	4456	4518	4587	4730	4935	4743	4262	2800	1115	358
427	1033	2756	4103	4442	4527	4512	4639	4542	4500	4519	4559	4544	4584	5030	5313	4974	4433	3568	2095	572
615	1746	3501	4587	4566	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4800	5090	4773	4469	2992	2161	627
335	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5024	4916	4830	4832	4665	4496	4340	4673	4555	4401	4113	2550	774	
553	935	2317	4231	4801	4662	4752	4993	4959	4715	4926	5145	4930	4693	4497	4476	4401	4318	3438	1503	572
259	538	1695	3538	4556	4504	4527	4685	4772	4695	4757	4911	4703	4532	4560	4480	4265	4187	2152	1461	417
221	407	1126	2763	4048	4228	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4456	3669	1394	654	249
157	259	509	1665	3319	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4330	4447	4599	4220	2986	1429	449	178
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	239	147
124	155	252	389	902	2007	3108	3693	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3644	2971	1942	912	364	169	157
108	129	168	276	375	700	1452	2316	2868	3248	3459	3454	3152	2549	1751	1066	582	293	162	113	32
114	107	128	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	635	412	256	169	119	88	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTES DE ESPALHAMENTO SIGX: 1.7835 SIGY: 1.7835  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844  
 - VETOR RESIDUAL: 0.10057E+09  
 - NORMA RUIDO : 0.42750E+04  
 - GAMA : 0.10000E+02

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

7	55	212	463	784	1158	1514	1797	1982	2064	2021	1844	1558	1205	819	456	185	42	5		
21	131	480	995	1612	2292	2915	3374	3662	3800	3751	3477	3013	2415	1714	1006	444	130	34		
113	392	1015	1778	2560	3349	4003	4409	4624	4738	4710	4462	4023	3428	2644	1745	944	413	157		
289	837	1769	2694	3456	4133	4612	4795	4816	4845	4840	4587	4416	4037	3418	2550	1543	901	328		
516	1372	2577	3543	4130	4578	4830	4786	4630	4590	4611	4542	4462	4369	4043	3365	2477	1556	716		
744	1855	3263	4177	4509	4720	4814	4656	4434	4396	4465	4461	4500	4643	4634	4155	3371	2306	1104		
941	2314	3827	4592	4660	4677	4698	4532	4338	4365	4488	4505	4561	4877	5057	4842	4179	3023	1487		
1092	2847	4250	4913	4731	4653	4652	4503	4355	4433	4577	4555	4603	4932	5246	5217	4709	2543	1773		
1160	2828	4513	5157	4938	4753	4724	4583	4434	4515	4625	4511	4456	4748	5115	5217	4858	3757	1915		
1112	2781	4522	5243	5051	4928	4918	4797	4639	4709	4777	4575	4411	4616	4946	5066	4758	3708	1896		
943	2472	4190	5028	5026	4575	5009	4899	4765	4841	4909	4691	4485	4628	4871	4896	4509	3453	1741		
695	1962	3550	4431	4578	4759	4835	4736	4610	4694	4789	4632	4480	4605	4754	4622	4023	3003	1469		
436	1394	2768	3733	4235	4517	4634	4451	4557	4546	4759	4557	4546	4616	4698	4255	3521	2427	1120		
207	852	1990	3010	3669	4218	4578	4579	4678	4783	4877	4772	4615	4530	4267	3694	2308	1722	763		
42	437	1235	2160	2968	3750	4263	4566	4712	4551	4904	4741	4464	4158	3672	2911	1939	1125	442		
9	158	768	1521	2320	3121	3807	4277	4562	4731	4736	4497	4094	3596	2943	2151	1333	630	224		
21	166	504	979	1526	2100	2620	3017	3275	3405	3376	3171	2825	2388	1870	1304	772	351	112		

Fig. 12.70 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador(0,1E+02).

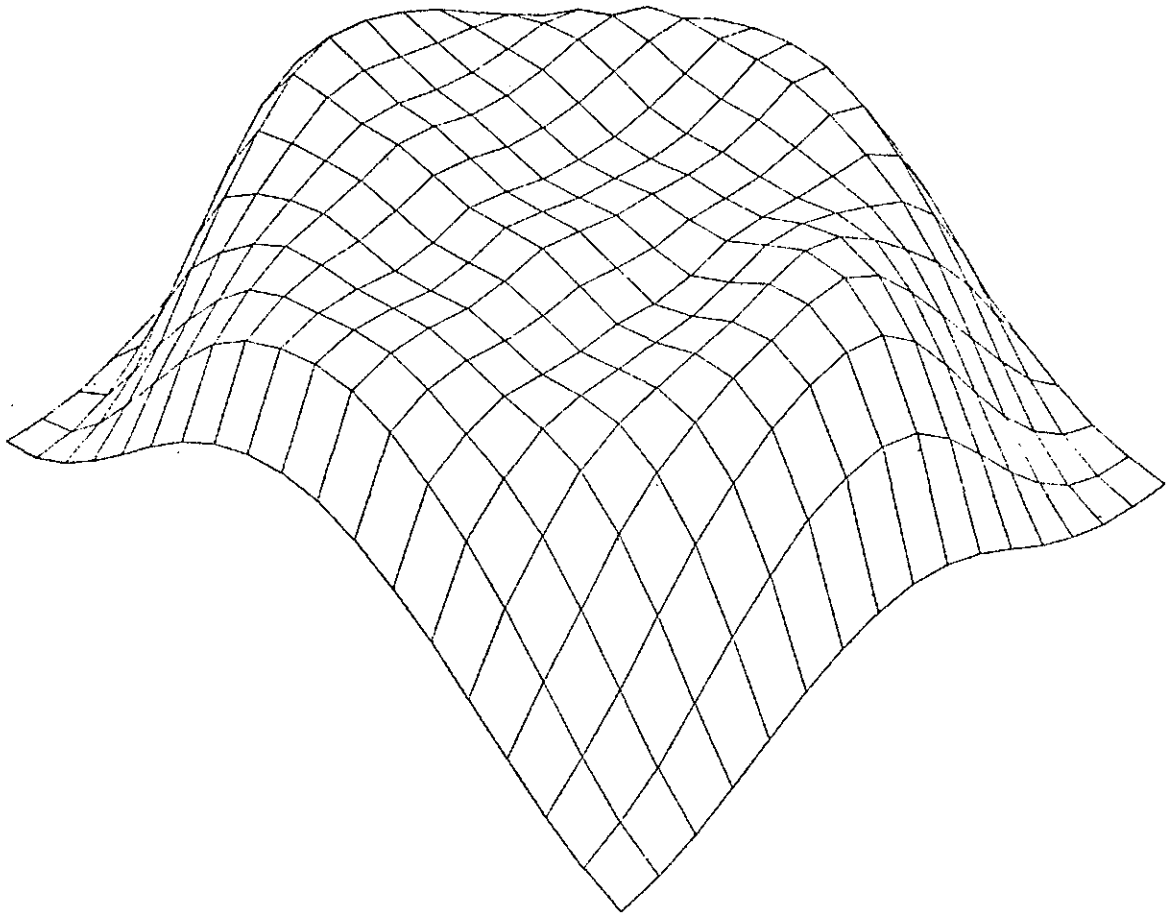


Fig. 12.71 - Visualização de Figura 12.70.

## RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO ##

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	-63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1844	2222	2382	2294	1889	1370	832	472	327	284	249	129	119
143	191	293	429	618	1036	1890	2755	3338	3658	3819	3919	3503	2915	2123	1159	535	350	304	261	211
229	351	467	734	1431	2600	3551	4070	4294	4355	4337	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	230	202
221	377	559	1249	2533	3764	4345	4493	4493	4480	4482	4473	4415	4339	4211	3735	2581	1259	534	343	279
397	550	1109	2427	3951	4475	4648	4646	4561	4556	4593	4518	4456	4335	4273	4192	3832	2587	1063	403	270
350	531	1524	3243	4238	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4351	2599	1954	726	381
533	1056	2313	2727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4518	4537	4730	4835	4743	4262	2300	1116	313
427	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4500	4519	4558	4544	4564	5030	5313	4974	4433	3563	2035	472
615	1746	3501	4587	4666	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4890	5020	4773	4469	3992	2161	627
325	1090	2965	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4680	4638	4632	4665	4496	4540	4673	4555	4401	4112	2550	774
353	635	2317	4231	4801	4652	4753	4933	4959	4715	4626	5145	4930	4603	4497	4496	4401	4318	2633	1933	572
259	535	1695	3533	4555	4504	4527	4665	4772	4685	4757	4911	4703	4532	4550	4430	4365	4167	3152	1461	417
221	407	1128	2768	4048	4328	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4801	4436	3669	1994	654	249
157	259	529	1665	3318	4171	4393	4450	4502	4565	4574	5421	4402	4358	4447	4599	4220	2966	1429	449	178
152	232	355	783	1928	3284	4101	4352	4371	4408	4469	4458	4270	4293	4272	4137	3011	1435	552	232	147
124	158	252	389	902	2007	3188	3993	4105	4203	4275	4274	4221	4030	3544	2971	1942	912	364	159	157
109	129	188	276	375	700	1452	2316	2858	3243	3459	3454	3152	2549	1781	1066	532	273	162	112	23
114	107	128	186	269	325	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	635	412	256	169	119	32	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL : 0.15276E+09  
 - NORMA RUIDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.10000E+04

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

84	223	386	551	700	827	926	996	1037	1049	1033	988	917	820	700	557	398	235	92
211	553	949	1339	1681	1961	2174	2320	2402	2426	2390	2297	2149	1944	1681	1357	982	598	232
343	903	1532	2132	2619	3033	3317	3501	3600	3624	3578	3440	3272	3034	2641	2149	1597	970	337
476	1221	2047	2904	3412	3853	4146	4318	4399	4412	4366	4257	4080	3814	3421	2868	2151	1328	537
555	1486	2459	3317	3963	4391	4629	4758	4798	4792	4756	4635	4563	4352	3991	3418	2614	1639	672
673	1695	2772	3684	4328	4703	4885	4933	4920	4895	4876	4826	4810	4683	4389	3824	2983	1892	786
740	1849	2997	3938	4561	4837	4993	4973	4912	4871	4869	4899	4926	4683	4659	4133	3264	2100	877
783	1949	3142	4098	4705	4990	5045	4978	4885	4832	4844	4909	4989	5007	4835	4341	3454	2238	940
801	1993	3207	4172	4775	5046	5083	4999	4895	4839	4857	4937	5039	5080	4929	4445	3550	2306	970
793	1975	3185	4155	4769	5057	5113	5046	4955	4907	4925	4993	5087	5114	4948	4451	3548	2302	967
756	1894	3072	4036	4674	5005	5114	5037	5043	5013	5027	5075	5123	5099	4985	4356	3448	2224	931
695	1752	2863	3812	4475	4866	5059	5106	5107	5153	5111	5121	5106	5095	4723	4153	3248	2075	661
610	1554	2576	3475	4192	4601	4866	5004	5067	5092	5092	5057	4969	4794	4227	3822	2941	1954	762
505	1302	2138	3003	3659	4140	4465	4665	4784	4833	4823	4748	4597	4342	3934	3326	2514	1560	633
381	922	1692	2363	3034	3366	3719	3946	4035	4144	4126	4031	3851	3572	3173	2629	1949	1139	476
240	633	1094	1553	1961	2331	2569	2754	2873	2924	2907	2820	2664	2434	2124	1728	1233	756	258
100	258	468	672	861	1023	1154	1250	1312	1338	1328	1282	1200	1086	932	747	526	317	124

Fig. 12.72 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador(0,1E+04).



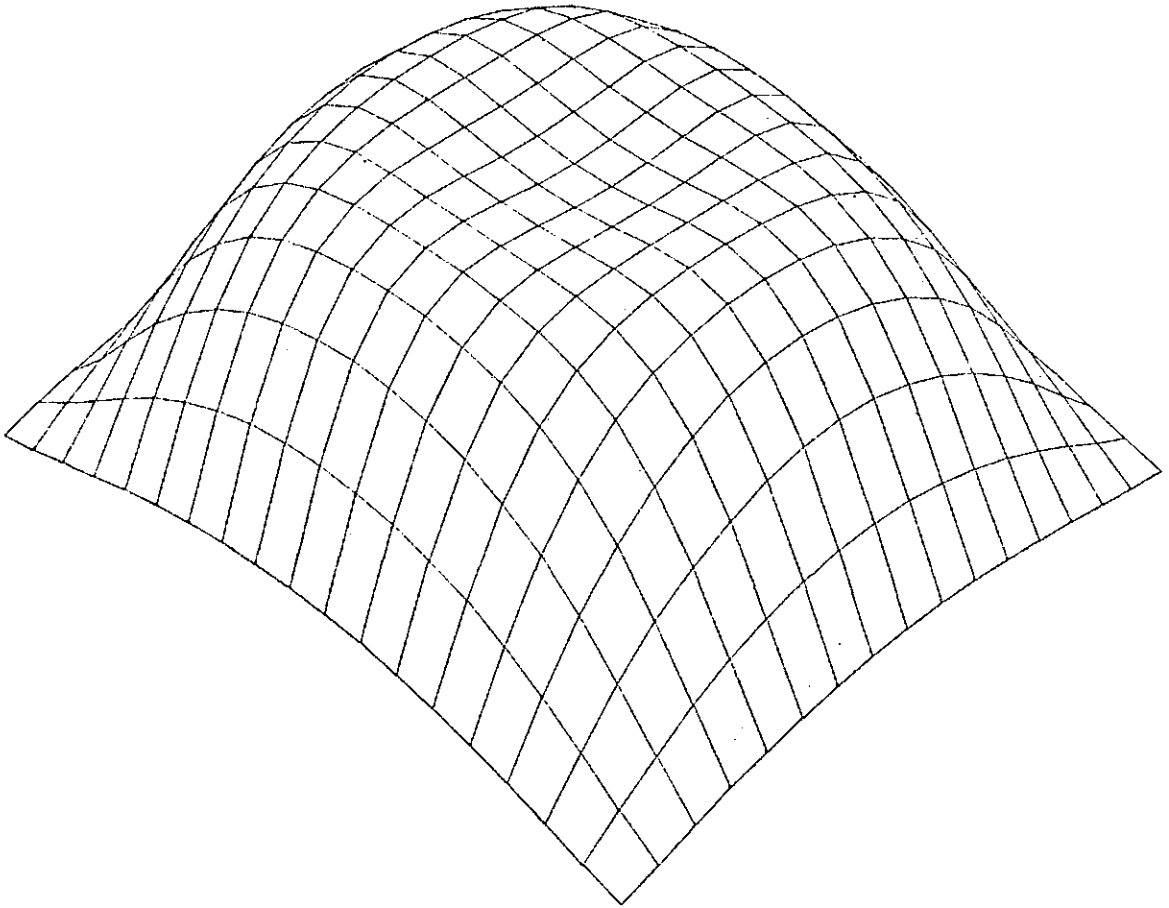


Fig. 12.73 - Visualização da Figura 12.72.

\*\* RESTAURACAO DE IMAGENS / TECNICA DE REGULARIZACAO \*\*

IMAGEM DEGRADADA 19 x 21 - VAR / RUIDO : 25.0

100	121	147	181	254	358	442	515	604	674	705	634	515	414	350	320	279	239	165	63	39
142	177	223	319	434	557	625	1313	1841	2222	2302	2294	1889	1370	832	472	327	284	249	189	118
143	191	293	429	615	1066	1890	2755	3333	3658	3319	3819	3503	2915	2123	1159	536	350	304	261	211
229	351	467	734	1481	2600	3551	4070	4254	4355	4397	4397	4344	4187	3707	2745	1450	594	349	287	202
221	377	559	1249	2588	3764	4345	4493	4498	4430	4482	4473	4415	4339	4211	3705	2581	1259	534	349	279
397	550	1109	2427	3851	4475	4643	4646	4591	4556	4553	4518	4456	4385	4273	4192	3822	2527	1063	403	270
360	581	1524	3143	4288	4525	4632	4664	4592	4533	4500	4421	4429	4483	4420	4320	4051	3559	1954	736	381
503	1056	2318	3727	4341	4502	4607	4663	4587	4496	4463	4456	4518	4587	4730	4635	4742	4262	2800	1115	332
437	1033	2756	4103	4442	4527	4612	4639	4548	4509	4519	4555	4544	4564	5030	5313	4974	4483	3566	2095	672
615	1746	3501	4537	4656	4621	4741	4793	4649	4551	4565	4526	4532	4479	4806	5080	4773	4469	3572	2161	527
335	1090	2365	4622	4844	4727	4919	5034	4816	4580	4633	4822	4665	4466	4540	4673	4555	4401	4113	2530	774
353	835	2317	4231	4301	4662	4753	4993	4959	4715	4326	5145	4930	4603	4497	4495	4401	4312	3538	1503	572
259	533	1695	3535	4555	4504	4527	4665	4772	4595	4757	4911	4703	4532	4560	4480	4365	4157	3152	1461	417
221	407	1125	2788	4743	4308	4402	4476	4575	4599	4540	4527	4464	4515	4641	4601	4435	2659	1394	624	245
157	259	529	1665	3318	4171	4353	4450	4502	4565	4574	5411	4402	4358	4447	4599	4220	2965	1429	443	172
152	231	355	733	1328	3294	4101	4352	4371	4409	4469	4459	4370	4293	4272	4137	3011	1435	552	239	147
124	158	252	389	902	2007	3188	3993	4105	4203	4275	4274	4221	4090	3844	2971	1942	312	364	159	107
108	129	188	276	375	700	1452	2316	2863	3248	3459	3454	3152	2549	1781	1065	582	293	162	113	32
114	107	128	186	269	326	474	730	1110	1469	1700	1705	1451	1064	685	412	256	169	119	89	71

- FUNCAO DE DEGRADACAO (GAUSSIANA) - TRUNCAMENTO : 3  
 - COEFICIENTE DE ESPALHAMENTO : 1.7835

0.2844 0.5333 0.2844  
 0.5333 1.0000 0.5333  
 0.2844 0.5333 0.2844

- VETOR RESIDUAL: 0.35812E+10  
 - NORMA RUÍDO : 0.90000E+04  
 - GAMA : 0.10000E+07

IMAGEM RESTAURADA 17 x 19

2	7	14	21	28	34	40	44	46	47	46	44	40	34	28	21	14	7	2
7	21	37	56	75	93	107	119	126	123	126	119	108	93	75	57	38	21	7
13	37	67	101	134	165	192	212	225	229	225	212	192	166	135	101	68	37	13
20	55	99	148	197	243	282	312	330	336	330	312	283	244	199	149	100	55	20
26	72	130	194	258	318	369	408	432	440	432	408	370	319	260	195	131	72	26
31	86	157	234	312	384	445	492	521	531	521	492	446	385	314	236	158	87	32
35	98	178	265	352	435	504	557	590	601	590	557	505	437	355	267	179	99	36
38	105	191	285	380	467	542	598	634	646	634	599	543	460	382	287	193	107	39
39	108	195	292	389	479	555	613	649	662	650	614	557	481	392	295	198	109	40
33	106	191	286	381	469	543	600	636	648	636	602	545	471	383	289	194	107	39
36	99	179	267	356	438	507	560	594	605	594	562	509	440	359	269	181	100	36
32	87	158	236	315	388	450	497	526	536	527	493	451	390	317	239	167	89	32
26	73	132	197	262	323	374	413	438	446	438	414	376	324	264	199	133	74	27
20	56	101	151	201	247	287	317	326	343	336	319	282	249	203	152	102	56	20
13	39	69	103	137	169	196	217	229	234	230	217	197	170	132	104	70	39	14
7	21	39	58	77	95	110	122	129	132	132	122	111	96	78	56	39	21	8
2	8	14	21	28	35	41	45	48	49	48	45	41	35	29	21	14	8	2

Fig. 12.74 - Restauração de uma imagem real, usando regularização, com suavizador(0,1E+07).

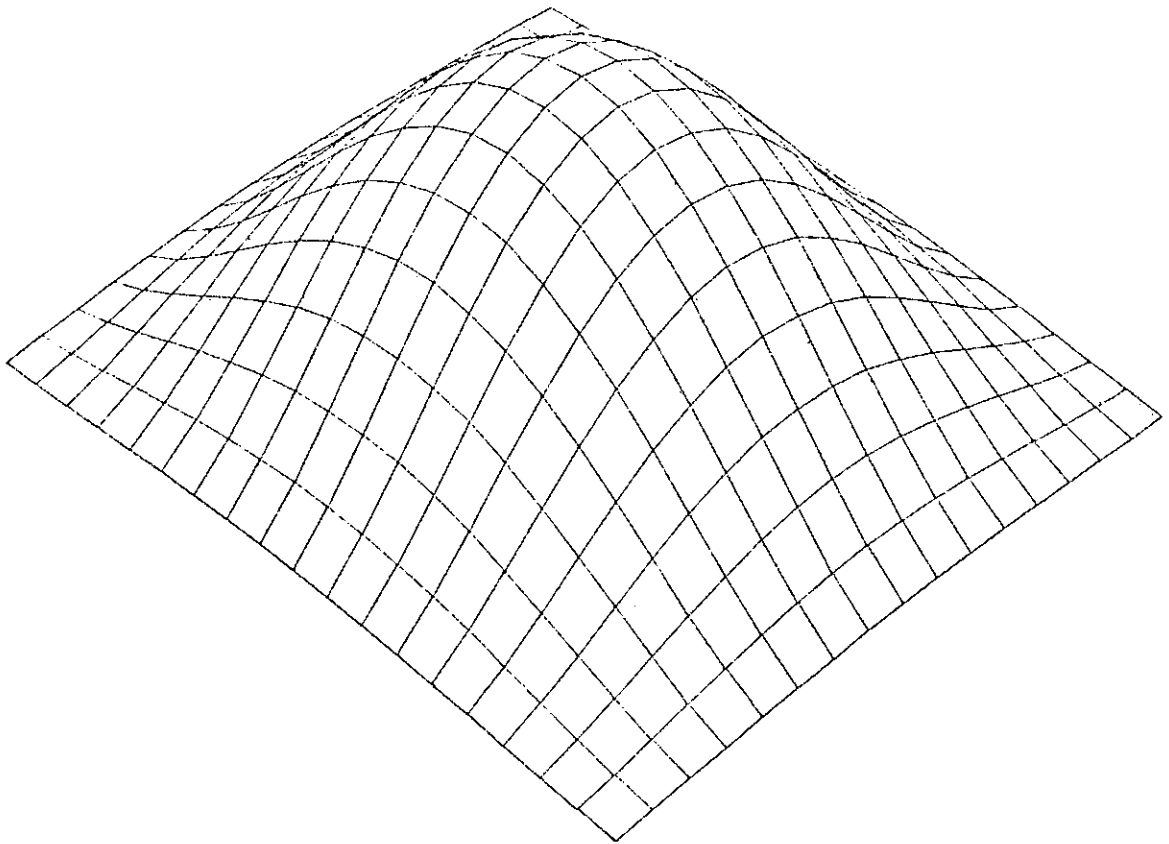


Fig. 12.75 - Visualização da Figura 12.74.

## CAPÍTULO 13

### CONCLUSÕES

A restauração de radioimagens solares pode ser explorada por vários métodos dentro da área de processamento de imagens, usando técnicas de restauração de imagens. Algumas destas técnicas quando aplicadas podem implicar modelos simples de pequena dimensão de dados; por outro lado, podem gerar resultados não desejados, que mascaram na maioria das vezes a imagem restaurada. Como foi discutido no Capítulo 9, as técnicas no domínio de Fourier enquadraram-se nesta classe, pois, quando aplicada em imagens de pequenas dimensões, pode gerar artifícios de bordas (Lahart, 1979), o que significa perdas de informação numa imagem do tipo estudado neste trabalho.

Outros métodos, tal como as "técnicas de Regressão", trabalham com modelos algébricos discretizados de forma adequada, o que implica um pequeno tempo de processamento no computador e aceitáveis recursos de armazenamento em memória, para imagens de pequena dimensão; isto se for adotada a hipótese de separabilidade da função de espalhamento. Na análise deste método, pode-se observar sua grande eficiência e aplicabilidade, pois nos casos simulados, onde se conhece todo o fenómeno de degradação, consegue-se uma restauração razoável da imagem degradada, a qual se aproxima bastante da original.

A deficiência das técnicas de Regressão é observada no caso em que se desconhece o fenómeno de degradação, como a função de espalhamento pontual, ou o nível do ruído aditivo da imagem observada. Devido a estas incertezas, o modelo de restauração pode ser caracterizado como mau condicionado.

Estuda-se o problema do mau condicionamento em restauração de imagens usando a análise do número de condição onde se pode gerar curvas em função do espalhamento, dado pela função gaussiana. Estas curvas podem ser usadas com guia na escolha do número de pontos de amostragem para a aplicação das técnicas de Regressão. Se o valor do número de

condição for baixo, diz-se que as equações são bem condicionadas; caso contrário, se seu valor for alto, diz-se que as equações são mal condicionadas. Observa-se o problema do mau condicionamento pela presença de ruído na imagem original e pelo erro de arredondamento do computador no processamento deste método.

As técnicas de Regressão mostram-se as mais indicadas para o caso de restauração de radioimagem solares, quando se conhece bem o fenômeno da degradação, assim como os parâmetros exatos da função de degradação e o nível do ruído aditivo.

Outra técnica estudada neste trabalho é a de Regularização, como uma forma de evitar as oscilações presentes, devidas ao problema do mau condicionamento. Esta técnica deve ser explorada escolhendo adequadamente um valor para o fator de suavização (Equação 12.5), de forma a suavizar a imagem estimada. No processo de escolha, nota-se que quando este valor é igual a zero, o modelo é caracterizado pelo método dos mínimos quadrados, recaindo-se no problema mal condicionado e obtendo-se com isto uma solução altamente oscilatória. Por outro lado, quando este valor cresce de forma exponencial, a tendência é obter a máxima suavização, a qual leva à solução nula. O problema fundamental, quando se usam as técnicas de suavização, é escolher de forma iterativa o valor ideal deste suavizador. A aplicação deste método, por outro lado, tem suas desvantagens, pois sua implementação no computador implica grande consumo de tempo de processamento e grande disponibilidade de armazenamento, devido às grandes dimensões envolvidas no modelo, mesmo para imagens de pequena dimensão.

Esta técnica se mostra a mais adequada dentre as estudadas neste trabalho, embora seja considerada dispendiosa em termos de recursos computacionais. Em sua implementação e uso prático, sugere-se que os algoritmos sejam analisados e refeitos, dependendo do computador a ser utilizado; isto se dá pelo fato de o modelo de Regularização envolver estritamente cálculos matriciais; como sugestão de otimização,

deve-se analisar os algoritmos que trabalham com operações de matrizes, de forma a adequá-los ao computador utilizado.

Como uma tarefa adicional, deve-se explorar as técnicas de tratamento de matrizes, levando em consideração a forma com que o computador armazena os dados. Com isto, pode-se obter uma redução no tempo de processamento, pois é possível otimizar o tempo de acesso à memória. Sugere-se a investigação de algoritmos eficientes para operar com as matrizes esparsas envolvidas no modelo de Regularização,

Finalmente, após escolher o método de Regularização como o mais adequado para o caso de restauração de radioimagens solares, pode-se observar que o fundamento teórico para a escolha do fator de suavização, baseado na restrição de igualdade da norma do ruído com o vetor residual, não foi possível na prática, talvez pela falta de conhecimento preciso da variância real do ruído, do coeficiente de espalhamento e da hipótese de aditividade e independência de ruído e de sinal. Assim sendo, com a aplicação deste método, propõe-se o uso de um critério físico para a avaliação da imagem restaurada. Tal critério deve ser determinado por radioastrônomos, usando o conhecimento das radioestruturas do Sol e correlacionando-as com outras imagens solares obtidas em porções distintas do espectro eletromagnético.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBERT A. *Regression and the Moore-Penrose Pseudo-Inverse*. NY, Academic New York, 1972.
- ANDREWS, H.C.; HUNT, B.R. *Digital image restoration*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1977.
- ANDREWS, H.C.; PATTERSON, C.L. *Outer product expansion and their uses in digital images processing*. IEEE. Transaction Computer, C-25 (2); 140-142, Feb. 1976.
- BRACEWELL, R.N. *Two-dimensional aerial smoothing in radio astronomy*. Australian Journal of Physics, 9: 297-314, Jan. 1956.
- *Aerial smoothing in radio astronomy*. Australian Journal of Physics. 7(s.f.): 297-314, 1954 a.
- BRACEWELL, R.N.; ROBERT, J.A. *Aerial smoothing in radio astronomy*. Australian Journal of Physics, 7:615-640. Nov. 1954 b.
- BRIGHAN, E.O. *The Fast Fourier Transform*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1974.
- EKSTROM M.P.A. *A numerical algorithm for identifying spread function of shift-invariant imaging system*. IEEE Transaction Computers, C-22 (4): 322-328 Abr. 1973.
- ELSGOLC, L.E. *Calculus of variations*. MA, Addison-Wesley, Reading, 1962.
- GRAYBILL, F.A. *Introduction to matrices with application in statistics*. Belmont, CA. Wadworth. 1969.
- HELSTRON, C.W. *Image restoration by method of least squares*. Journal Optic Society America 57 (3): 297-303, Mar 1967.
- HUANG, T.S. *Some notes on film grain noise In: Restoration of Degraded Images*. Appendix 14, p. 105-109 (NSF Summer Study Report) Woods Hole MA, NSF, 1966.
- HUNT, B.R., *The application of constraint least squares estimation to image restoration by digital computer*. IEEE Transaction Computer, C-23(9): 805-812, Set 1973.



- *Digital image processing*. Proceedings IEEE; 63(4): 639-708, Apr. 1975.
- HUFNAGEL R.E.; STANLEY, N.R. *Modulation transfer function associated with transmission through turbulent media*. Journal of Optical Society of America 54:(s.f.) 52-61, 1964.
- KRAUS, J.D., *Radio astronomy*. New York, NY, MC-Graw-Hill, 1966.
- LAHART, M.J. *Local image restoration by a least squares method*. Los Alamos, NM, Univ. of California/Los Alamos Scientific Lab. Los Alamos, NM, Mar 1979.
- LANČASTER, P. *Theory of matrices*. New York, NY, Academic, 1969.
- LEWIS, T.O.; ODELL, P.L. *Estimation in linear models*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1971.
- MARTÓN, L. *Methods of Experimental physics*. London, Academic, 1976.
- MASCARENHAS, N.D.A.; PRATT, W.K. *Digital image restoration under a regression model*. IEEE. Transaction Circuits and System, CAS-22(3): 66-88, Mar, 1975.
- PHILLIPS, D.L. *A technique for the numerical solution of certain integral equation of the First Kind*. Journal of the ACM, 9(n.f.): 84-97, 1962.
- PRATT, M.L. *Vector space formulation of two-dimensional signal processing operation* In: *Internal Report*. CA, Electrical Engineering Dept. University of Southern 1973.
- ROSENFELD, A.; KAK, A.C. *Digital picture processing*. 2 ed. New York, NY, Academic, 1982.
- RUST, B.W.; BURRUS, W.R. *Mathematical programming and the numerical solution of linear equation*. New York NY, American Elsevier, 1972.
- STEWART, G.W. *Introduction to matrix computations*. New York, NY, Academic, 1973.