

# Dispersão em Problemas de Rotulação Cartográfica de Pontos

Sóstenes P. Gomes<sup>1</sup>, Luiz A. N. Lorena<sup>2</sup>, Glaydston M. Ribeiro<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Programa de Doutorado em Computação Aplicada – CAP  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

<sup>2</sup>Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada – LAC  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

<sup>3</sup>Departamento de Engenharias e Computação – DECOM  
Universidade Federal do Espírito Santo – CEUNES/UFES

{sostenes.gomes, lorena, glaydston}@lac.inpe.br

**Abstract.** *This work presents a brief review on the Point Feature Label Placement Problem and its modeling in conflict graphs. In this context, two discrete dispersion formulations for the Point Feature Label Placement Problem are presented as a new approach to the problem. Preliminary results are also presented.*

**Resumo.** *Neste trabalho é apresentada uma breve revisão sobre o Problema de Rotulação Cartográfica de Pontos (PRCP) e sua modelagem em grafos de conflitos. Neste contexto, duas formulações de dispersão discreta para o PRCP são apresentadas como uma nova abordagem do problema. Resultados preliminares são também apresentados.*

**Palavras-chave:** *rotulação cartográfica, problemas de dispersão, otimização combinatória.*

## 1. Introdução

O posicionamento de rótulos é uma tarefa essencial no desenvolvimento de mapas, diagramas e objetos gráficos em geral. A atividade de rotular mapas automaticamente, em especial, é considerada um problema de grande complexidade, pois é necessário considerar diversos critérios quanto à escolha da localização, orientação, dimensões, característica a ser rotulada e etc. Um problema surge quando ao rotular características cartográficas (linhas, polígonos ou pontos), rótulos são sobrepostos, dificultando a leitura do mapa.

Diversas abordagens têm sido apresentadas na literatura ([Zoraster 1990]; [Mauri et al. 2010]; [Ribeiro e Lorena 2004]) para o Problema de Rotulação Cartográfica de Pontos (PRCP), que é o problema de rotular automaticamente características de pontos, evitando a sobreposição dos rótulos. Neste trabalho, é introduzida uma outra abordagem para o PRCP, que considera a dispersão no posicionamento dos rótulos como uma fator que pode aumentar a legibilidade do mapa. Resultados das formulações são apresentados.

## 2. Dispersão de rótulos no PRCP

Modelos de dispersão têm sido aplicados a diversos problemas na literatura e principalmente ao Problema de Localização de Facilidades [Curtin e Church 2006]. Problemas de Dispersão de Facilidades surgem em diversas situações como: dispersão de centros de reabilitação criminal de centros populacionais, dispersão na localização de

usinas nucleares para maximizar a segurança, dispersão na localização de lojas de uma mesma franquia, etc.

No contexto do PRCP, é desejável que ao rotular um conjunto de pontos os rótulos sejam posicionados dispersamente de maneira que conflitos sejam evitados. Neste trabalho apresentam-se dois Modelos de Dispersão de Rótulos para PRCP. As formulações são descritas nas seções a seguir.

## 2.1. Modelo de Dispersão de Rótulos 1

*Max z*

*Sujeito a:*

$$\sum_{j=1}^{P_i} x_{i,j} = 1, \forall i = 1 \dots N \quad (2.1)$$

$$z - M(2 - x_{i,j} - x_{k,t}) \leq d_{i,j,k,t}, \forall i = 1 \dots N$$

$$\forall j = 1 \dots P_i \quad (2.2)$$

$$(k, t) \in S_{i,j}$$

$$x_{i,j}, x_{k,t} \in \{0,1\}, \forall i = 1 \dots N$$

$$\forall j = 1 \dots P_i \quad (2.3)$$

$$(k, t) \in S_{i,j}$$

$$z \geq 0 \quad (2.4)$$

No Modelo de Dispersão de Rótulos 1 (MDR1) apresentado acima,  $N$  é a quantidade pontos a serem rotulados,  $P_i$  é a quantidade de posições candidatas do ponto  $i$  e  $S_{i,j}$  é o conjunto de posições candidatas potencialmente conflitantes com a posição candidata  $j$  do ponto  $i$ . A equação (2.1) restringe a quantidade de rótulos posicionados para cada ponto em 1. A segunda restrição do problema considera a distância euclidiana ( $d_{i,j,k,t}$ ) entre a posição candidata  $j$  do ponto  $i$  e a posição candidata  $t$  do ponto  $k$ . Além disso, é utilizado um custo  $M$ , de valor alto, que penaliza o valor de  $z$  no caso de as duas posições candidatas em potencial conflito serem escolhidas para o posicionamento de rótulos.

## 2.2. Modelo de Dispersão de Rótulos 2

$$\text{Max } z \quad (2.5)$$

*Sujeito a:*

$$\sum_{j=1}^{P_i} x_{i,j} = 1, \forall i = 1 \dots N \quad (2.6)$$

$$z + (M - d_{i,j,k,t})y_{i,j,k,t} \leq M, \forall i = 1 \dots N \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \forall j = 1 \dots P_i \\ (k, t) \in S_{i,j} \\ x_{i,j} + x_{k,t} - y_{i,j,k,t} \leq 1, \forall i = 1 \dots N \\ \forall j = 1 \dots P_i \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} (k, t) \in S_{i,j} \\ x_{i,j}, x_{k,t}, y_{i,j,k,t} \in \{0,1\}, \forall i = 1 \dots N \\ \forall j = 1 \dots P_i \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$z \geq 0 \quad (2.10)$$

A 2ª formulação também leva em conta as distâncias entre posições candidatas, com objetivo de rotular os pontos “dispersivamente”, mas neste caso é utilizada uma inequação (2.8) com a variável  $y_{i,j,k,t}$  indicando a existência ou não de um conflito ao rotular duas posições candidatas.

A abordagem PRCP como Problema de Dispersão Discreta consta então de obter a máxima menor distância entre rótulos posicionados. Na seção a seguir são apresentados alguns resultados preliminares destas formulações.

### 3. Resultados

Nesta seção são apresentados resultados obtidos através de testes computacionais das formulações definidas na seção 2, realizados utilizando o *solver* de Programação Matemática CPLEX 12.1. Não foi possível obter instâncias na literatura com os valores das distâncias entre posições candidatas para a execução de testes comparativos, já que a abordagem da dispersão de rótulos é nova e sendo assim, para os testes, foram geradas instâncias com dimensões de rótulos variadas para um conjunto de 505 pontos com 4 posições candidatas cada, somando um total de 2020 posições candidatas.

Para comparação, foram utilizados resultados da Formulação Matemática Baseada em Posições Candidatas (FMBPC), que obteve bons resultados para o PRCP abordado como um PMNC em [Ribeiro e Lorena 2005].

Seguem os dados considerados nos testes:

- A e C – Altura e comprimento dos rótulos respectivamente;
- Tmp. (seg.) – Tempo computacional em segundos;
- Rot. liv. (%) – Proporção de rótulos livres de conflitos na solução;
- $\min(d_{i,j,k,t})$  – Menor distância entre rótulos conflitantes em uma solução.

A seguir apresenta-se uma tabela comparativa entre os resultados das duas formulações e a FMBPC utilizando o valor fixo  $M = 100$ .

**Tabela 1. Resultados das formulações para 10 instâncias.**

|           | Dim. |    | Tmp. (seg.) |        |       | Rot. Liv (%) |       |       | $min(d_{ijk,l})$ |       |       |
|-----------|------|----|-------------|--------|-------|--------------|-------|-------|------------------|-------|-------|
|           | A    | C  | FMBPC       | MDR1   | MDR2  | FMBPC        | MDR1  | MDR2  | FMBPC            | MDR1  | MDR2  |
| <b>1</b>  | 2    | 24 | 0.09        | 0.98   | 0.2   | 100          | 100   | 100   | -                | -     | -     |
| <b>2</b>  | 2    | 32 | 0.28        | 2.72   | 0.44  | 100          | 100   | 100   | -                | -     | -     |
| <b>3</b>  | 2    | 42 | 1.59        | 6.06   | 1.83  | 99,21        | 99,21 | 92,87 | 10,04            | 33,01 | 33,01 |
| <b>4</b>  | 2    | 48 | 2.02        | 4.83   | 2.92  | 99,21        | 99,21 | 94,46 | 30,01            | 39,01 | 39,01 |
| <b>5</b>  | 3    | 16 | 0.14        | 2.58   | 0.27  | 100          | 100   | 100   | -                | -     | -     |
| <b>6</b>  | 3    | 24 | 2.41        | 19.78  | 4.01  | 98,42        | 93,86 | 92,28 | 11,04            | 18,11 | 18,11 |
| <b>7</b>  | 3    | 28 | 4.28        | 66.75  | 6.36  | 97,23        | 88,32 | 85,35 | 3,16             | 19,1  | 19,1  |
| <b>8</b>  | 3    | 32 | 6.01        | 41.59  | 44.92 | 95,64        | 85,74 | 88,32 | 3,16             | 22,1  | 22,1  |
| <b>9</b>  | 4    | 12 | 1.95        | 7.86   | 3.03  | 99,21        | 98,22 | 95,64 | 4,12             | 11,18 | 11,18 |
| <b>10</b> | 4    | 16 | 15.97       | 174.98 | 8.30  | 96,44        | 85,15 | 91,29 | 6,08             | 11,4  | 11,4  |

Observa-se que o MDR1 obteve bons resultados com relação a proporção de rótulos livres apenas nas instâncias de 1 a 5 e a MDR2 apenas nas instâncias 1, 2 e 5. Porém, as duas formulações obtiveram melhores resultados com relação à máxima menor distância entre rótulos em conflito na solução, permitindo melhor legibilidade que as soluções do FMBPC, sem perder muito na quantidade de rótulos posicionados em conflito.

#### 4. Conclusões e trabalhos futuros

A modelagem de dispersão para rótulos é nova e a pesquisa está ainda em estágio inicial. Com as formulações propostas foi possível obter bons resultados quanto à legibilidade da solução, sem perder muito com relação à quantidade de rótulos poscoiados em conflito.

Algumas melhorias nas formulações podem ser feitas, como por exemplo, a reformulação da função objetivo para considerar as posições candidatas rotuladas sem conflitos (problema bi-objetivo). Outra alteração nas formulações a ser feita é a reformulação das restrições (2.2) e (2.7) para considerar conjuntos de posições potencialmente conflitantes, ao invés de considerar os possíveis conflitos par a par, que possibilitará reduzir o número de restrições nos modelos.

#### Referências

- Curtin, K. M., Church, R. L. (2006), A Family of Location Models for Multiple-Type Discrete Dispersion. GEOGRAPHICAL ANALYSIS, n. 38, p. 248–270.
- Mauri, G.R., Ribeiro, G.M., Lorena, L.A.N. (2010), A new mathematical model and a lagrangean decomposition for the point-feature cartographic label placement problem. COMPUTERS & OPERATIONS RESEARCH, v. 37, n. 12, p. 2164-2172.
- Ribeiro, G. M., Lorena, L. A. N. (2004), Modelagem matemática e relaxações Lagrangeana e Lagrangeana/Surrogate para o problema de rotulação cartográfica de pontos. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), 36., São João del Rei. Anais... Rio de Janeiro: SOBRAPO, 2004. 1 CD-ROM.
- Ribeiro, G. M., Lorena, L. A. N. (2005), Lagrangean relaxation with clusters for point-feature cartographic label placement problems. ECCO XVII special issues.
- Zoraster, S. (1990), The solution of large 0-1 integer programming problems encountered in automated cartography. OPERATIONS RESEARCH, v. 38, n. 5, p. 752–759.