



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m16c/2020/09.01.13.06-TDI

ÓRBITAS QUASE-CRÍTICAS E QUASE-HELIOSSÍNCRONAS EM TORNO DE SATÉLITES NATURAIS

Maria Lívia Galhego Thibes Xavier da Costa

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Rodolpho Vilhena de Moraes, Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado e Jean Paulo dos Santos Carvalho, aprovada em 03 de julho de 2020.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGPDW34P/436P3RL>>

INPE
São José dos Campos
2020

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

CEP 12.227-010

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/7348

E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):**Presidente:**

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Cauê Silva Fróes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m16c/2020/09.01.13.06-TDI

ÓRBITAS QUASE-CRÍTICAS E QUASE-HELIOSSÍNCRONAS EM TORNO DE SATÉLITES NATURAIS

Maria Lívia Galhego Thibes Xavier da Costa

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Rodolpho Vilhena de Moraes, Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado e Jean Paulo dos Santos Carvalho, aprovada em 03 de julho de 2020.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGPDW34P/436P3RL>>

INPE
São José dos Campos
2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Costa, Maria Lívia Galhego Thibes Xavier da.

C823o Órbitas quase-críticas e quase-heliossíncronas em torno de satélites naturais / Maria Lívia Galhego Thibes Xavier da Costa. – São José dos Campos : INPE, 2020.
lvi + 301 p. ; (sid.inpe.br/mte-m16c/2020/09.01.13.06-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2020.

Orientadores : Drs. Rodolpho Vilhena de Moraes, Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado e Jean Paulo dos Santos Carvalho.

1. Teoria canônica de perturbação. 2. Inclinações quase-críticas. 3. Inclinações quase-heliossíncronas. 4. Programação não-linear. 5. Satélites planetários. I.Título.

CDU 52-323.8:52-87



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).


This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Maria Livia Galhego Thibes Xavier da Costa**

Título: "ÓRBITAS QUASE-CRÍTICAS E QUASE-HELIOSSÍNCRONAS EM TORNO DE SATÉLITES NATURAIS"


Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Hello Koiti Kuga




Presidente / INPE / SJCampos - SP
 Participação por Video - Conferência
 Aprovado Reprovado

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado




Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP
 Participação por Video - Conferência
 Aprovado Reprovado

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes




Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP
 Participação por Video - Conferência
 Aprovado Reprovado

Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho



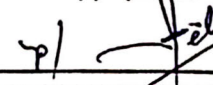
Orientador(a) / UFRB / Feira de Santana - BA
 Participação por Video - Conferência
 Aprovado Reprovado

Dr. Diogo Merguizo Sanchez



Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP
 Participação por Video - Conferência
 Aprovado Reprovado

Dra. Malsa de Oliveira Terra



Convidado(a) / ITA/DCTA / São José dos Campos - SP
 Participação por Video - Conferência
 Aprovado Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

“(...)
*lá vai o trem com o menino
lá vai a vida a rodar
lá vai ciranda e destino
cidade e noite a girar
lá vai o trem sem destino
pro dia novo encontrar
correndo vai pela terra
vai pela serra
vai pelo mar
cantando pela serra do luar
correndo entre as estrelas a voar
no ar, no ar, no ar...”*

HEITOR VILLA-LOBOS
na *Tocata de Bachianas Brasileiras nº 2*, 1933

FERREIRA GULLAR
em "*O Trenzinho do Caipira*" de *Poema Sujo*, 1976

Dedicado às crianças adultas que, quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas.

AGRADECIMENTOS

A Deus por minha vida, por tantas coisas lindas que Sua boa mão a cada dia traz!

Ao oásis de toda vida: família!

(José Marcos, Maria Angélica, Maria Tereza, Junior e Luis Felipe)

Àquele que no inverno me protege, no verão sai pra pescar, no outono me conhece, na primavera me faz gostar...

(Kim)

Àqueles que teimam em mostrar-me o amor pelo suor do trabalho que escorre nas faces de quem faz o que é...

(Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes,
Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado,
Prof. Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho)

Àquela que, por A mais B, sempre demonstrou que esteve disposta a ajudar!

(Profa. Dra. Cláudia Aline A. S. Mesquita)

Àqueles que quando a gente vê, já pode ser irmão...só se vê beleza em seu botão!

(Aron, Calvin, Camila, Carlos, Charles, Cinthia, Evelyn, Isaac, Lucas, Matheus e
Thiago)

Àqueles, cujos destinos se cruzaram na saudosa Praça Comandante Linneu Gomes, s/n...

(Carol, Felipe, Guilherme, Paulo, Renan, Sandra e Sthefania)

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro por meio de concessão de bolsa de estudo.

RESUMO

Quando apenas os termos seculares devido ao achatamento do corpo central são considerados no potencial gravitacional, os valores clássicos da inclinação crítica são de 63.43° e 116.57° para as órbitas direta e retrógrada, respectivamente, e os da inclinação heliosíncrona são, por sua vez, constantes e retrógrados para cada par de semieixo maior e excentricidade. Se termos setoriais são incluídos na função perturbadora, as equações de movimento se acoplam, e a busca por inclinações críticas e heliosíncronas passa a ser uma tarefa não trivial. Com o objetivo de superar esta dificuldade, tratando corretamente o acoplamento das equações e esclarecendo o efeito da inserção do harmônico setorial C_{22} na função hamiltoniana, o conceito de inclinações quase-críticas é acurado e o de inclinações quase-heliosíncronas é introduzido. Tais inclinações são encontradas com o auxílio do formalismo hamiltoniano, sob a luz da otimização não-linear, para satélites artificiais ao redor da Lua, Io, Europa, Ganimedes, Calisto e Titã. Nesse sentido, o presente trabalho faz as seguintes novas contribuições para os problemas de inclinação crítica e órbitas heliosíncronas: *i*) aplica ferramentas de programação não-linear a um problema de teoria de perturbações; *ii*) obtém inclinações retrógradas quase-críticas e quase-heliosíncronas (ambos os casos inexistentes na literatura); *iii*) e, finalmente, encontra órbitas quase-críticas e quase-heliosíncronas em torno dos satélites planetários supracitados.

Palavras-chave: Teoria canônica de perturbação. Inclinações quase-críticas. Inclinações quase-heliosíncronas. Programação não-linear. Satélites planetários.

QUASI-CRITICAL AND QUASI-HELIO SYNCHRONOUS ORBITS AROUND NATURAL SATELLITES

ABSTRACT

When only the secular terms due to the central body oblateness are considered in the gravitational potential, the critical inclination classical values are about 63.43° and 116.57° for the direct and retrograde orbits, respectively, and the ones of the heliosynchronous inclination are, in turn, constant and retrograde for each pair of semi-major axis and eccentricity. If sectoral terms are included into the disturbing function, the equations of motion become coupled, then searching for critical and heliosynchronous inclinations are not a trivial task. For the purpose of overcoming this difficulty, treating accordingly the coupling of the equations and shedding light on the effect of inserting the C_{22} sectoral hamornic in the hamiltonian function, the quasi-critical inclinations concept is refined and the quasi-heliosynchronous inclinations one is introduced. Such inclinations are found with the aid of the hamiltonian formalism, under the light of nonlinear optimization, for artificial satellites around the Moon, Io, Europa, Ganymede, Callisto and Titan. In this sense, the present work makes the following new contributions to the problems of critical inclination and heliosynchronous orbits: *i*) application of the nonlinear programming tools to a perturbation theory problem; *ii*) the obtainment of quasi-critical and quasi-heliosynchronous retrograde inclinations (both cases not existing in the literature); *iii*) and, finally, finding quasi-critical and quasi-heliosynchronous orbits around the aforementioned planetary satellites.

Keywords: Canonical perturbation theory. Quasi-critical inclinations. Quasi-heliosynchronous inclinations. Nonlinear programming. Planetary satellites.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
3.1 Classificação dos harmônicos esféricos.	14
4.1 Satélites planetários escolhidos.	17
4.2 Sistema de coordenadas para o orbitador de satélites planetários.	22
4.3 Ilustração do comportamento de uma solução genérica devido a cada tipo de termo perturbativo.	26
4.4 Retrato de fase $(h(t), H(t))$ do sistema hamiltoniano médio.	30
4.5 Comportamento das soluções em regiões de libração e circulação.	30
4.6 Pares de excentricidades e semieixos maiores satisfazendo as condições $r_p > a_e$ e $r_a < r_H$ e permitidos como condições iniciais para a solução dos problemas de otimização das inclinações quase-críticas ao redor de cada satélite natural considerado.	39
4.7 Esquema de uma órbita heliosíncrona ao redor da Terra.	40
4.8 Pares de excentricidades e semieixos maiores satisfazendo as condições $r_p > a_e$, $r_a < r_H$ e $\cos(I_s) > -1$ e permitidos como condições iniciais para a solução dos problemas de otimização das inclinações quase-heliosíncronas ao redor de cada satélite natural considerado.	47
5.1 Sistema 1. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.	50
5.2 Sistema 1 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.	51
5.3 Sistema 1. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	54
5.4 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 3756.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$	55

5.5	<p>Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g: $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 3756.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.</p>	56
5.6	<p>Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g: $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 1991.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 63.12^\circ$.</p>	57
5.7	<p>Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g: $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 1991.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 116.23^\circ$.</p>	58
5.8	<p>Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g: $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4235.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.50$, $i_0 = I_{qc} = 63.49^\circ$.</p>	59
5.9	<p>Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g: $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4235.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.50$, $i_0 = I_{qc} = 116.62^\circ$.</p>	60

- 5.10 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4098.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 63.38^\circ$ 61
- 5.11 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4098.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 116.51^\circ$ 62
- 5.12 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3443.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 63
- 5.13 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3443.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 64
- 5.14 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 3178.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$, $i_0 = I_{qc} = 63.54^\circ$ 65

- 5.15 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 3178.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$, $i_0 = I_{qc} = 116.68^\circ$ 66
- 5.16 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5816.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 67
- 5.17 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5816.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 68
- 5.18 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3161.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 69
- 5.19 Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3161.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 70

5.20	Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2556.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 63.27^\circ$	71
5.21	Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2556.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 116.40^\circ$	72
5.22	Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4238.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$	73
5.23	Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4238.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$	74
5.24	Sistema 2. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.	75
5.25	Sistema 2 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.	76
5.26	Sistema 2. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	78

5.27	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3432.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qc} = 63.37^\circ$	79
5.28	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3432.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qc} = 116.50^\circ$	80
5.29	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5077.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$	81
5.30	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5077.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$	82
5.31	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4565.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$	83

- 5.32 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4565.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 84
- 5.33 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 6315.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 85
- 5.34 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 6315.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 86
- 5.35 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4285.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.41$, $i_0 = I_{qc} = 63.47^\circ$ 87
- 5.36 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4285.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.41$, $i_0 = I_{qc} = 116.60^\circ$ 88

- 5.37 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6327.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$ 89
- 5.38 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6327.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$ 90
- 5.39 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5601.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 91
- 5.40 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5601.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 92
- 5.41 Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 4054.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 63.53^\circ$ 93

5.42	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 4054.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 116.66^\circ$	94
5.43	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5880.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$	95
5.44	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5880.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$	96
5.45	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3713.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 63.48^\circ$	97
5.46	Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3713.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 116.61^\circ$	98
5.47	Sistema 3. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.	99

5.48	Sistema 3 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.	100
5.49	Sistema 3. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	102
5.50	Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4821.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.55$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$	103
5.51	Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4821.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.55$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$	104
5.52	Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3714.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$	105
5.53	Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3714.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$	106

- 5.54 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2753.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.27$, $i_0 = I_{qc} = 63.40^\circ$ 107
- 5.55 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2753.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.27$, $i_0 = I_{qc} = 116.53^\circ$ 108
- 5.56 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 5420.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.26$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 109
- 5.57 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 5420.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.26$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 110
- 5.58 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3732.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 111

- 5.59 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3732.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 112
- 5.60 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3490.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.39$, $i_0 = I_{qc} = 63.41^\circ$ 113
- 5.61 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3490.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.39$, $i_0 = I_{qc} = 116.54^\circ$ 114
- 5.62 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4660.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 115
- 5.63 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4660.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 116

- 5.64 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 5162.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 117
- 5.65 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 5162.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 118
- 5.66 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3940.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 63.42^\circ$ 119
- 5.67 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3940.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$ 120
- 5.68 Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2215.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 63.36^\circ$ 121

5.69	Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2215.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 116.49^\circ$	122
5.70	Sistema 4. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganimedes.	123
5.71	Sistema 4 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganimedes.	124
5.72	Sistema 4. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	126
5.73	Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3950.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.19$, $i_0 = I_{qc} = 63.46^\circ$	127
5.74	Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3950.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.19$, $i_0 = I_{qc} = 116.59^\circ$	128
5.75	Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 9142.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$	129

- 5.76 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 9142.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 130
- 5.77 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5693.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.47$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 131
- 5.78 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5693.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.47$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 132
- 5.79 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 9127.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.43$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 133
- 5.80 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 9127.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.43$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 134

- 5.81 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7141.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 135
- 5.82 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7141.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 136
- 5.83 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 6352.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.24$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 137
- 5.84 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 6352.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.24$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 138
- 5.85 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3995.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 63.41^\circ$ 139

- 5.86 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3995.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 116.54^\circ$ 140
- 5.87 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 6070.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 141
- 5.88 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 6070.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 142
- 5.89 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7104.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$ 143
- 5.90 Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7104.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 144

5.91	Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 6188.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 63.42^\circ$	145
5.92	Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 6188.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 116.55^\circ$	146
5.93	Sistema 5. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.	147
5.94	Sistema 5 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.	148
5.95	Sistema 5. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	150
5.96	Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5064.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$	151
5.97	Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5064.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$	152

- 5.98 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3312.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 63.46^\circ$ 153
- 5.99 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3312.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 116.59^\circ$ 154
- 5.100 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5016.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.35$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 155
- 5.101 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5016.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.35$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 156
- 5.102 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7063.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 157

- 5.103 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7063.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 158
- 5.104 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 7007.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.53$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$ 159
- 5.105 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 7007.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.53$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$ 160
- 5.106 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3368.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.22$, $i_0 = I_{qc} = 63.41^\circ$ 161
- 5.107 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3368.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.22$, $i_0 = I_{qc} = 116.54^\circ$ 162

- 5.108 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7578.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 163
- 5.109 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7578.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 164
- 5.110 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6711.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$ 165
- 5.111 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6711.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$ 166
- 5.112 Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5561.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$ 167

5.113	Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5561.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$	168
5.114	Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2986.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 63.46^\circ$	169
5.115	Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2986.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 116.60^\circ$	170
5.116	Sistema 6. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.	171
5.117	Sistema 6 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.	172
5.118	Sistema 6. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	174
5.119	Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5321.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.49$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$	175

- 5.120 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5321.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.49$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$ 176
- 5.121 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 4714.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$ 177
- 5.122 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 4714.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$ 178
- 5.123 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 7578.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 179
- 5.124 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 7578.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 180

- 5.125 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7602.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 181
- 5.126 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7602.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 182
- 5.127 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 2939.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 63.49^\circ$ 183
- 5.128 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 2939.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 116.62^\circ$ 184
- 5.129 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4159.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 63.48^\circ$ 185

- 5.130 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4159.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 116.61^\circ$ 186
- 5.131 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 7398.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 187
- 5.132 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 7398.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 188
- 5.133 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 6238.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$ 189
- 5.134 Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 6238.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$ 190

5.135	Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 7861.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.48$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$	191
5.136	Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 7861.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.48$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$	192
5.137	Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 6573.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$	193
5.138	Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 6573.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$	194
5.139	Resultados encontrados na literatura descrevendo o efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}) do corpo central no comportamento da inclinação crítica prógrada (63.43°).	196
5.140	Relação entre a máxima amplitude de curva ($\max\{\Delta I_{qc}\}$) e a taxa de rotação ($n_{\mathcal{C}}$) para os casos direto e retrógrado.	201
5.141	Sistema 1. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.	204

5.142	Sistema 1 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.	205
5.143	Sistema 1. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $< I_{qs} >$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	207
5.144	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 1868.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qs} = 150.26^\circ$. . .	208
5.145	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 1877.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 151.86^\circ$. . .	209
5.146	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 1869.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qs} = 150.42^\circ$	210
5.147	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 1946.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.07$, $i_0 = I_{qs} = 173.49^\circ$	211
5.148	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 1918.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qs} = 162.49^\circ$	212

5.149	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 1910.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qs} = 158.14^\circ$	213
5.150	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 1925.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 164.86^\circ$	214
5.151	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 1903.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.06$, $i_0 = I_{qs} = 157.35^\circ$	215
5.152	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 1953.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qs} = 172.64^\circ$	216
5.153	Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 1943.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qs} = 168.98^\circ$	217
5.154	Sistema 2. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.	218
5.155	Sistema 2 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.	219

- 5.156 Sistema 2. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $< I_{qs} >$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. 220
- 5.157 Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 5760.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.48$, $i_0 = I_{qs} = 101.66^\circ$ 221
- 5.158 Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 4292.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.32$, $i_0 = I_{qs} = 95.65^\circ$ 222
- 5.159 Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3922.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.43$, $i_0 = I_{qs} = 93.42^\circ$ 223
- 5.160 Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4129.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.31$, $i_0 = I_{qs} = 95.09^\circ$ 224
- 5.161 Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 5030.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.25$, $i_0 = I_{qs} = 100.79^\circ$ 225

5.162	Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4088.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.36$, $i_0 = I_{qs} = 94.49^\circ$	226
5.163	Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4422.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qs} = 96.38^\circ$	227
5.164	Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4242.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.29$, $i_0 = I_{qs} = 95.65^\circ$	228
5.165	Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3181.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qs} = 92.43^\circ$	229
5.166	Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3403.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 93.13^\circ$	230
5.167	Sistema 3. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.	231
5.168	Sistema 3 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.	232

- 5.169 Sistema 3. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $< I_{qs} >$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. 233
- 5.170 Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2929.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qs} = 103.95^\circ$ 234
- 5.171 Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2790.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.19$, $i_0 = I_{qs} = 101.56^\circ$ 235
- 5.172 Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 1771.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qs} = 92.21^\circ$ 236
- 5.173 Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2262.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.27$, $i_0 = I_{qs} = 95.27^\circ$ 237
- 5.174 Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2703.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.32$, $i_0 = I_{qs} = 99.00^\circ$ 238

5.175	Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2547.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.25$, $i_0 = I_{qs} = 97.89^\circ$	239
5.176	Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3474.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qs} = 115.11^\circ$	240
5.177	Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4029.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$, $i_0 = I_{qs} = 124.55^\circ$	241
5.178	Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3198.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qs} = 110.05^\circ$	242
5.179	Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3031.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qs} = 105.87^\circ$	243
5.180	Sistema 4. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganimedes.	244
5.181	Sistema 4 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganimedes.	245

5.182	Sistema 4. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $< I_{qs} >$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	246
5.183	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3207.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 103.80^\circ$	247
5.184	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3334.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$, $i_0 = I_{qs} = 104.57^\circ$	248
5.185	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3265.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qs} = 104.63^\circ$	249
5.186	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2825.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 98.81^\circ$	250
5.187	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3333.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qs} = 104.81^\circ$	251

5.188	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3840.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qs} = 115.37^\circ$	252
5.189	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3402.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qs} = 105.95^\circ$	253
5.190	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3330.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qs} = 105.36^\circ$	254
5.191	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4778.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qs} = 163.55^\circ$	255
5.192	Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4761.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qs} = 150.99^\circ$	256
5.193	Sistema 5. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.	257
5.194	Sistema 5 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.	258

5.195	Sistema 5. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $< I_{qs} >$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	259
5.196	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 2951.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qs} = 160.48^\circ$	260
5.197	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2742.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.06$, $i_0 = I_{qs} = 138.16^\circ$	261
5.198	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2826.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qs} = 145.13^\circ$	262
5.199	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2733.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qs} = 137.71^\circ$	263
5.200	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2594.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qs} = 128.09^\circ$	264

5.201	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 2898.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qs} = 151.07^\circ$	265
5.202	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2839.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 147.90^\circ$	266
5.203	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2913.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qs} = 155.33^\circ$	267
5.204	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2808.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qs} = 143.57^\circ$	268
5.205	Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2897.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 155.03^\circ$	269
5.206	Sistema 6. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.	270
5.207	Sistema 6 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.	271

5.208	Sistema 6. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $< I_{qs} >$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.	272
5.209	Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 3121.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qs} = 116.48^\circ$	273
5.210	Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3838.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qs} = 153.72^\circ$	274
5.211	Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 4108.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.31$, $i_0 = I_{qs} = 163.11^\circ$	275
5.212	Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3680.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 142.81^\circ$	276
5.213	Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $< F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2955.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 111.58^\circ$	277

- 5.214 Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3344.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qs} = 121.66^\circ$ 278
- 5.215 Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3272.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.07$, $i_0 = I_{qs} = 121.50^\circ$ 279
- 5.216 Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3917.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qs} = 158.16^\circ$ 280
- 5.217 Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 3905.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.28$, $i_0 = I_{qs} = 146.44^\circ$ 281
- 5.218 Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4124.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$, $i_0 = I_{qs} = 160.51^\circ$ 282
- 5.219 Efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}) na curva de inclinações heliossíncronas de um satélite artificial lunar para uma órbita com $a_0 = 1838 \text{ km}$ e $e_0 = 0.038$ (I_s está em graus e h está em radianos). 283
- 5.220(a) Relação entre a extensão da faixa de possíveis valores de $\langle I_{qs} \rangle$ ($\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}$) e a taxa de rotação do corpo central ($n_{\mathcal{C}}$) para o caso retrógrado. (b) Relação entre a amplitude de curva máxima ($\max\{\Delta I_{qs}\}$) e a taxa de rotação ($n_{\mathcal{C}}$) para o caso retrógrado. . . . 285

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Parâmetro gravitacional μ , raio equatorial a_e , coeficientes harmônicos zonal e setorial (J_2, C_{22}), razão σ de cada corpo considerado, respectivamente.	18
4.2 Erro introduzido em cada sistema através da adoção das hipóteses 2 e 4.	19
4.3 Sistema referencial inercial ($Oxyz$).	20
4.4 Período orbital T_{ζ} e taxa de rotação n_{ζ} de cada corpo considerado.	21
4.5 Sistema referencial sinódico ($OXYZ$).	21
4.6 Raio de Hill r_H de cada satélite natural considerado.	38
4.7 Valores de $\Delta\Omega_s = N_{\zeta}$ e Δh_s para cada sistema considerado.	42
5.1 Inclinações quase-críticas médias e amplitudes de curva mínimas e máximas ($\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\min\{\Delta I_{qc}\}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$) encontradas no domínio simulado de cada sistema para o caso direto.	200
5.2 Inclinações quase-críticas médias e amplitudes de curva mínimas e máximas ($\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\min\{\Delta I_{qc}\}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$) encontradas no domínio simulado de cada sistema para o caso retrógrado.	201
5.3 Inclinações quase-heliosíncronas retrógradas médias e amplitudes de curva mínimas e máximas ($\min\{\langle I_{qs} \rangle\}$, $\max\{\langle I_{qs} \rangle\}$, $\min\{\Delta I_{qs}\}$ e $\max\{\Delta I_{qs}\}$) encontradas no domínio simulado de cada sistema.	285

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO DA LITERATURA	5
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	9
3.1 Problema de dois corpos	9
3.2 Elementos orbitais	10
3.3 Solução do problema de dois corpos	11
3.4 Perturbações no movimento de dois corpos	12
3.5 Equações planetárias de Lagrange	12
3.6 Potencial gravitacional	13
3.7 Variáveis e equações de Delaunay	14
4 METODOLOGIA	17
4.1 Hipóteses	17
4.2 Equações de movimento	22
4.3 Análise do sistema hamiltoniano médio	29
4.4 Desacoplamento das equações de movimento	30
4.5 Inclinações e órbitas quase-críticas	33
4.5.1 O caso clássico: a inclinação crítica	33
4.5.2 Definição das órbitas quase-críticas	34
4.5.3 Uma abordagem de otimização	37
4.6 Inclinações e órbitas quase-heliossíncronas	40
4.6.1 O caso clássico: a inclinação heliossíncrona	40
4.6.2 Condição de Sol-sincronicidade no sistema girante	41
4.6.3 Definição das órbitas quase-heliossíncronas	42
4.6.4 Uma abordagem de otimização	44
5 RESULTADOS	49
5.1 Órbitas quase-críticas	49
5.1.1 Sistema 1: satélite artificial orbitando a Lua	49
5.1.2 Sistema 2: satélite artificial orbitando Io	75
5.1.3 Sistema 3: satélite artificial orbitando Europa	99

5.1.4	Sistema 4: satélite artificial orbitando Ganimedes	123
5.1.5	Sistema 5: satélite artificial orbitando Calisto	147
5.1.6	Sistema 6: satélite artificial orbitando Titã	171
5.1.7	Discussão	195
5.2	Órbitas quase-heliossíncronas	203
5.2.1	Sistema 1: satélite artificial orbitando a Lua	203
5.2.2	Sistema 2: satélite artificial orbitando Io	218
5.2.3	Sistema 3: satélite artificial orbitando Europa	231
5.2.4	Sistema 4: satélite artificial orbitando Ganimedes	244
5.2.5	Sistema 5: satélite artificial orbitando Calisto	257
5.2.6	Sistema 6: satélite artificial orbitando Titã	270
5.2.7	Discussão	283
6	CONCLUSÃO	289
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	293

1 INTRODUÇÃO

As primeiras missões espaciais ocorreram durante a segunda metade do século XX, período em que a antiga União Soviética e os Estados Unidos disputavam pela supremacia espacial. A rivalidade entre as duas superpotências durante a Guerra Fria focou-se em atingir pioneirismos na exploração do espaço, os quais eram vistos como necessários para a manutenção de sua soberania e símbolos da superioridade tecnológica e ideológica de cada país. A corrida espacial envolveu esforços no lançamento de satélites artificiais, voos humanos suborbitais em torno da Terra e viagens tripuladas à Lua. Desde então, satélites artificiais vêm sendo utilizados em diversas aplicações úteis à humanidade.

Na atualidade, missões espaciais explorando satélites planetários têm sido de grande interesse científico (TURTLE; NIEBUR, 2010; LORENZ et al., 2018; THOMAS, 2019). De fato, a primeira delas a orbitar outro satélite natural, que não a Lua, será a missão JUICE - *Jupiter Icy Moons Explorer* - programada para ser lançada em 2022 e prevista para entrar ao redor de Ganimedes em 2032 (EUROPEAN SPACE AGENCY - ESA, 2019). Para serem bem-sucedidas, entretanto, faz-se necessário o estudo de alguns tipos especiais de órbitas.

Órbitas cujas inclinações possuem a propriedade de manter o argumento do pericentro congelado, por todo instante de tempo, são chamadas de *órbitas críticas*, sendo particularmente interessantes porque exigem menos manutenção orbital, permitindo, assim, uma maior economia de combustível. Segundo Capderou (2014), esta característica é, por exemplo, extremamente desejável em órbitas altamente elípticas que precisam evitar a precessão apsidal, como é o caso das órbitas Molniya e Tundra. A inclinação com esta característica é chamada de *inclinação crítica*.

Por sua vez, as órbitas cujas inclinações fazem o plano orbital precessionar na mesma taxa angular de seu primário ao redor do Sol são chamadas de *heliossíncronas*. Segundo Boain (2004), as órbitas heliossíncronas são umas das mais usadas em missões científicas justamente por serem aplicáveis para diversas finalidades - sensoriamento remoto, mapeamento, observação, entre outras - além de colocarem o veículo espacial em constante exposição ao Sol, permitindo o funcionamento contínuo de seus painéis solares, garantindo, portanto, maior disponibilidade de potência elétrica (DUCK, 1975). A inclinação com esta propriedade é chamada de *inclinação heliossíncrona*.

No senso clássico, isto é, quando somente os termos seculares devido ao achatamento do corpo central são considerados na função hamiltoniana, as duas únicas inclinações

críticas existentes, 63.43° e 116.57° para os casos direto e retrógrado, respectivamente, são encontradas simplesmente igualando a variação temporal do argumento do pericentro a zero. Quanto às inclinações heliosíncronas, segundo Park e Junkins (1995), existe uma única inclinação retrógrada constante associada a cada par de semieixo maior e excentricidade, encontrada tomando a variação da ascensão reta do nodo ascendente igual ao movimento médio de seu primário em sua órbita ao redor do Sol.

Esta metodologia é perfeitamente válida dado que, neste caso, as variações do argumento do pericentro e da ascensão reta do nodo ascendente dependem apenas do semieixo maior, excentricidade e inclinação, os quais são constantes. O problema reside em aplicar esse método quando as perturbações consideradas introduzem acoplamentos nas equações de movimento, como é o caso de satélites artificiais orbitando corpos, cujos harmônicos setoriais associados às suas elipticidades equatoriais (C_{22}) têm as mesmas ordens de magnitude, ou próximas, que os harmônicos zonais associados aos seus achatamentos (J_2). Esta característica ocorre, por exemplo, com os corpos que serão orbitados pela missão JUICE (SCHUBERT et al., 1994; SCHUBERT et al., 2004), além de outros presentes no Sistema Solar, como a Lua, Io e Titã (ZHARKOV et al., 1985; SCHUBERT et al., 1994; ANDERSON et al., 1997; ANDERSON et al., 1998; ANDERSON et al., 2001; KONOPLIV et al., 2001; IESS et al., 2007).

Por mais ingênuo que aparente ser, este deslize é frequente na literatura, como pode ser visto em De Saedeleer e Henrard (2005), Carvalho et al. (2009), Rahoma e El-Salam (2014b), Rahoma e El-Salam (2014a), Costa et al. (2017), entre muitos outros. É necessário, portanto, tratar o problema de maneira diferente. Com o propósito de superar esta falha, seguindo o trabalho de Tzirti et al. (2009), o conceito de *inclinações quase-críticas* é acurado e, baseado nele, o conceito de *inclinações quase-heliosíncronas* introduzido.

Deste modo, ambas tratam da generalização das inclinações críticas e heliosíncronas, respectivamente, quando, além do achatamento (J_2), adiciona-se também os efeitos da elipticidade equatorial (C_{22}) do corpo central ao potencial gravitacional. Assim, define-se como quase-crítica a inclinação que, dada como condição inicial, faz o argumento do pericentro permanecer, em média, constante e, por sua vez, como quase-heliosíncrona a que faz o plano orbital precessionar, em média, com a mesma velocidade angular do corpo central em sua órbita ao redor do Sol.

Para obtê-las, o formalismo hamiltoniano é utilizado juntamente com as variáveis de ação-ângulo de Delaunay. Um referencial girante é definido para eliminar a depen-

dência temporal explícita da hamiltoniana correspondente à perturbação setorial. As equações médias de movimento de primeira ordem são obtidas através da eliminação dos termos de curto período *via* transformações canônicas. O acoplamento das equações de movimento é tratado pela própria função hamiltoniana do sistema, método diferente do empregado por [Tzirti et al. \(2009\)](#). Uma abordagem de otimização é, então, aplicada para encontrá-las. Dada uma inclinação arbitrária como chute inicial, a técnica empregada consiste em avaliar se este chute minimiza o valor absoluto da área entre as curvas descrevendo a real variação do argumento do pericentro e a cuja variação do argumento do pericentro é zero. Analogamente, para o caso quase-heliossíncrono, consiste em avaliar se o chute inicial dado minimiza o valor absoluto da área entre as curvas da real variação da ascensão reta e a cuja variação da ascensão é igual à taxa de precessão necessária para se ter uma órbita heliosíncrona. Os limites de integração apropriados para minimizar estas integrais são escolhidos através das propriedades do sistema hamiltoniano médio. As órbitas, as quais são soluções dos problemas de valor inicial formados pelas equações de movimento juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas, são chamadas de *quase-críticas* e *quase-heliossíncronas*, respectivamente.

Logo, este trabalho tem por objetivo geral consertar uma inconsistência matemática e física extremamente recorrente na literatura e esclarecer, de maneira definitiva, qual é o real efeito conjunto do achatamento e da elipicidade equatorial dos corpos primários nas inclinações críticas e heliosíncronas de veículos espaciais orbitando satélites planetários cuja razão entre seus coeficientes J_2 e C_{22} é pequena. E, como objetivo específico, obter órbitas quase-críticas e quase-heliossíncronas ao redor da Lua, Io, Europa, Calisto, Ganimedes e Titã. É importante pontuar que a escolha destas luas não é arbitrária e dá-se pela característica de suas distribuições de massa, razão já mencionada anteriormente. Em particular, Io e Titã também são escolhidos na tentativa de suprir a ausência, na literatura, de trabalhos de astrodinâmica considerando satélites artificiais ao redor destes corpos. De acordo com [Turtle e Niebur \(2010\)](#), uma espaçonave ao redor de Io deveria suportar mais de um *megarad por dia* de radiação devido à sua localização, dentro do cinturão de radiação em torno de Júpiter. Entretanto, tal escolha não é utópica, uma vez que missões para este corpo natural já têm sido propostas como pode ser visto em [Thomas \(2019\)](#), esperando-se, portanto, que esta barreira seja superada em um futuro próximo.

Além do presente estudo estar na contramão de significativos trabalhos da literatura, como [De Saedeleer e Henrard \(2005\)](#) e [Carvalho et al. \(2009\)](#), sua importância também está justificada pela relevância que as condições iniciais e órbitas encontradas

possuem. As órbitas quase-críticas e quase-heliosíncronas obtidas podem ser usadas em aplicações reais a estes importantes corpos celestes, como nas missões JUICE, Io Observer e a Dragonfly, a qual foi selecionada recentemente pelo programa *New Frontiers* com o intuito de preencher a lacuna de conhecimento sobre Titã na era pós-Cassini, e estudar a química pré-biótica e habitabilidade extraterrestre da lua gelada de Saturno (LORENZ et al., 2018). Para as luas galileanas geladas, as vantagens destas órbitas são consideráveis: facilitar o mapeamento topográfico, geológico e de composição de suas superfícies, descrever suas distribuições internas de massa, bem como investigar suas exosferas. Especialmente para Ganimedes, é possível usá-las para caracterizar suas camadas oceânicas, fazer a detecção de supostos reservatórios subterrâneos de água e, finalmente, estudar as propriedades físicas de suas crostas congeladas (EUROPEAN SPACE AGENCY - ESA, 2019). Para Io, por fim, uma série de fenômenos interessantes, e pouco compreendidos pela comunidade científica, podem ser estudados com o auxílio destas órbitas, inclusive sua atividade vulcânica, a qual é semelhante àquelas que formaram as superfícies dos planetas terrestres há bilhões de anos (TURTLE; NIEBUR, 2010; THOMAS, 2019).

Com relação à disposição do texto, finalmente, este trabalho divide-se ao longo de seis capítulos. O Capítulo 2 contém a revisão da literatura, essencial para o norteio da pesquisa. O Capítulo 3 explica rapidamente os principais conceitos que são utilizados no Capítulo 4. O Capítulo 4 apresenta a metodologia aplicada para se definir os conceitos de inclinações quase-críticas e quase-heliosíncronas e mostra como obtê-las. O Capítulo 5 exhibe as inclinações e órbitas obtidas através da metodologia do Capítulo 4 e os resultados são discutidos. E, enfim, o Capítulo 6 encerra esta dissertação com a conclusão do trabalho realizado.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Segundo Coffey et al. (1986) e Jupp (1987), foi o trabalho de Orlov (1953) o primeiro a sinalizar que um comportamento inusual ocorre com a inclinação orbital. Desde então, o problema de inclinações críticas vêm sendo exaustivamente investigado nas últimas décadas por diversos autores e trabalhos, dos mais clássicos como Garfinkel (1960), Mersman (1962), Lubowe (1969), Allan (1970), Hughes (1981) e Lin e Innanen (1986), aos mais contemporâneos como Liu et al. (2011), que avaliam os efeitos dos termos zonais de J_2 e J_4 , e Rahoma e El-Salam (2014a), que obtêm uma inclinação crítica modificada devido às correções relativísticas e à inclusão dos primeiros harmônicos setoriais.

As órbitas heliosíncronas, por sua vez, foram introduzidas por Hanson (1961) e têm sido objeto de análise de muitos trabalhos presentes na literatura devido à sua importância e aplicabilidade. Duck (1975) apresenta um estudo numérico avaliando os efeitos dos termos zonais e tesserais, das perturbações lunissolares e do arrasto atmosférico neste tipo de órbita ao redor da Terra. Hough (1981) investiga a dinâmica de longo período das órbitas heliosíncronas próximas à inclinação crítica retrógrada (116.57°). Leipold e Wagner (1996) procuram por órbitas heliosíncronas ao redor de Mercúrio com assistência de velas solares. Mortari et al. (2004) propõem ideias preliminares de como projetar órbitas e constelações de satélites associadas a um conceito estendido de heliosincronicidade. Byram e Scheeres (2009) estudam a estabilidade de órbitas heliosíncronas na vizinhança de um cometa. E, por fim, cita-se Kuznetsov e Jasim (2016), os quais mostram a evolução dinâmica de órbitas síncronas com o Sol em um intervalo de tempo de vinte anos.

Trabalhos na literatura apontam a importância de se considerar os efeitos da elipticidade equatorial do corpo primário no movimento de satélites artificiais. Em especial, o pioneiro deles a apontar a relevância do harmônico C_{22} para o problema de inclinação crítica é o trabalho de De Saedeleer e Henrard (2005), o qual ressalta esta necessidade se a razão entre os valores dos coeficientes de J_2 e C_{22} for menor/igual a nove, como é o caso da Lua e dos satélites naturais em equilíbrio hidrostático (ZHARKOV et al., 1985).

Segundo Morbidelli (2002), situações em que as Equações Planetárias de Lagrange (BROUWER; CLEMENCE, 1961) são menos tratáveis, trabalhar com o formalismo hamiltoniano pode ser mais interessante e vantajoso. Assim, dá-se destaque a alguns trabalhos, importantes para o presente estudo, que modelam suas respectivas dinâmicas sob a forma canônica: Giacaglia et al. (1970), De Saedeleer e Henrard (2005)

Carvalho et al. (2009), Tzirti et al. (2009) e Nie e Gurfil (2018). Sumariamente, Giacaglia et al. (1970) apresentam uma teoria semianalítica para o movimento de um satélite artificial lunar, considerando os efeitos perturbativos devidos à atração da Lua, da Terra e do Sol, à não esfericidade do campo gravitacional da Lua, o acoplamento de termos de ordem inferior, a pressão de radiação solar e a libração física. De Saedeleer e Henrard (2005), Carvalho et al. (2009) e Tzirti et al. (2009) levam em conta as perturbações provenientes do achatamento e da elipticidade equatorial do corpo central. Nie e Gurfil (2018), além destas, consideram também os efeitos de terceiro corpo e apresentam uma revisão de órbitas congeladas ao redor da Lua.

Carvalho et al. (2009) e Nie e Gurfil (2018) introduzem a excentricidade e transformam a anomalia verdadeira em anomalia média através das expansões do movimento elíptico (até 2^a ordem), *vide* Brouwer e Clemence (1961, cap. II), Kovalevsky (1967, cap. IV) e Kaula (2000, cap. 3), ao passo que De Saedeleer e Henrard (2005) as fazem sob forma fechada, por meio da definição de variáveis auxiliares, não utilizando, portanto, expansões em séries. Tzirti et al. (2009) utilizam expansões até 4^a ordem assim como em Murray e Dermott (1999).

Tzirti et al. (2009) mostram, via integração numérica, que os efeitos dos termos de curto período, presentes na função hamiltoniana, nos elementos orbitais são muito pequenos. Logo, o sistema médio de 1^a ordem constitui uma boa aproximação da dinâmica original. Assim, para a eliminação dos termos de curto período, Carvalho et al. (2009) aplicam o Método de Hori (HORI, 1966), ver Ferraz-Mello (2007, caps. 5 e 6), Vinti et al. (1989, caps. 22 e 23) e Fernandes (2003), enquanto que De Saedeleer e Henrard (2005) utilizam o Método de Deprit (DEPRIT, 1969). Segundo Campbell e Jefferys (1970) e Mersman (1970), os métodos são análogos. Por sua vez, Nie e Gurfil (2018) aplicam o Método de von-Zeipel (BROUWER, 1959).

Todos os modelos dinâmicos descritos e contidos nos estudos supracitados são elegantes e corretos. Em especial, exalta-se o brilhantismo de De Saedeleer e Henrard (2005) com relação à definição das variáveis auxiliares. Dentre estes trabalhos, são De Saedeleer e Henrard (2005), Carvalho et al. (2009) e Tzirti et al. (2009) os que atacam o problema da inclinação crítica. Entretanto, Tzirti et al. (2009) é o único deles - e único encontrado na literatura - a tratar o acoplamento das equações de movimento introduzido pelo harmônico setorial de C_{22} , obtendo inclinações prógradas.

Além de atacar o problema de inclinação crítica, Carvalho et al. (2009) encontram órbitas heliossíncronas ao redor da Lua. Contudo, também para esta aplicação, não

levam em conta o acoplamento das equações. Uma década depois, baseado no conceito de inclinações quase-críticas introduzido por Tzirti et al. (2009), os mesmos autores corrigem esta falha no presente trabalho, onde o conceito de órbitas quase-heliossíncronas é definido.

Em particular, Tzirti et al. (2009) não especificam os recursos utilizados para encontrar tais inclinações. Por sua vez, a solução aqui proposta é modelá-las por meio da solução de um problema de otimização. Logo, ressalta-se o pioneirismo deste trabalho na aplicação de métodos clássicos de programação não-linear, como vistos em Friedlander (1994), Byrd et al. (1999), Byrd et al. (2000), Waltz et al. (2006), Luenberger e Ye (2008), em teoria de perturbações, dado que, em astrodinâmica, métodos de otimização são, costumeiramente, aplicados à resolução de problemas referentes a controle, trajetórias e manobras orbitais (COVERSTONE-CARROLL et al., 2000), a projetos de constelações (FERRINGER et al., 2007) e à comunicação de satélites artificiais (JOHNSTON, 2008).

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, uma breve fundamentação teórica é exposta para melhor assimilação do Capítulo 4, no qual a metodologia empregada para a execução do trabalho é apresentada.

3.1 Problema de dois corpos

O problema de dois corpos é enunciado em Morbidelli (2002) e Volchan (2007) como segue.

Definição 1 [Problema de 2-Corpos]. *Sejam b_1 e b_2 corpos de simetria esférica cujas massas são m_1 e m_2 , respectivamente. Dados os vetores $\mathbf{r}_1(t_0)$, $\dot{\mathbf{r}}_1(t_0)$ e $\mathbf{r}_2(t_0)$, $\dot{\mathbf{r}}_2(t_0)$, respectivamente, posição e velocidade de b_1 e b_2 , em um sistema de referência inercial, em um instante inicial $t_0 \in I = [0, \infty)$, satisfazendo $\mathbf{r}_i(t) \neq \mathbf{r}_j(t)$ se $i \neq j$, com $i, j \in \{1, 2\}$, $\forall t \in I$, o problema de 2-corpos consiste em estudar o sistema de equações diferenciais*

$$m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 = G m_1 m_2 \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\|^3}, \quad (3.1)$$

$$m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = G m_2 m_1 \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|^3}, \quad (3.2)$$

em que $G \approx 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ é a constante gravitacional universal.

As Equações (3.1) e (3.2) são trivialmente obtidas a partir da 2ª lei de Newton e da lei da gravitação universal. Se $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ é a posição relativa dos corpos b_1 e b_2 , então $\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_2 - \ddot{\mathbf{r}}_1$. Assim, pelas Equações (3.1) e (3.2) em $\ddot{\mathbf{r}}$, a equação do movimento de b_2 em relação à b_1 é dada por

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r}. \quad (3.3)$$

Em particular, para a aplicação realizada neste trabalho, b_1 é tal que $m_1 \gg m_2$. Logo, b_1 é o corpo primário e b_2 é um veículo espacial. Também, $G(m_1 + m_2) \approx Gm_1 = \mu$, sendo μ o parâmetro gravitacional de b_1 . Além disso, afirma-se que o centro de massa do sistema, cuja aceleração é nula, é coincidente com o centro de b_1 , isto é, o sistema de coordenadas inercial está centrado no corpo central. Reduzindo-se, pois, a ordem da Equação (3.3), equivalentemente, tem-se que

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \\ \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r}. \end{cases} \quad (3.4)$$

A Equação (3.4) munida da 6-upla de condições iniciais $[\mathbf{r}(t_0), \dot{\mathbf{r}}(t_0)] \in (\mathbb{R}^3 \setminus \Delta) \times \mathbb{R}^3$, onde Δ é o *espaço colisional*, constituem um *problema de valor inicial* tal que, pelo *teorema de existência e unicidade*, possui solução única em $(\mathbb{R}^3 \setminus \Delta) \times \mathbb{R}^3$ (VOLCHAN, 2007). Um resultado importante em equações diferenciais afirma que se um sistema mecânico de dimensão n possui $n - 1$ integrais primeiras, linearmente independentes, então é integrável (DOERING; LOPES, 2014). Visto que o sistema descrito pela Equação (3.3) é conservativo e possui duas integrais primeiras (BOCCALETTI; PUCACCO, 2003; DOERING; LOPES, 2014; FIGUEIREDO; NEVES, 2015), a integral da energia e a integral do momento angular, então é integrável por *quadraturas*, e suas possíveis trajetórias são *seções cônicas - elipses, hipérbolas ou parábolas* - dependendo das condições iniciais dadas (BOCCALETTI; PUCACCO, 2003). A solução do problema de dois corpos é introduzida na Seção 3.3. Para este propósito, entretanto, define-se primeiramente os *elementos keplerianos*.

3.2 Elementos orbitais

Ao invés de se caracterizar o movimento relativo de dois corpos através de *coordenadas cartesianas* de posição e velocidade, as quais são funções do tempo, é conveniente usar um conjunto de seis parâmetros, cinco geométricos e um cinemático (VILHENA DE MORAES, 1978), chamados de *elementos orbitais* ou *keplerianos*: $a, e, i, \omega, \Omega, \tau$. Possuindo significado físico bem definido, permitem caracterizar a posição de um corpo, natural ou artificial, em uma determinada órbita. Particularmente, é de interesse do presente trabalho defini-los apenas para o caso elíptico. O *semieixo maior* a está definido no intervalo $a_e + h \leq a \ll \infty$, onde a_e é o *raio equatorial* de b_1 e h é uma altitude mínima apropriada. A *excentricidade* e está definida em $0 < e < 1$. Se a e e forem fixados, as medidas e a forma da elipse estão completamente determinadas. O ângulo entre o *plano da órbita* e o *plano de referência* é chamado de *inclinação* $i \in [0, \pi]$.

Definição 2 [Linha dos Nodos]. *Linha de intersecção entre os planos orbital e de referência.*

Definição 3 [Nodo Ascendente]. *Ponto da órbita onde o corpo, que move-se do Sul para o Norte, cruza o plano de referência.*

A distância angular, medida no plano orbital, entre a *linha dos nodos* e o *pericentro* é dada pelo *argumento do pericentro* $\omega \in [0, 2\pi]$. Este, por sua vez, posiciona a elipse no plano orbital, além de especificar a direção do semieixo maior e a posição

do pericentro. A *ascensão reta do nodo ascendente* $\Omega \in [0, 2\pi]$ é o ângulo entre a direção do *ponto vernal* (γ), eixo x do sistema inercial, e a *linha dos nodos*, medido no plano de referência. Por fim, τ é o *instante de passagem pelo pericentro*. Ressalta-se que, se o plano da órbita está contido completamente no plano de referência, ou seja, $i = 0 \text{ rad}$ ou $i = \pi \text{ rad}$, ω e Ω não estão bem definidos. Porém, como este tipo de órbita não é estudada neste escopo, a saber, *órbitas equatoriais*, não há necessidade de redefini-los (ver Brouwer e Clemence (1961) para tais definições). Por consequência, considera-se apenas inclinações tais que $i \in (0, \pi)$.

3.3 Solução do problema de dois corpos

É possível introduzir, agora, a solução do problema de dois corpos. Em Brouwer e Clemence (1961), Kaula (2000) e Kuga et al. (2008) é demonstrado que, dados $\mathbf{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ e $\dot{\mathbf{r}}(t) = [\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)]$ de b_2 , para t arbitrário, os elementos keplerianos estão determinados, sendo, também, a recíproca verdadeira - *problema de posicionamento direto e inverso* - $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \Leftrightarrow (a, e, i, \omega, \Omega, \tau)$. Logo, a solução da Equação (3.4) em função dos parâmetros orbitais (*problema direto*), e em notação matricial, é dada pelas funções $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ de posição,

$$[x \quad y \quad z]^T = R \begin{bmatrix} a(\cos E - e) & a\sqrt{1 - e^2} \sin E & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (3.5)$$

e $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$ e $\dot{z}(t)$ de velocidade,

$$[\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T = R \left(\frac{na}{1 - e \cos E} \right) \begin{bmatrix} -\sin E & \cos E \sqrt{1 - e^2} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (3.6)$$

em que

$$R = \begin{bmatrix} c\Omega c\omega - s\Omega c i s\omega & -c\Omega s\omega - s\Omega c i c\omega & s\Omega s i \\ s\Omega c\omega + c\Omega c i s\omega & -s\Omega s\omega + c\Omega c i c\omega & -c\Omega s i \\ & s i s\omega & s i c\omega & c i \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

$s \equiv \sin$ e $c \equiv \cos$, E é a *anomalia excêntrica*, relacionada com a *anomalia média* M através da *equação de Kepler* ($M = E - e \sin E$) e sendo M , por sua vez, relacionado com o instante de passagem pelo pericentro τ através de $M = n(t - \tau)$, tal que $n = \sqrt{\mu/a^3}$ é *movimento médio* de b_2 .

3.4 Perturbações no movimento de dois corpos

O problema de dois corpos é um modelo ideal. Para aplicações reais, b_2 está sujeito à ação de *forças externas*, as quais *perturbam* seu movimento ao redor de b_1 . Se $P : (\mathbb{R}^3 \setminus \Delta) \rightarrow \mathbb{R}^3$ é uma *aceleração* proveniente de uma *força perturbativa* que age sobre b_2 , a equação do *movimento relativo perturbado* é dada por

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^2} \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} + P(\mathbf{r}), \quad \text{tal que} \quad \|P(\mathbf{r})\| \ll \left\| -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^2} \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} \right\|, \quad \forall t \in I. \quad (3.8)$$

Através da adição de P , o *campo vetorial* da Equação (3.8) não é mais *central* e, por consequência, as trajetórias do sistema não são mais planares (FIGUEIREDO; NEVES, 2015). Porém, ainda é conservativo se, e somente se, existe uma função *escalar diferenciável* $V : (\mathbb{R}^3 \setminus \Delta) \rightarrow \mathbb{R}$, chamada de *potencial*, tal que

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^2} \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} + P(\mathbf{r}) = \nabla V(\mathbf{r}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|} + R(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}). \quad (3.9)$$

$R(\mathbf{r})$ é chamado de *potencial perturbador* ou *função perturbadora* e $\mu/\|\mathbf{r}\|$ é o *termo central*. Neste trabalho, em especial, são consideradas apenas *perturbações* derivadas de um potencial, Equação (3.9).

3.5 Equações planetárias de Lagrange

Ao se considerar perturbações no movimento de dois corpos, os elementos orbitais não são constantes, isto é, são funções do tempo. Entretanto, pela hipótese dada na Equação (3.8), os campos das Equações (3.3) e (3.8) diferem-se suavemente. Logo, os parâmetros da órbita variam lentamente e, desta maneira, a elipse ainda é uma representação conveniente para o movimento de b_2 ao redor de b_1 (BROUWER; CLEMENCE, 1961; FERRAZ-MELLO, 1972; VILHENA DE MORAES, 1978).

Definição 4 [Elementos Osculadores]. *Fixado t , os elementos orbitais neste instante são chamados de elementos osculadores: $[a(t), e(t), i(t), \omega(t), \Omega(t), M(t)]$.*

Definição 5 [Órbita Osculadora]. *A órbita kepleriana instantânea, formada pelos elementos osculadores, é chamada de órbita osculadora.*

Assim, ao invés de se obter a *solução perturbada*, posição e velocidade cartesianas, diretamente das equações diferenciais dadas pela Equação (3.8), aplica-se o *método da variação dos parâmetros* às *constantes de integração* do movimento kepleriano

(BROUWER; CLEMENCE, 1961; FERRAZ-MELLO, 1972; VILHENA DE MORAES, 1978). Por fim, com auxílio da definição dos *colchetes de Lagrange* e suas propriedades (FASANO; MARMI, 2006; LEMOS, 2013), os quais surgem, inerentemente, durante este processo, as *equações planetárias de Lagrange* para o *movimento kepleriano perturbado por forças conservativas* são obtidas:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M}, \quad (3.10)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{(1-e^2)}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega}, \quad (3.11)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega}, \quad (3.12)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} + \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e}, \quad (3.13)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}, \quad (3.14)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{(1-e^2)}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a}. \quad (3.15)$$

Para dedução completa das Equações (3.10)-(3.15), consultar Brouwer e Clemence (1961), Ferraz-Mello (1972), Vilhena de Moraes (1978) e Kaula (2000).

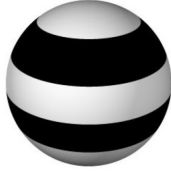
3.6 Potencial gravitacional

Supõe-se, neste instante, que b_1 possui *distribuição não-uniforme de massa*. Seja $r = \|\mathbf{r}\|$ a distância entre b_2 e b_1 . P_n e P_{nk} são os *polinômios e polinômios associados de Legendre*, ver Vilhena de Moraes (1973), Butkov (1988), Arfken e Weber (2007) e Andrade et al. (2012), cujos n e k são, respectivamente, seus *graus e ordens*. ϕ é a *latitude* e λ é a *longitude* referentes à posição de b_2 ao redor de b_1 . J_n , C_{nk} e λ_{nk} são características físicas de b_1 (MORANDO, 1974). A aceleração que b_2 sofre por causa da distribuição heterogênea de massa de b_1 é dada pelo gradiente do *potencial gravitacional* V que, expresso em *coordenadas esféricas* e em termos dos *harmônicos esféricos*, é dado em Morando (1974) por

$$V(r, \lambda', \phi) = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{J_n a e^n}{r^n} P_n(\sin \phi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{C_{nk} a e^n}{r^n} P_{nk}(\sin \phi) \cos [k(\lambda' - \lambda_{nk})] \right]. \quad (3.16)$$

Da Equação (3.16), tem-se a seguinte classificação: a) os termos independentes de λ' , $P_n(\sin \phi)$, são chamados de *harmônicos esféricos zonais*, pois dividem b_1 em seções horizontais, Figura 3.1(a); b) os termos dependentes de λ' , $P_{nk}(\sin \phi) \cos [k(\lambda' - \lambda_{nk})]$, são chamados de *harmônicos esféricos setoriais*, se $n = k$, Figura 3.1(b), e de *harmônicos esféricos tesserais*, se $n \neq k$, Figura 3.1(c).

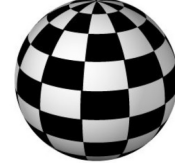
Figura 3.1 - Classificação dos harmônicos esféricos.



(a) Zonais.



(b) Setoriais.



(c) Tesserais.

Fonte: Kuga et al. (2011, ps. 11-12).

3.7 Variáveis e equações de Delaunay

As equações para o movimento kepleriano perturbado são, por sua vez, mais convenientes quando as *variáveis de Delaunay*,

$$\begin{aligned} l &= M, & L &= \sqrt{\mu a}, \\ g &= \omega, & G &= L\sqrt{1 - e^2}, \\ h &= \Omega, & H &= G \cos i, \end{aligned} \quad (3.17)$$

são introduzidas (BROUWER; CLEMENCE, 1961; FERRAZ-MELLO, 2007). Ao aplicar esta mudança de variáveis na Equação (3.10), as equações planetárias de Lagrange transformam-se nas *equações de Delaunay*,

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial L}, & \frac{dL}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial l}, \\ \frac{dg}{dt} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial G}, & \frac{dG}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial g}, \\ \frac{dh}{dt} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H}, & \frac{dH}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial h}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

as quais são ditas *canônicas* por preservarem a forma das *equações de Hamilton*. A função

$$\mathcal{H}(l, g, h, L, G, H) = \mathcal{H}_0 + R(l, g, h, L, G, H) = -\frac{\mu^2}{2L^2} + R(l, g, h, L, G, H) \quad (3.19)$$

é chamada de *hamiltoniana*, \mathcal{H}_0 é a *energia* da órbita, ou termo central, e R é o potencial perturbador expresso em variáveis de Delaunay. O *sistema hamiltoniano*, Equação (3.18), juntamente com a hamiltoniana, Equação (3.19), é *quase-integrável*, constituído de uma parte *integrável*, sem perturbação, cuja solução é conhecida, e de outra *não-integrável*: a perturbação (MORBIDELLI, 2002; FASANO; MARMI, 2006; FERRAZ-MELLO, 2007).

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentam-se detalhadamente todos os passos necessários para a construção dos conceitos das inclinações e órbitas quase-críticas e quase-heliossíncronas, bem como a metodologia essencial para obtê-las.

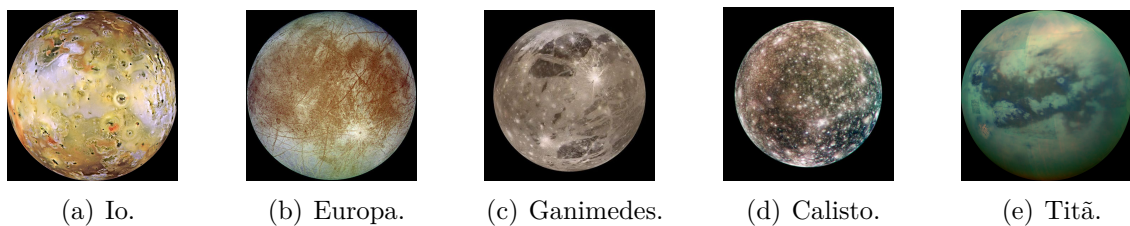
4.1 Hipóteses

Para o tratamento correto do problema, torna-se inevitável a adoção de novas hipóteses, além das já assumidas no Capítulo 3. A esta seção, destina-se, portanto, a descrição das hipóteses adicionais e das características gerais do modelo dinâmico considerado, além da definição dos sistemas de coordenadas para posterior obtenção das equações de movimento. Conforme enunciado anteriormente, a dinâmica de dois corpos é adotada para todos os sistemas aqui escolhidos, a saber,

- **Sistema 1.** *Satélite artificial ao redor da Lua;*
- **Sistema 2.** *Satélite artificial ao redor de Io;*
- **Sistema 3.** *Satélite artificial ao redor de Europa;*
- **Sistema 4.** *Satélite artificial ao redor de Calisto;*
- **Sistema 5.** *Satélite artificial ao redor de Ganimedes;*
- **Sistema 6.** *Satélite artificial ao redor de Titã.*

A Figura 4.1 mostra os satélites planetários escolhidos como primários. Ressalta-se que a justificativa de escolha de cada um deles está argumentada no Capítulo 1.

Figura 4.1 - Satélites planetários escolhidos.



Fonte: NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA (1997), GERMAN AEROSPACE CENTER - DLR (1997), NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION - NOAA (2016), GERMAN AEROSPACE CENTER - DLR (2001), NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA (2015).

Para este trabalho, considera-se que o movimento de cada veículo é perturbado exclusivamente pela não-uniformidade do campo gravitacional, proveniente da distribuição heterogênea de massa do corpo central, especificamente, de seu *achatamento* e de sua *elipticidade equatorial*. De acordo com De Saedeleer e Henrard (2005),

se o harmônico setorial associado à elipticidade equatorial (C_{22}) de um corpo tem a mesma ordem de magnitude, ou próxima, do harmônico zonal associado ao seu achatamento (J_2), os termos perturbativos relativos à elipticidade não devem ser desconsiderados do potencial gravitacional. Através da Tabela 4.1, verifica-se que a razão σ entre J_2 e C_{22} é de, aproximadamente, nove para o caso lunar. Para as luas galileanas e Titã, estas razões são próximas de, respectivamente, 3.3 e 2.5, valores extremamente pequenos se comparados ao da Terra: $\sigma \approx 443$ (LEMOINE et al., 1998).

Tabela 4.1 - Parâmetro gravitacional μ , raio equatorial a_e , coeficientes harmônicos zonal e setorial (J_2 , C_{22}), razão σ de cada corpo considerado, respectivamente.

Corpo	μ [km^3/s^2]	a_e [km]	J_2 [$\times 10^{-6}$]	C_{22} [$\times 10^{-6}$]	$\sigma \triangleq J_2/C_{22}$
Lua	4902.801	1737.5	203.2337	22.35700	9.0904
Io	5959.916	1821.6	1859.5	558.8	3.3277
Europa	3202.739	1560.8	435.50	131.5	3.3118
Ganimesdes	9887.834	2631.2	127.53	38.26	3.3332
Calisto	7179.289	2410.3	32.7	10.2	3.2059
Titã	8978.1382	2574.73	27.221	11.159	2.4394

Fonte: Adaptada de Schubert et al. (2004), Iess et al. (2007), Carvalho et al. (2011), NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA (2018), Williams (2018a), Williams (2018b), Williams (2018c).

É pertinente salientar que existem, indiscutivelmente, outros efeitos perturbativos significativos ao movimento de veículos espaciais ao redor de satélites planetários, principalmente, àqueles que se encontram em ambientes dinamicamente inóspitos, ou seja, extremamente perturbados, como é o caso de satélites artificiais orbitando as luas jovianas e Titã. Entretanto, não é do escopo deste trabalho considerá-los e sim, do intuito deste, investigar o efeito combinado dos termos que contêm J_2 e C_{22} . Citam-se alguns trabalhos interessantes, os quais levam em consideração outras perturbações, além das aqui consideradas: Paskowitz e Scheeres (2006), De Saedeleer (2006), Carvalho et al. (2012), Prado et al. (2016), dos Santos et al. (2017), Nie e Gurfil (2018), entre muitos outros. A seguir, apresentam-se as hipóteses tomadas para a correta abordagem do problema estudado.

- **Hipótese 1.** *As perturbações do Sol e de terceiro corpo são negligenciadas.*
- **Hipótese 2.** *A órbita do satélite natural ao redor de seu primário é circular.*
- **Hipótese 3.** *O movimento do satélite natural é uniforme.*
- **Hipótese 4.** *O plano equatorial do satélite natural é coincidente com o plano da eclíptica.*

A primeira hipótese aparece, naturalmente, pela consideração da irregularidade do campo gravitacional ser proveniente apenas da distribuição heterogênea de massa do corpo central. Através da segunda hipótese, ignoram-se as reais excentricidades das órbitas dos satélites naturais ao redor de seus respectivos primários, e as tomam iguais a zero, tal como em Giacaglia et al. (1970), De Saedeleer e Henrard (2004), De Saedeleer e Henrard (2005) e Nie e Gurfil (2018). Segundo Giacaglia et al. (1970), De Saedeleer e Henrard (2004), De Saedeleer e Henrard (2005), Carvalho et al. (2009) e Carvalho et al. (2012), a terceira hipótese é assumida com o objetivo de se negligenciar librações. Mediante a quarta hipótese, também pelos mesmos autores, as inclinações entre os planos orbitais e equatoriais das luas e as inclinações entre os planos equatoriais das luas e a eclíptica são desconsideradas (*i.e.*, todos os planos são coincidentes com a eclíptica). As consequências da não admissão das hipóteses descritas acima, no movimento de satélites artificiais, são expostas com detalhes no trabalho de Giacaglia et al. (1970), para o caso lunar, podendo ser aplicadas aos outros sistemas considerados. Os erros introduzidos por meio das hipóteses 2 e 4 são mostrados na Tabela 4.2. Há, ainda, uma quinta hipótese. No entanto, para apresentá-la, faz-se necessária uma observação preliminar e a definição do sistema inercial, ambos introduzidos a seguir.

Tabela 4.2 - Erro introduzido em cada sistema através da adoção das hipóteses 2 e 4.

Sistema	Erro 2 ($\propto e_{\mathcal{C}}$)	Erro 4
1	≈ 0.0549	$\approx 6.86^\circ$
2	≈ 0.004	$\approx 0.01^\circ$
3	≈ 0.009	$\approx 0.01^\circ$
4	≈ 0.001	$\approx 0.00^\circ$
5	≈ 0.007	$\approx 0.00^\circ$
6	≈ 0.0292	$\approx 0.34^\circ$

Fonte: Produção do autor.

Observação. Sob o contexto de astronomia e astrodinâmica, os símbolos \mathcal{C} e \oplus são reservados, via de regra, à Lua e à Terra. Posto isto, torna-se indispensável uma explicação sobre a notação adotada no texto. Em virtude do presente trabalho explorar o movimento de veículos espaciais ao redor de seis corpos centrais diferentes, entretanto, com o mesmo modelo dinâmico para todos (hipóteses, sistemas de coordenadas, modelagem matemática e equacionamento), não se viu a imprescindibilidade de se definir uma notação para cada sistema estudado. Logo, sem perda de generalidade, resolveu-se assumir os símbolos \mathcal{C} e \oplus para denotarem, respecti-

vamente, os corpos centrais e seus primários. Assim, sempre que houver o símbolo \llcorner subscrito em uma variável, esta refere-se ao satélite planetário em questão e, por sua vez, quando o mesmo ocorrer ao símbolo \oplus , esta é inerente ao primário do corpo central, isto é, o planeta o qual o satélite natural orbita.

1. Sistema referencial inercial ($Oxyz$).

- **Plano fundamental:** *plano equatorial do satélite planetário;*
- **Origem:** *centro do satélite planetário;*
- **Eixo x :** *contido no plano fundamental, apontando para o ponto vernal (γ);*
- **Eixo y :** *contido no plano fundamental, tendo direção normal ao eixo x ;*
- **Eixo z :** *completa o sistema dextrogiro.*

Tabela 4.3 - Sistema referencial inercial ($Oxyz$).

Sistema	Plano Fundamental	Origem	Eixo x
1	<i>Equatorial da Lua</i>	<i>Lua</i>	<i>ponto vernal (γ)</i>
2	<i>Equatorial de Io</i>	<i>Io</i>	<i>ponto vernal (γ)</i>
3	<i>Equatorial de Europa</i>	<i>Europa</i>	<i>ponto vernal (γ)</i>
4	<i>Equatorial de Ganimedes</i>	<i>Ganimedes</i>	<i>ponto vernal (γ)</i>
5	<i>Equatorial de Calisto</i>	<i>Calisto</i>	<i>ponto vernal (γ)</i>
6	<i>Equatorial de Titã</i>	<i>Titã</i>	<i>ponto vernal (γ)</i>

Fonte: Produção do autor.

- **Hipótese 5.** *A longitude do meridiano mais longo do satélite natural λ_{22} , medida a partir da direção fixa do sistema inercial, é igual à longitude de seu primário λ_{\oplus} ($\lambda_{22} = \lambda_{\oplus}$).*

Segundo De Saedeleer e Henrard (2004), De Saedeleer e Henrard (2005), a quinta hipótese é uma das *leis de Cassini*, a qual afirma que os satélites naturais aqui considerados estão travados gravitacionalmente por forças de maré, isto é, estão em rotação síncrona com seus respectivos primários (HUBBARD; ANDERSON, 1978; ZHARKOV et al., 1985; SCHUBERT et al., 1994; ANDERSON et al., 1997; ANDERSON et al., 1998; ANDERSON et al., 2001; KONOPLIV et al., 2001; IESS et al., 2007).

Isso significa que as luas giram em torno de seus eixos a uma velocidade angular $\gamma_{\mathcal{C}}$ igual à velocidade angular orbital média $n_{\mathcal{C}}$, *i.e.*, $\gamma_{\mathcal{C}} = n_{\mathcal{C}} = 2\pi/T_{\mathcal{C}}$, em que $T_{\mathcal{C}}$ é o período orbital (e igual, por consequência, ao período de rotação sideral). A Tabela 4.4 apresenta os períodos orbitais e as velocidades de rotação de cada corpo central, denotando $[S]$ a sincronicidade de rotação.

Como evidenciado na Seção 4.2, é conveniente definir, também, um referencial sinódico, ver Tabela 4.5. Tal sistema é girante e possui velocidade de rotação constante dada, premeditadamente, pela taxa de rotação do corpo central n_{ζ} . A Figura 4.2 resume todas as hipóteses e mostra a geometria adotada para um veículo espacial ao redor de um satélite planetário.

Tabela 4.4 - Período orbital T_{ζ} e taxa de rotação n_{ζ} de cada corpo considerado.

Corpo	T_{ζ} [dias]	n_{ζ} [$\times 10^{-6}$ rad/s]
Lua	27.3217 [S]	2.66169572780722
Io	1.769138 [S]	41.1059239959971
Europa	3.551181 [S]	20.478272486373
Ganimesdes	7.154553 [S]	10.1644438396683
Calisto	16.689017 [S]	4.35747966260867
Titã	15.945421 [S]	4.56068561416035

Fonte: Produção do autor.

2. Sistema referencial sinódico ($OXYZ$).

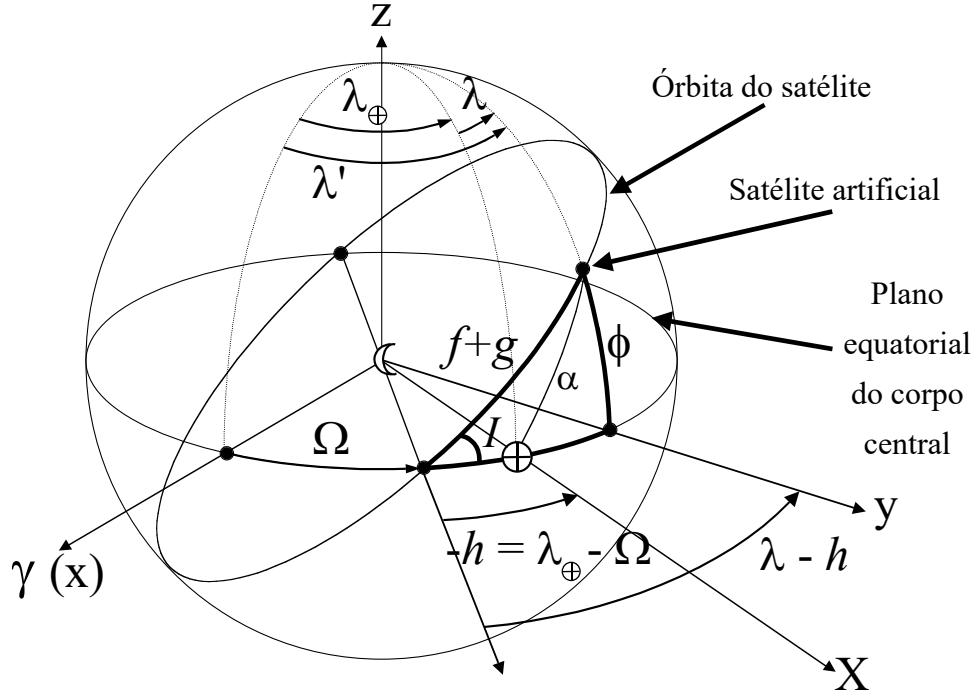
- **Plano fundamental:** *plano equatorial do satélite planetário;*
- **Origem:** *centro do satélite planetário;*
- **Eixo X:** *contido no plano fundamental, apontando para o planeta;*
- **Eixo Y:** *contido no plano fundamental, tendo direção normal ao eixo X;*
- **Eixo Z:** *coincidente com z, completando o sistema dextrogiro;*
- **Rotação:** *taxa de rotação do corpo central n_{ζ} (velocidade constante).*

Tabela 4.5 - Sistema referencial sinódico ($OXYZ$).

Sistema	Plano Fundamental	Origem	Eixo X
1	<i>Equatorial da Lua</i>	<i>Lua</i>	<i>Terra</i>
2	<i>Equatorial de Io</i>	<i>Io</i>	<i>Júpiter</i>
3	<i>Equatorial de Europa</i>	<i>Europa</i>	<i>Júpiter</i>
4	<i>Equatorial de Ganimesdes</i>	<i>Ganimesdes</i>	<i>Júpiter</i>
5	<i>Equatorial de Calisto</i>	<i>Calisto</i>	<i>Júpiter</i>
6	<i>Equatorial de Titã</i>	<i>Titã</i>	<i>Saturno</i>

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.2 - Sistema de coordenadas para o orbitador de satélites planetários.



Fonte: Produção do autor.

4.2 Equações de movimento

Conforme sugere a Seção 3.7 do Capítulo 3, ao invés de usar a formulação newtoniana, Equação (3.8), ou aplicar as Equações Planetárias de Lagrange, Equação (3.10), neste trabalho, opta-se por tratar o problema apresentado através da abordagem *canônica*. Deste modo, obtêm-se, nesta seção, a função hamiltoniana referente à dinâmica do sistema a ser estudado, como também as equações de movimento. A energia relativa ao problema kepleriano, ou seja, não-perturbado, é dada pelo primeiro termo da Equação (3.19):

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\mu^2}{2L^2}. \quad (4.1)$$

Em seguida, é preciso desenvolver a função perturbadora R da Equação (3.19). Para isto, toma-se o potencial perturbador devido ao achatamento do corpo central, dado pelo negativo do termo $n = 2$ do primeiro somatório da Equação (3.16),

$$-V_{20} = \mathcal{H}_{J_2} = \frac{\mu}{r} \left(\frac{a_e}{r} \right)^2 J_2 P_2(\sin \phi) = \varepsilon \frac{\mu}{r^3} P_2(\sin \phi), \quad (4.2)$$

onde ε é definido por $J_2 a_e^2$, ϕ é a latitude do veículo espacial (como mostra a Figura 4.2), e P_2 é o polinômio de Legendre de grau $n = 2$, calculado em $\sin \phi$:

$$P_2(\sin \phi) = \frac{1}{2} (3 \sin^2 \phi - 1). \quad (4.3)$$

Define-se, também, $\delta \triangleq -C_{22} a_e^2$. Tomando o negativo do termo $n = k = 2$ do segundo somatório da Equação (3.16), o potencial perturbador devido à elipticidade equatorial do corpo central é dado por

$$\begin{aligned} -V_{22} = \mathcal{H}_{C_{22}} &= -\frac{\mu}{r} \left(\frac{a_e}{r} \right)^2 C_{22} P_{22}(\sin \phi) \cos [2(\lambda' - \lambda_{22})] = \\ &= \delta \frac{\mu}{r^3} P_{22}(\sin \phi) \cos [2(\lambda' - \lambda_{22})], \end{aligned} \quad (4.4)$$

em que λ' e λ_{22} são, respectivamente, as longitudes do veículo espacial e do meridiano mais longo do corpo central, medidos em relação ao referencial inercial (*vide* Figura 4.2), e P_{22} é o polinômio associado de Legendre de grau $n = 2$ e ordem $k = 2$, calculado em $\sin \phi$:

$$P_{22}(\sin \phi) = 3(1 - \sin^2 \phi). \quad (4.5)$$

Segundo Giacaglia et al. (1970), De Saedeleer e Henrard (2004), De Saedeleer e Henrard (2005) e De Saedeleer (2006), a perturbação setorial, Equação (4.4), introduz uma dependência temporal explícita na função hamiltoniana por meio da longitude do meridiano mais longo λ_{22} , uma vez que $\lambda_{22} = \lambda_{\oplus}$ varia a uma taxa de rotação síncrona $\dot{\lambda}_{22} = \dot{\lambda}_{\oplus} = n_{\zeta} \Leftrightarrow \lambda_{22} = \lambda_{\oplus} = n_{\zeta} t + \lambda_{22}(0)$ ($\lambda_{22}(0)$ constante, tomada arbitrariamente como zero). Entretanto, de acordo com os mesmos autores e, também, Palacián (2002) e Nie e Gurfil (2018), tal dependência é eliminada ao se definir um referencial sinódico, com seu eixo X passando através deste meridiano, como pode ser visto na Figura 4.2, tal como foi definido na Seção 4.1. Assim, define-se as novas longitudes com relação ao eixo X : $\lambda = \lambda' - \lambda_{22}$ e $h = \Omega - \lambda_{\oplus} = \Omega - n_{\zeta} t$ (Figura 4.2). Devido à introdução do sistema girante, o termo de Coriolis $\mathcal{H}_{n_{\zeta}}$ aparece naturalmente na hamiltoniana a fim de se ter

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H} = -n_{\zeta}, \quad (4.6)$$

e manter a consistência das equações. Logo, $\mathcal{H}_{n_{\zeta}}$ não é um termo perturbativo. Substituindo a nova longitude $\lambda = \lambda' - \lambda_{22}$ na Equação (4.4), obtém-se

$$\mathcal{H}_{C_{22}} = \delta \frac{\mu}{r^3} P_{22}(\sin \phi) \cos(2\lambda). \quad (4.7)$$

Expressando $P_2(\sin \phi)$ e $P_{22}(\sin \phi)$ e, conseqüentemente, as Equações (4.2) e (4.7), respectivamente, em função da inclinação I , da anomalia verdadeira f e do argumento do pericentro g , através da relação de trigonometria esférica $\sin \phi = \sin I \sin(f + g)$, obtida pelo *triângulo órbita-equador-meridiano* (ver também Kaula (2000, cap. 3, p. 33)), cujos arcos estão em negrito na Figura 4.2, tem-se

$$P_2(\sin \phi) = \frac{1}{2} [3 \sin^2 I \sin^2(f + g) - 1], \quad (4.8)$$

$$P_{22}(\sin \phi) = 3 [1 - \sin^2 I \sin^2(f + g)]. \quad (4.9)$$

h é introduzido, por sua vez, por meio do produto $P_{22}(\sin \phi) \cos(2\lambda)$, presente na Equação (4.7), tal que

$$\begin{aligned} P_{22}(\sin \phi) \cos(2\lambda) &= \\ &= 6 [\zeta^2 \cos^2 f + \chi^2 \sin^2 f + 2\zeta\chi \sin f \cos f] - 3 [1 - \sin^2 I \sin^2(f + g)], \end{aligned} \quad (4.10)$$

em que ζ e χ são dados em Carvalho et al. (2009) e Nie e Gurfil (2018) pelas seguintes relações

$$\zeta = \cos g \cos h - \cos I \sin g \sin h, \quad (4.11)$$

$$\chi = -\sin g \cos h - \cos I \cos g \sin h. \quad (4.12)$$

Desta forma, a hamiltoniana relativa à dinâmica do problema está sob a forma

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{n_{\zeta}} + \underbrace{\mathcal{H}_{J_2} + \mathcal{H}_{C_{22}}}_R, \quad (4.13)$$

e é dada por

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\mu^2}{2L^2}, \quad (4.14)$$

$$\mathcal{H}_{n_{\zeta}} = -n_{\zeta} H, \quad (4.15)$$

$$\mathcal{H}_{J_2} = \varepsilon \frac{\mu}{r^3} \left[\frac{3}{2} \sin^2 I \sin^2 (f + g) - \frac{1}{2} \right], \quad (4.16)$$

$$\mathcal{H}_{C_{22}} = \delta \frac{\mu}{r^3} \left\{ 6 \left[\zeta^2 \cos^2 f + \chi^2 \sin^2 f + 2\zeta\chi \sin f \cos f \right] - 3 \left[1 - \sin^2 I \sin^2 (f + g) \right] \right\}. \quad (4.17)$$

A excentricidade e e a anomalia média l são introduzidas na função hamiltoniana através das expansões do movimento elíptico em *séries de Fourier-Bessel* do fator $\frac{a^3}{r^3}$, resultante da substituição de μ por $n^2 a^3$ nas Equações (4.16) e (4.17), e das funções trigonométricas, cujos argumentos possuem a anomalia verdadeira f : $\sin f$, $\cos f$, $\sin^2 f$, $\cos^2 f$ e $\sin^2 (f + g) = [\sin g \cos f + \cos g \sin f]^2$ (ver Brouwer e Clemence (1961, cap. II) e Kovalevsky (1967, cap. V)). Neste trabalho, seguindo Tzirti et al. (2009), utilizam-se as seguintes expansões em 4^a ordem, dadas pelas Equações (4.18)-(4.20), presentes em Murray e Dermott (1999, cap. 2, p. 40):

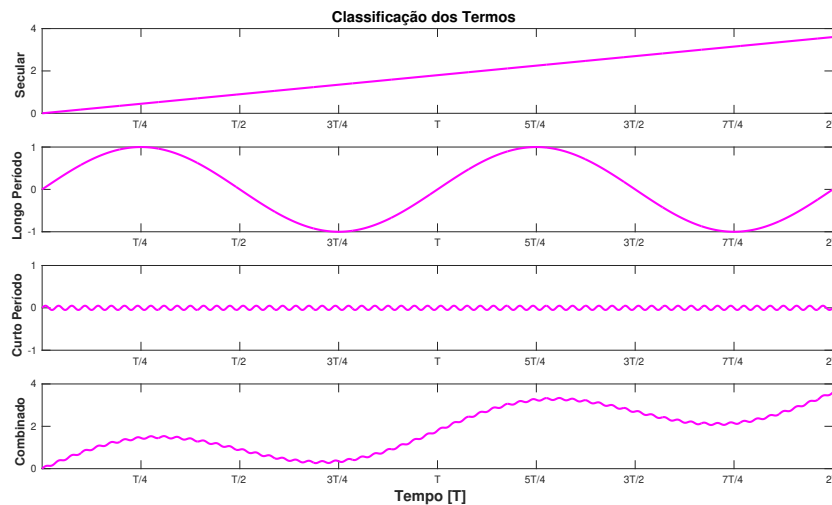
$$\begin{aligned} \left[\frac{a}{r} \right]^3 &= 1 + 3e \cos l + e^2 \left[\frac{3}{2} + \frac{9}{2} \cos 2l \right] \\ &+ e^3 \left[\frac{27}{8} \cos l + \frac{53}{8} \cos 3l \right] \\ &+ e^4 \left[\frac{15}{8} + \frac{7}{2} \cos 2l + \frac{77}{8} \cos 4l \right] + \mathcal{O}(e^5), \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \sin f &= \sin l + e \sin 2l + e^2 \left[\frac{9}{8} \sin 3l - \frac{7}{8} \sin l \right] \\ &+ e^3 \left[\frac{4}{3} \sin 4l - \frac{7}{6} \sin 2l \right] \\ &+ e^4 \left[\frac{17}{192} \sin l - \frac{207}{128} \sin 3l + \frac{625}{384} \sin 5l \right] + \mathcal{O}(e^5), \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned}
\cos f = & \cos l + e [\cos 2l - 1] + e^2 \left[\frac{9}{8} \cos 3l - \frac{9}{8} \cos l \right] \\
& + e^3 \left[\frac{4}{3} \cos 4l - \frac{4}{3} \cos 2l \right] \\
& + e^4 \left[\frac{25}{192} \cos l - \frac{225}{128} \cos 3l + \frac{625}{384} \cos 5l \right] + \mathcal{O}(e^5).
\end{aligned} \tag{4.20}$$

A análise da dinâmica do problema a médio e longo prazo pode ser simplificada através da aplicação de um método perturbativo para a eliminação dos termos de curto período. Entretanto, tais termos só podem ser eliminados da função hamiltoniana caso forem inexpressivos ao movimento se comparados aos seculares e de longo período, como é o caso ilustrado na Figura 4.3 para uma função genérica. Tal relevância é inerente ao tipo de perturbação considerada, exigindo ser avaliada caso a caso.

Figura 4.3 - Ilustração do comportamento de uma solução genérica devido a cada tipo de termo perturbativo.



Fonte: Produção do autor.

Em particular, para as perturbações aqui consideradas, De Saedeleer e Henrard (2005), Tzirti et al. (2009) e Nie e Gurfil (2018) afirmam que o sistema médio consiste em uma boa aproximação da dinâmica inicial, justamente porque os termos de curto período são responsáveis por pequenas oscilações nos elementos orbitais se comparadas aos outros efeitos. Assim, para a aplicação do método perturbativo, expressa-se a Equação (4.13) sob a forma

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \varepsilon \mathcal{H}_1 + \delta \mathcal{H}_2 + \mathcal{H}_{n_{\mathcal{Q}}}, \quad (4.21)$$

tal que

$$\varepsilon \mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_{J_2}, \quad (4.22)$$

$$\delta \mathcal{H}_2 = \mathcal{H}_{C_{22}}. \quad (4.23)$$

Como em [Carvalho et al. \(2009\)](#), escreve-se

$$\mathcal{H}_0^{(0)} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{n_{\mathcal{Q}}} = -\frac{\mu^2}{2L^2} - n_{\mathcal{Q}} H, \quad (4.24)$$

$$\mathcal{H}_1^{(1)} = \varepsilon \mathcal{H}_1 + \delta \mathcal{H}_2, \quad (4.25)$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0^{(0)} + \mathcal{H}_1^{(1)}. \quad (4.26)$$

A aplicação do Método de Hori ([HORI, 1966](#)) à Equação (4.26) para a eliminação dos termos de curto período resulta nas seguintes equações

$$[\textit{ordem zero}] \quad \bar{\mathcal{H}}_0^{(0)} = \mathcal{H}_0^{(0)} = -\frac{\mu^2}{2L^2} - n_{\mathcal{Q}} \bar{H}, \quad (4.27)$$

$$[\textit{ordem um}] \quad \bar{\mathcal{H}}_1^{(1)} = \mathcal{H}_1^{(1)} + \{ \mathcal{H}_0^{(0)}, \mathcal{S}_1 \}, \quad (4.28)$$

$$\bar{\mathcal{H}}_1^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{H}_1^{(1)} dl, \quad (4.29)$$

$$\mathcal{S}_1 = \left(\frac{\partial \mathcal{H}_0^{(0)}}{\partial \bar{L}} \right)^{-1} \int (\mathcal{H}_1^{(1)} - \bar{\mathcal{H}}_1^{(1)}) dl. \quad (4.30)$$

A Equação (4.27) é a equação de ordem zero do método aplicada à Equação (4.24). A Equação (4.28) é a *Equação Homológica* de 1ª ordem, cuja solução é dada pelas Equações (4.29) e (4.30). A Equação (4.29) é a média da Equação (4.25) sobre a anomalia média l . A Equação (4.30) é a *função geratriz* de 1ª ordem da transformação canônica, a qual não é utilizada, pois não há interesse pelo potencial perturbador de segunda ordem neste trabalho ([TZIRTI et al., 2009](#)). Assim, a *hamiltoniana média* de 1ª ordem,

$$\bar{\mathcal{H}}(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = \bar{\mathcal{H}}_0^{(0)} + \bar{\mathcal{H}}_1^{(1)} = \bar{\mathcal{H}}_0(\bar{L}) + \bar{\mathcal{H}}_{n\zeta}(\bar{H}) + \varepsilon \bar{\mathcal{H}}_1(\bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) + \delta \bar{\mathcal{H}}_2(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}), \quad (4.31)$$

é dada por (TZIRTI et al., 2009)

$$\bar{\mathcal{H}}(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = -\frac{\mu^2}{2\bar{L}^2} - \frac{\bar{D}}{6}\bar{G}^2 + \frac{\bar{A}}{2}\cos(2\bar{h}) + \frac{\bar{B}}{2}\bar{H}^2\cos(2\bar{h}) + \bar{C}\bar{H} + \frac{\bar{D}}{2}\bar{H}^2, \quad (4.32)$$

sendo \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} e \bar{D} definidos como segue

$$\bar{A} = \frac{3\mu^4\delta}{\bar{G}^3\bar{L}^3}, \quad \bar{B} = -\frac{3\mu^4\delta}{\bar{G}^5\bar{L}^3}, \quad \bar{C} = -n\zeta, \quad \bar{D} = -\frac{3\mu^4\varepsilon}{2\bar{G}^5\bar{L}^3}. \quad (4.33)$$

As equações médias de movimento de 1ª ordem são dadas por

$$\dot{\bar{t}} = \bar{F}_1(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = \frac{\mu^2}{\bar{L}^3} + \frac{\bar{D}}{2\bar{L}}[\bar{G}^2 - 3\bar{H}^2] - \frac{3}{2\bar{L}}[\bar{A} + \bar{B}\bar{H}^2]\cos(2\bar{h}), \quad (4.34)$$

$$\dot{\bar{g}} = \bar{F}_2(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = \frac{\bar{D}}{2}\left[1 - 5\frac{\bar{H}^2}{\bar{G}^2}\right]\bar{G} + \frac{\bar{B}}{2}\left[3 - 5\frac{\bar{H}^2}{\bar{G}^2}\right]\bar{G}\cos(2\bar{h}), \quad (4.35)$$

$$\dot{\bar{h}} = \bar{F}_3(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = \bar{C} + [\bar{D} + \bar{B}\cos(2\bar{h})]\bar{H}, \quad (4.36)$$

$$\dot{\bar{L}} = \bar{F}_4(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = 0, \quad (4.37)$$

$$\dot{\bar{G}} = \bar{F}_5(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = 0, \quad (4.38)$$

$$\dot{\bar{H}} = \bar{F}_6(\bar{h}, \bar{L}, \bar{G}, \bar{H}) = [\bar{A} + \bar{B}\bar{H}^2]\sin(2\bar{h}). \quad (4.39)$$

Pretendendo não se sobrecarregar a notação, omitem-se as barras das Equações (4.32), (4.33) e (4.34)-(4.39) da Seção 4.3 em diante. Entretanto, é importante se ter em vista que os desenvolvimentos posteriores, ao longo das Seções 4.3-4.6 e, também, os resultados apresentados no Capítulo 5, são feitos/obtidos em relação às equações médias.

4.3 Análise do sistema hamiltoniano médio

Nesta seção, através da análise das Equações (4.34)-(4.39), pretende-se discutir algumas propriedades e características das soluções do sistema hamiltoniano médio com o objetivo de auxiliar e melhor alicerçar os desenvolvimentos matemáticos realizados nas Seções 4.4-4.6. Para isto, basta estudarmos o sistema formado pelas Equações (4.36) e (4.39) juntamente com suas respectivas condições iniciais $h(0) = h_0$ e $H(0) = H_0$. De fato, das Equações (4.37) e (4.38), segue que L e G são constantes e, conseqüentemente, A , B , C e D também são. Logo, as Equações (4.36) e (4.39) definem completamente as variáveis h e H e estas, por sua vez, são usadas para se obter a variação de g e l . Desta maneira, para se analisar o sistema hamiltoniano médio, Equações (4.34)-(4.39), basta estudar a dinâmica do sistema independente dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dh}{dt} = F_3(h, H) = C + [D + B \cos(2h)] H, \end{array} \right. \quad (4.40)$$

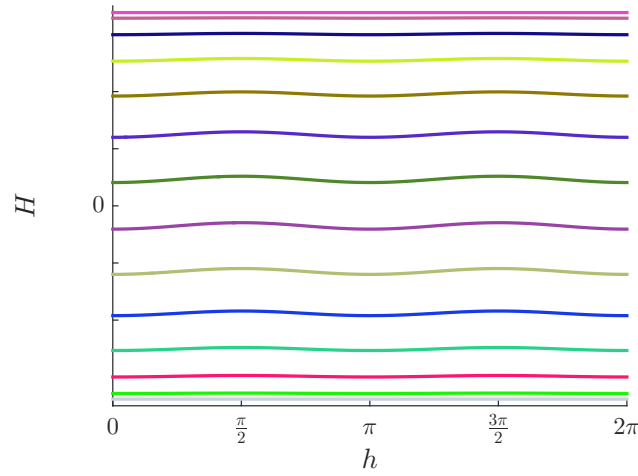
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH}{dt} = F_6(h, H) = [A + BH^2] \sin(2h), \end{array} \right. \quad (4.41)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (h(0), H(0)) = (h_0, H_0). \end{array} \right. \quad (4.42)$$

O sistema de equações diferenciais ordinárias de *dimensão* $d = 2$ dado pelas Equações (4.40)-(4.42) constituem um sistema hamiltoniano *periódico*¹ de $n = d - 1 = 1$ grau de liberdade com *espaço de fase bidimensional*, cuja variável de ação é dada por H e a de ângulo por h . As possíveis trajetórias $\mathcal{H}(q_1(t), p_1(t)) = \mathcal{E}(q_1(0), p_1(0))$ de sistemas hamiltonianos desta natureza são: *i) libração* (Figura 4.5(a)) - $q_1(t)$ e $p_1(t)$ são limitadas, contínuas e periódicas no tempo, logo a curva $(q_1(t), p_1(t))$ no espaço de fase é fechada (ver Papastavridis (2014, ps. 1251 e 1252) para discussão detalhada); *ii) circulação* (Figura 4.5(b)) - $p_1 = p_1(q_1)$ é uma função periódica de q_1 , entretanto, $q_1(t)$ é uma função monótona no tempo. Neste caso, a periodicidade de $q_1(t)$ é somente devido a sua natureza angular. Em particular, as trajetórias $\mathcal{H}(h(t), H(t)) = \mathcal{E}(h_0, H_0)$ das Equações (4.40)-(4.42) constituem movimentos periódicos de circulação (*vide* retrato de fase do sistema dado pela Figura 4.4), portanto, $h(t)$ é sempre periódica e $H(t)$ monótona (não-crescente/não-decrescente) no tempo. Esta característica é substancial para o que pretende-se fazer nas Seções 4.5 e 4.6.

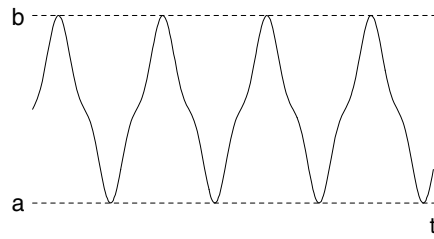
¹*periódico*: ver Ferraz-Mello (2007, caps. 1, 2, 3), Lemos (2013, cap. 9) e Papastavridis (2014, cap. 8).

Figura 4.4 - Retrato de fase $(h(t), H(t))$ do sistema hamiltoniano médio.

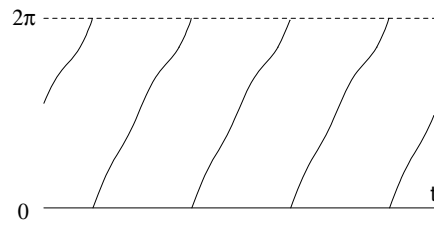


Fonte: Produção do autor.

Figura 4.5 - Comportamento das soluções em regiões de libração e circulação.



(a) Libração.



(b) Circulação.

Fonte: Ferraz-Mello (2007, cap. 2, p. 30).

4.4 Desacoplamento das equações de movimento

Para o que é pretendido adiante, faz-se necessário expressar o campo vetorial do sistema de EDOs dado pelas Equações (4.34)-(4.39) somente em função de $h(t)$. Para isto, a função hamiltoniana é utilizada. A Equação (4.32) é conservativa porque não depende explicitamente do tempo. Assim, fixados L_0 e G_0 , pela conservação da

energia, para uma trajetória arbitrária $(h(t), H(t))$ do sistema dado pelas Equações (4.40)-(4.42) com condições iniciais $h(t_0) = h(0) = h_0$ e $H(t_0) = H(0) = H_0$ e

$$\frac{3\mu^4\delta}{G_0^3 L_0^3} = A_0 = A, \quad -\frac{3\mu^4\delta}{G_0^5 L_0^3} = B_0 = B, \quad -n_{\mathcal{C}} = C_0 = C, \quad -\frac{3\mu^4\varepsilon}{2G^5 L^3} = D_0 = D, \quad (4.43)$$

pois L e G são constantes, tem-se

$$\mathcal{H}(h(t), H(t)) = \mathcal{E}(h_0, H_0), \quad \text{para todo } t \in \mathbb{R}. \quad (4.44)$$

Em particular, para o instante inicial $t_0 \in \mathbb{R}$, segue que

$$\mathcal{H}(h_0, H_0) = -\frac{\mu^2}{2L_0^2} - \frac{D}{6}G_0^2 + \frac{A}{2}\cos(2h_0) + \frac{B}{2}H_0^2\cos(2h_0) + CH_0 + \frac{D}{2}H_0^2 = \mathcal{E}(h_0, H_0). \quad (4.45)$$

Portanto, a energia mecânica específica do sistema ao longo desta trajetória é dada por

$$\mathcal{E}(h_0, H_0) = -\frac{\mu^2}{2L_0^2} - \frac{D}{6}G_0^2 + \frac{A}{2}\cos(2h_0) + \frac{B}{2}H_0^2\cos(2h_0) + CH_0 + \frac{D}{2}H_0^2. \quad (4.46)$$

Substituindo a Equação (4.32) na Equação (4.44) e somando $-\mathcal{E}(h_0, H_0)$ em ambos os membros, vem

$$-\frac{\mu^2}{2L^2} - \frac{D}{6}G^2 + \frac{A}{2}\cos(2h) + \frac{B}{2}H^2\cos(2h) + CH + \frac{D}{2}H^2 - \mathcal{E}(h_0, H_0) = 0. \quad (4.47)$$

Expressando a Equação (4.47) como uma equação polinomial de grau dois em termos de $H(t)$ tais que seus coeficientes são funções de $h(t)$,

$$\mathcal{A}(h(t))H^2 + \mathcal{B}(h(t))H + \mathcal{C}(h(t)) = 0, \quad (4.48)$$

obtem-se

$$\underbrace{\left[\frac{D}{2} + \frac{B}{2}\cos(2h)\right]}_{\mathcal{A}(h(t))} H^2 + \underbrace{C}_{\mathcal{B}(h(t))} H + \underbrace{\left[\frac{A}{2}\cos(2h) - \frac{\mu^2}{2L^2} - \frac{D}{6}G^2 - \mathcal{E}(h_0, H_0)\right]}_{\mathcal{C}(h(t))} = 0. \quad (4.49)$$

O discriminante da Equação (4.49) é dado por

$$\Delta(h(t)) = \mathcal{B}^2(h(t)) - 4\mathcal{A}(h(t))\mathcal{C}(h(t)) = C^2 + [\beta - A \cos(2h)] [D + B \cos(2h)], \quad (4.50)$$

em que

$$\beta = (-2) \left(-\frac{\mu^2}{2L^2} - \frac{D}{6}G^2 - \mathcal{E}(h_0, H_0) \right) = A \cos(2h_0) + BH_0^2 \cos(2h_0) + 2CH_0 + DH_0^2 \quad (4.51)$$

é uma função das condições iniciais. $\Delta(h(t))$ nunca é negativo. Se o discriminante da Equação (4.49) fosse negativo, não haveria solução real para a Equação (4.49). Entretanto, isto é um absurdo, pois todo ponto da trajetória $(h(t), H(t))$ é solução da Equação (4.49). Logo, a Equação (4.49) admite somente raízes reais dadas por

$$H_1(t) = \xi_1(h(t)) = \frac{-C + \sqrt{C^2 + [\beta - A \cos(2h)] [D + B \cos(2h)]}}{[D + B \cos(2h)]} \quad (4.52)$$

ou

$$H_2(t) = \xi_2(h(t)) = \frac{-C - \sqrt{C^2 + [\beta - A \cos(2h)] [D + B \cos(2h)]}}{[D + B \cos(2h)]}. \quad (4.53)$$

$[D + B \cos(2h)]$ é sempre negativo para todo instante de tempo,

$$[D + B \cos(2h)] \in \left[-B \left(\frac{\sigma}{2} + 1 \right), -B \left(\frac{\sigma}{2} - 1 \right) \right], \quad (4.54)$$

logo os denominadores das Equações (4.52) e (4.53) nunca se anulam ($-B < 0$, não esquecer que δ é negativo, e $\frac{\sigma}{2} > 1$ para todos os corpos considerados, *vide* Tabela 4.1).

Dado que $\sqrt{\Delta(h(t))} \geq 0$, para todo t , e $-C$ é positivo, pois C é uma constante negativa (Equação (4.33)), então

$$-C + \sqrt{C^2 + [\beta - A \cos(2h)] [D + B \cos(2h)]} > 0. \quad (4.55)$$

Como $[D + B \cos(2h)]$ é sempre negativo, $H_1(t)$ é, portanto, menor que zero, para todo instante de tempo. Em vista disso, H_1 desacoplaria as Equações (4.34)-(4.39) apenas se a condição inicial $(h_0, H_0) \in [0, 2\pi] \times (-G, 0)$ (fosse retrógrada). No caso da Equação (4.53), têm-se os seguintes cenários:

- se $\sqrt{\Delta(h(t))} < -C$, então $-C - \sqrt{\Delta(h(t))} > 0$, implicando em $H_2(t) < 0$ (pois $[D + B \cos(2h)]$ sempre negativo);
- se $\sqrt{\Delta(h(t))} > -C$, então $-C - \sqrt{\Delta(h(t))} < 0$, implicando em $H_2(t) > 0$ (pois $[D + B \cos(2h)]$ sempre negativo).

Logo, $H_2(t) = \xi_2(h(t))$ (Equação (4.53)) desacoplaria as Equações (4.40)-(4.42) e, conseqüentemente, as Equações (4.34)-(4.39) se a condição inicial $(h_0, H_0) \in [0, 2\pi] \times (-G, 0)$ (fosse retrógrada) ou $(h_0, H_0) \in [0, 2\pi] \times (0, G)$ (fosse direta). Portanto, $\mathcal{H}(h(t), H(t)) = \mathcal{E}(h_0, H_0)$ define $H(t)$ implicitamente como função de $h(t)$ através de ξ_2 (Equação (4.53)). Finalmente, a função que desacopla o sistema é

$$H(t) = \xi(h(t)) = \frac{-C - \sqrt{C^2 + [\beta - A \cos(2h)] [D + B \cos(2h)]}}{[D + B \cos(2h)]}. \quad (4.56)$$

4.5 Inclinações e órbitas quase-críticas

4.5.1 O caso clássico: a inclinação crítica

Definição 6 [Inclinação Crítica]. *Uma inclinação i_0 é crítica (I_c) se, e somente se, $g(t) = g_0, \forall t \in \mathbb{R}$.*

No sentido clássico da literatura, a inclinação crítica é um fenômeno intrínseco ao achatamento do corpo central (COFFEY et al., 1986). Logo, a Definição 6 possui significado quando somente os termos seculares devido à perturbação do achatamento são considerados no potencial gravitacional. Algumas generalizações presentes na literatura mostram a existência de outras perturbações zonais tais que a aplicação do potencial nas equações de movimento também resultam em elementos seculares e variação dos elementos angulares constantes, como é o caso do trabalho de Liu et al. (2011) para J_4 . Em particular, tomando-se exclusivamente os termos seculares da Equação (4.32), referentes ao achatamento do corpo central, tem-se

$$\mathcal{H}(L, G, H) = \mathcal{H}_0(L) + \varepsilon \mathcal{H}_1(L, G, H) = -\frac{\mu^2}{2L^2} - \frac{D}{6}(G^2 - 3H^2). \quad (4.57)$$

Substituindo a Equação (4.57) na Equação (3.18), as equações de movimento são dadas por $\dot{l} = F_1(L, G, H)$, $\dot{g} = F_2(L, G, H)$, $\dot{h} = F_3(L, G, H)$, $\dot{L} = 0$, $\dot{G} = 0$ e $\dot{H} = 0$. Igualando-se a variação do argumento do pericentro a zero,

$$\frac{dg}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial G} = F_2(L, G, H) = 0, \quad (4.58)$$

obtém-se $\cos^2(i) = 1/5 \Leftrightarrow I_c = 63.43^\circ$ e $I_c = 116.57^\circ$: as duas únicas inclinações críticas existentes para os casos direto e retrógrado, respectivamente. Considerando o efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}), verifica-se a impossibilidade de igualar a Equação (4.35) a zero a fim de se obter inclinações críticas, pois a derivada de g depende de h e H , os quais também não são constantes. Segundo Tzirti et al. (2009), a aplicação da Definição 6 nesta situação não faz sentido algum, pois não existe trajetória em que a derivada de g seja nula, para todo instante de tempo. Diante disso, é necessário tratar o problema de maneira diferente.

4.5.2 Definição das órbitas quase-críticas

A ideia agora é generalizar o conceito de inclinação crítica, encontrando uma inclinação, dada como condição inicial, com a propriedade de manter o argumento do pericentro, em média, constante. As Equações (4.59) e (4.60) descrevem, nesta ordem, a condição necessária e suficiente para existência de inclinações críticas e a variação secular e de longo período do argumento do pericentro (Equação (4.35)):

$$[\textit{curva desejada}] \quad \frac{dg}{dt}_{[d]} = 0, \quad (4.59)$$

$$[\textit{curva real}] \quad \frac{dg}{dt}_{[r]} = F_2(h, H) = \frac{D}{2} \left[1 - 5 \frac{H^2}{G^2} \right] G + \frac{B}{2} \left[3 - 5 \frac{H^2}{G^2} \right] G \cos(2h). \quad (4.60)$$

Em outras palavras, as Equações (4.59) e (4.60) caracterizam, respectivamente, o comportamento que a variação de g deveria ter a fim de se garantir a existência de inclinações críticas e como ela, de fato, se comporta diante das perturbações consideradas pelo modelo dinâmico. Os subscritos $[d]$ e $[r]$ são usados para distinguir as variações desejada e real de g .

Definição 7 [Média]. *Seja $f : [t_0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. A média da função f em relação à t é dada por*

$$\langle f \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt, \quad (4.61)$$

em que t_0 é um instante arbitrário e T é o intervalo no qual o operador é aplicado.

Deseja-se que a média temporal da diferença entre as curvas que descrevem as variações real e desejada de g seja zero por um certo período finito de tempo $T > 0$. Assim, pela Definição 7, tem-se

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left[\frac{dg}{dt}_{[r]} - \frac{dg}{dt}_{[d]} \right] dt = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{t_0}^{t_0+T} \left[\frac{dg}{dt}_{[r]} \right] dt = \langle F_2 \rangle = 0. \quad (4.62)$$

A Equação (4.62) possui três inconvenientes. Primeiro, o integrando F_2 da Equação (4.62) é função de $h(t)$ e $H(t)$, logo, depende das Equações (4.36) e (4.39). Segundo, as trajetórias $(h(t), H(t))$ satisfazendo a Equação (4.62) são desconhecidas e, para obtê-las, é necessário dispor das condições iniciais por onde elas passam. Entretanto, esta é justamente a informação a qual está se tentando buscar pela Equação (4.62). Terceiro, T não é conhecido, *a priori*. O primeiro problema a ser resolvido é o acoplamento da Equação (4.62). Como discutido na Seção 4.4, ao se substituir a função de desacoplamento dada pela Equação (4.56) nas Equações (4.34)-(4.39), o sistema hamiltoniano médio está automaticamente desacoplado e, conseqüentemente, o campo hamiltoniano está agora expresso apenas em função de $h(t)$: $F_i(h(t), \xi(h(t)))$, $i = 1, \dots, 6$. A Equação (4.62) fica então

$$\langle F_2 \rangle = \int_{t_0}^{t_0+T} F_2(h(t), \xi(h(t))) dt = 0. \quad (4.63)$$

Apesar do progresso viabilizado pelo desacoplamento das equações de movimento, tem-se ainda os outros problemas apontados a serem resolvidos. Com o auxílio das propriedades descritas na Seção 4.3, é possível solucioná-los. Como visto, as trajetórias $(h(t), H(t))$ do sistema independente (Equações (4.40)-(4.42)) constituem apenas movimentos de circulação, ver Figuras 4.4 e 4.5. Logo, $h(t)$ é sempre uma função monótona no tempo, sendo sua periodicidade própria de sua natureza angular, variando a cada volta completada de 2π , ou de -2π , dependendo do sinal de sua

derivada - quando $dh/dt > 0$ e $dh/dt < 0$ para todo $t \in \mathbb{R}$, têm-se, respectivamente, $h(t_0) = h_0 = h(t_0 + T) = h_0 + 2\pi$ e $h(t_0) = h_0 = h(t_0 + T) = h_0 - 2\pi$ para todo $t_0 \in \mathbb{R}$ - repetindo-se novamente o estado do sistema. Isto significa que o plano da órbita gira no sentido horário ou anti-horário indefinidamente, independente das condições iniciais dadas. Dessa forma, o período associado a este movimento é o tempo T para uma revolução completa do plano, isto é, T é o período de precessão do plano orbital. Embora tenha-se estabelecido o significado de T nas Equações (4.62)-(4.63), seu valor ainda é desconhecido. Em particular, para cada $(h_0, H_0) \in [0, 2\pi] \times (0, G)$ ou $(h_0, H_0) \in [0, 2\pi] \times (-G, 0)$ dado como condição inicial para as Equações (4.40)-(4.41), T assume um valor diferente. Ao passo que, em termos da variável h , ele é sempre o mesmo: $h(T) = 2\pi$ ou $h(T) = -2\pi$. Diante disso, uma mudança de variável de t para h seria particularmente interessante, pois solucionaria os problemas remanescentes através da eliminação da exigência do conhecimento do valor de T e dos valores de h em cada instante de tempo. Portanto, a Equação (4.63) se torna

$$\int_{t_0}^{t_0+T} F_2(h(t), \xi(h(t))) dt = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_{h(t_0)}^{h(t_0+T)} \left[\frac{F_2(h, \xi(h))}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh = 0. \quad (4.64)$$

Assim, a inclinação dada como condição inicial na função $\beta(h_0, L_0, G_0, H_0)$ (Equação (4.51)), a qual está em $\xi(h)$, satisfazendo a igualdade da Equação (4.64) será definida como *inclinação quase-crítica* como segue.

Definição 8 [Inclinação Quase-Crítica]. *Dados $L_0 = \sqrt{\mu a_0}$, $G_0 = L_0 \sqrt{1 - e_0^2}$ e o par (h_0, H_0) de condições iniciais, se*

$$\int_{h(t_0)}^{h(t_0+T)} \left[\frac{F_2(h, \xi(h))}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh = 0, \quad (4.65)$$

então $I_{qc} \triangleq i_0 = \arccos\left(\frac{H_0}{G_0}\right)$ é dita uma ***inclinação quase-crítica***.

Em outras palavras, se 4-upla de condições iniciais da forma $(a_0, e_0, h_0, I_{qc}(h_0))$ fizer com que a variação temporal do argumento do pericentro seja zero, em média, então i_0 é uma inclinação quase-crítica I_{qc} .

Definição 9 [Órbita Quase-Crítica]. *A órbita cuja inclinação é I_{qc} é chamada de ***órbita quase-crítica***.*

4.5.3 Uma abordagem de otimização

A Subseção 4.5.1 apresenta a definição clássica de inclinação crítica e explica o contexto dinâmico no qual ela possui significado. A Subseção 4.5.2 expõe detalhadamente como o conceito de inclinação crítica é generalizado para o de quase-crítica, dentro do contexto dinâmico aqui estudado. Nesta subseção, por sua vez, a partir da extensão da definição de inclinação crítica, mostra-se, do ponto de vista prático, como as inclinações que satisfazem a Definição 8 são encontradas. Na prática, obter inclinações quase-críticas I_{qc} é encontrar inclinações que, juntamente com as outras condições iniciais, minimizam o valor absoluto da área entre duas curvas: uma descrevendo a real variação do argumento do pericentro de acordo com o modelo dinâmico considerado (Equação (4.60)), e outra representando o comportamento desejado para a variação de g (Equação (4.59)). Esta tarefa é então modelada como um problema de *otimização não-linear*, e resolvida através da aplicação de um *Método de Ponto Interior* (FRIEDLANDER, 1994; BYRD et al., 1999; BYRD et al., 2000; WALTZ et al., 2006; LUENBERGER; YE, 2008). Os problemas de otimização a serem resolvidos para os casos direto e retrógrado, respectivamente, são apresentados a seguir.

Problema de Otimização 1 [Inclinações Quase-Críticas Prógradas]. *Dados L_0 , G_0 e $h_0 \in [0, 2\pi]$, e dado um chute inicial $i_0 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, a função objetivo para o caso direto é dada por*

$$\min \left\{ \left| \int_{h_0}^{h_0+2\pi} \left[\frac{F_2(h, \xi(h))}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh \right| \right\} = 0, \quad (4.66)$$

$$\text{sujeito a: } 0 < i < \frac{\pi}{2}.$$

Problema de Otimização 2 [Inclinações Quase-Críticas Retrógradas]. *Dados L_0 , G_0 e $h_0 \in [0, 2\pi]$, e dado um chute inicial $i_0 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, a função objetivo para o caso retrógrado é dada por*

$$\min \left\{ \left| \int_{h_0}^{h_0+2\pi} \left[\frac{F_2(h, \xi(h))}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh \right| \right\} = 0, \quad (4.67)$$

$$\text{sujeito a: } \frac{\pi}{2} < i < \pi.$$

Os critérios usados para analisar a validade física das condições iniciais aplicadas aos Problemas de Otimização 1 e 2 em concordância com as hipóteses adotadas são expressos pelas Equações (4.68) e (4.69) em termos de r_p (*raio do pericentro*), r_a (*raio do apocentro*) e de r_H (*raio de Hill, vide Tabela 4.6*) como seguem

$$r_p > a_e \quad \Leftrightarrow \quad a_0(1 - e_0) > a_e \quad \Leftrightarrow \quad a_0 > \frac{a_e}{1 - e_0}, \quad 0 < e < 1, \quad (4.68)$$

$$r_a < r_H \quad \Leftrightarrow \quad a_0(1 + e_0) < r_H \quad \Leftrightarrow \quad a_0 < \frac{r_H}{1 + e_0}, \quad 0 < e < 1. \quad (4.69)$$

Para todo a_0 e e_0 satisfazendo as restrições dadas pelas Equações (4.68) e (4.69), garante-se que o veículo espacial não se choca com a superfície do corpo central e nem sai da esfera de influência gravitacional do satélite planetário considerado.

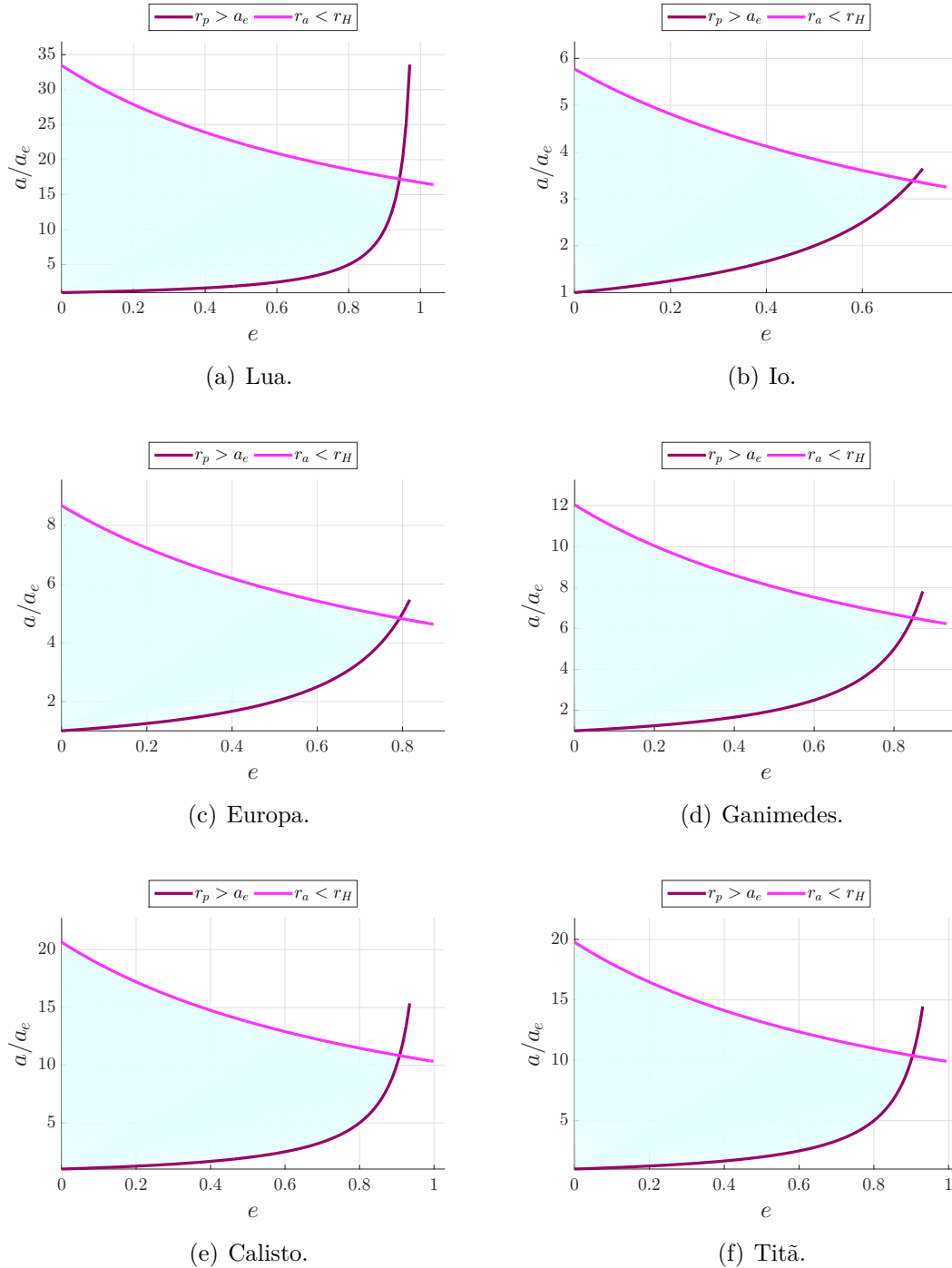
Tabela 4.6 - Raio de Hill r_H de cada satélite natural considerado.

Corpo	r_H [km]
Lua	58146.5
Io	10516.2
Europa	13534.8
Ganimesdes	31688.2
Calisto	49792.8
Titã	50877.4

Fonte: Produção do autor.

As Figuras 4.6(a)-4.6(f) mostram por meio da área hachurada azul todos os possíveis pares de semieixos maiores e excentricidades satisfazendo as Equações (4.68) e (4.69) permitidos como condições iniciais para a solução dos Problemas de Otimização 1 e 2 de cada sistema considerado.

Figura 4.6 - Pares de excentricidades e semieixos maiores satisfazendo as condições $r_p > a_e$ e $r_a < r_H$ e permitidos como condições iniciais para a solução dos problemas de otimização das inclinações quase-críticas ao redor de cada satélite natural considerado.



Fonte: Produção do autor.

4.6 Inclinações e órbitas quase-heliossíncronas

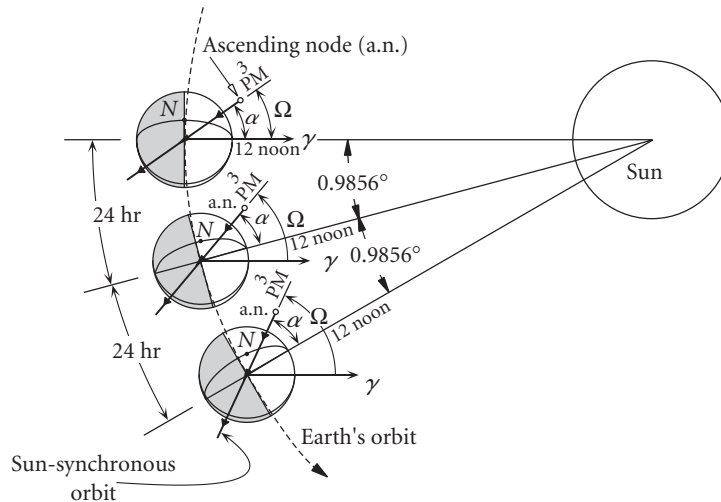
4.6.1 O caso clássico: a inclinação heliossíncrona

Definição 10 [Inclinação Heliossíncrona]. *Seja $N_{\mathcal{C}}$ o movimento médio do corpo central em sua órbita ao redor do Sol. Dados $a(0) = a_0$, $e(0) = e_0$ e $i(0) = i_0$, a inclinação i_0 é dita heliossíncrona (I_s) se, e somente se, $\frac{d\Omega}{dt}(t) = \Delta\Omega_s = N_{\mathcal{C}}$, $\forall t \in \mathbb{R}$.*

Definição 11 [Órbita Heliossíncrona]. *A órbita cuja inclinação é I_s é chamada de heliossíncrona.*

A única forma de se ter $\dot{h}(t) = \dot{\Omega}(t) = \Delta\Omega_s$ em todo instante de tempo é se $a(t) = a_0$, $e(t) = e_0$, $i(t) = i_0$, $\forall t \in \mathbb{R}$, e a variação nodal depender apenas dos elementos métricos (a_0, e_0, i_0) . Isto ocorre somente se o potencial gravitacional contiver unicamente os termos seculares devido à perturbação zonal. Portanto, analogamente à Definição 6, a Definição 10 é inerente exclusivamente à perturbação zonal, exigindo cautela em sua aplicação como meio de busca por inclinações heliossíncronas.

Figura 4.7 - Esquema de uma órbita heliossíncrona ao redor da Terra.



Fonte: Curtis (2005, p. 181)

Em particular, tomando-se exclusivamente os termos seculares da Equação (4.32) referentes ao achatamento do corpo central, têm-se as mesmas função hamiltoniana (Equação (4.57)) e equações de movimento do caso crítico clássico apresentadas na Subseção 4.5.1. Ressalta-se que h é definido por $\Omega - n_{\mathcal{C}} t$ apenas quando a perturbação devido à elipticidade equatorial do corpo central é introduzida na dinâmica

do problema (Seção 4.2). No caso da heliossincronicidade clássica, $h = \Omega$ (Equação (3.17)). Pela Definição 10, tem-se

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H} = F_3(L, G, H) = \Delta\Omega_s \quad \Leftrightarrow \quad \cos(I_s) = -\frac{2a^2(1-e^2)^2}{3n\varepsilon} \Delta\Omega_s. \quad (4.70)$$

Através da Equação (4.70), observa-se somente a existência de inclinações heliossíncronas retrógradas, *i.e.*, $I_s \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, pois $\cos(I_s) \in (-1, 0)$ em virtude de

$$\frac{2a^2(1-e^2)^2}{3n\varepsilon} \Delta\Omega_s \quad (4.71)$$

ser sempre positivo e diferente de zero para todos os sistemas estudados. Considerando o efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}), verifica-se a impossibilidade de igualar a Equação (4.36) a $\Delta\Omega_s$ a fim de se obter inclinações heliossíncronas. Primeiro, porque agora $\dot{h}(t) \neq \dot{\Omega}(t) = \Delta\Omega_s$, pois h não é mais igual a Ω ($h = \Omega - n_{\mathcal{Q}} t$, Seção 4.2) e, portanto, a condição de Sol-sincronicidade deve ser adaptada em relação ao referencial sinódico (Subseção 4.6.2). Segundo, a derivada de h agora depende da variação de H (a inclinação não é mais constante e, sim, depende da variação de longo período). Terceiro, não existe trajetória $(h(t), H(t))$ do sistema tal que $d\Omega/dt = cte$. Se existir, esta igualdade será satisfeita apenas em instantes particulares ou mesmo no inicial mas não em todo instante de tempo. Diante disso, é necessário tratar o problema de maneira diferente novamente.

4.6.2 Condição de Sol-sincronicidade no sistema girante

Uma órbita heliossíncrona é aquela cujo plano orbital precessiona a uma taxa constante de $\Delta\Omega_s = N_{\mathcal{Q}}$. Como agora h é definido a partir do referencial sinódico, $h = \Omega - n_{\mathcal{Q}} t$, a sua derivada em relação ao tempo é

$$\frac{dh}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} - n_{\mathcal{Q}}. \quad (4.72)$$

Por outro lado, pela Definição 10, para se ter uma órbita heliossíncrona é necessário e suficiente que $\frac{d\Omega}{dt} = \Delta\Omega_s$. Logo,

$$\frac{dh}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} - n_{\mathcal{Q}} = \Delta\Omega_s - n_{\mathcal{Q}}. \quad (4.73)$$

Assim, também, é necessário e suficiente que h varie a uma taxa constante de $\Delta\Omega_s - n_{\zeta}$. Denotando $\Delta\Omega_s - n_{\zeta}$ por Δh_s , tem-se, finalmente, que

$$\frac{dh}{dt} = \Delta h_s, \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad (4.74)$$

é a *condição de Sol-sincronicidade* descrita no referencial girante. A Tabela 4.7 apresenta os valores de $\Delta\Omega_s = N_{\zeta}$ e Δh_s , para cada sistema aqui considerado. $\Delta\Omega_s$ é obtido como mostrado em [Carvalho et al. \(2009\)](#) para um satélite artificial ao redor da Lua. O procedimento para calcular $\Delta\Omega_s$ para os outros satélites planetários é análogo ao caso lunar.

Tabela 4.7 - Valores de $\Delta\Omega_s = N_{\zeta}$ e Δh_s para cada sistema considerado.

Corpo	$\Delta\Omega_s [\times 10^{-6} \text{ rad/s}]$	$\Delta h_s [\times 10^{-6} \text{ rad/s}]$
Lua	0.199098857147947	-2.46259687065927
Io	0.0167848951669384	-41.0891391008302
Europa	0.0167848951669384	-20.461487591206
Ganimesdes	0.0167848951669384	-10.1476589445014
Calisto	0.0167848951669384	-4.34069476744173
Titã	0.00675904500200111	-4.55392656915835

Fonte: Produção do autor.

4.6.3 Definição das órbitas quase-heliosíncronas

Analogamente ao caso quase-crítico, a ideia agora é generalizar o conceito de inclinação heliosíncrona e, conseqüentemente, de órbita heliosíncrona, encontrando uma inclinação, dada como condição inicial, com a propriedade de manter o plano orbital precessionando, em média, a taxa de Sol-sincronicidade Δh_s . As Equações (4.75) e (4.76) descrevem, nesta ordem, a condição necessária e suficiente para a existência de uma órbita heliosíncrona (condição de Sol-sincronicidade em relação ao sistema girante) e a variação secular e de longo período de h (Equação (4.36)):

$$[\textit{curva desejada}] \quad \frac{dh}{dt}_{[d]} = \Delta h_s, \quad (4.75)$$

$$[\textit{curva real}] \quad \frac{dh}{dt}_{[r]} = F_3(h, H) = C + [D + B \cos(2h)] H. \quad (4.76)$$

Em outras palavras, as Equações (4.75) e (4.76) caracterizam, respectivamente, o comportamento que a variação de h deveria ter a fim de se garantir a existência de inclinações heliosíncronas e como ela, de fato, se comporta diante das perturbações consideradas pelo modelo dinâmico. Os subscritos $[d]$ e $[r]$ são usados para distinguir as variações desejada e real de h . Deseja-se que a média temporal da diferença entre as curvas que descrevem as variações real e desejada de h seja zero durante o período de precessão $T > 0$ do plano orbital (*vide* Subseção (4.5.2)). Assim, pela Definição 7, tem-se

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left[\frac{dh}{dt}_{[r]} - \frac{dh}{dt}_{[d]} \right] dt = 0 \Leftrightarrow \int_{t_0}^{t_0+T} \left[\frac{dh}{dt}_{[r]} - \Delta h_s \right] dt = \langle F_3 - \Delta h_s \rangle = 0. \quad (4.77)$$

Os inconvenientes da Equação (4.77) são os mesmos da Equação (4.62). Logo, são tratados exatamente da mesma forma descrita na Subseção (4.5.2) para o caso quase-crítico: através do desacoplamento das equações de movimento (Seção 4.4), das propriedades do sistema hamiltoniano médio (Seção 4.3) e de uma mudança de variável conveniente que tira vantagem destas mesmas propriedades. Desacoplando a Equação (4.77) por meio da substituição da Equação (4.56), obtém-se

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \left[F_3(h(t), H(t)) - \Delta h_s \right] dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \left[F_3(h(t), \xi(h(t))) - \Delta h_s \right] dt = 0. \quad (4.78)$$

A multiplicação da Equação (4.78) pela unidade $\dot{h}(t)/\dot{h}(t)$ resulta em

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_0+T} \left[F_3(h(t), \xi(h(t))) - \Delta h_s \right] \frac{\dot{h}(t)}{\dot{h}(t)} dt &= 0 \\ \Leftrightarrow \\ \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{\left[F_3(h(t), \xi(h(t))) - \Delta h_s \right]}{F_3(h(t), \xi(h(t)))} \dot{h}(t) dt &= 0 \\ \Leftrightarrow \\ \int_{t_0}^{t_0+T} \left[1 - \frac{\Delta h_s}{F_3(h(t), \xi(h(t)))} \right] \dot{h}(t) dt &= 0. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Mudando de variável, segue que

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \underbrace{\left[1 - \frac{\Delta h_s}{F_3(h(t), \xi(h(t)))} \right]}_{\gamma(h(t))} \dot{h}(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \gamma(h(t)) \dot{h}(t) dt \quad (4.80)$$

$$\Rightarrow \int_{h(t_0)}^{h(t_0+T)} \gamma(h) dh = \int_{h(t_0)}^{h(t_0+T)} \left[1 - \frac{\Delta h_s}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh = 0,$$

tal que

$$F_3(h, \xi(h)) = -\sqrt{C^2 + [\beta - A \cos(2h)] [D + B \cos(2h)]}. \quad (4.81)$$

Assim, definem-se as inclinações e as órbitas quase-heliossíncronas como seguem, respectivamente.

Definição 12 [Inclinação Quase-Heliossíncrona]. *Dados $L_0 = \sqrt{\mu a_0}$, $G_0 = L_0 \sqrt{1 - e_0^2}$ e o par (h_0, H_0) de condições iniciais, se*

$$\int_{h(t_0)}^{h(t_0+T)} \left[1 - \frac{\Delta h_s}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh = 0, \quad (4.82)$$

então $I_{qs} \triangleq i_0 = \arccos\left(\frac{H_0}{G_0}\right)$ é uma **inclinação quase-heliossíncrona**.

Em outras palavras, se 4-upla de condições iniciais da forma $(a_0, e_0, h_0, I_{qs}(h_0))$ faz com que o plano orbital do satélite artificial precesse, em média, a uma taxa que satisfaça a condição de Sol-sincronicidade Δh_s , então i_0 é chamada de inclinação quase-heliossíncrona I_{qs} .

Definição 13 [Órbita Quase-Heliossíncrona]. *A órbita cuja inclinação é I_{qs} é chamada de **órbita quase-heliossíncrona**.*

4.6.4 Uma abordagem de otimização

A Subseção 4.6.1 apresenta a definição clássica da inclinação heliossíncrona e explica o contexto dinâmico no qual ela possui significado. A Subseção 4.6.3 expõe detalhadamente como o conceito de inclinação heliossíncrona é generalizado para o de quase-heliossíncrona, dentro do contexto dinâmico aqui estudado. Nesta subseção,

por sua vez, a partir da extensão da definição de inclinação heliossíncrona, mostra-se, do ponto de vista prático, como as inclinações que satisfazem a Definição 12 são encontradas. Na prática, obter inclinações quase-heliossíncronas I_{qs} é encontrar inclinações que, juntamente com as outras condições iniciais, minimizam o valor absoluto da área entre duas curvas: uma descrevendo a real precessão do plano orbital de acordo com o modelo dinâmico considerado (Equação (4.76)), e outra representando o comportamento da variação de h que viabilizaria a ocorrência de uma órbita heliossíncrona (Equação (4.75)). Esta tarefa é então resolvida da maneira análoga à proposta na Subseção 4.5.3 para o caso quase-crítico. O problema de otimização a ser resolvido para se obter uma inclinação quase-heliossíncrona I_{qs} é apresentado a seguir.

Problema de Otimização 3. *Dados L_0, G_0 e $h_0 \in [0, 2\pi]$, e dado um chute inicial $i_0 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, a função objetivo para o caso retrógrado é dada por*

$$\min \left\{ \left| \int_{h_0}^{h_0+2\pi} \left[1 - \frac{\Delta h_s}{F_3(h, \xi(h))} \right] dh \right| \right\} = 0, \quad (4.83)$$

$$\text{sujeito a: } \frac{\pi}{2} < i < \pi.$$

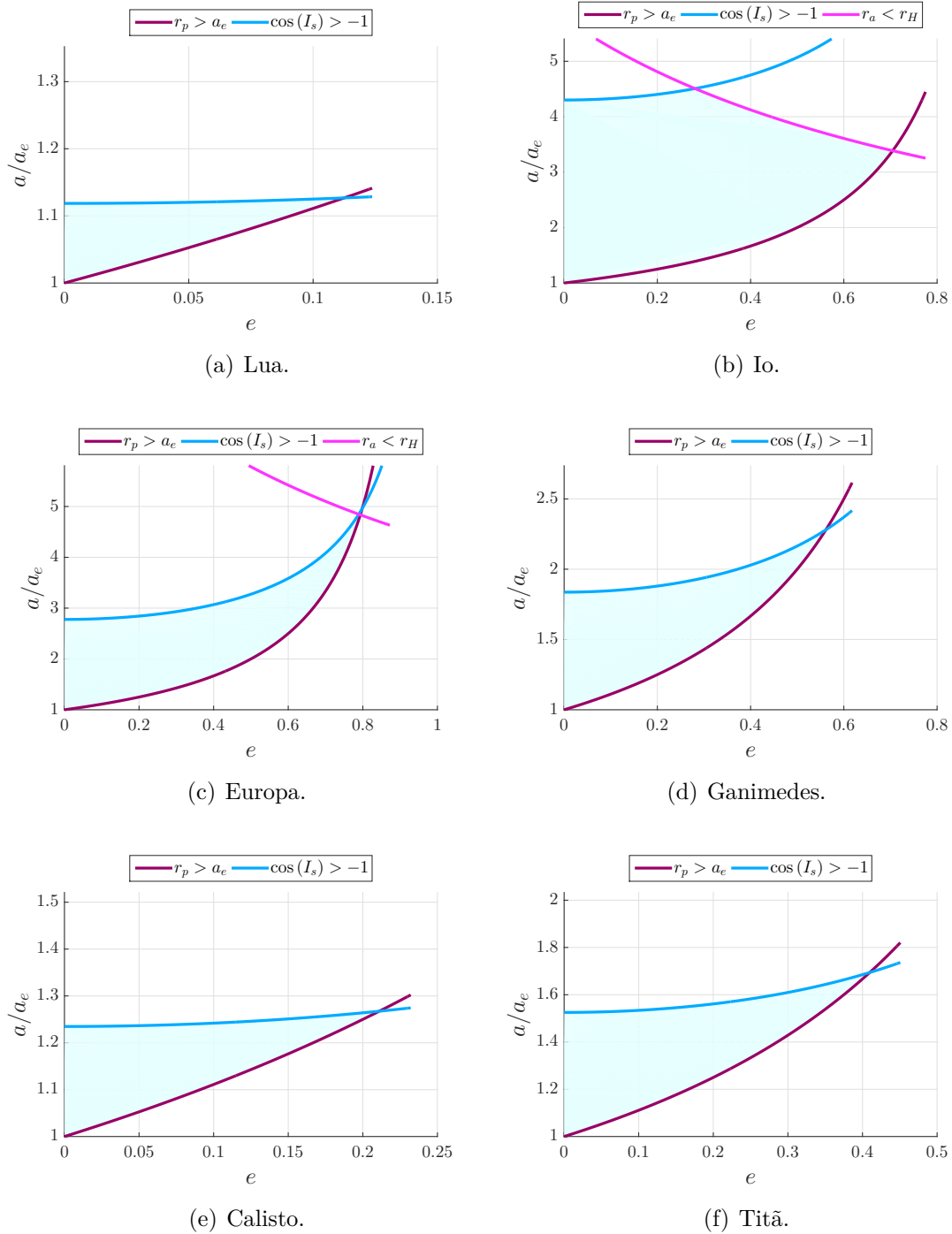
Os critérios usados para analisar a validade física das condições iniciais aplicadas ao Problema de Otimização 3, em concordância com as hipóteses adotadas, são os mesmos dados pelas Equações (4.68) e (4.69), empregados na Subseção 4.5.3 para o caso quase-crítico. Em particular, para o caso quase-heliossíncrono, existe ainda uma outra restrição a qual deve ser satisfeita. No caso clássico (Subseção 4.6.1), para a Equação (4.70) ser satisfeita, a_0 e e_0 devem ser tais que $0 \leq \cos(I_s) \leq -1$. Para o caso elíptico (e para os tipos de órbitas consideradas neste trabalho), $0 < e \ll 1$. Logo, em virtude da Equação (4.71) não se anular, $\cos(I_s)$ nunca é zero (Subseção 4.6.1). Portanto, como não é possível $\cos(I_s) = 0$, não há necessidade de se colocar uma restrição para este caso. Entretanto, como não é desejado se ter $\cos(I_s) = -1$ porque este estudo não considera órbitas equatoriais (as variáveis de Delaunay nem estariam definidas para este caso), garante-se que a_0 e e_0 são escolhidos tais que

$$\cos(I_s) > -1. \quad (4.84)$$

As Figuras 4.8(a)-4.8(f) mostram por meio da área hachurada azul todos os possíveis pares de semieixos maiores e excentricidades satisfazendo as Equações (4.68), (4.69)

e (4.84), permitidos como condições iniciais para a solução do Problema de Otimização 3 de cada sistema considerado. Diferentemente das Figuras 4.6(a)-4.6(f), a região permitida para o caso quase-heliosíncrono é menor, pois quem a limita superiormente é a condição dada pela Equação (4.84) para todos os sistemas estudados, com exceção de Io, único corpo que possui limitação imposta pelas três condições (Equações (4.68), (4.69) e (4.84)), ver Figura 4.6(b).

Figura 4.8 - Pares de excentricidades e semieixos maiores satisfazendo as condições $r_p > a_e$, $r_a < r_H$ e $\cos(I_s) > -1$ e permitidos como condições iniciais para a solução dos problemas de otimização das inclinações quase-heliossíncronas ao redor de cada satélite natural considerado.



Fonte: Produção do autor.

5 RESULTADOS

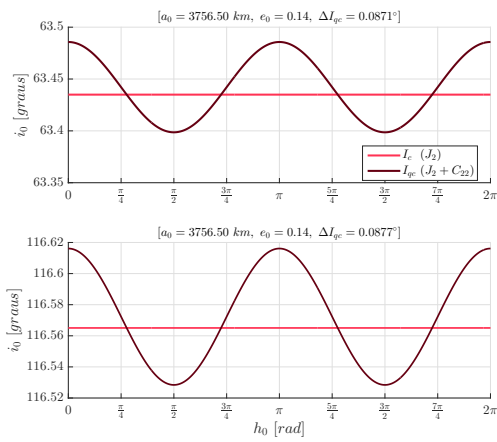
Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos através da aplicação da metodologia descrita no Capítulo 4 para o problema proposto. As inclinações e órbitas quase-críticas e quase-heliossíncronas encontradas por meio da abordagem de otimização, para cada sistema estudado, são exibidas, respectivamente, nas Subseções 5.1.1-5.1.6 e 5.2.1-5.2.6, para posterior discussão e análise nas Subseções 5.1.7 e 5.2.7, nesta ordem.

5.1 Órbitas quase-críticas

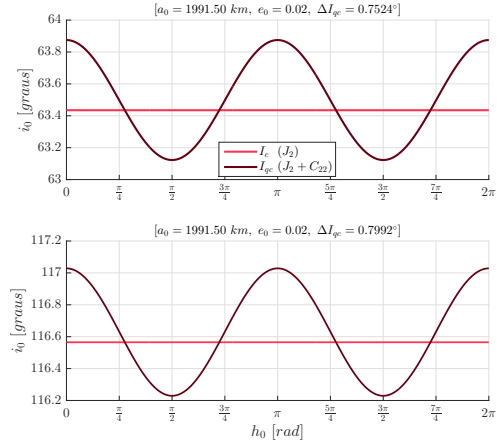
5.1.1 Sistema 1: satélite artificial orbitando a Lua

As Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas pelas Equações (4.68) e (4.69), na Subseção 4.5.3, *vide* Figura 4.6(a), para o caso lunar. A título de comparação, a inclinação crítica clássica I_c , que é constante e independente de a_0 , e_0 e h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e), para os casos direto (63.43°) e retrógrado (116.57°), respectivamente. Para cada ponto das curvas mostradas nas Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e), tem-se a seguinte interpretação: fixado o par (a_0, e_0) , para cada $h_0 \in [0, 2\pi]$, existe uma única inclinação quase-crítica $i_0 = I_{qc}(h_0)$, solução ótima de cada problema de otimização (direto e retrógrado). Assim, uma 4-*upla* da forma $(a_0, e_0, h_0, I_{qc}(h_0))$ faz o mínimo das Equações (4.66) e (4.67) ser, respectivamente, zero.

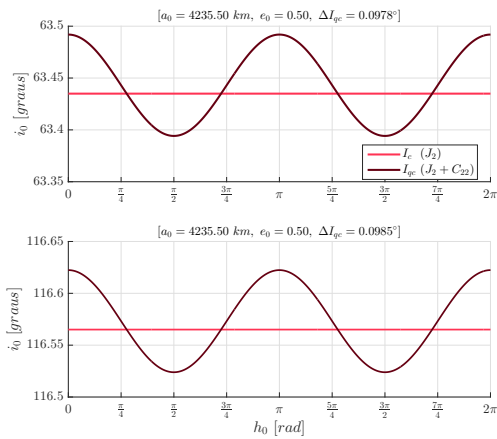
Figura 5.1 - Sistema 1. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.



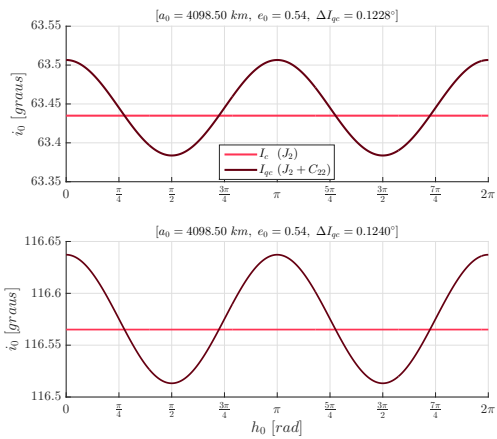
(a) $a_0 = 3756.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$.



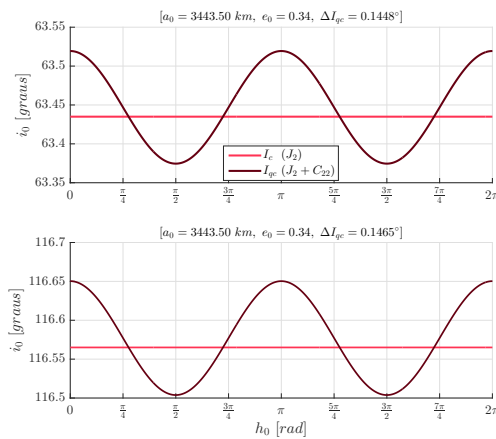
(b) $a_0 = 1991.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$.



(c) $a_0 = 4235.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.50$.



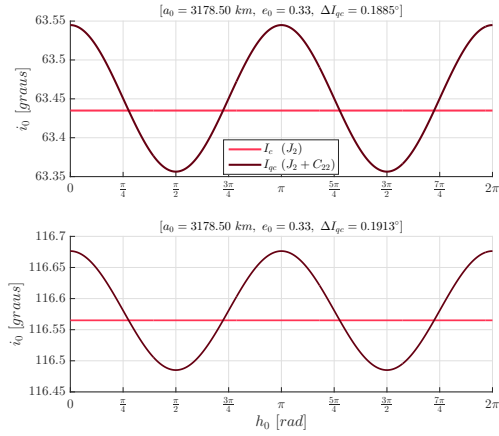
(d) $a_0 = 4098.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$.



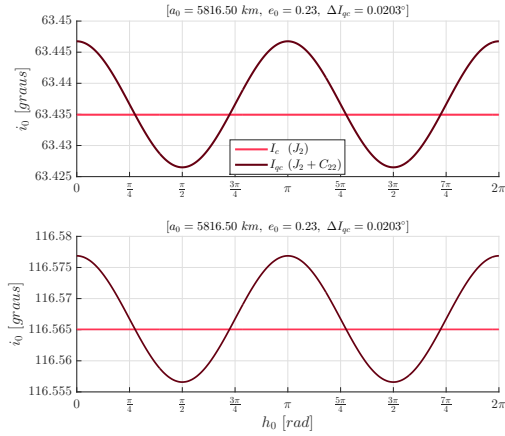
(e) $a_0 = 3443.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$.

Fonte: Produção do autor.

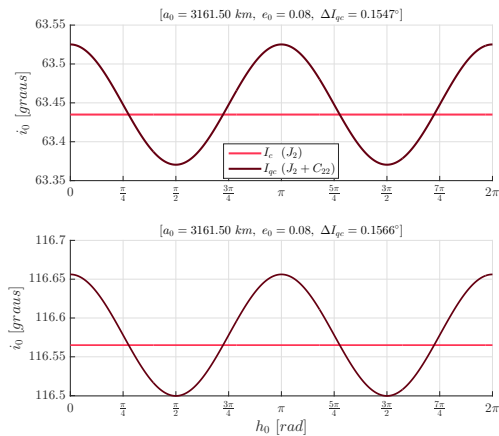
Figura 5.2 - Sistema 1 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.



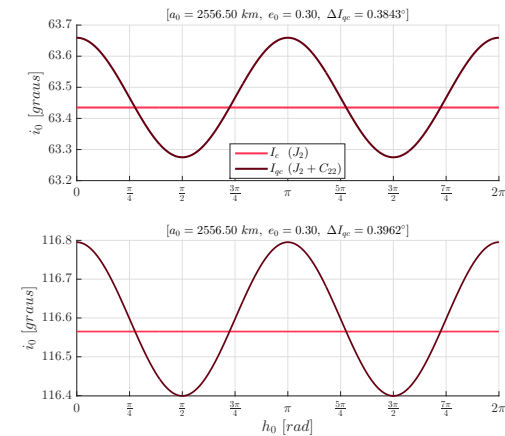
(a) $a_0 = 3178.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$.



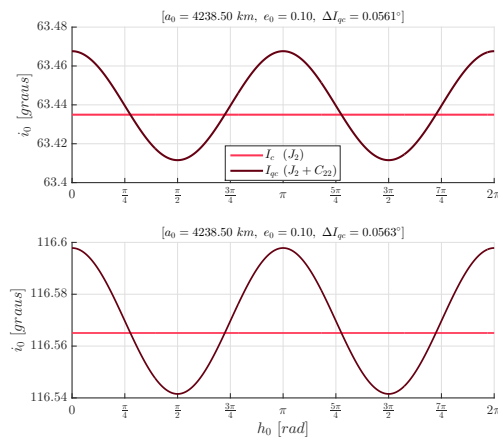
(b) $a_0 = 5816.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$.



(c) $a_0 = 3161.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$.



(d) $a_0 = 2556.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$.



(e) $a_0 = 4238.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$.

Fonte: Produção do autor.

Obviamente que, para cada curva, não são resolvidos infinitos problemas de otimização (um para cada $h_0 \in [0, 2\pi]$) e, sim, uma quantidade finita, correspondente ao número de elementos da discretização do intervalo $[0, 2\pi]$. Portanto, cada curva é produto da interpolação numérica do conjunto de pontos $\{h_{0i}, I_{qc_i}(h_{0i})\}$, $i = 1, \dots, n$, $n \in \mathbb{N}$, obtido por meio da solução de n problemas de minimização, para cada par (a_0, e_0) fixado.

Visando apresentar todos os resultados ótimos encontrados em apenas uma única figura, resumidos de forma compacta, para os casos direto e retrógrado, além de estimar um valor de inclinação quase-crítica, para cada par (a_0, e_0) satisfazendo as condições dadas pelas Equações (4.68) e (4.69), e analisar o efeito da escolha do semieixo maior e da excentricidade nestas inclinações, define-se

$$\langle I_{qc} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_{qc}(h_0) dh_0. \quad (5.1)$$

Ou seja, a inclinação quase-crítica média $\langle I_{qc} \rangle$ é o valor médio da curva de inclinações quase-críticas (Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e)). Deste modo, as Figuras 5.3(a) e 5.3(c) exibem as inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, diretas e retrógradas, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.6(a). As Figuras 5.3(b) e 5.3(d) mostram o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, em que ΔI_{qc} é dada por

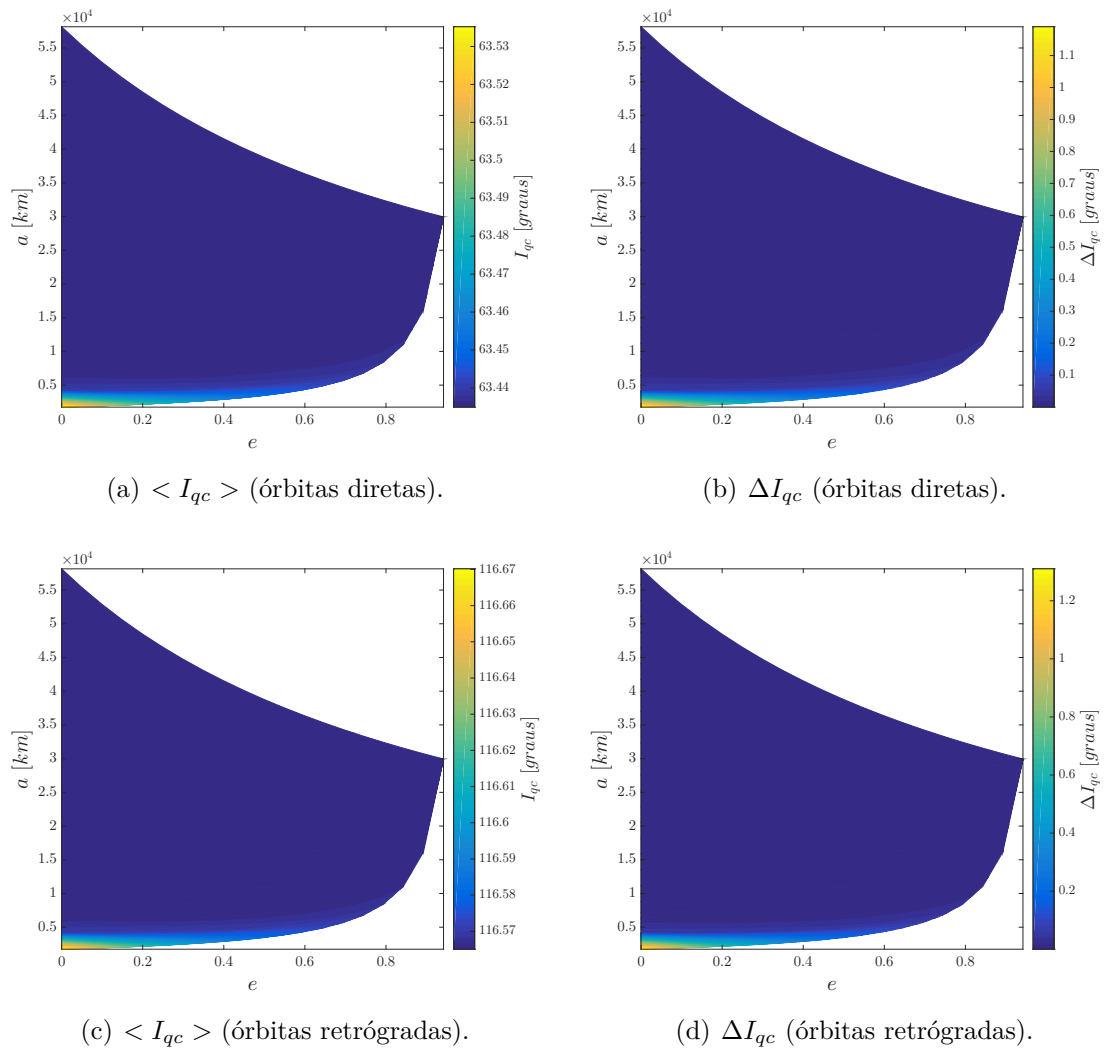
$$\Delta I_{qc} \triangleq \max_{h_0 \in [0, 2\pi]} \{I_{qc}(h_0)\} - \min_{h_0 \in [0, 2\pi]} \{I_{qc}(h_0)\}. \quad (5.2)$$

Para verificar se as inclinações ótimas encontradas através das soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2, de fato, cumprem o papel para o qual foram construídas, *i.e.*, de manterem o argumento do pericentro g , em média, constante, as equações médias de movimento foram integradas numericamente. Assim, as Figuras 5.4-5.23 apresentam as órbitas quase-críticas, soluções dos problemas de valor inicial formados pelas Equações (4.34)-(4.39), juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas para integrar as equações são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente, escolhidos a partir da mesma figura (curva) em que o semieixo e a excentricidade são tomados, para os casos direto e retrógrado, respectivamente. l_0 e g_0 são escolhidos arbitrariamente em seu intervalo $[0, 2\pi]$ de definição, pois não aparecem na hamiltoniana média (l foi eliminado pelo método perturbativo e g é uma coordenada ignorável). Em particular, $l_0 = 0^\circ$, para

todas as simulações mostradas. Vale ressaltar que os efeitos dos termos de curto período não alteram a natureza dinâmica das soluções, pois são menores do que os de longo período, como já apontando por Tzirti et al. (2009) e mencionado na Seção 4.2.

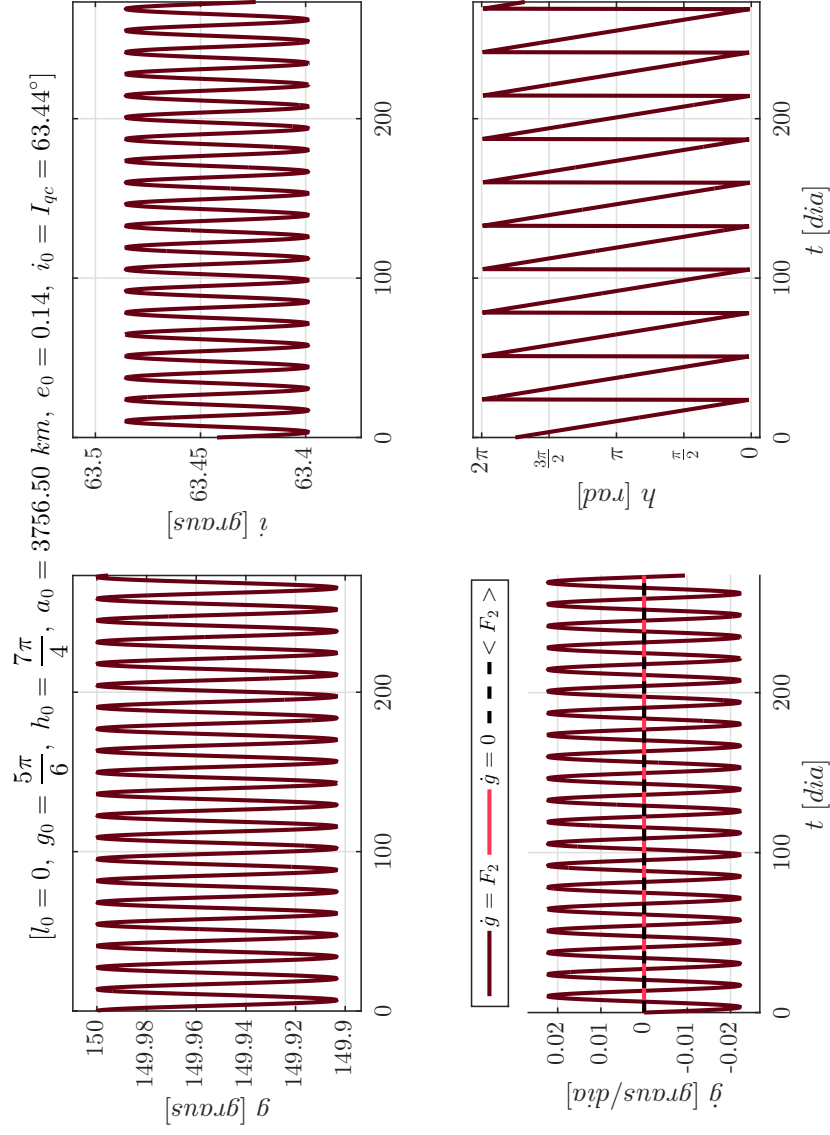
Os comentários sobre a interpretação das figuras e as definições inerentes às inclinações quase-críticas feitos nesta subseção são válidos, não apenas, para o caso lunar (sistema 1), como também para todos os outros sistemas. Logo, nas Subseções 5.1.2-5.1.6, estes são suprimidos, passando-se diretamente à apresentação dos resultados, deduzindo a capacidade do leitor de compreendê-los sozinho.

Figura 5.3 - Sistema 1. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



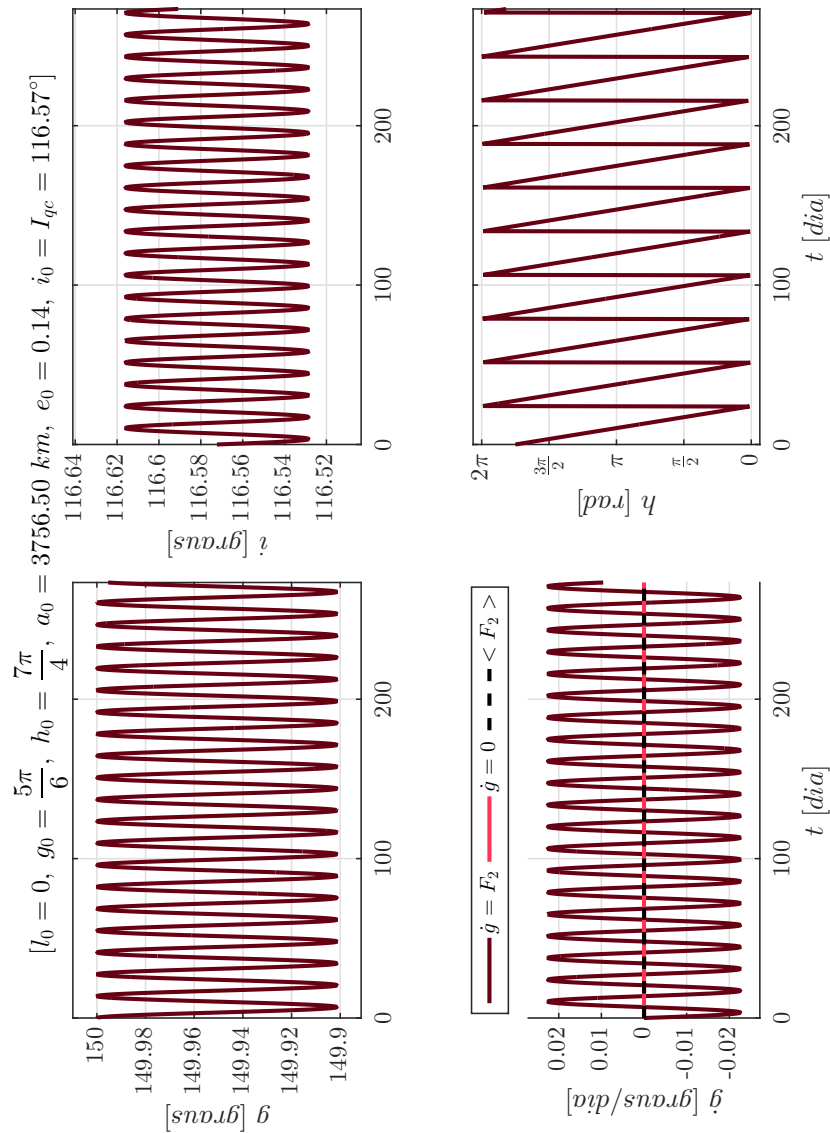
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.4 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle > \langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 3756.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



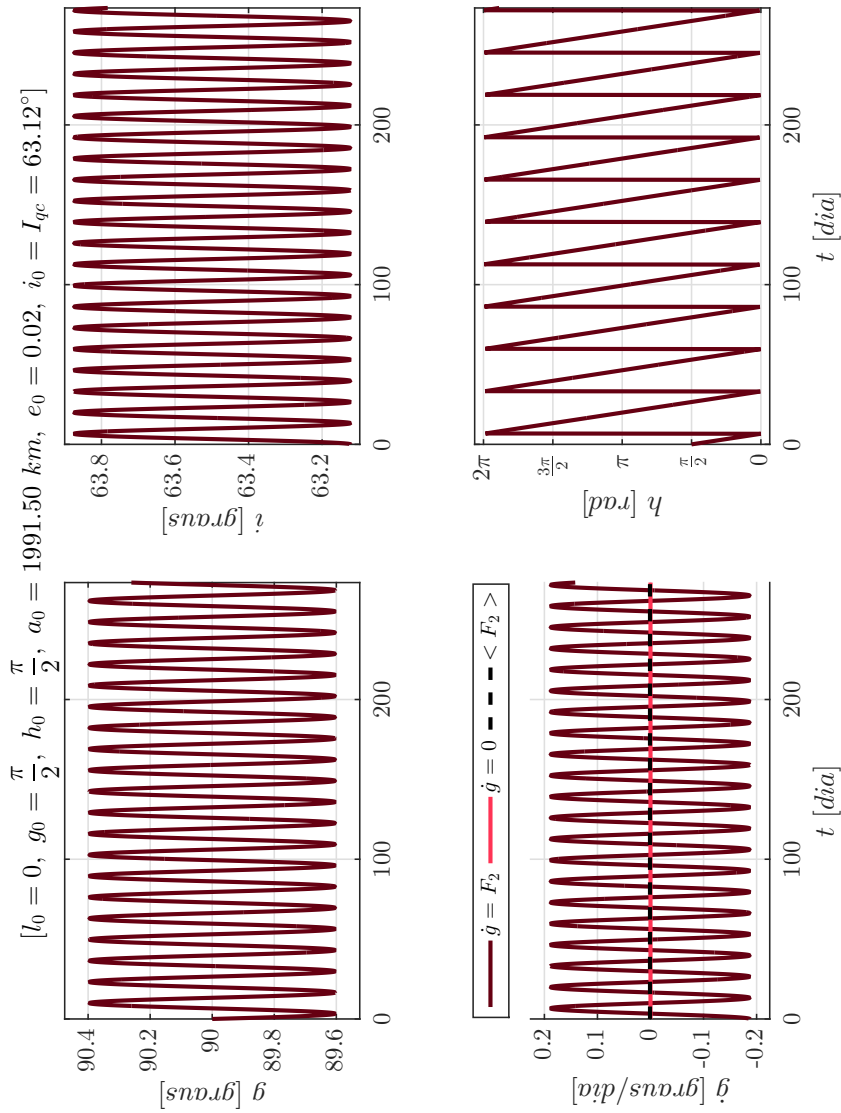
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.5 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 3756.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



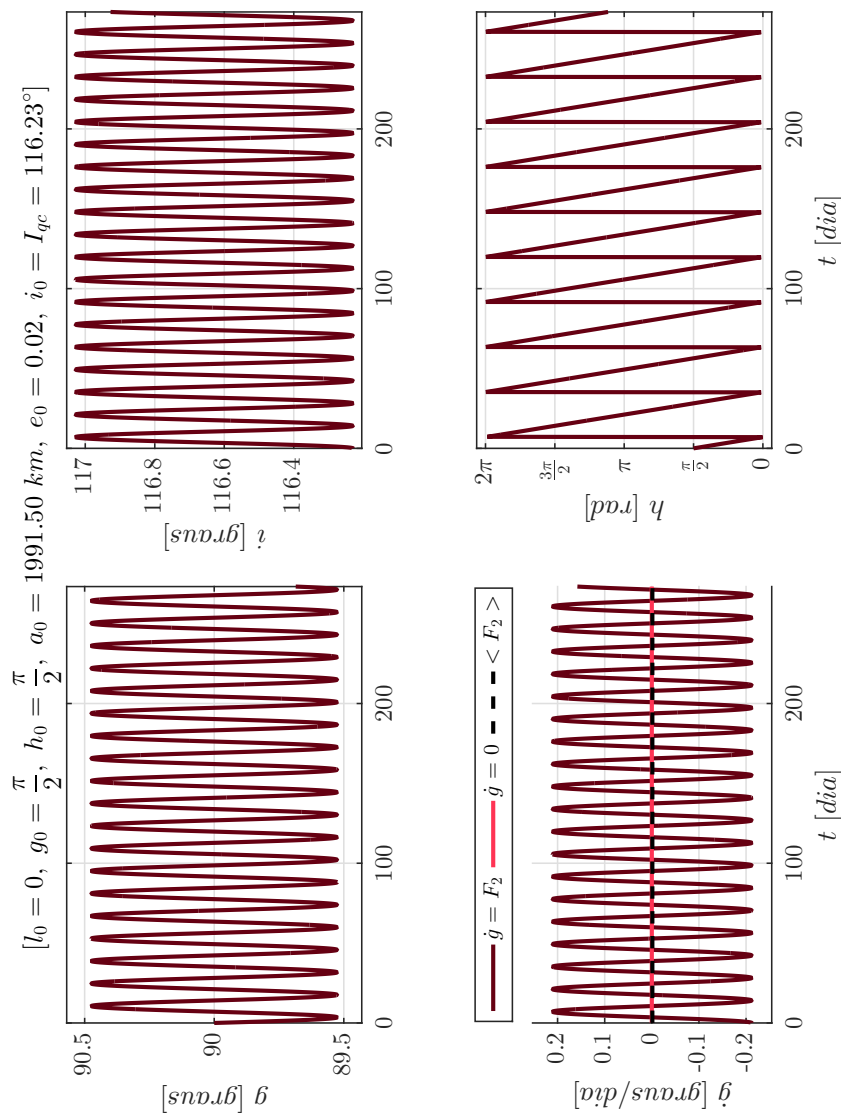
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.6 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 1991.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 63.12^\circ$.



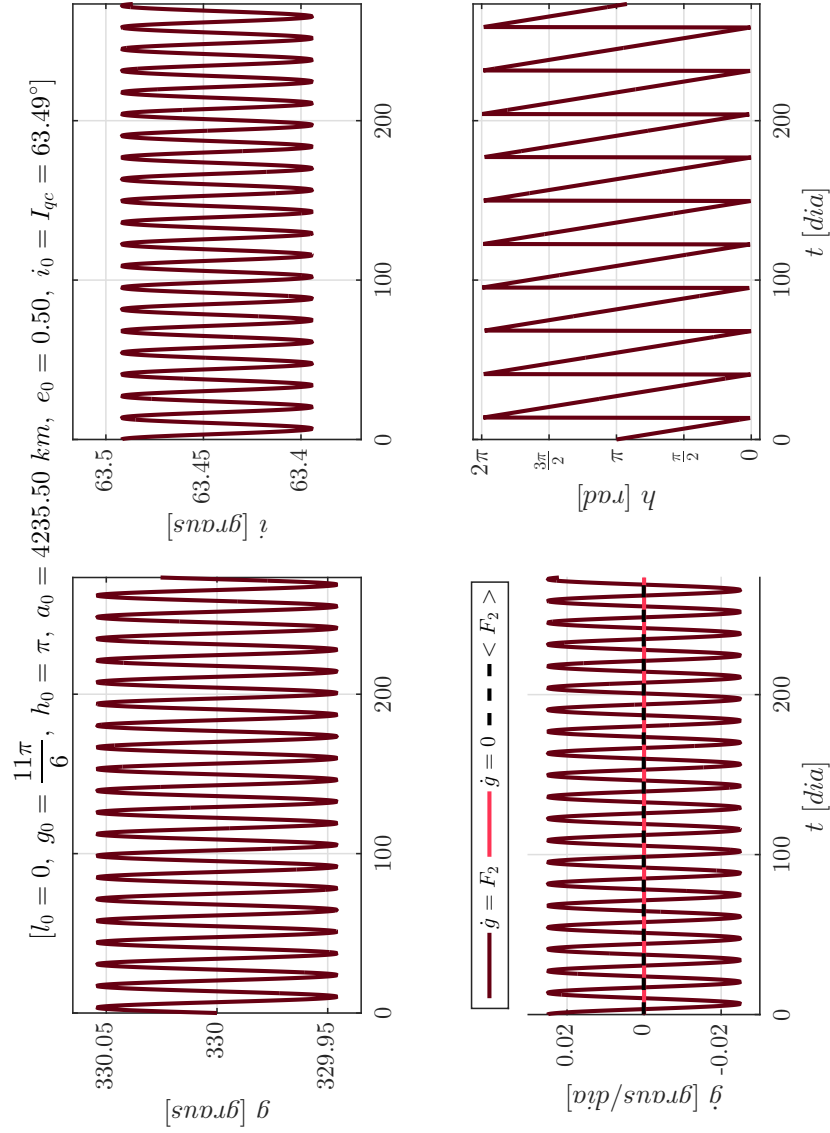
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.7 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 1991.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 116.23^\circ$.



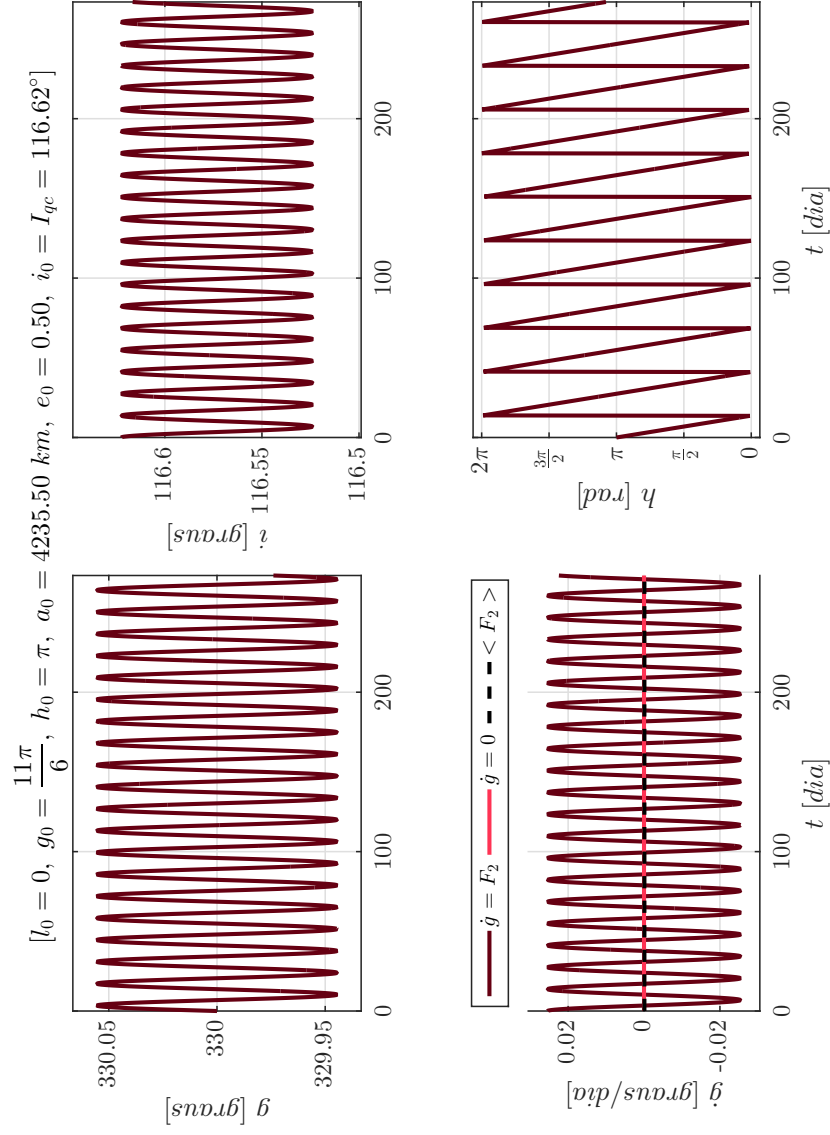
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.8 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4235.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.50$, $i_0 = I_{qc} = 63.49^\circ$.



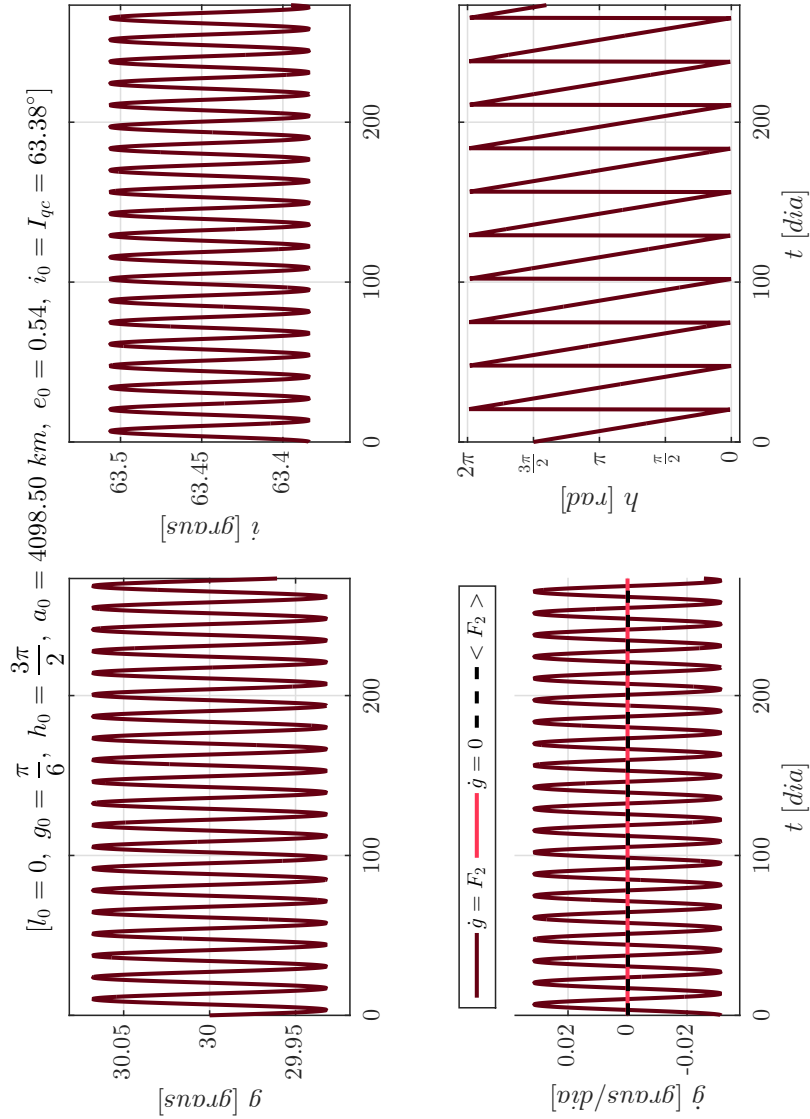
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.9 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4235.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.50$, $i_0 = I_{qc} = 116.62^\circ$.



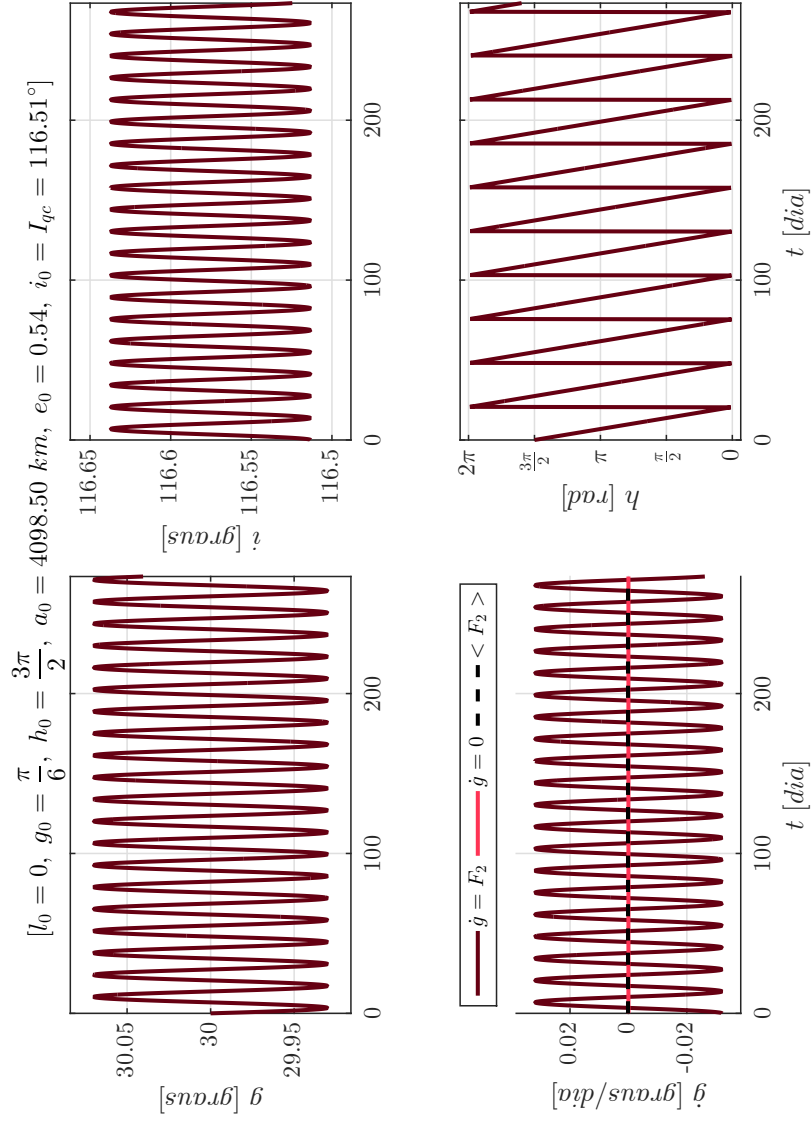
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.10 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4098.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 63.38^\circ$.



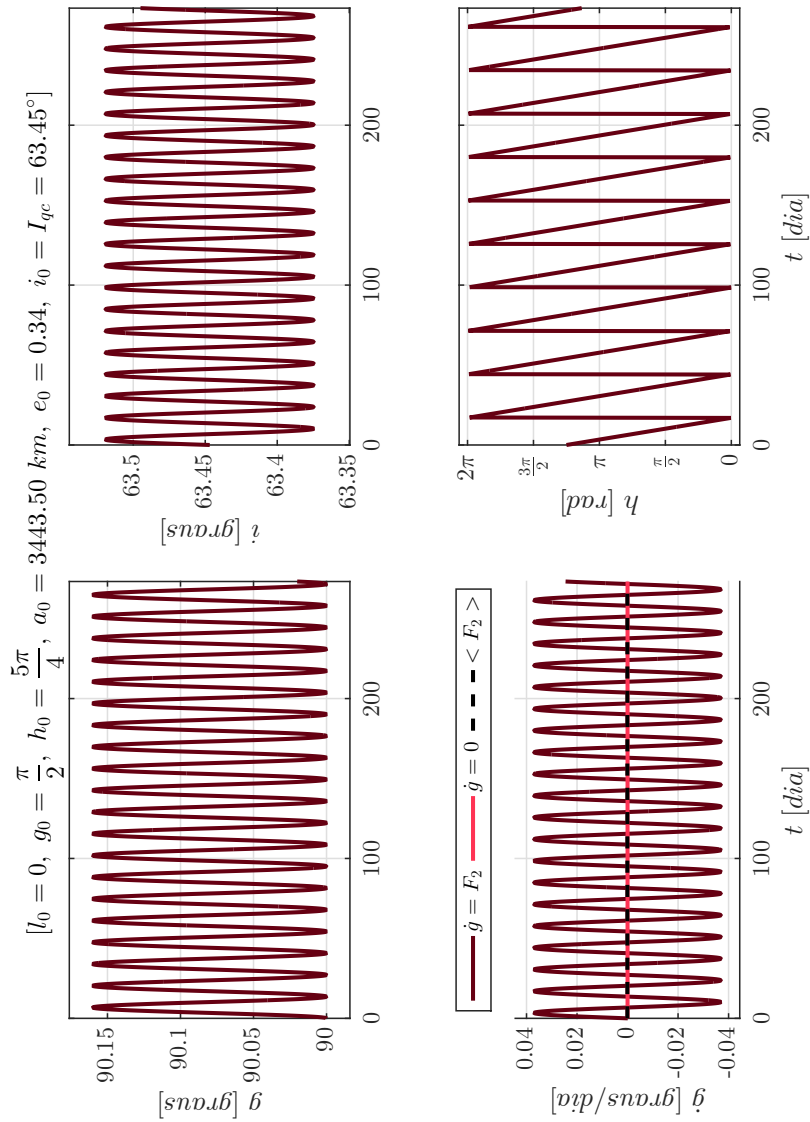
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.11 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4098.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 116.51^\circ$.



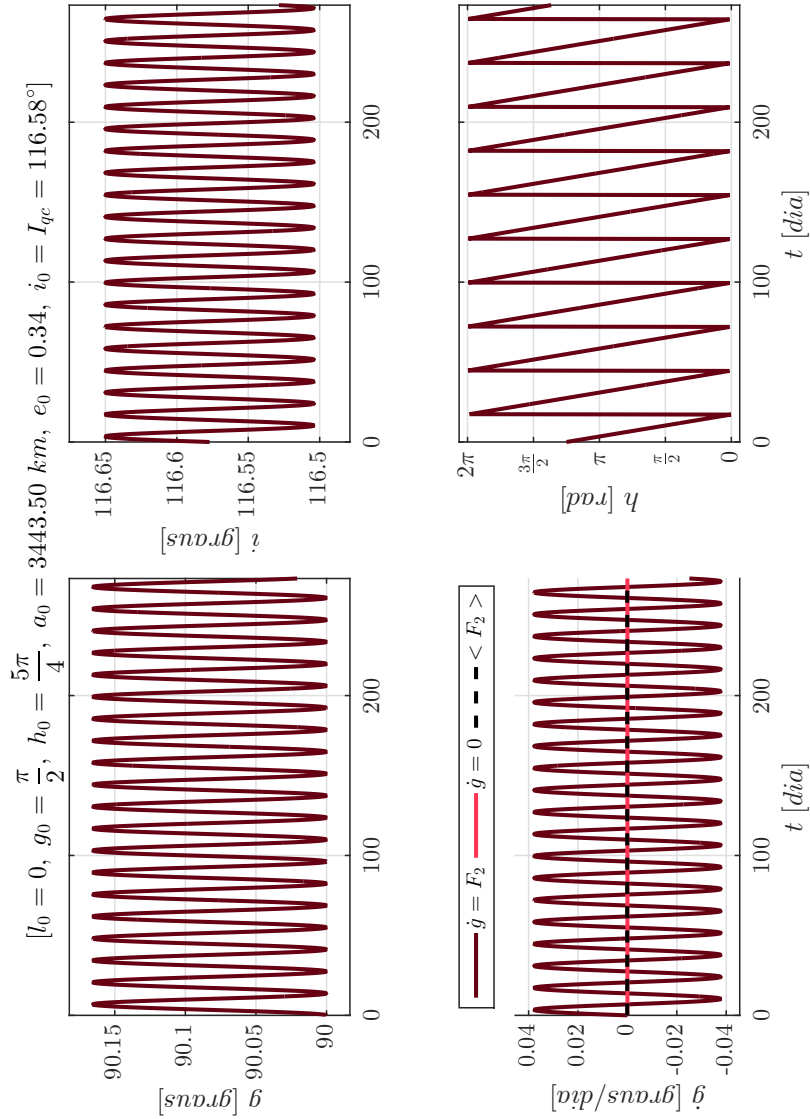
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.12 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3443.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



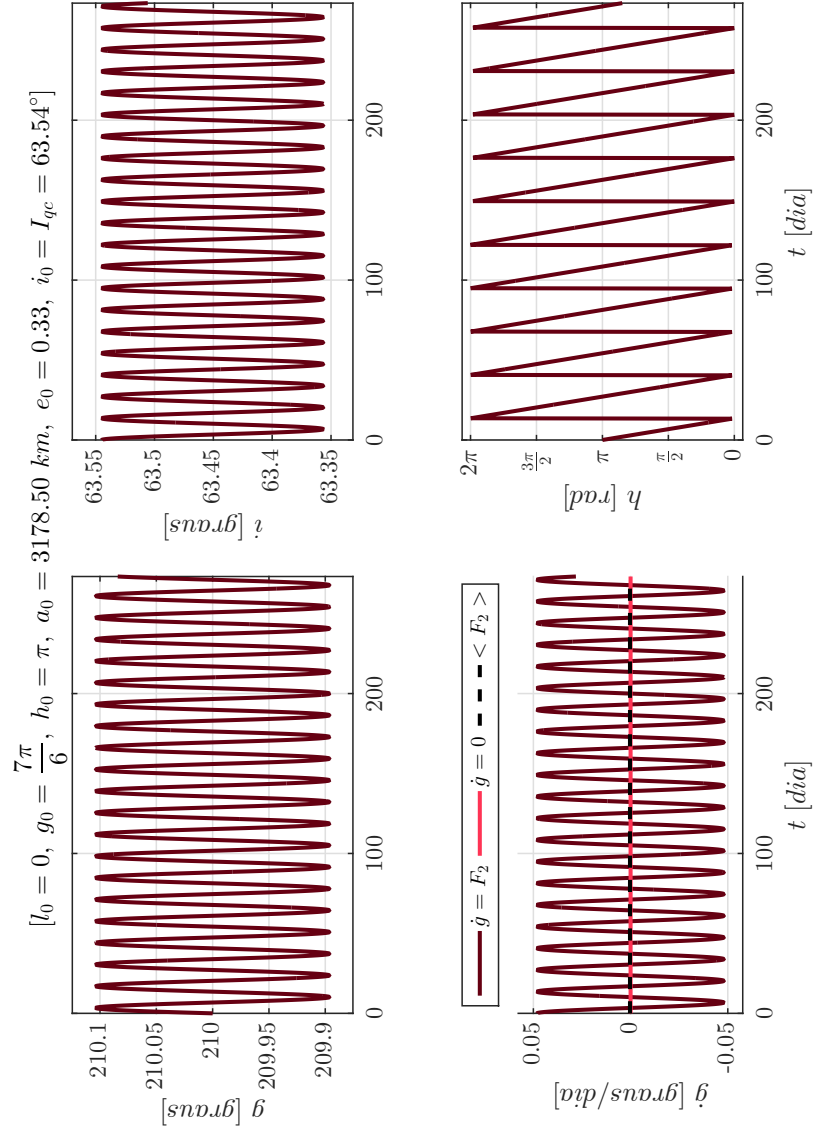
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.13 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3443.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



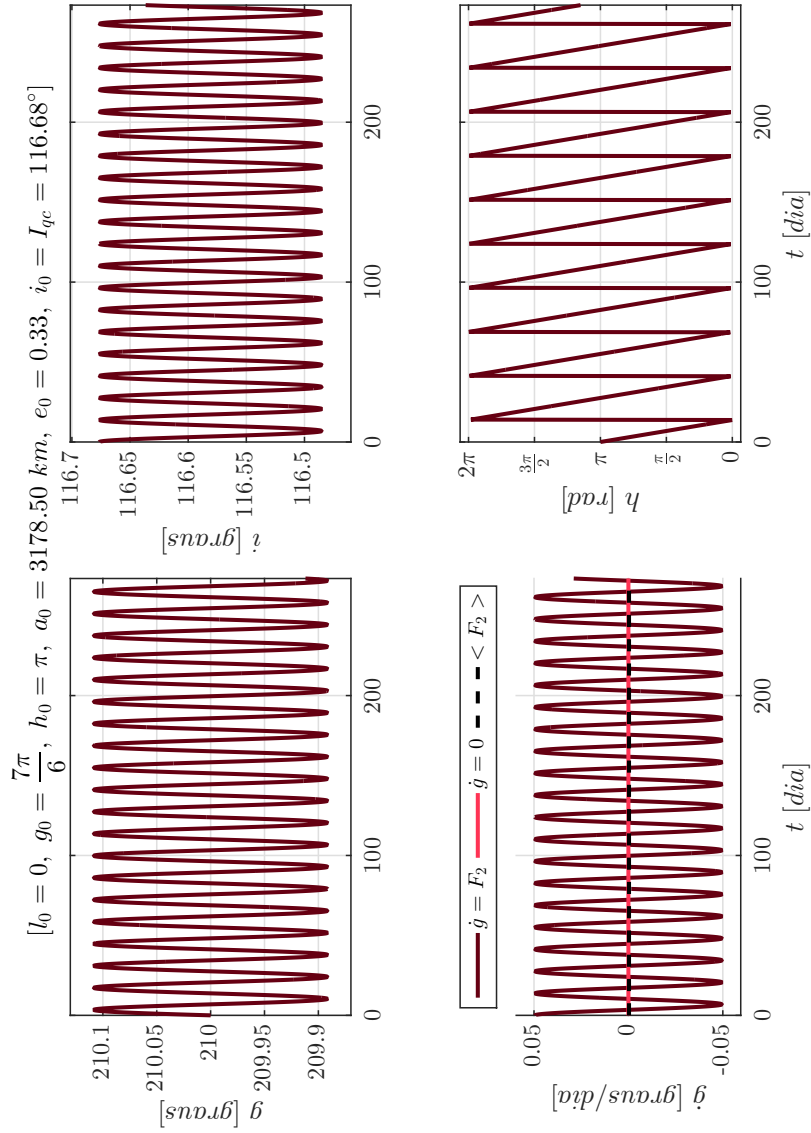
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.14 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 3178.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$, $i_0 = I_{qc} = 63.54^\circ$.



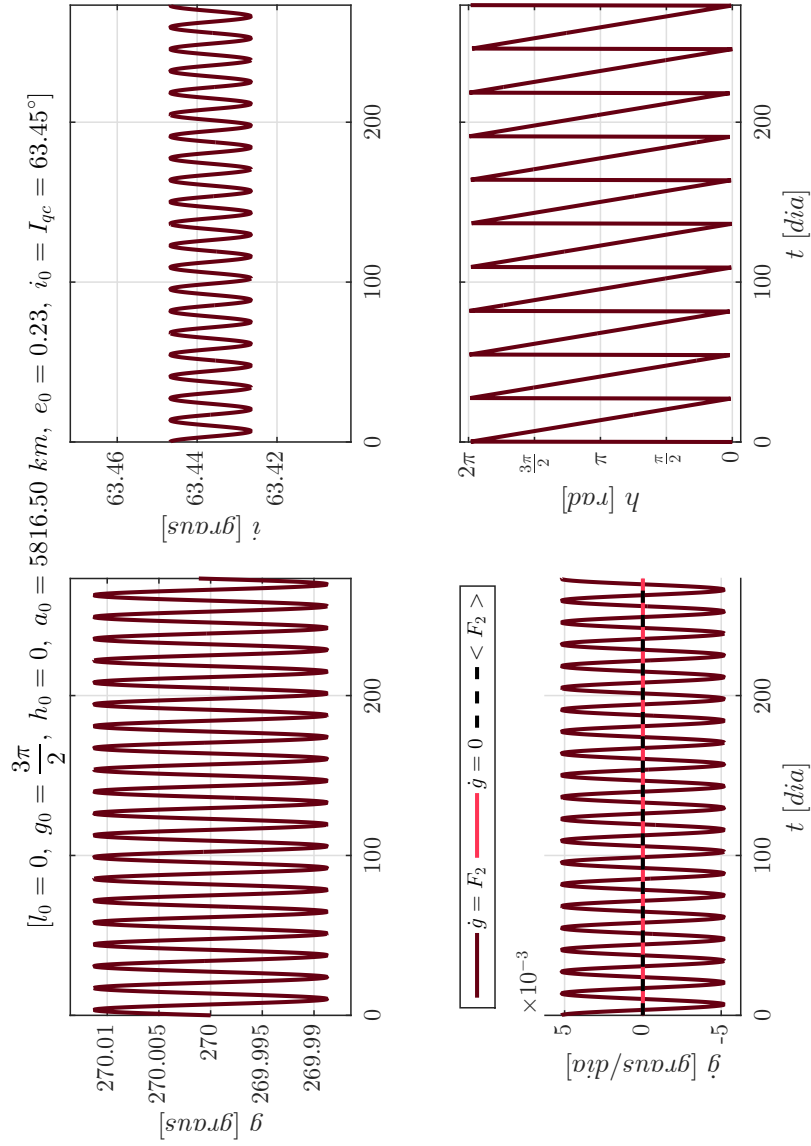
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.15 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 3178.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$, $i_0 = I_{qc} = 116.68^\circ$.



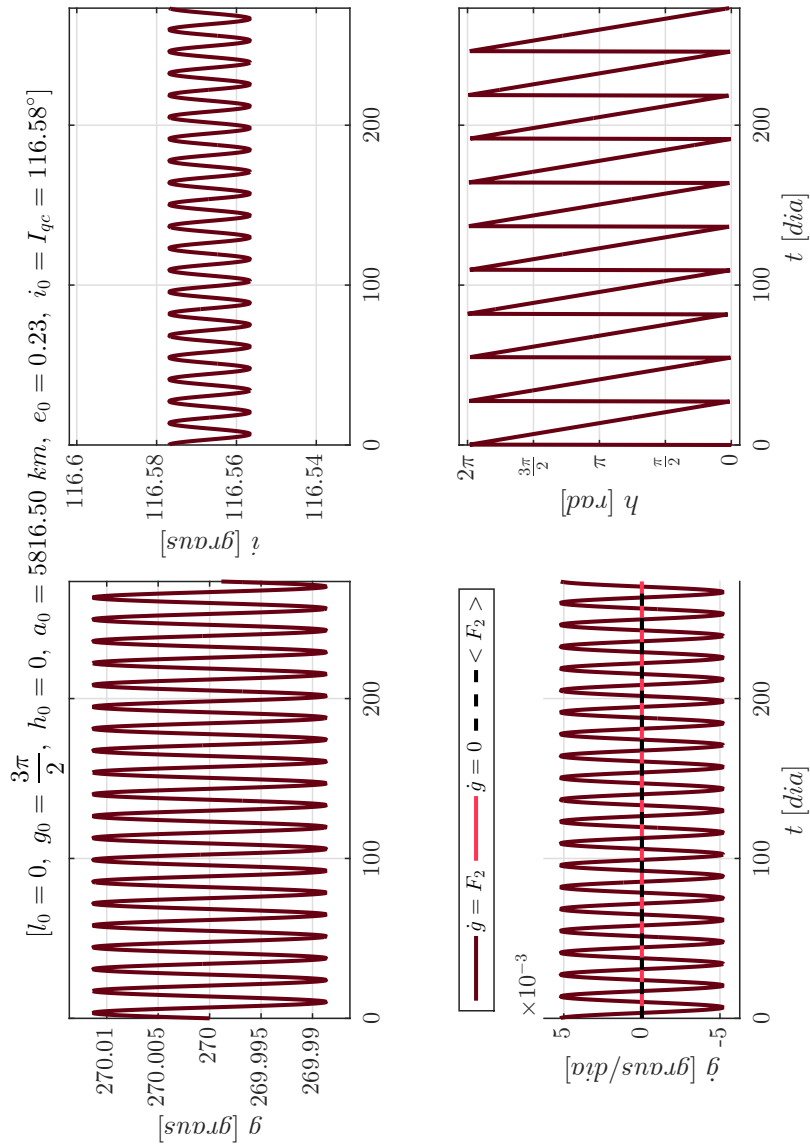
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.16 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5816.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



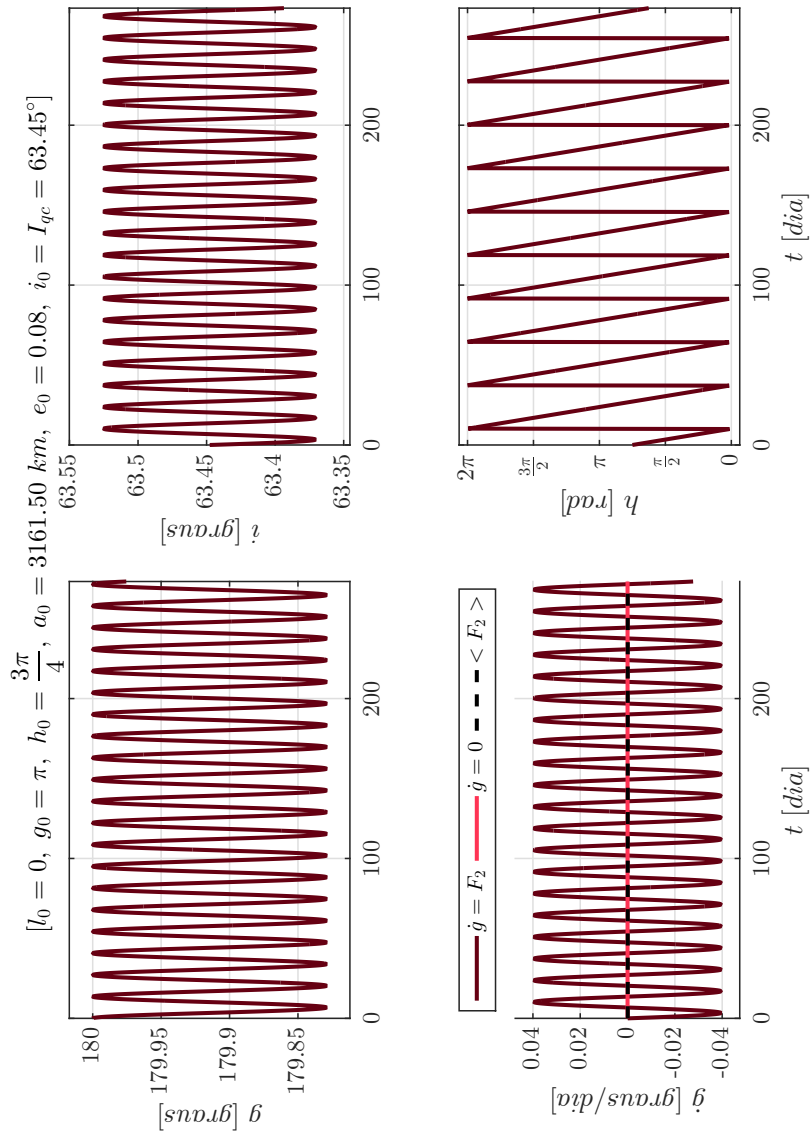
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.17 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5816.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



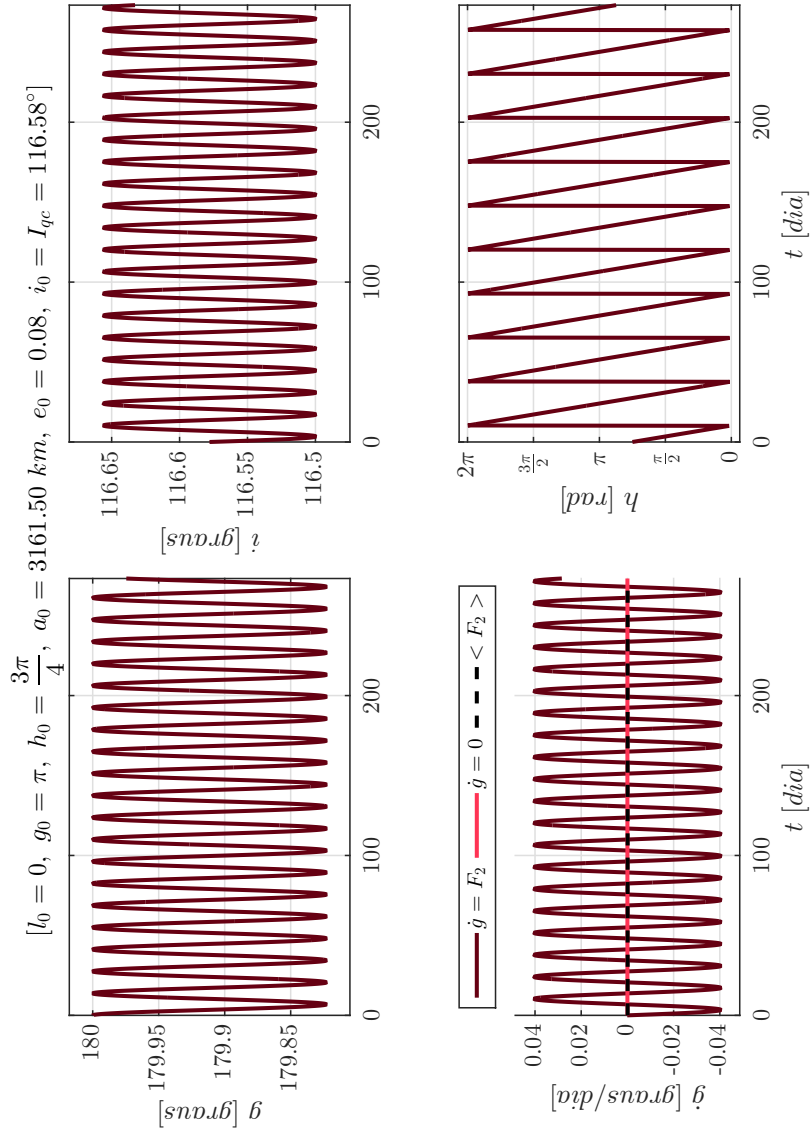
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.18 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3161.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



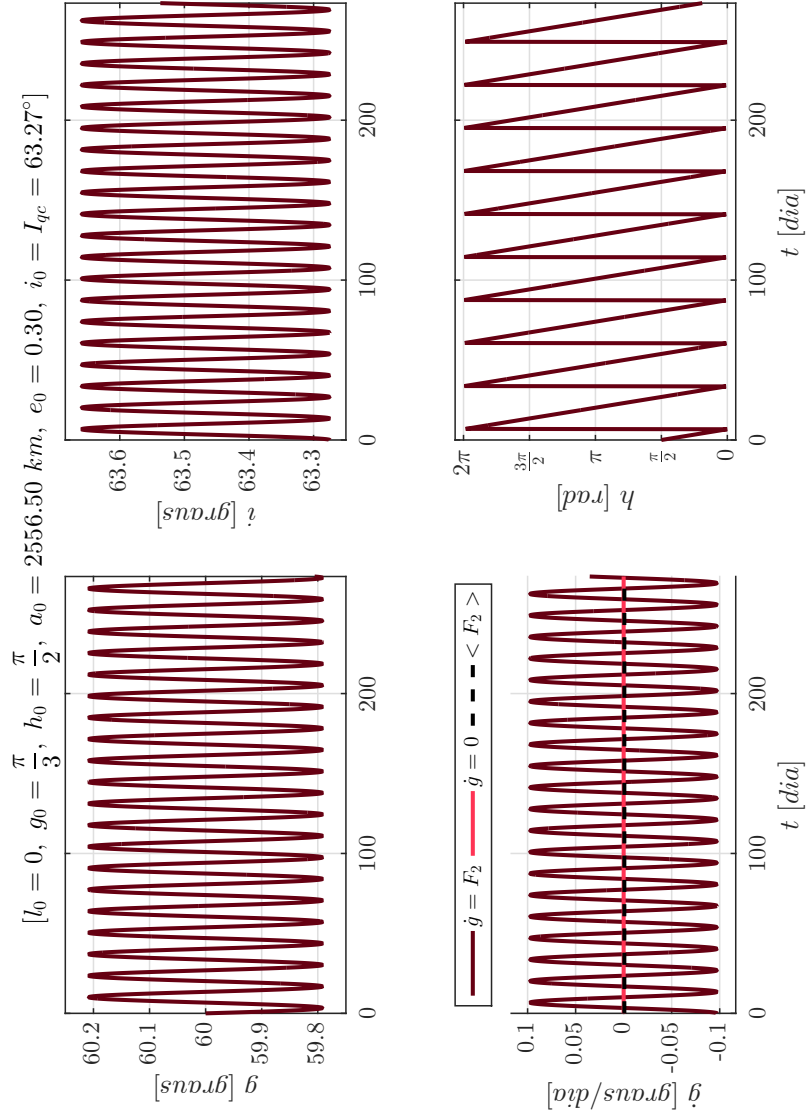
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.19 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3161.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



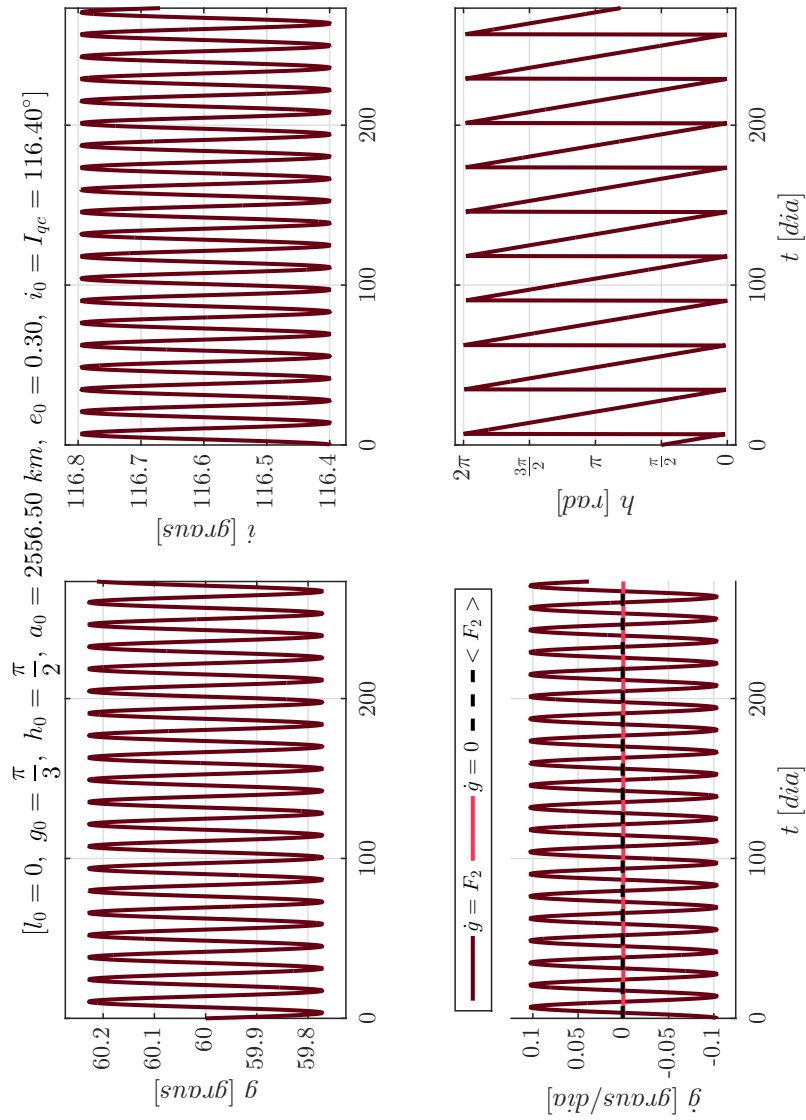
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.20 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2556.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 63.27^\circ$.



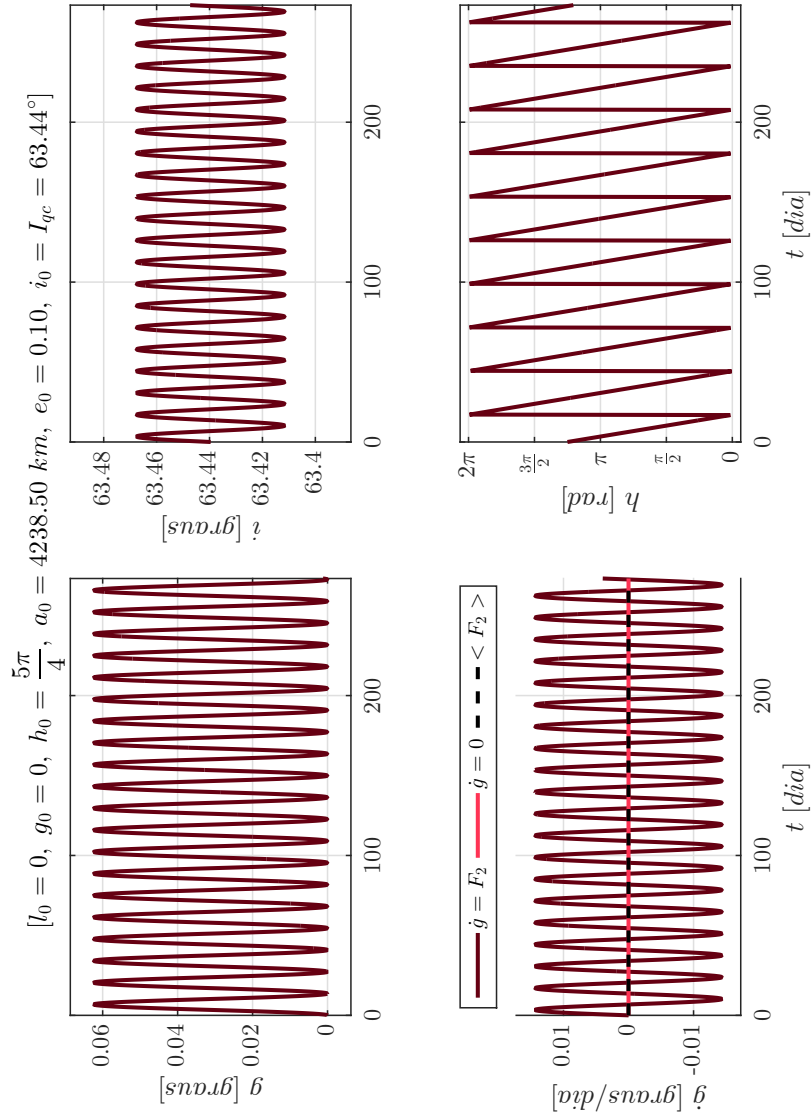
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.21 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2556.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 116.40^\circ$.



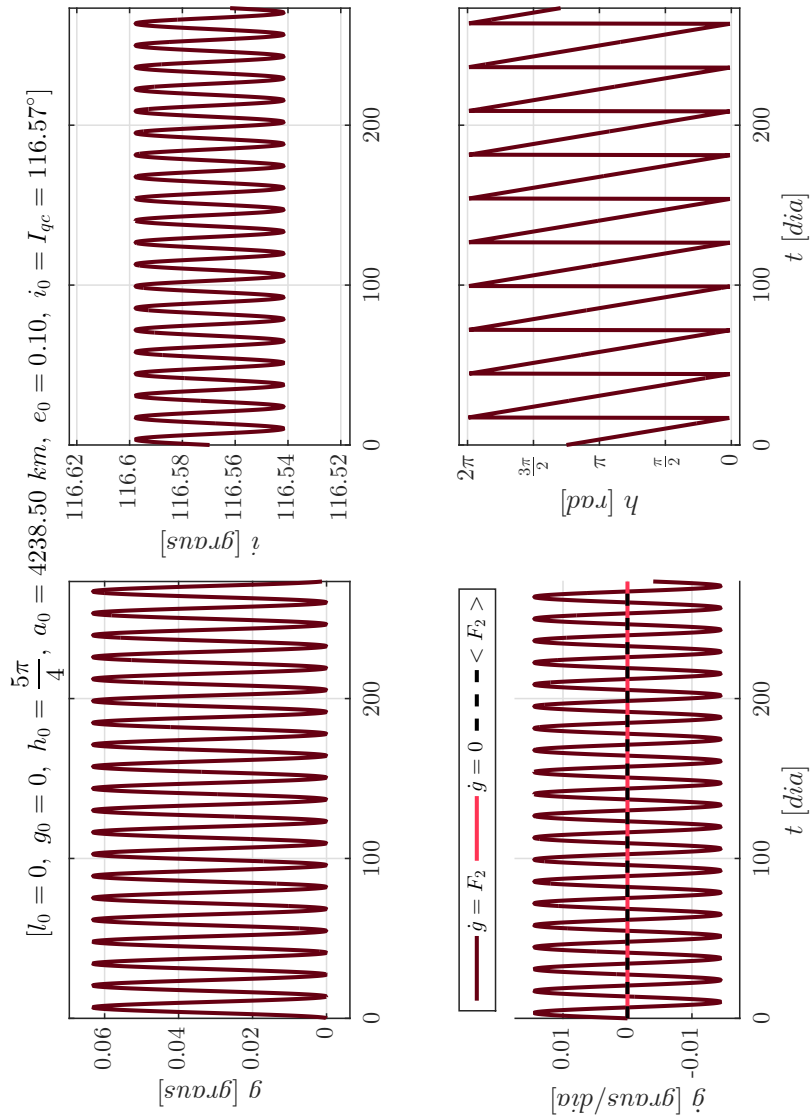
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.22 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4238.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.23 - Sistema 1. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4238.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.

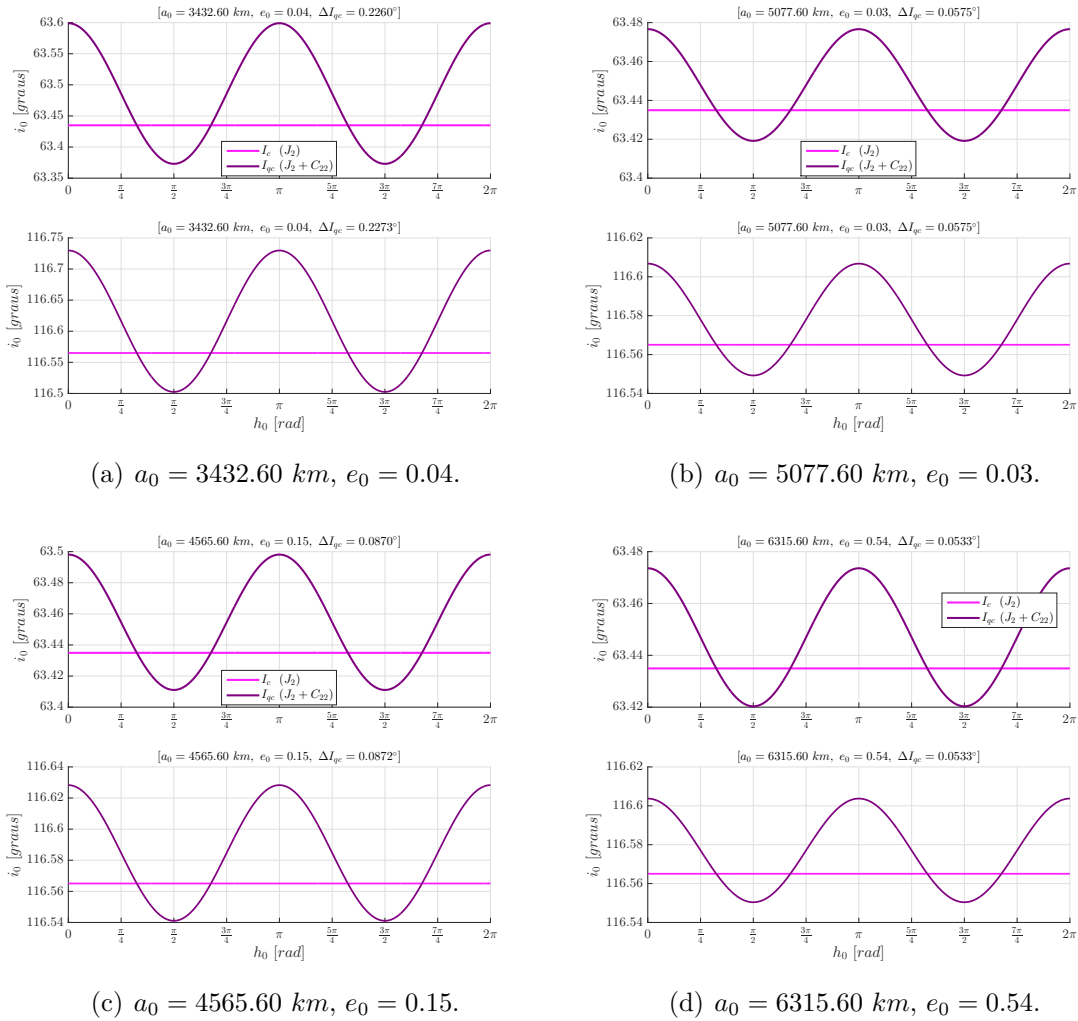


Fonte: Produção do autor.

5.1.2 Sistema 2: satélite artificial orbitando Io

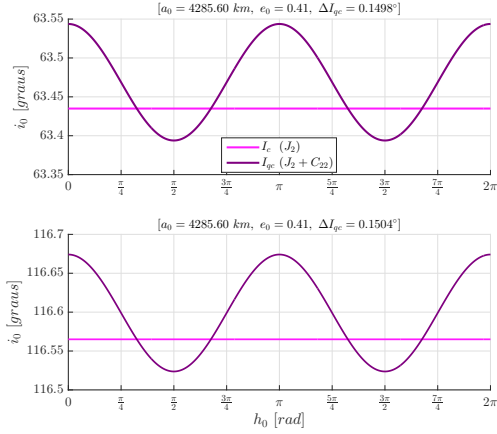
As Figuras 5.24(a)-5.24(d) e 5.25(a)-5.25(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas pelas Equações (4.68) e (4.69), na Subseção 4.5.3, *vide* Figura 4.6(b), para o caso de um veículo espacial ao redor de Io. A título de comparação, a inclinação crítica clássica I_c , que é constante e independente de a_0 , e_0 e h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.24(a)-5.24(d) e 5.25(a)-5.25(f), para os casos direto (63.43°) e retrógrado (116.57°), respectivamente.

Figura 5.24 - Sistema 2. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.

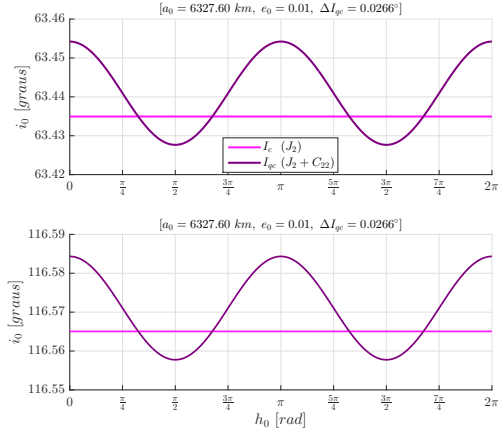


Fonte: Produção do autor.

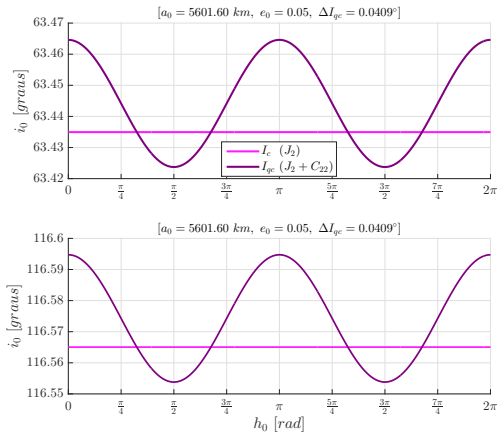
Figura 5.25 - Sistema 2 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.



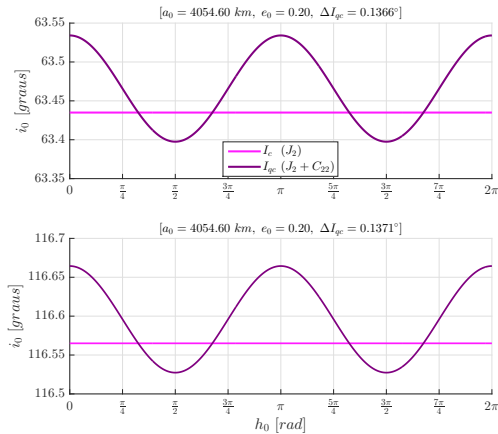
(a) $a_0 = 4285.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.41$.



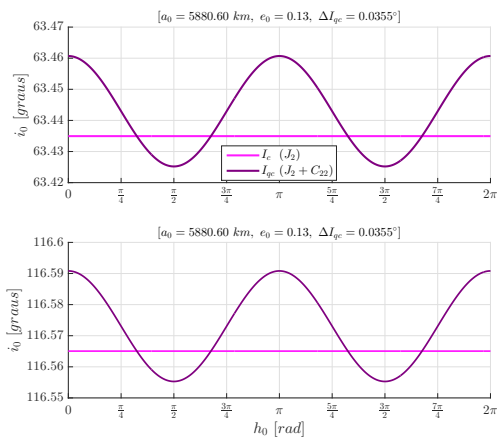
(b) $a_0 = 6327.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$.



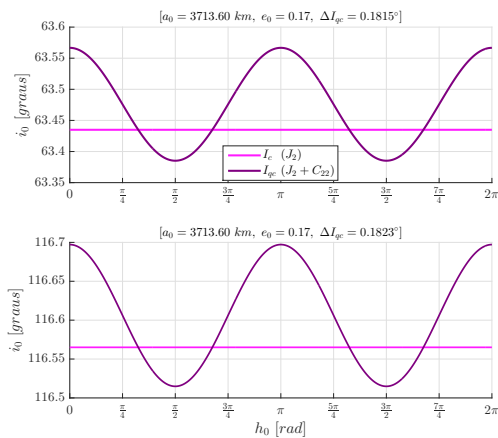
(c) $a_0 = 5601.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$.



(d) $a_0 = 4054.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$.



(e) $a_0 = 5880.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$.



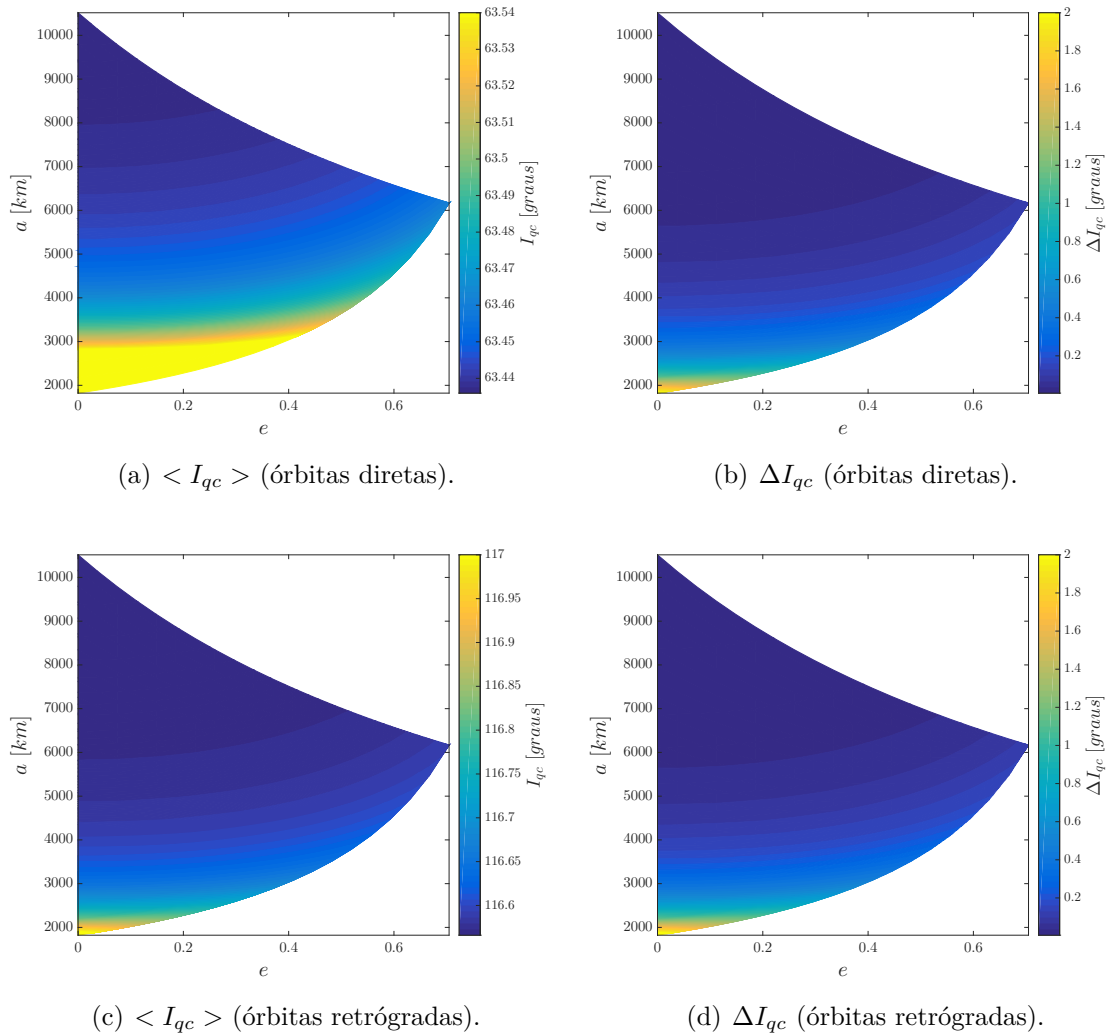
(f) $a_0 = 3713.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$.

Fonte: Produção do autor.

As Figuras 5.26(a) e 5.26(c) exibem as inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, diretas e retrógradas, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.6(b). As Figuras 5.26(b) e 5.26(d) mostram o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas.

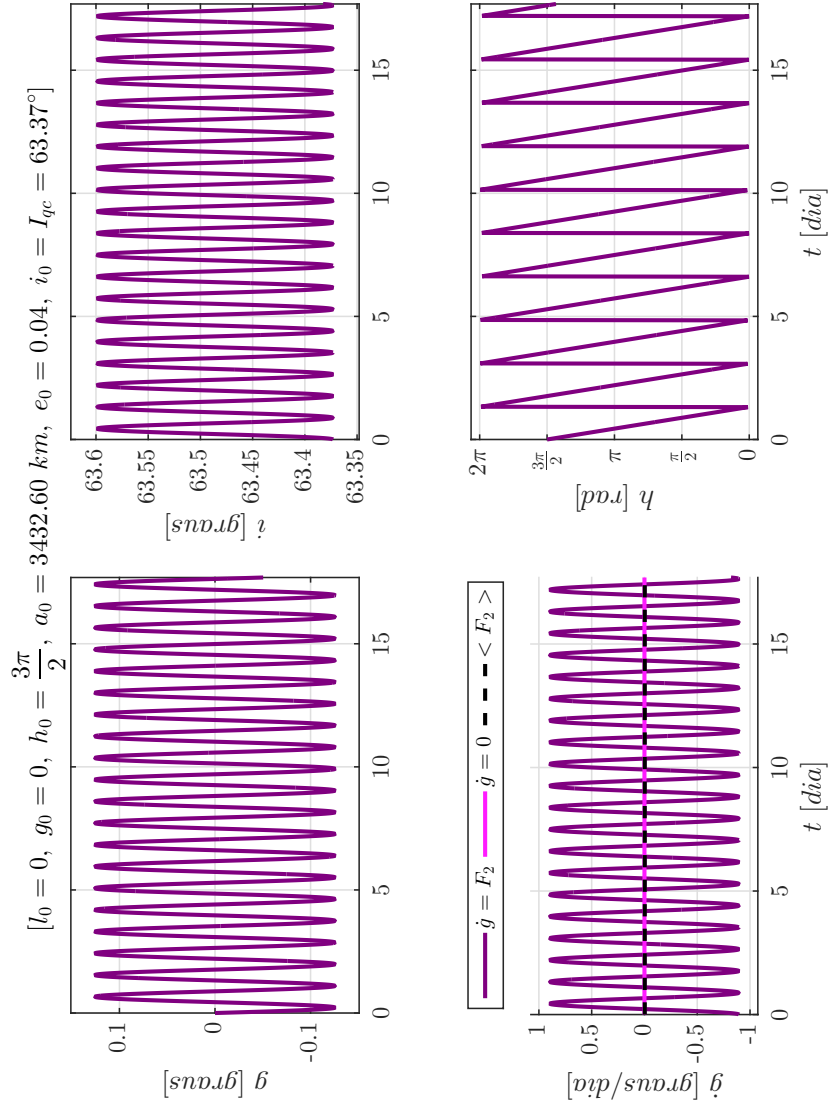
As Figuras 5.27-5.46 mostram as soluções obtidas pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.24(a)-5.24(d) e 5.25(a)-5.25(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente, para os casos direto e retrógrado, respectivamente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.26 - Sistema 2. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



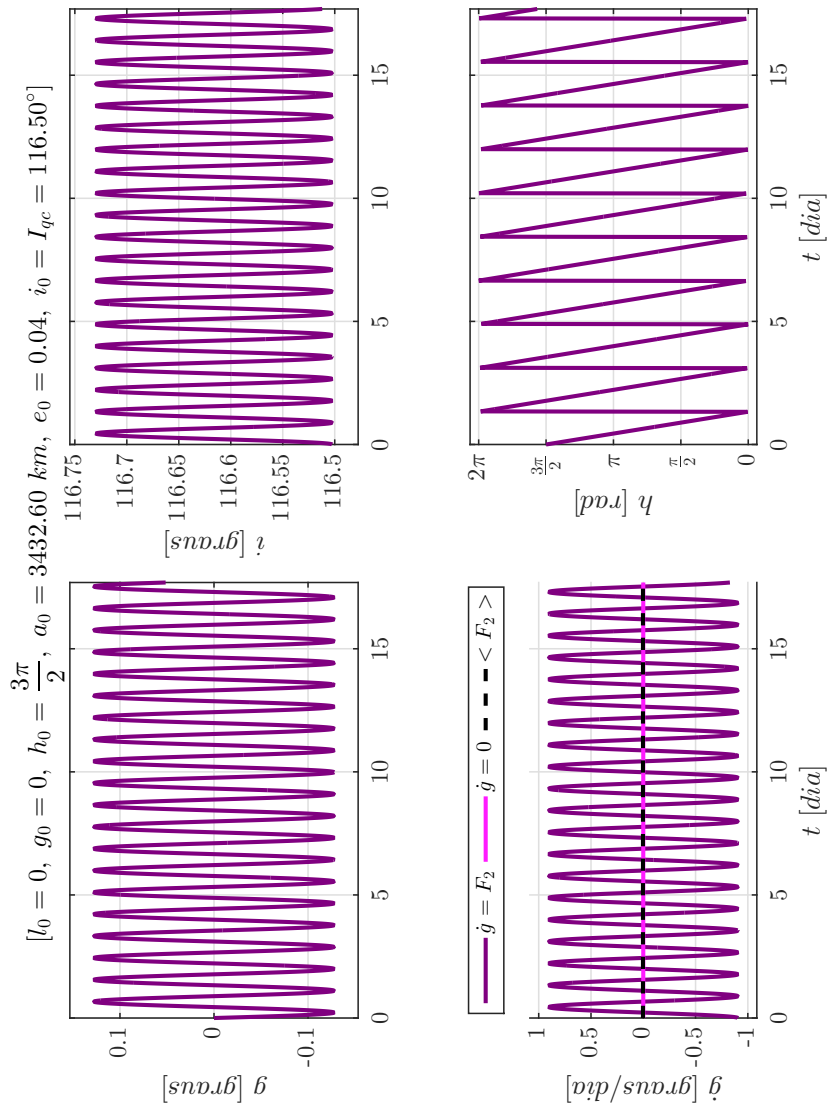
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.27 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3432.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qc} = 63.37^\circ$.



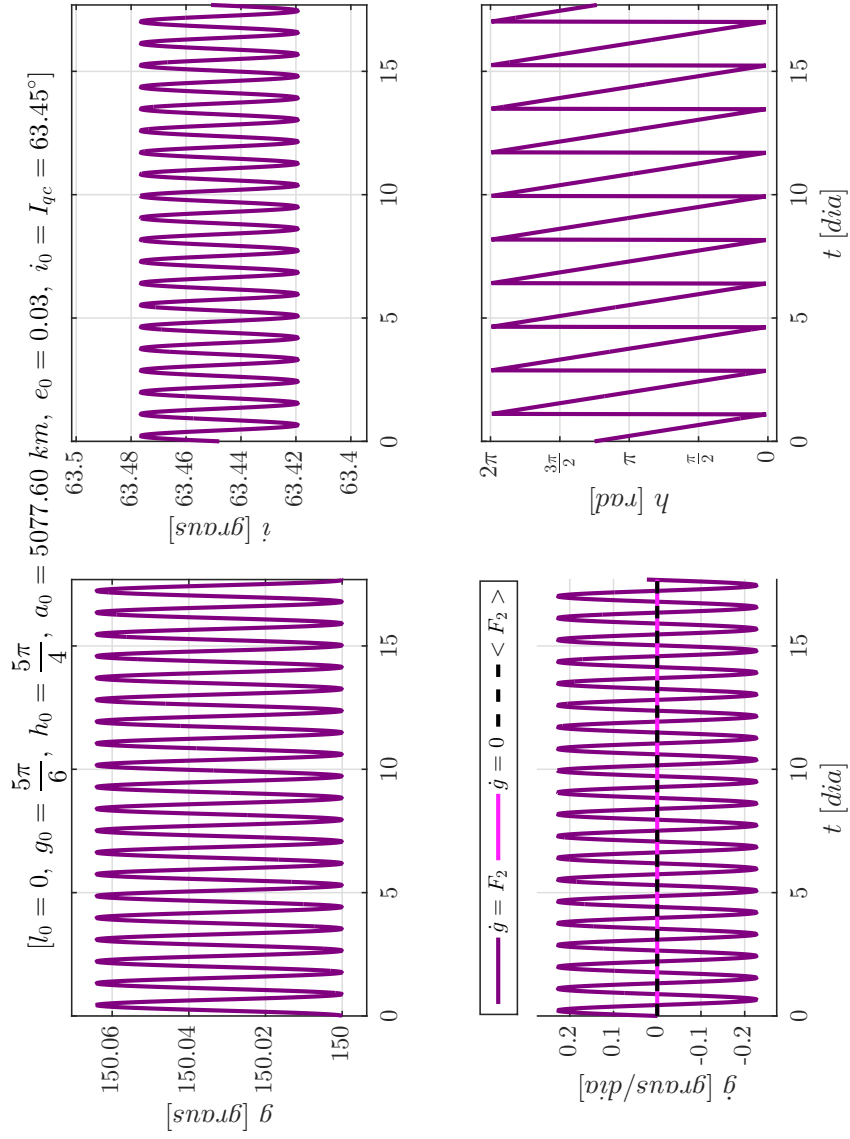
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.28 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3432.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qc} = 116.50^\circ$.



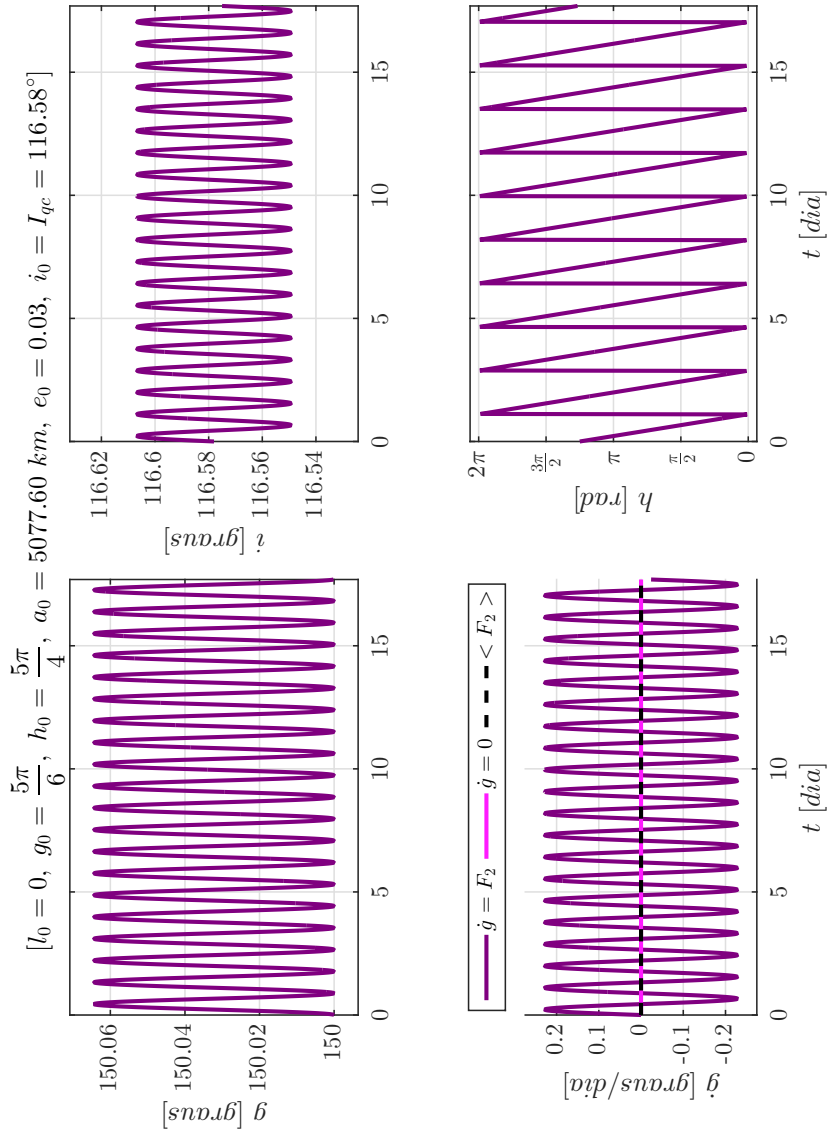
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.29 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5077.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



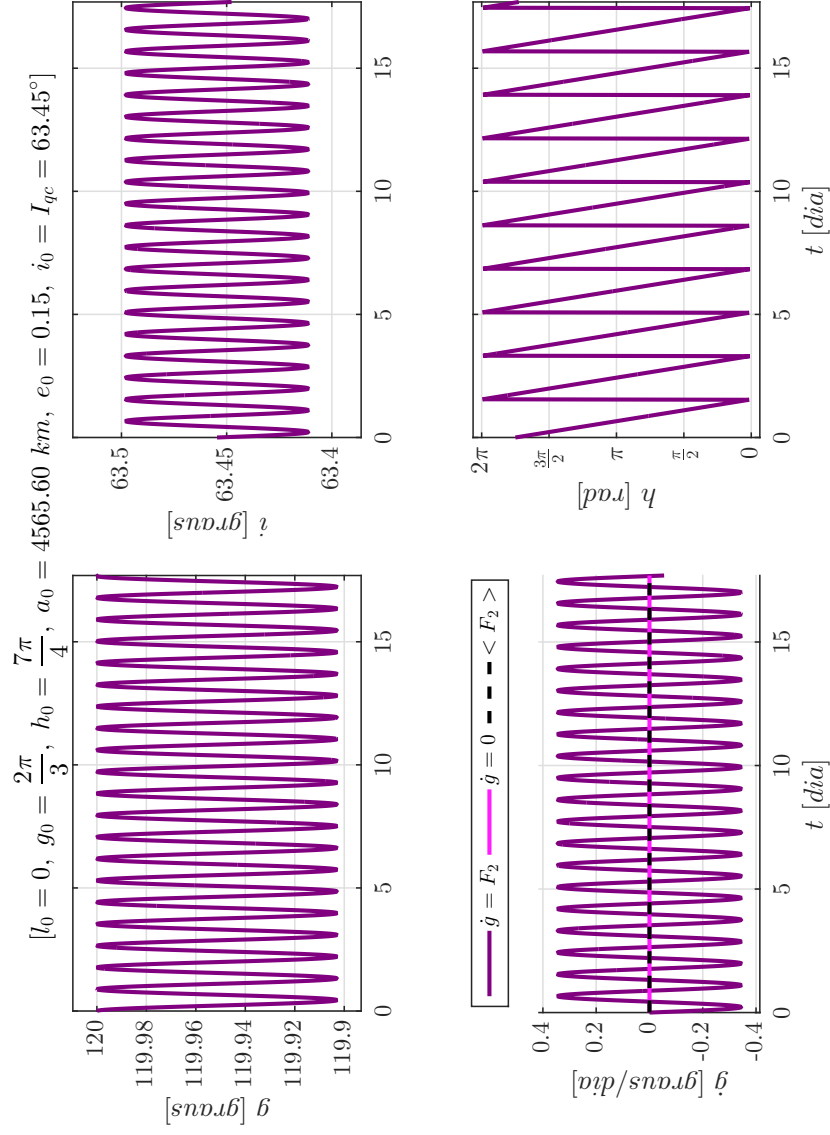
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.30 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5077.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



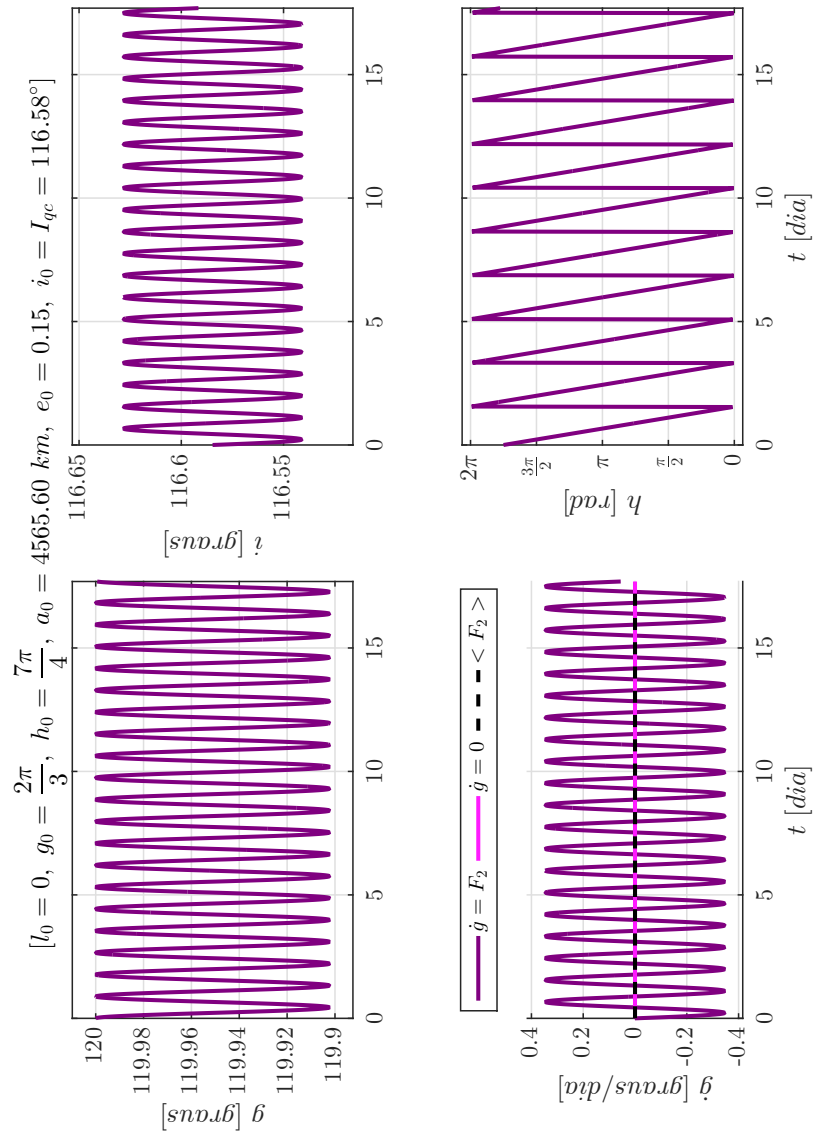
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.31 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4565.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



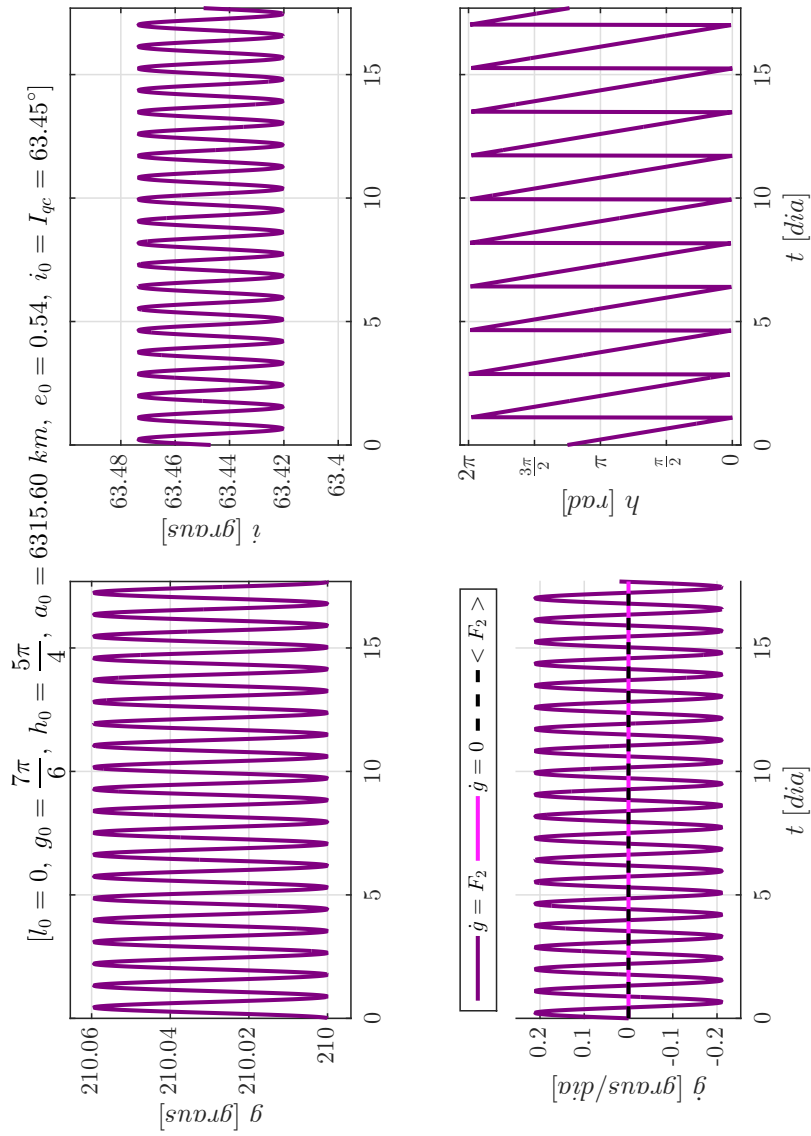
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.32 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4565.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



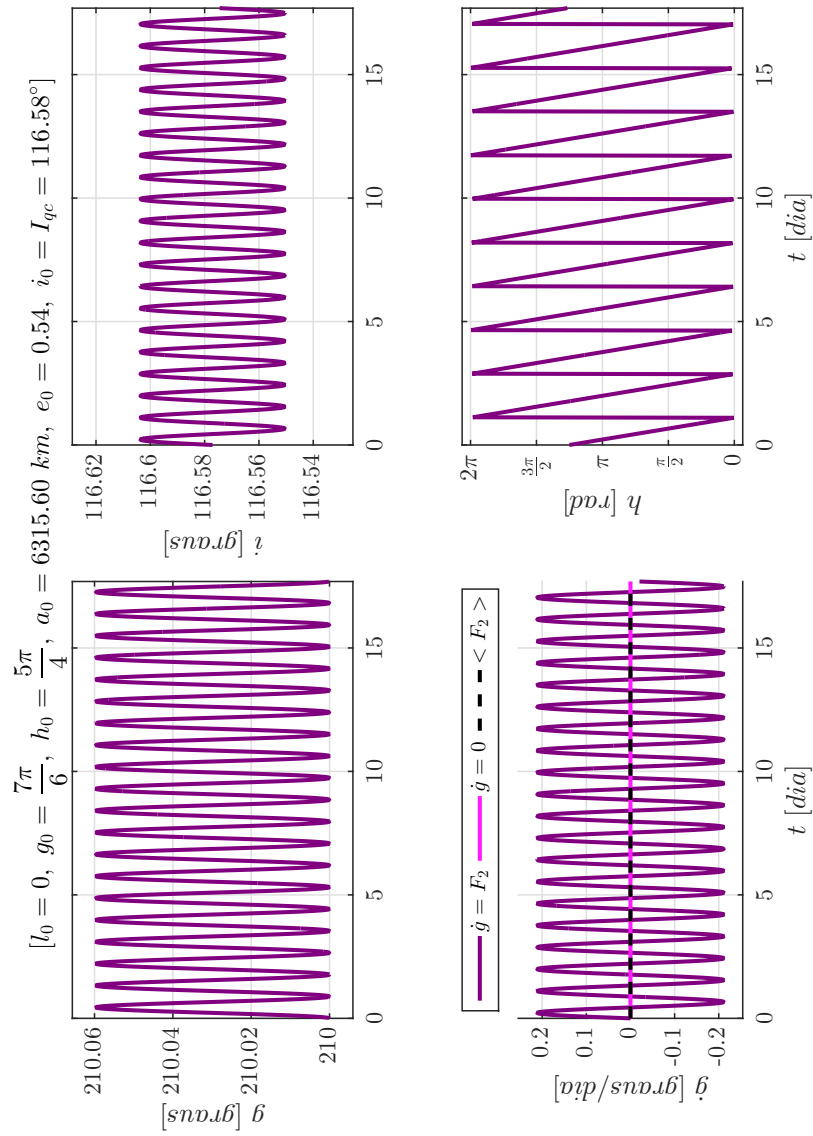
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.33 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 6315.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



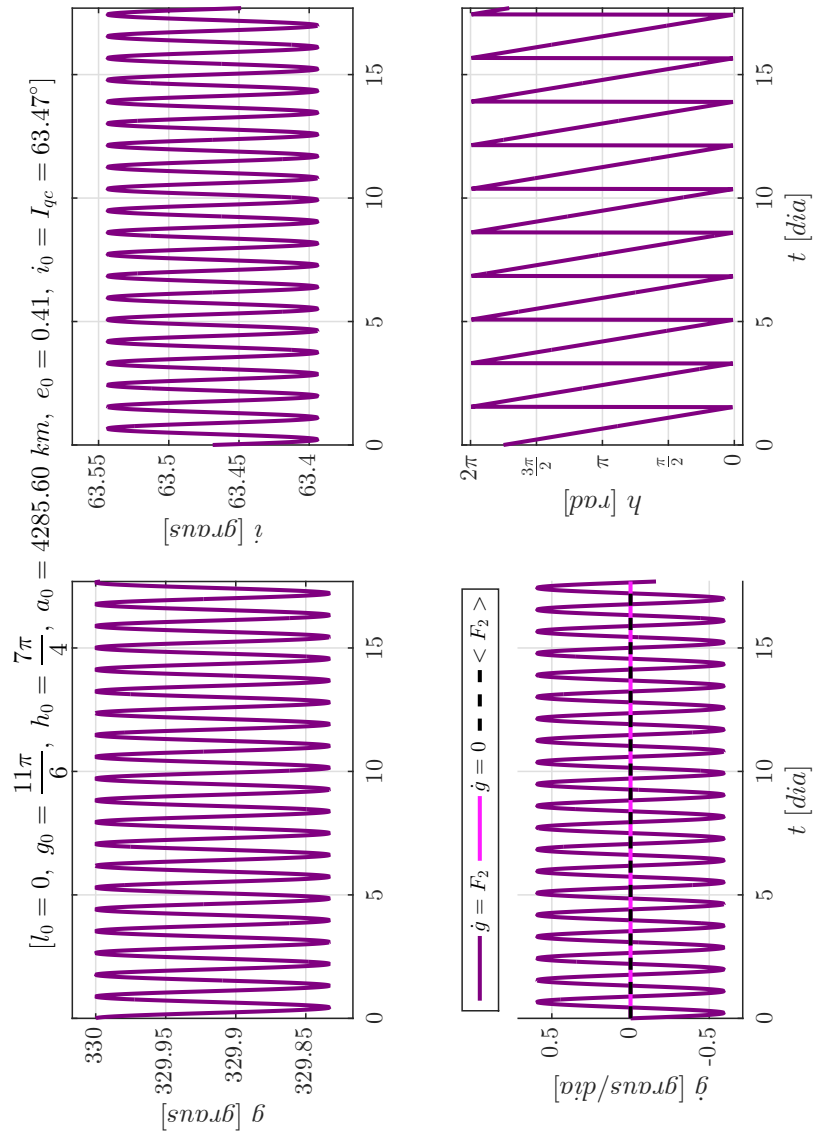
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.34 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 6315.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.54$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



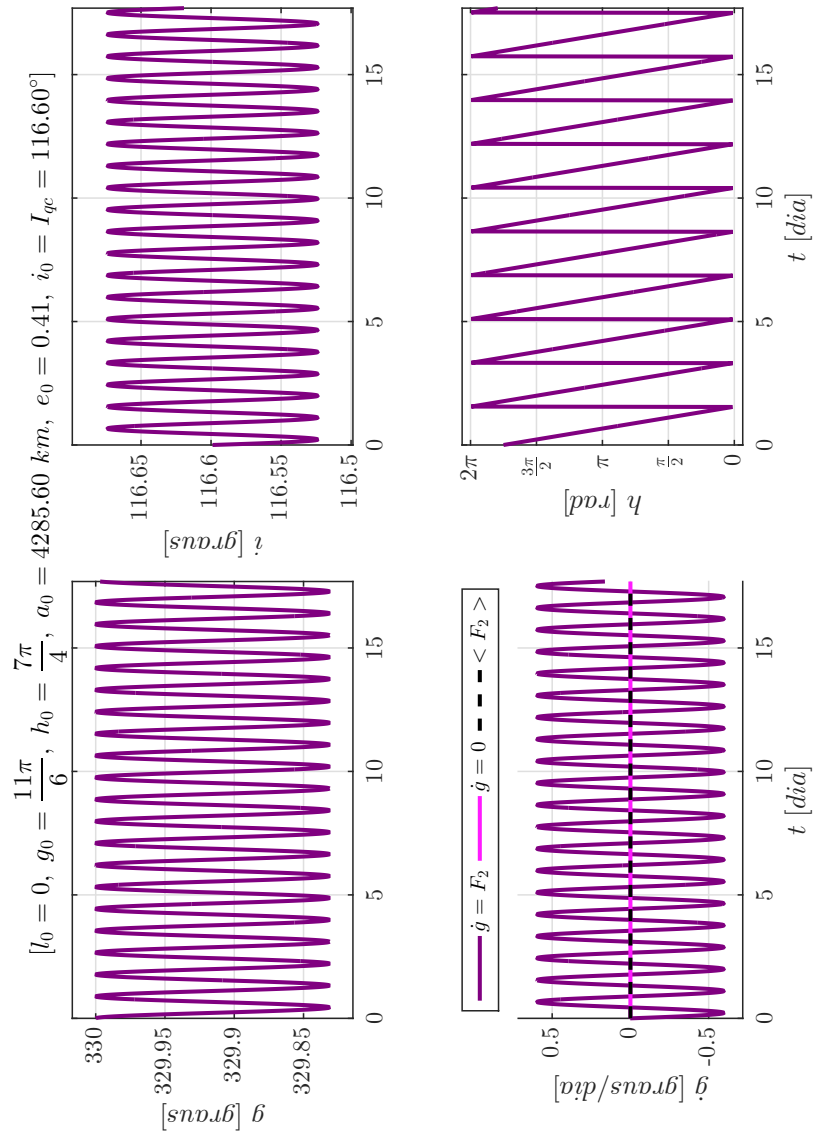
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.35 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4285.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.41$, $i_0 = I_{qc} = 63.47^\circ$.



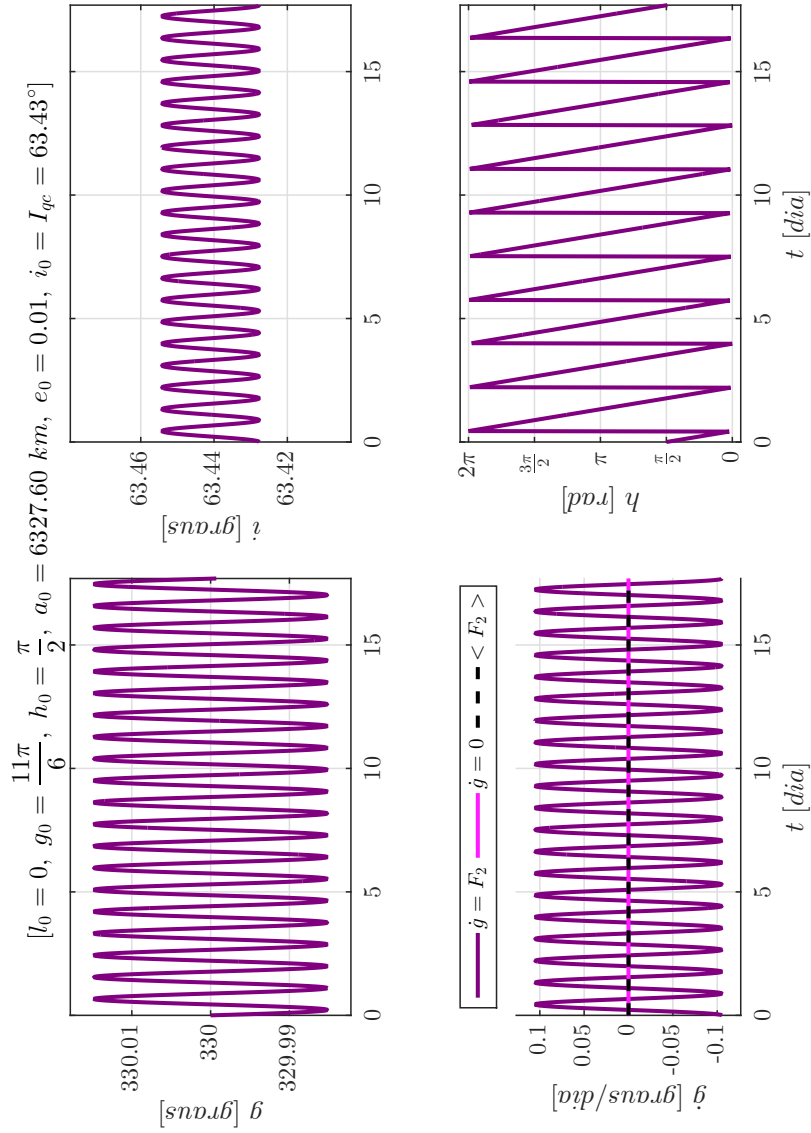
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.36 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 4285.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.41$, $i_0 = I_{qc} = 116.60^\circ$.



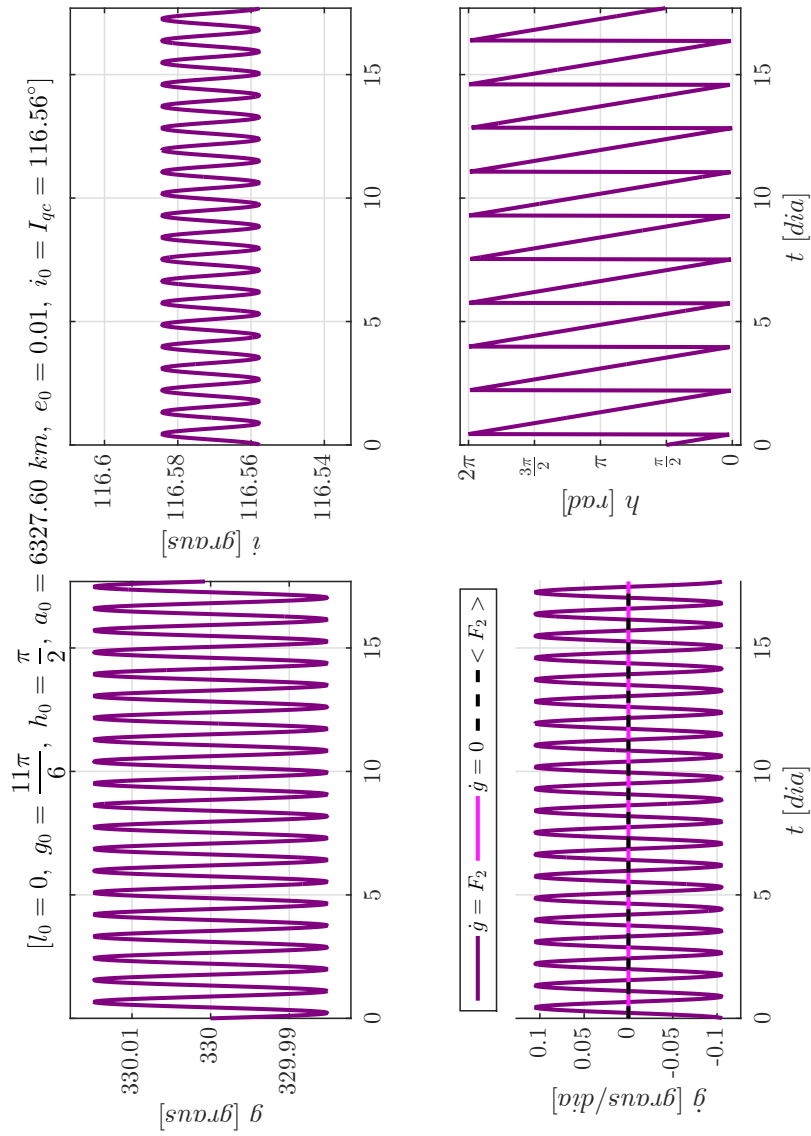
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.37 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6327.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$.



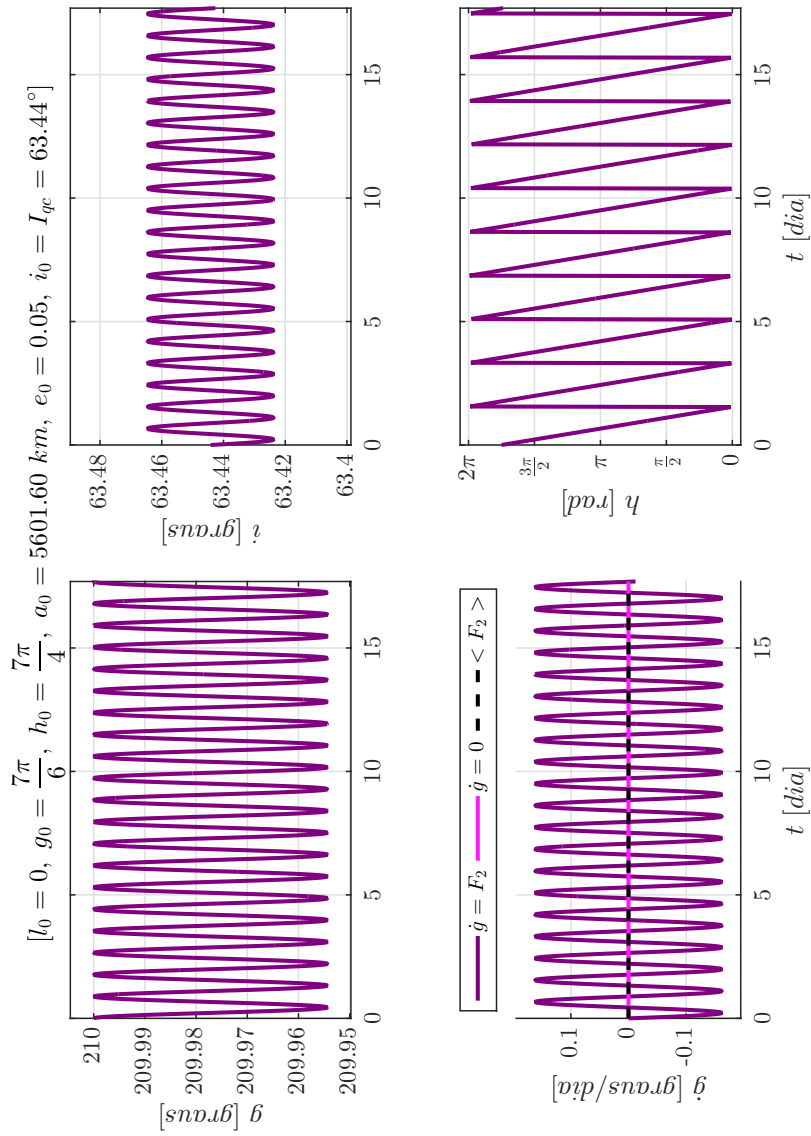
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.38 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6327.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



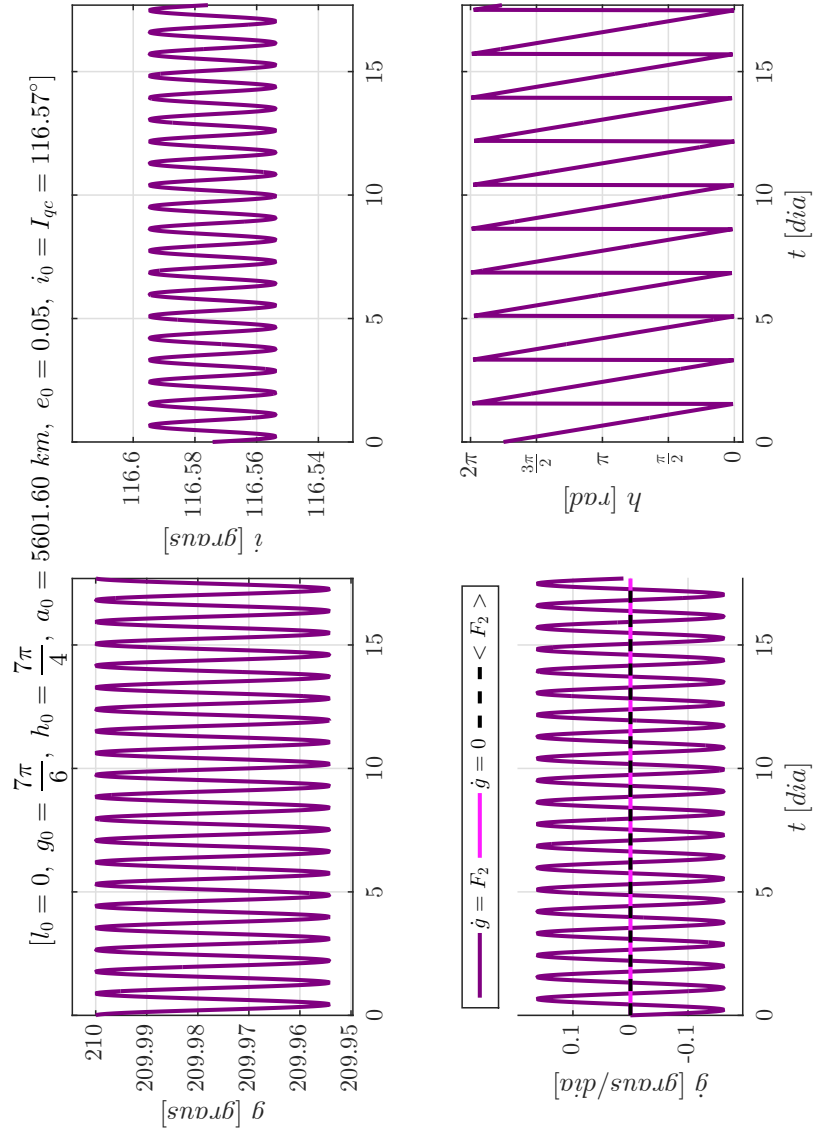
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.39 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5601.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



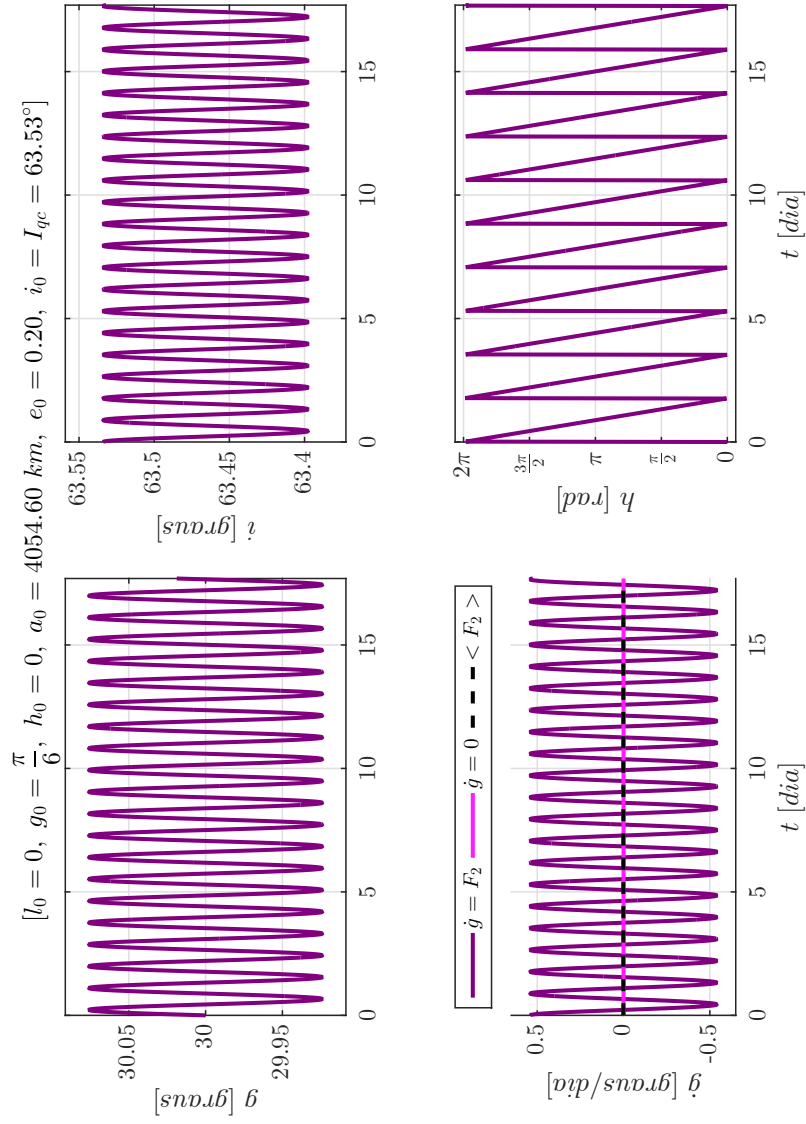
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.40 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5601.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



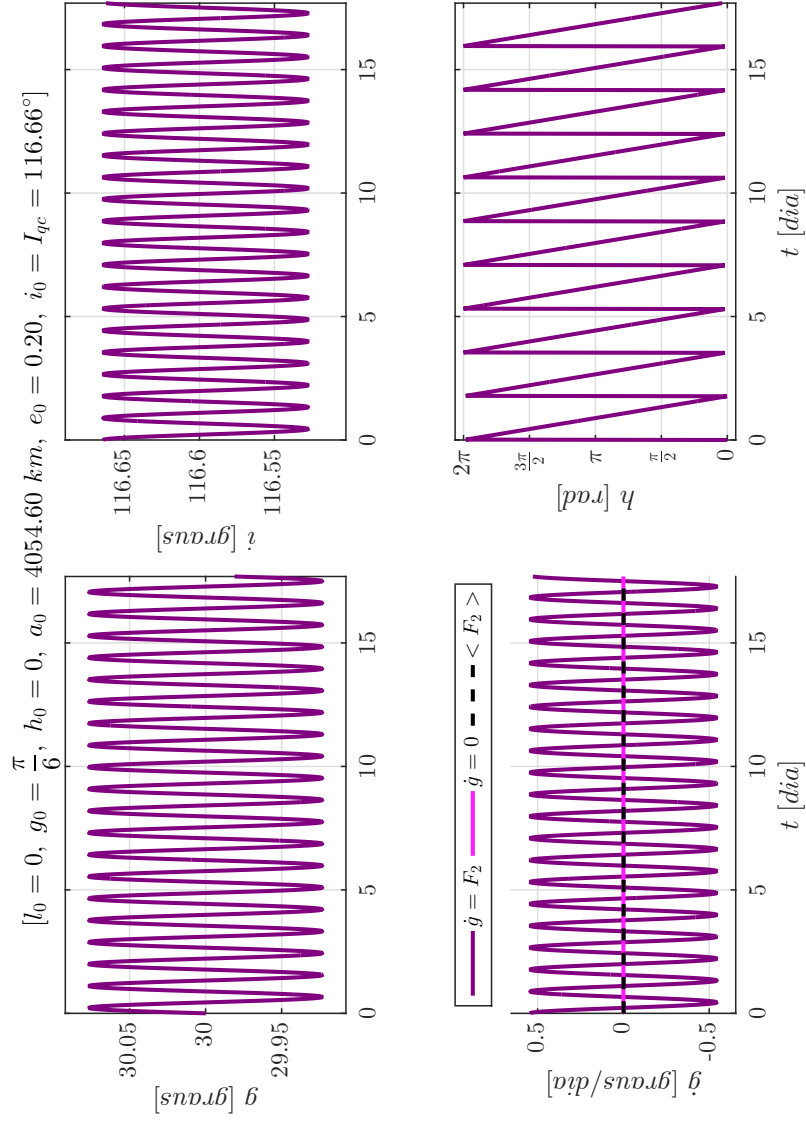
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.41 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 4054.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 63.53^\circ$.



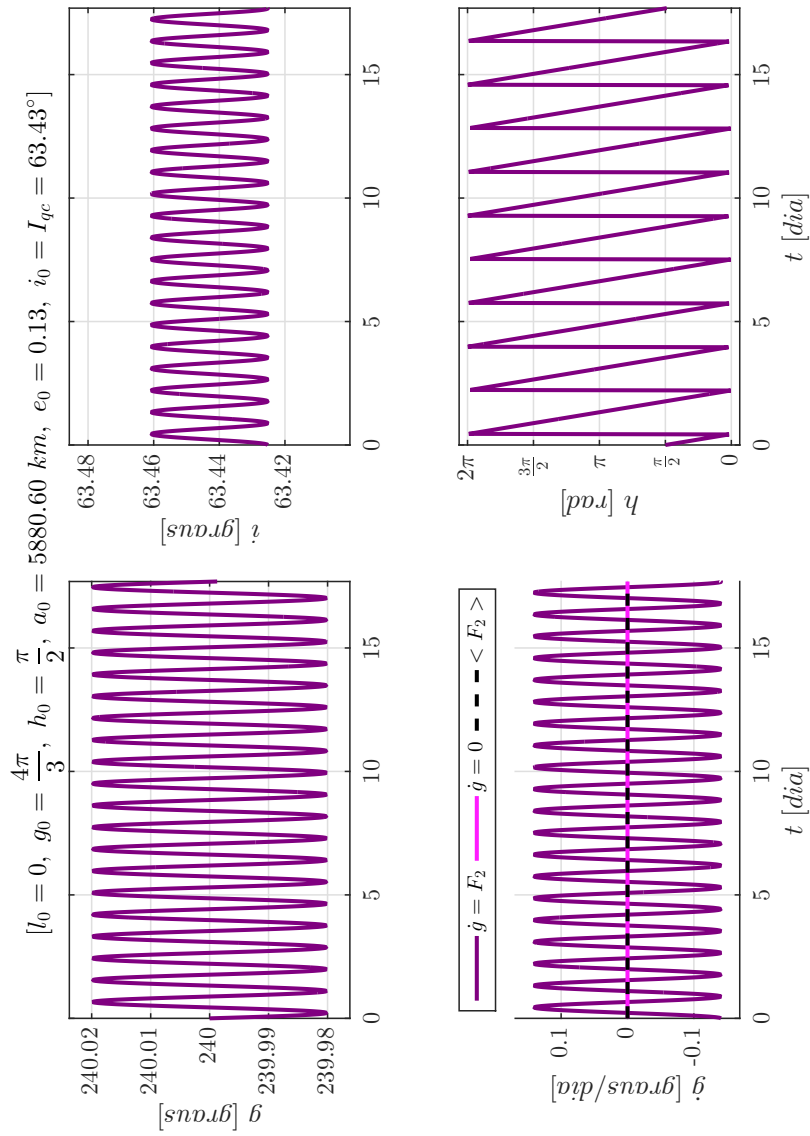
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.42 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 4054.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 116.66^\circ$.



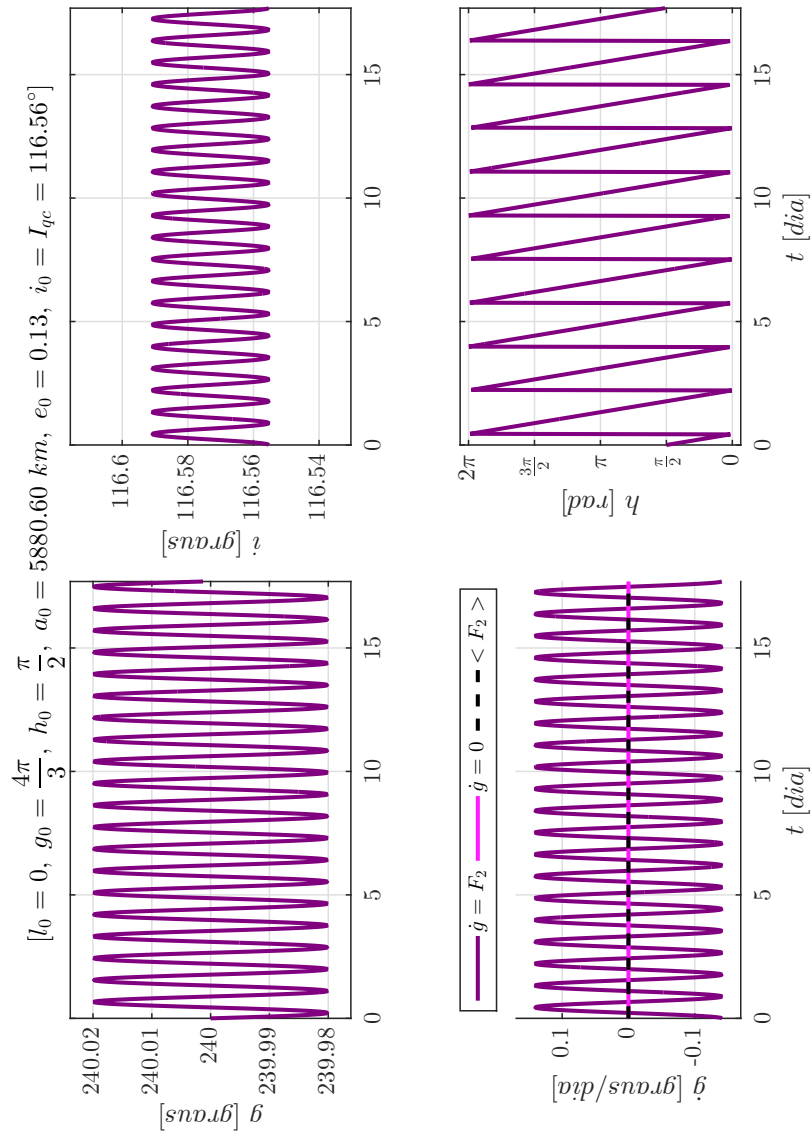
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.43 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5880.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$.



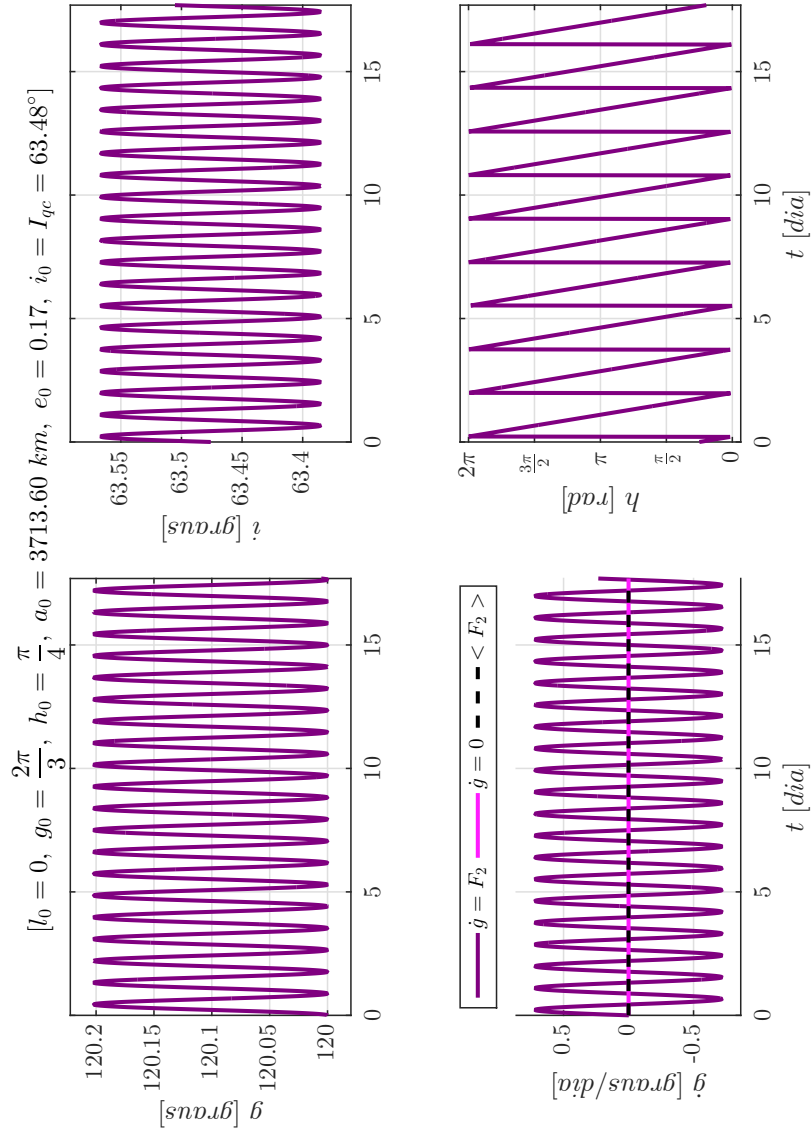
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.44 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5880.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



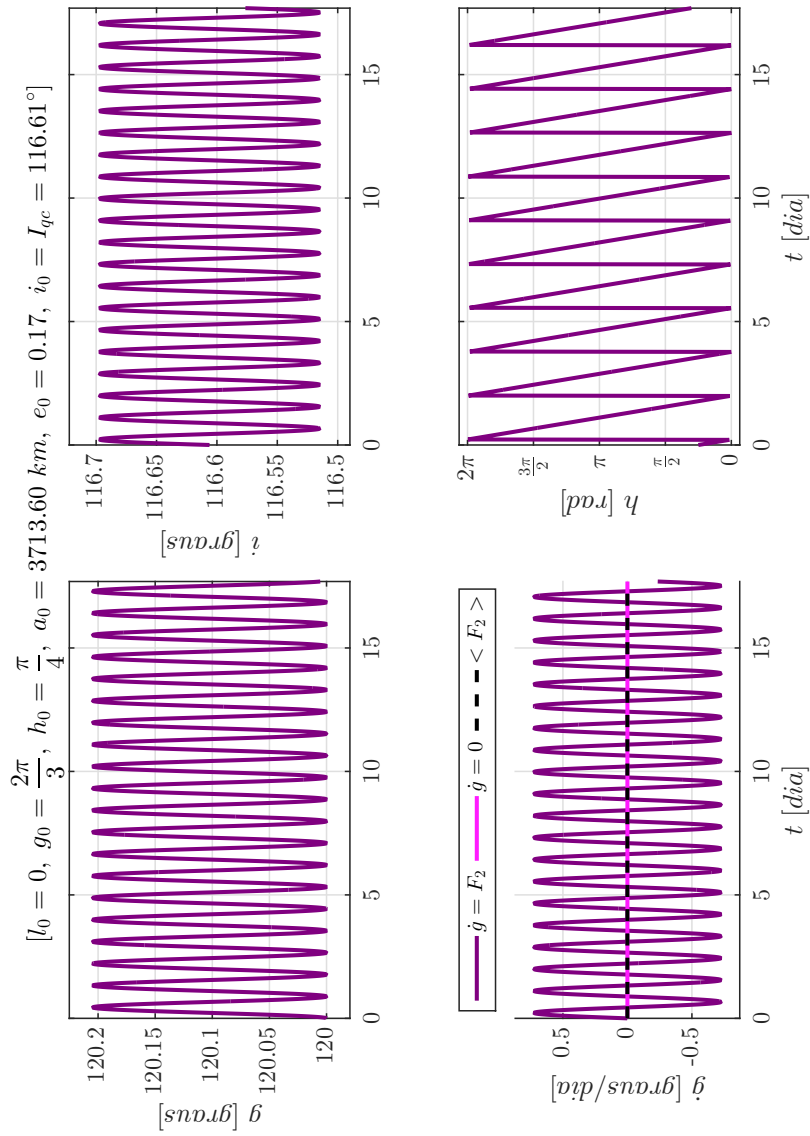
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.45 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3713.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 63.48^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.46 - Sistema 2. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3713.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 116.61^\circ$.

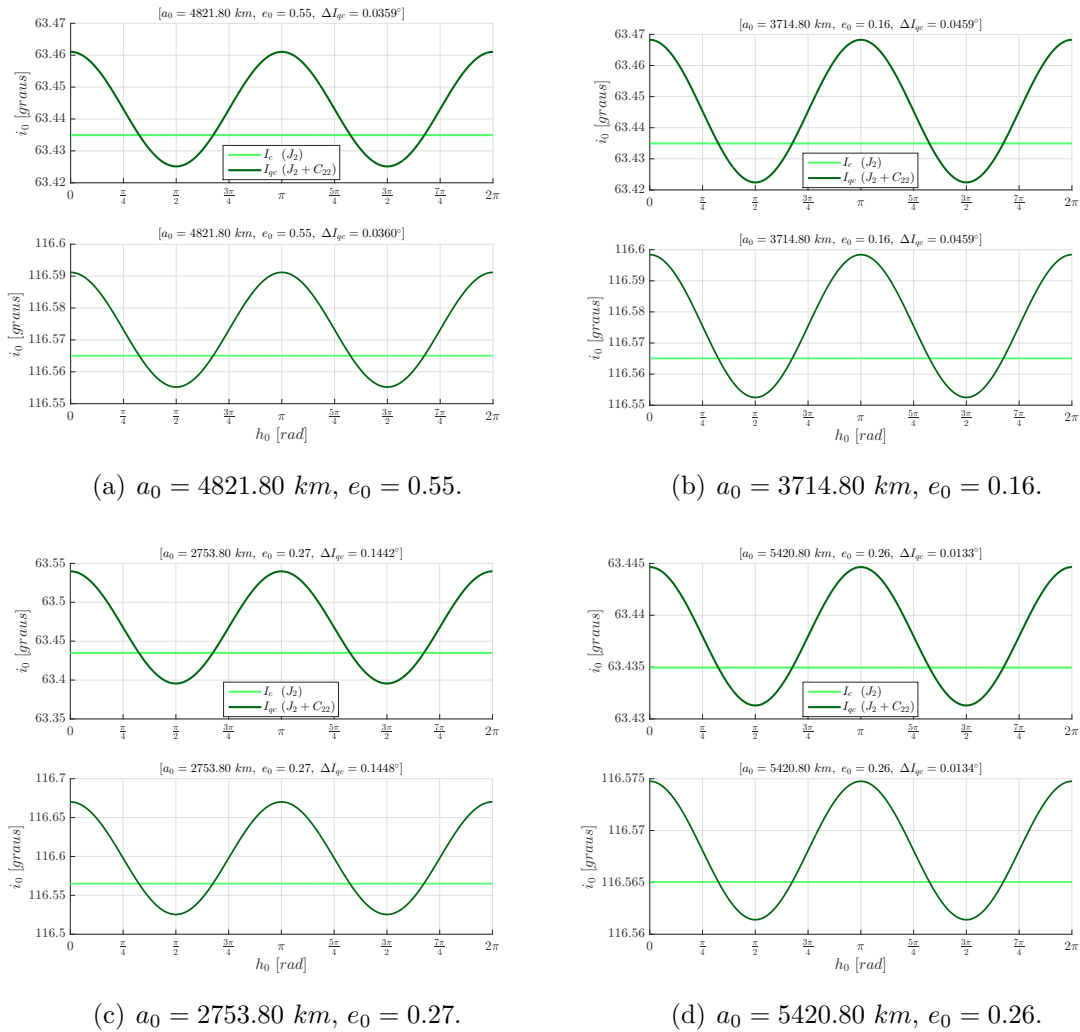


Fonte: Produção do autor.

5.1.3 Sistema 3: satélite artificial orbitando Europa

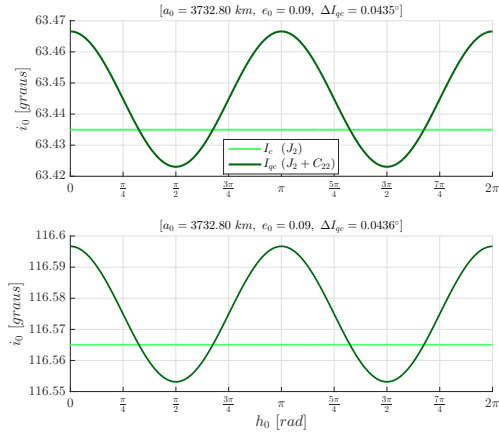
As Figuras 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas pelas Equações (4.68) e (4.69), na Subseção 4.5.3, *vide* Figura 4.6(c), para o caso de um veículo espacial ao redor de Europa. A título de comparação, a inclinação crítica clássica I_c , que é constante e independente de a_0 , e_0 e h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f), para os casos direto (63.43°) e retrógrado (116.57°), respectivamente.

Figura 5.47 - Sistema 3. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.

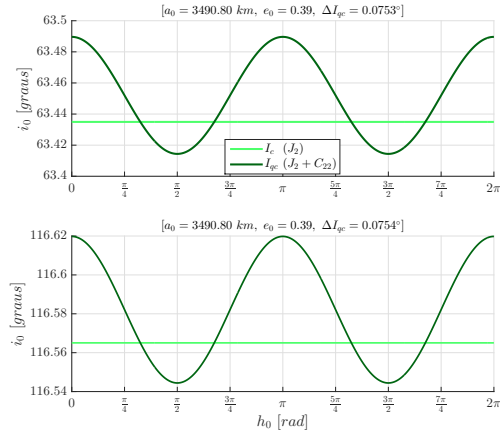


Fonte: Produção do autor.

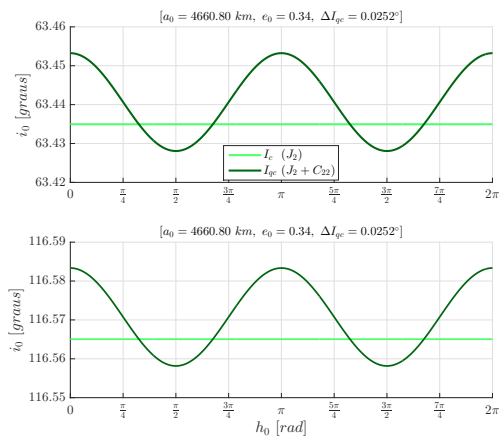
Figura 5.48 - Sistema 3 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.



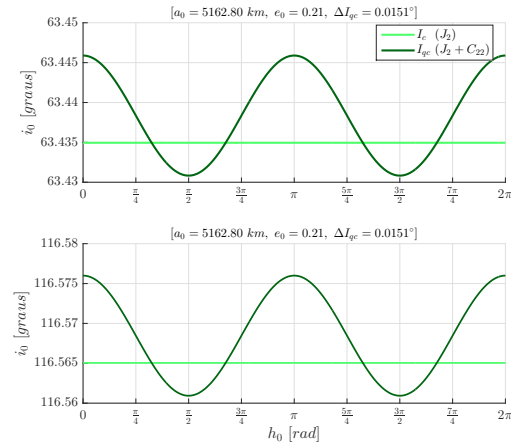
(a) $a_0 = 3732.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$.



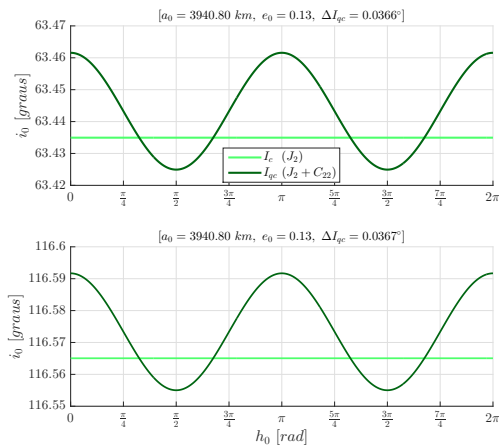
(b) $a_0 = 3490.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.39$.



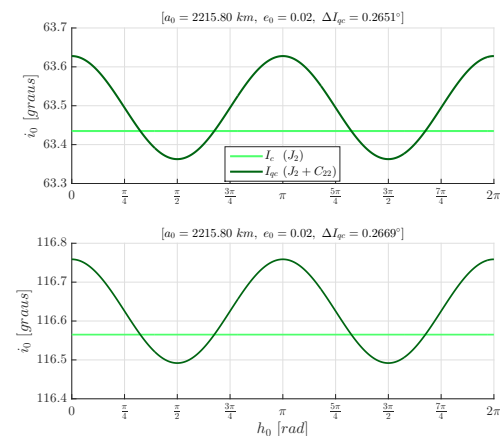
(c) $a_0 = 4660.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$.



(d) $a_0 = 5162.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$.



(e) $a_0 = 3940.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$.



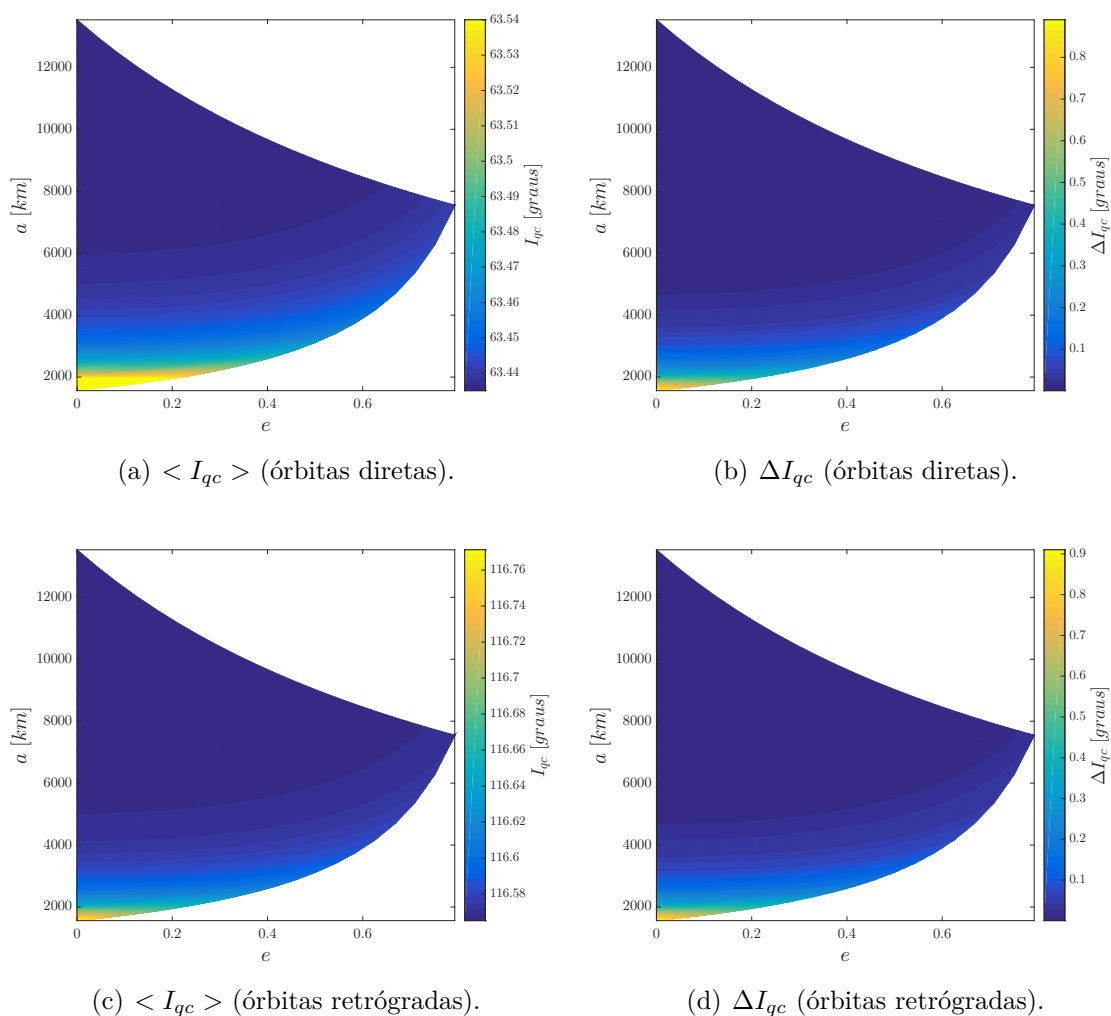
(f) $a_0 = 2215.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$.

Fonte: Produção do autor.

As Figuras 5.49(a) e 5.49(c) exibem as inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, diretas e retrógradas, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.6(c). As Figuras 5.49(b) e 5.49(d) mostram o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas.

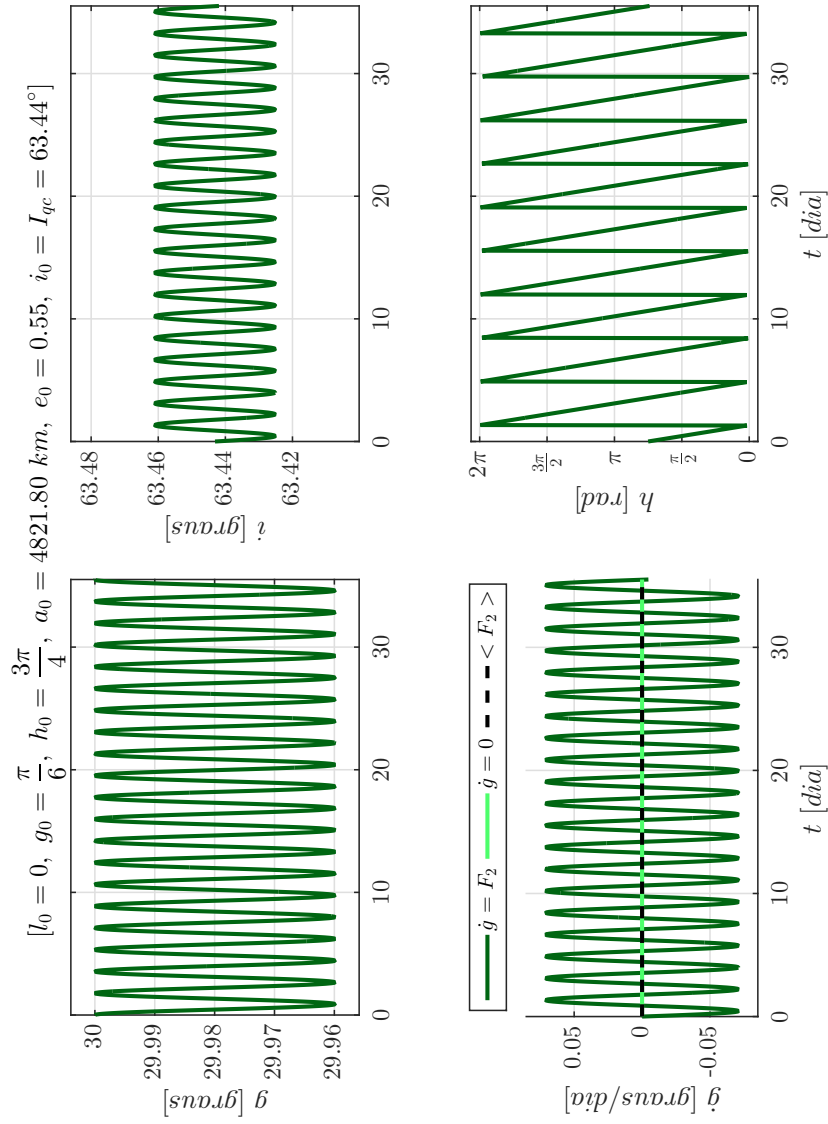
As Figuras 5.50-5.69 mostram as soluções obtidas pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente, para os casos direto e retrógrado, respectivamente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.49 - Sistema 3. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



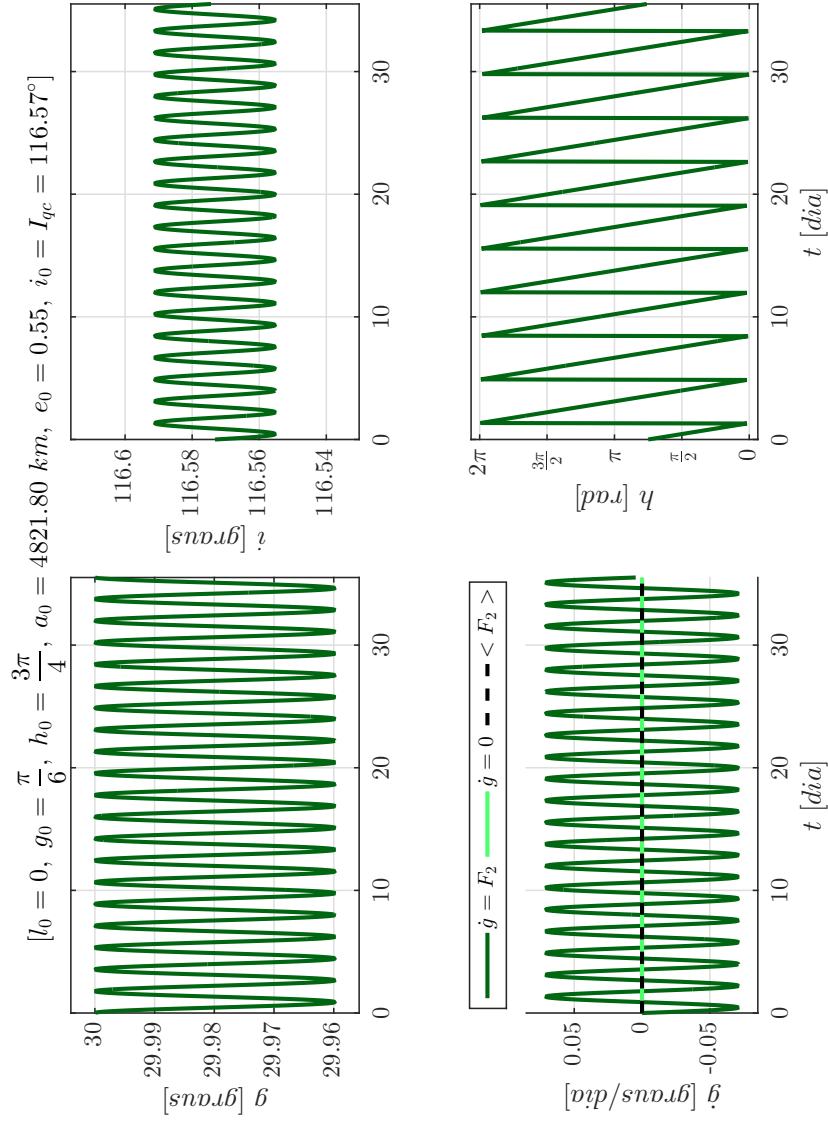
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.50 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4821.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.55$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



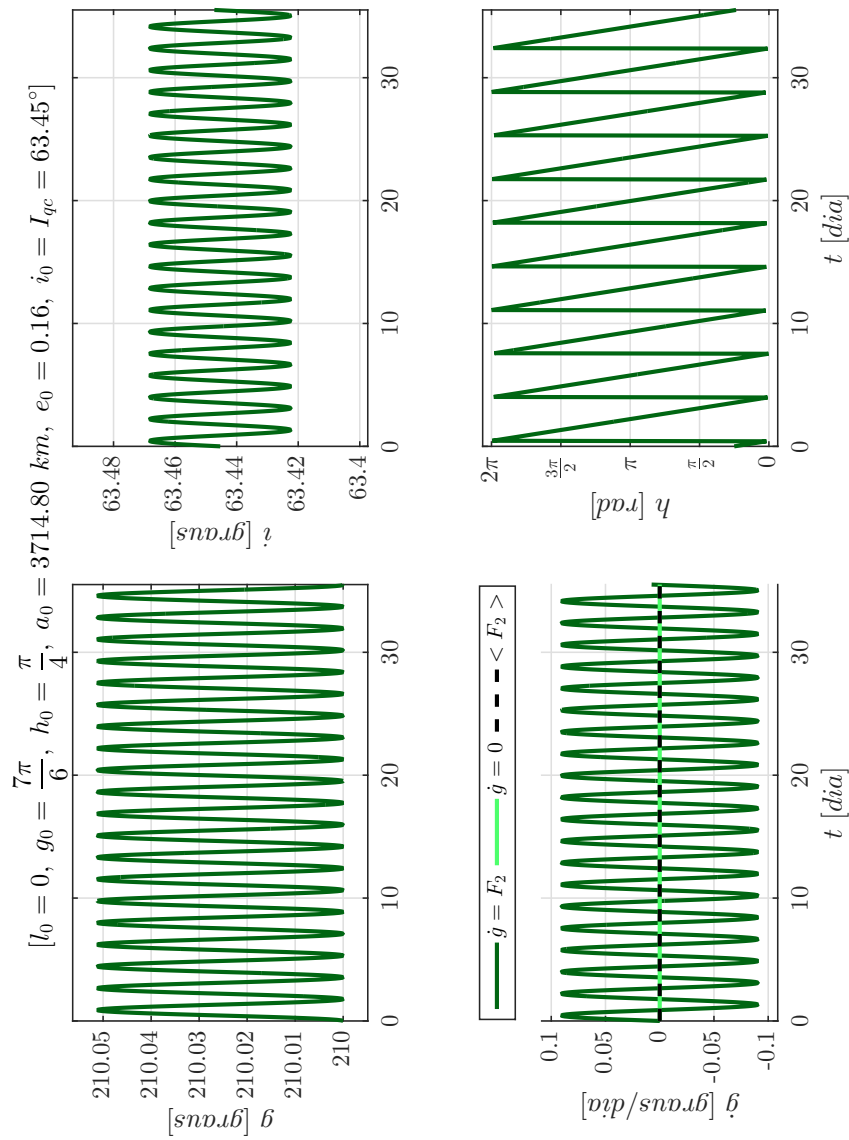
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.51 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4821.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.55$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



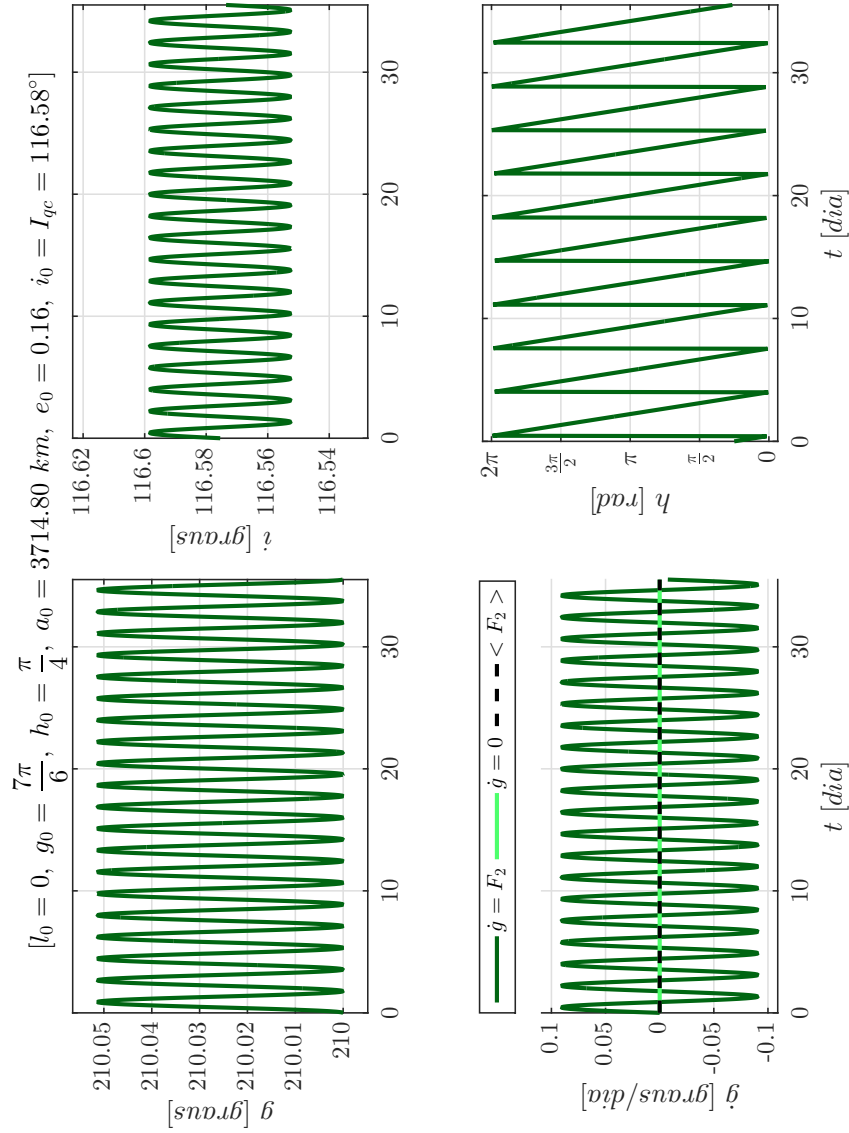
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.52 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3714.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



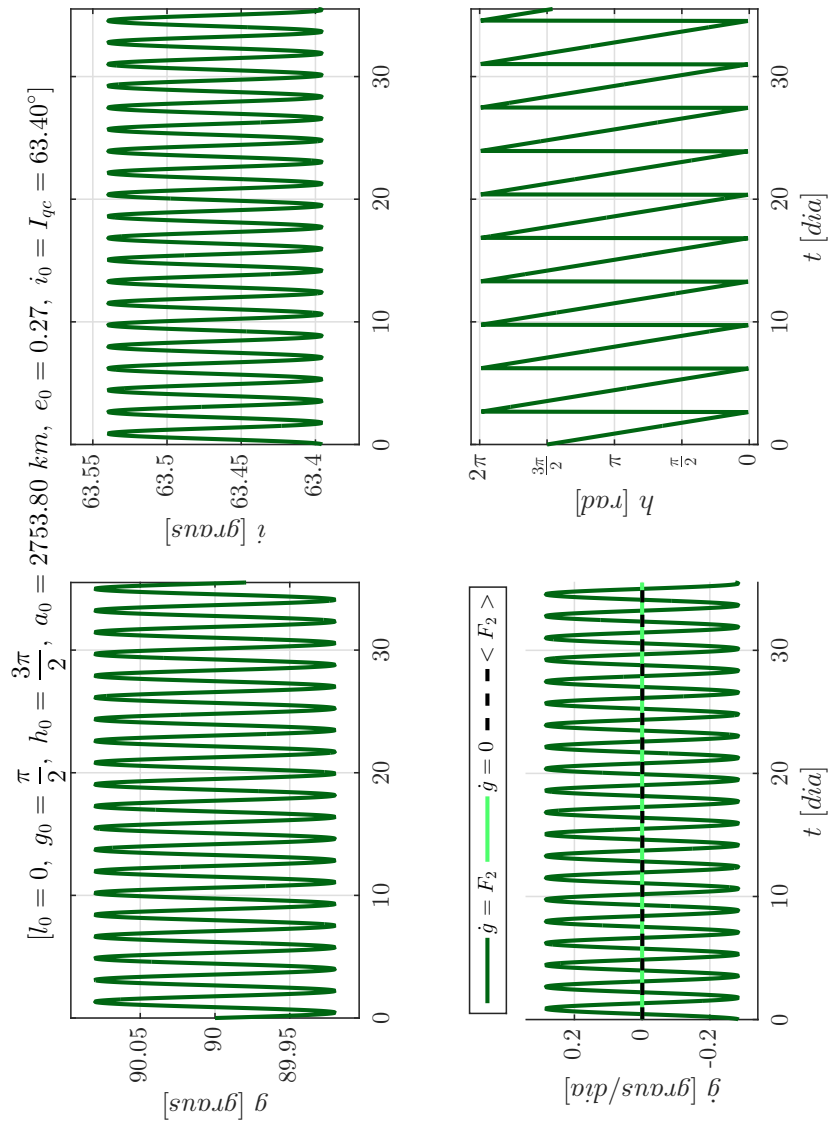
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.53 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3714.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



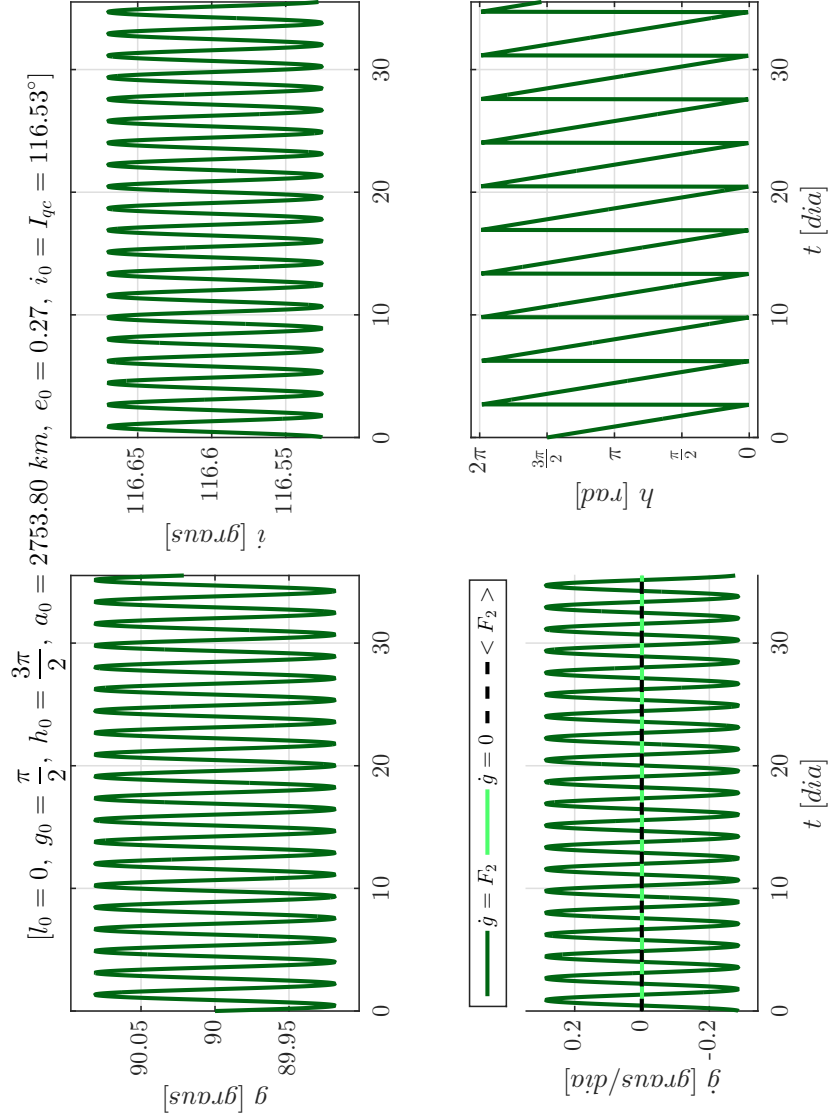
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.54 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2753.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.27$, $i_0 = I_{qc} = 63.40^\circ$.



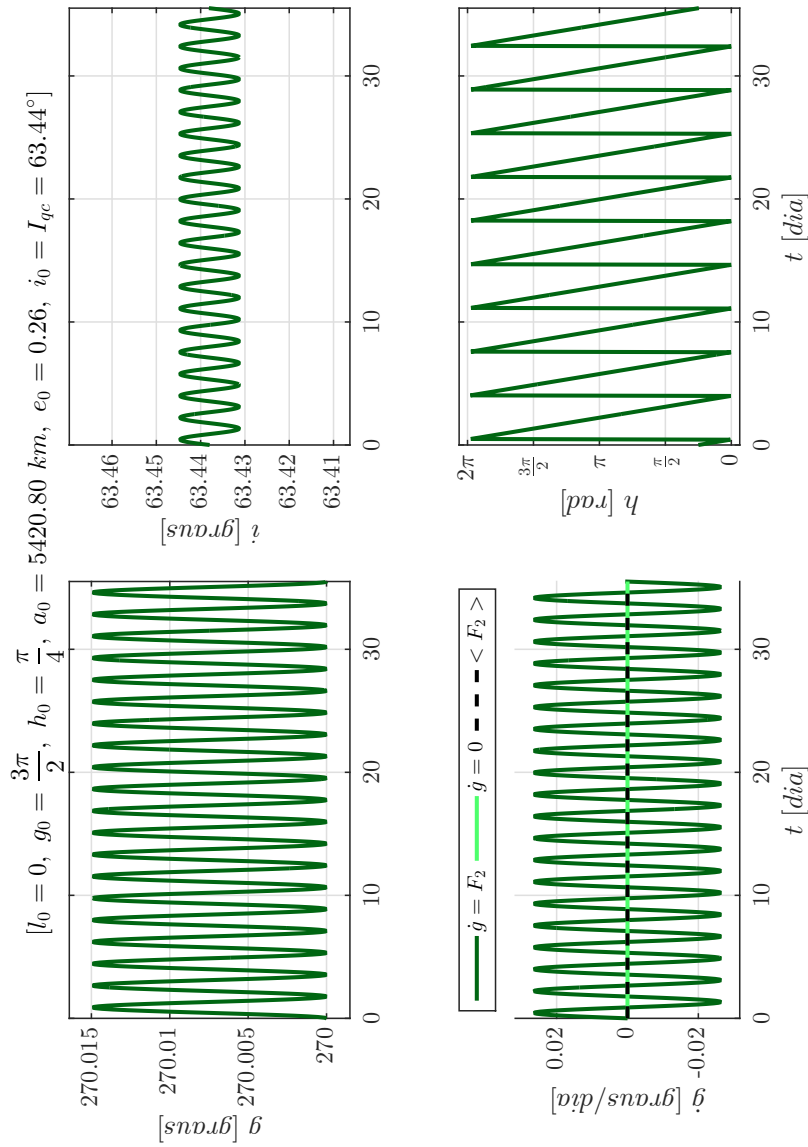
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.55 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2753.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.27$, $i_0 = I_{qc} = 116.53^\circ$.



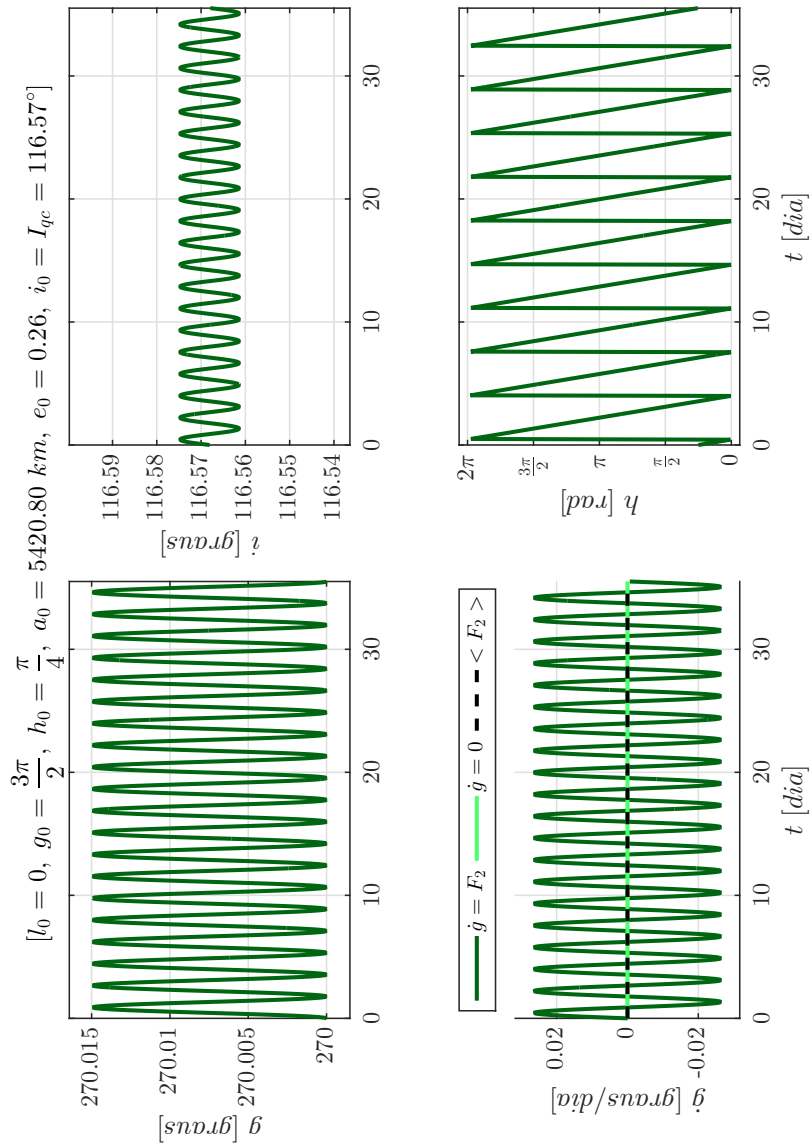
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.56 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 5420.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.26$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



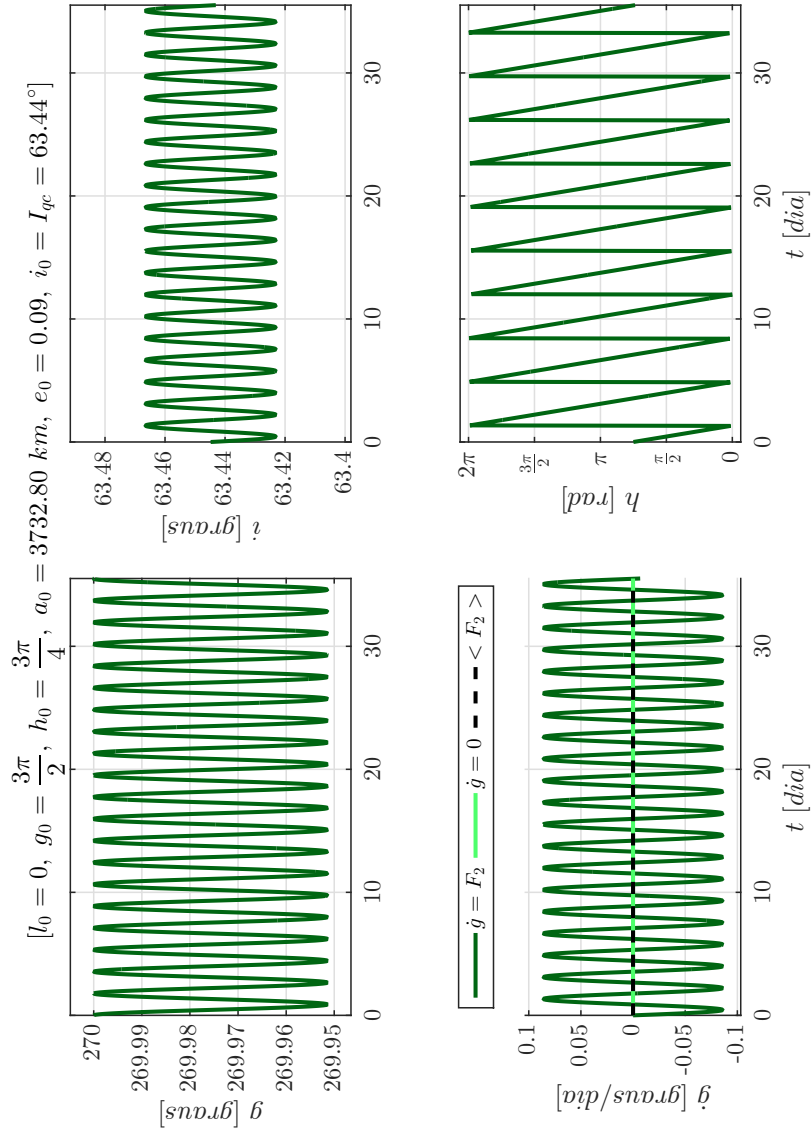
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.57 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 5420.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.26$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



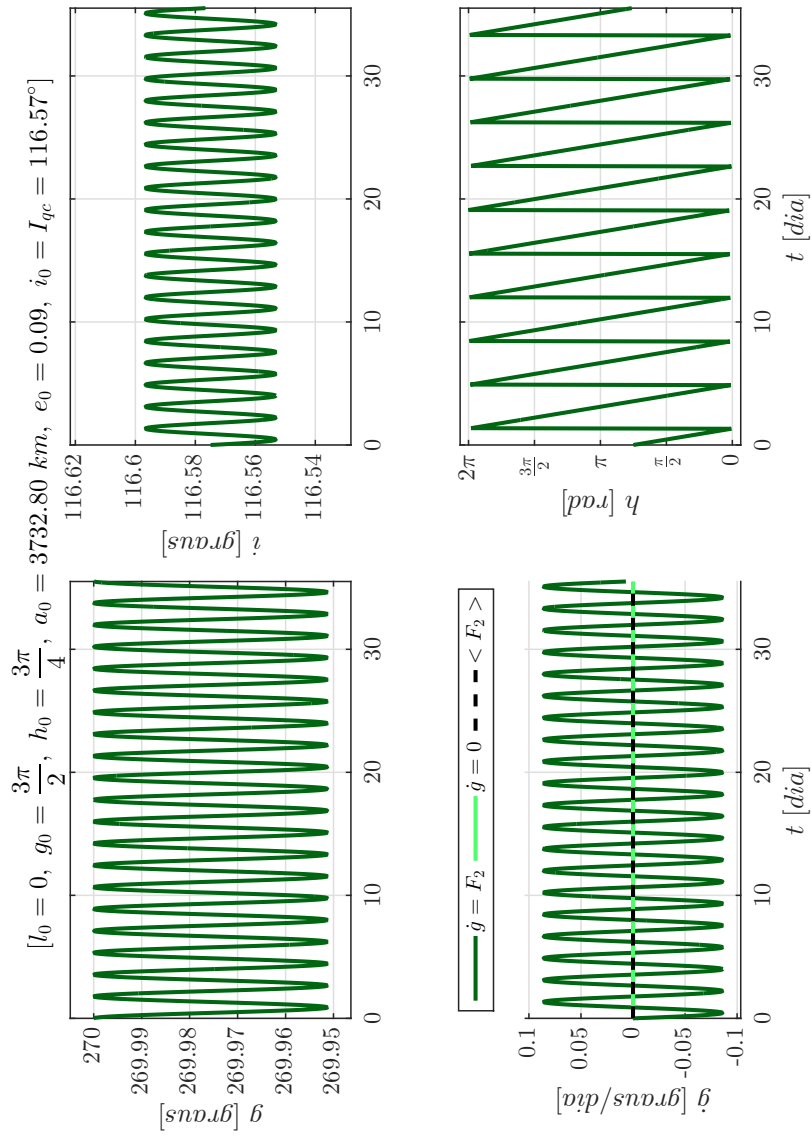
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.58 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3732.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



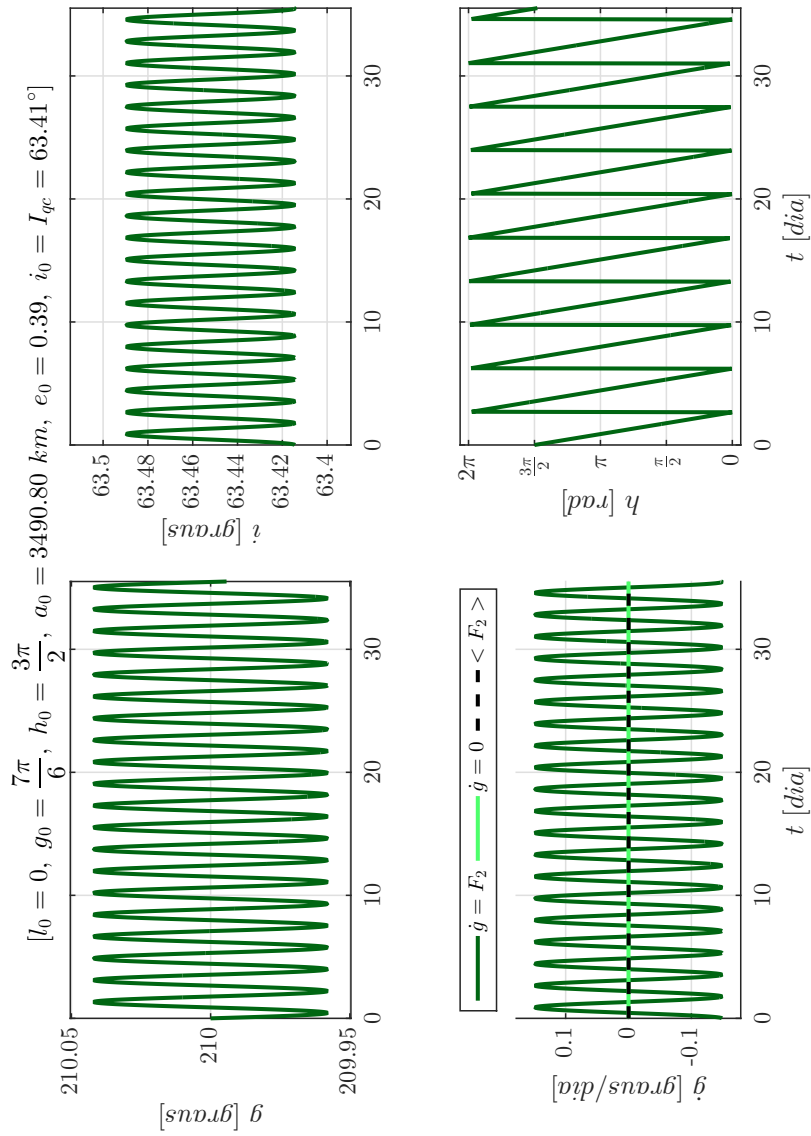
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.59 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3732.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



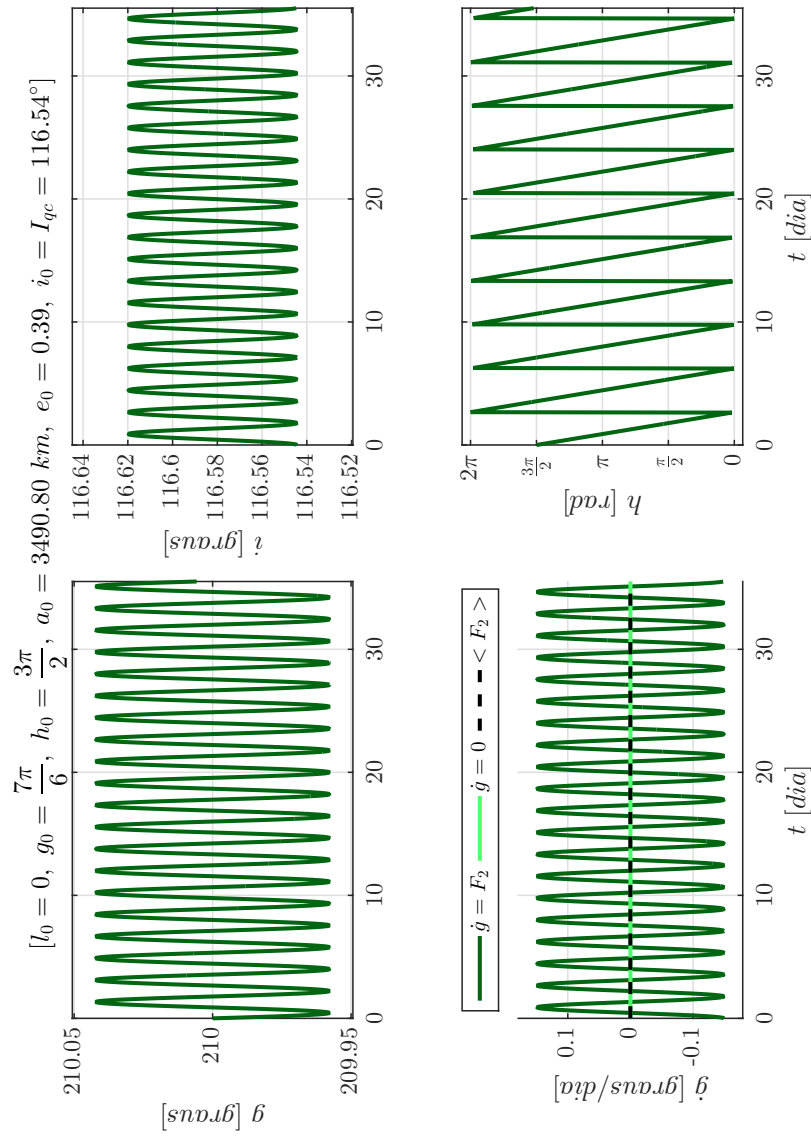
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.60 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3490.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.39$, $i_0 = I_{qc} = 63.41^\circ$.



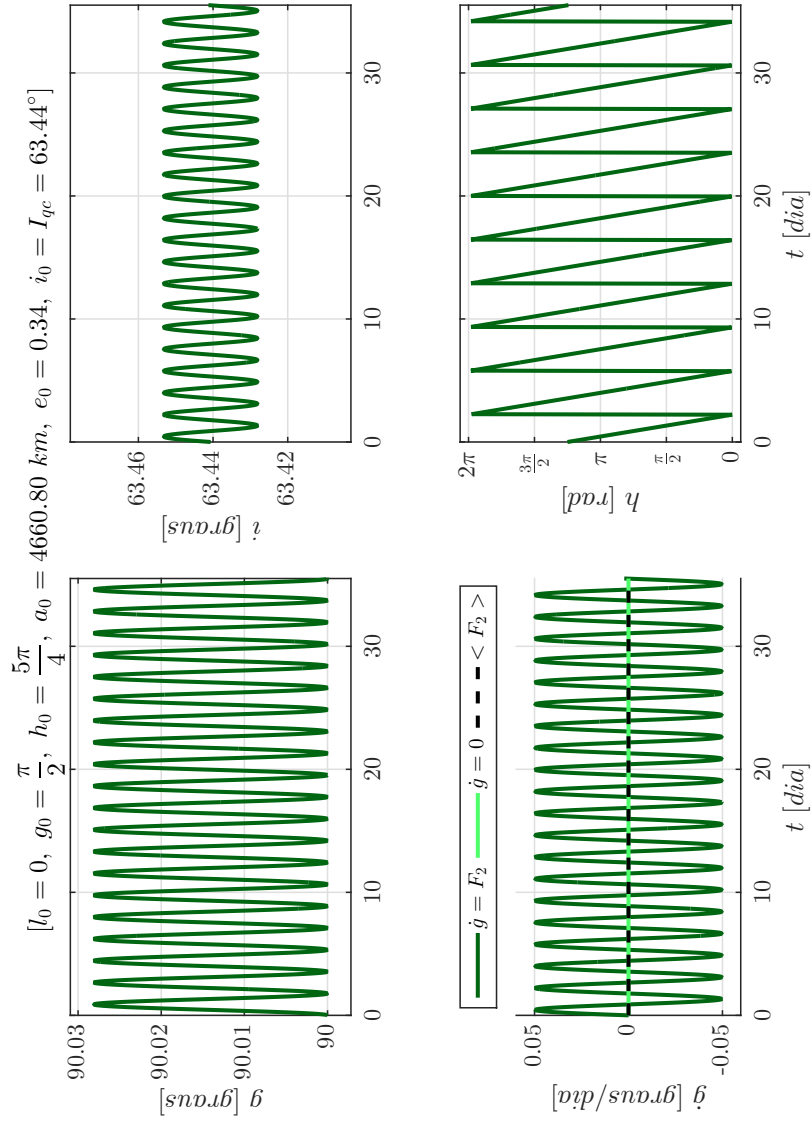
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.61 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3490.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.39$, $i_0 = I_{qc} = 116.54^\circ$.



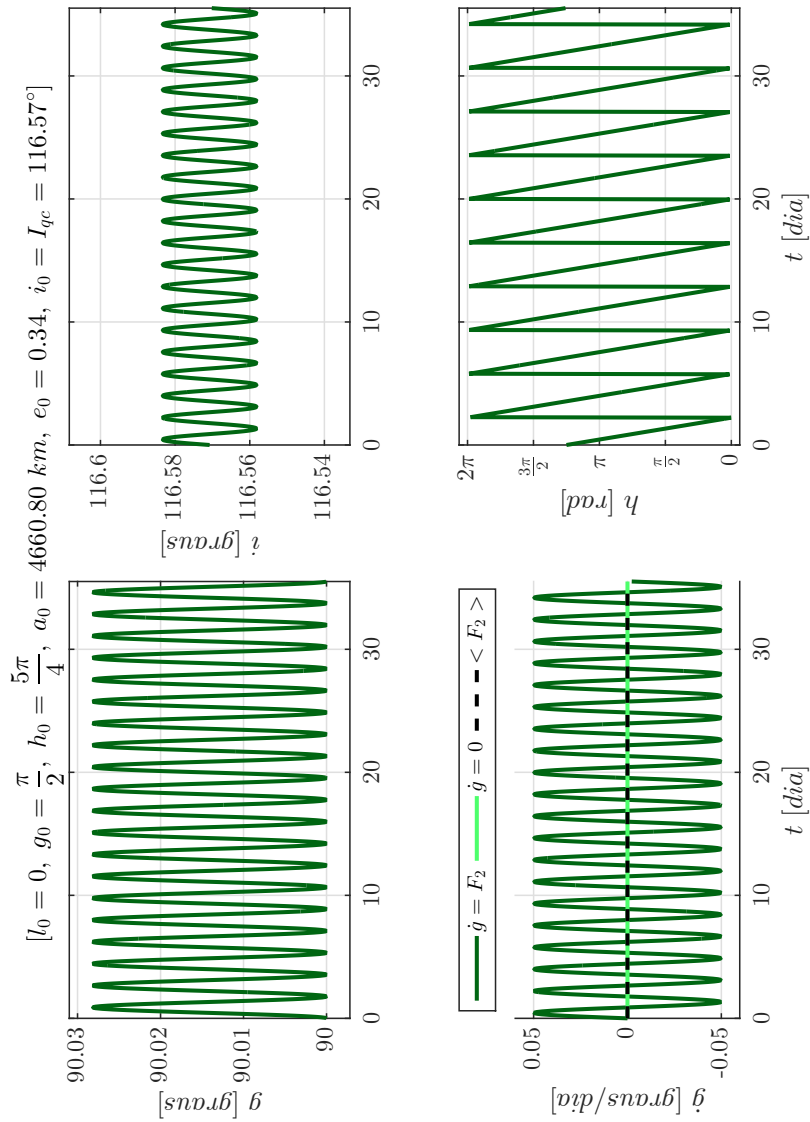
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.62 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4660.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



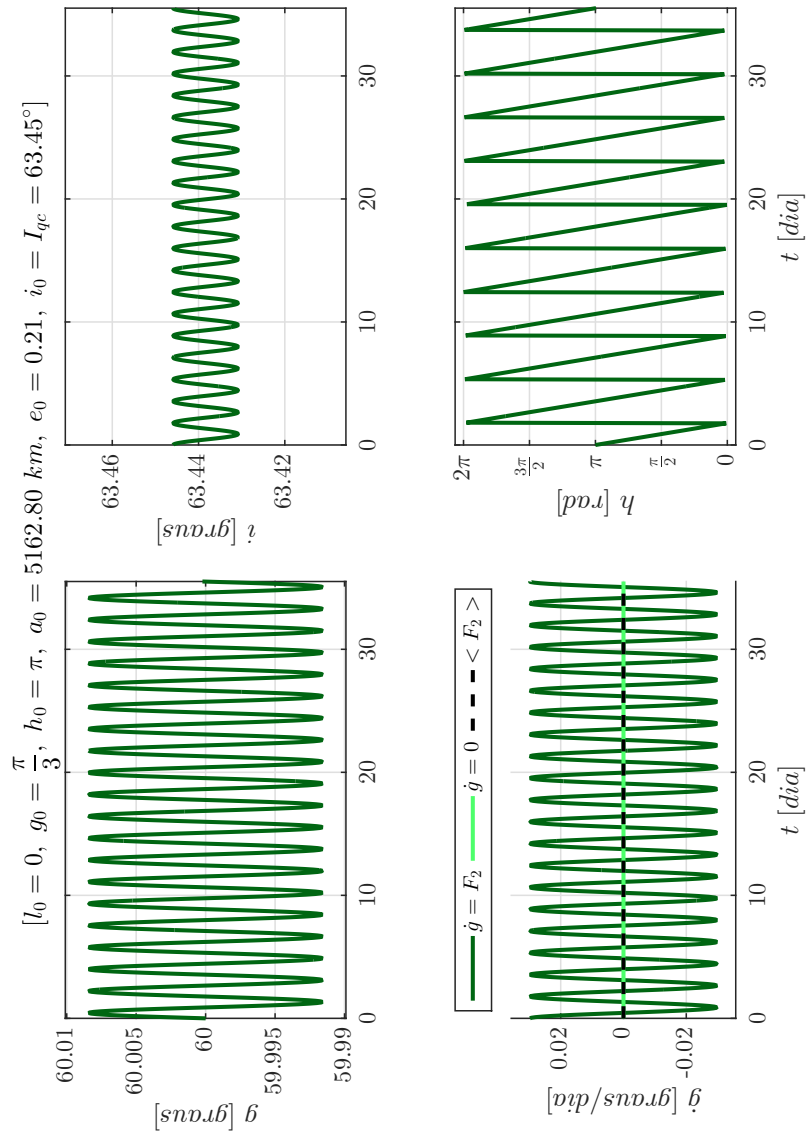
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.63 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4660.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



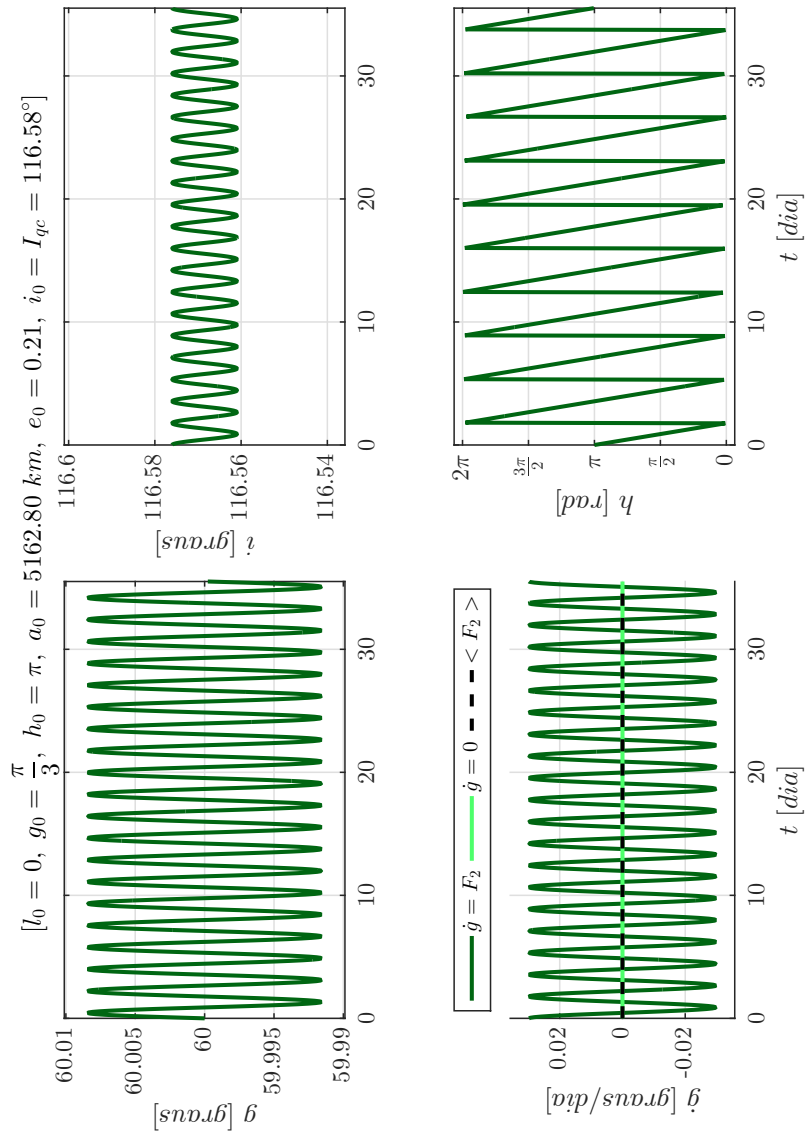
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.64 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 5162.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



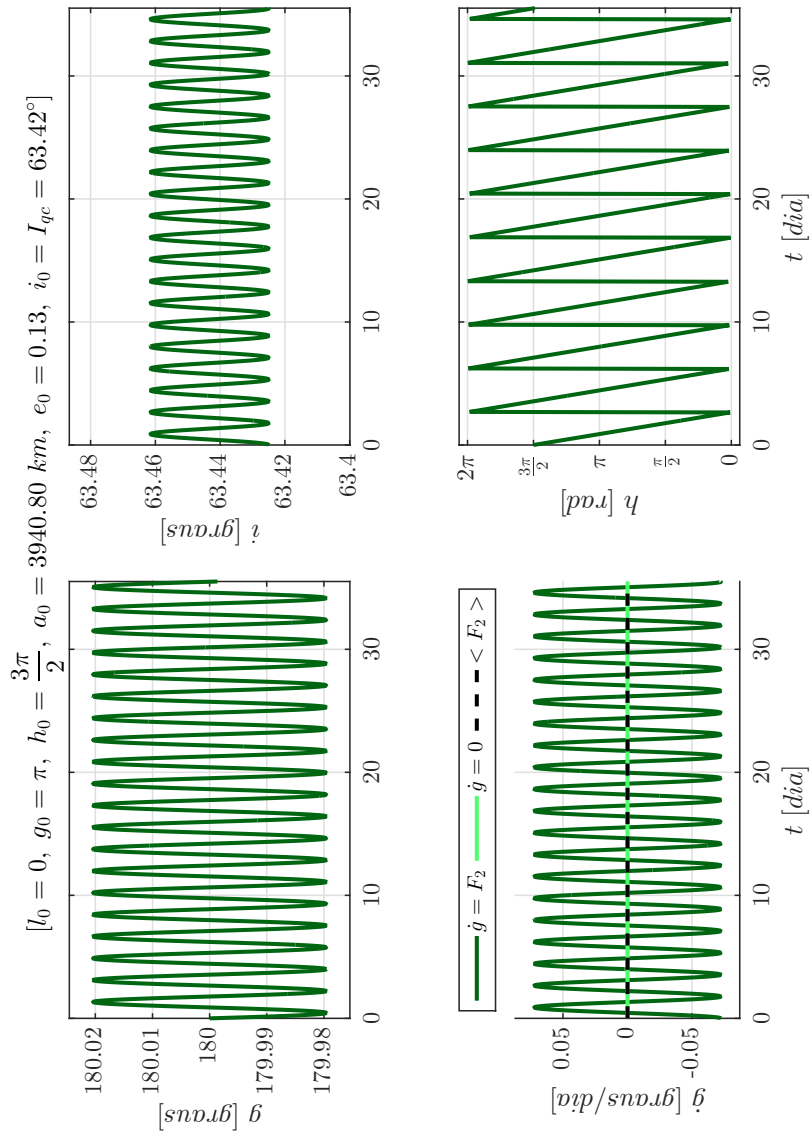
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.65 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 5162.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



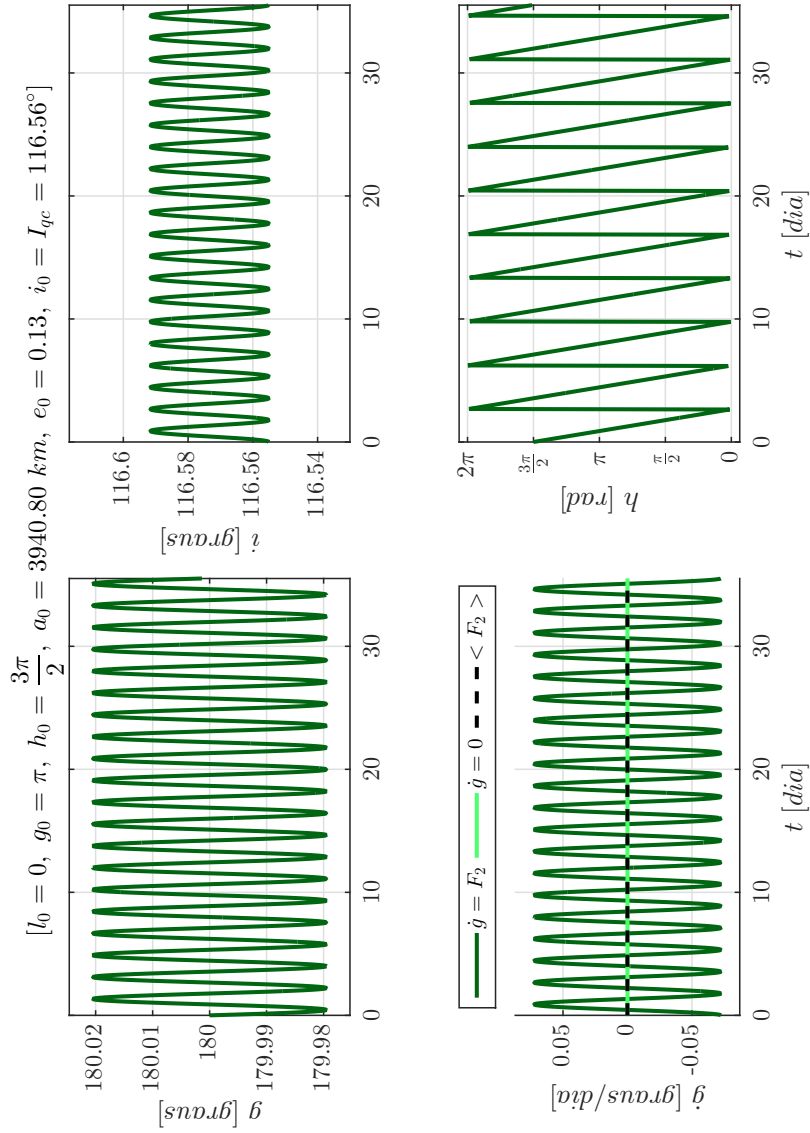
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.66 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3940.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 63.42^\circ$.



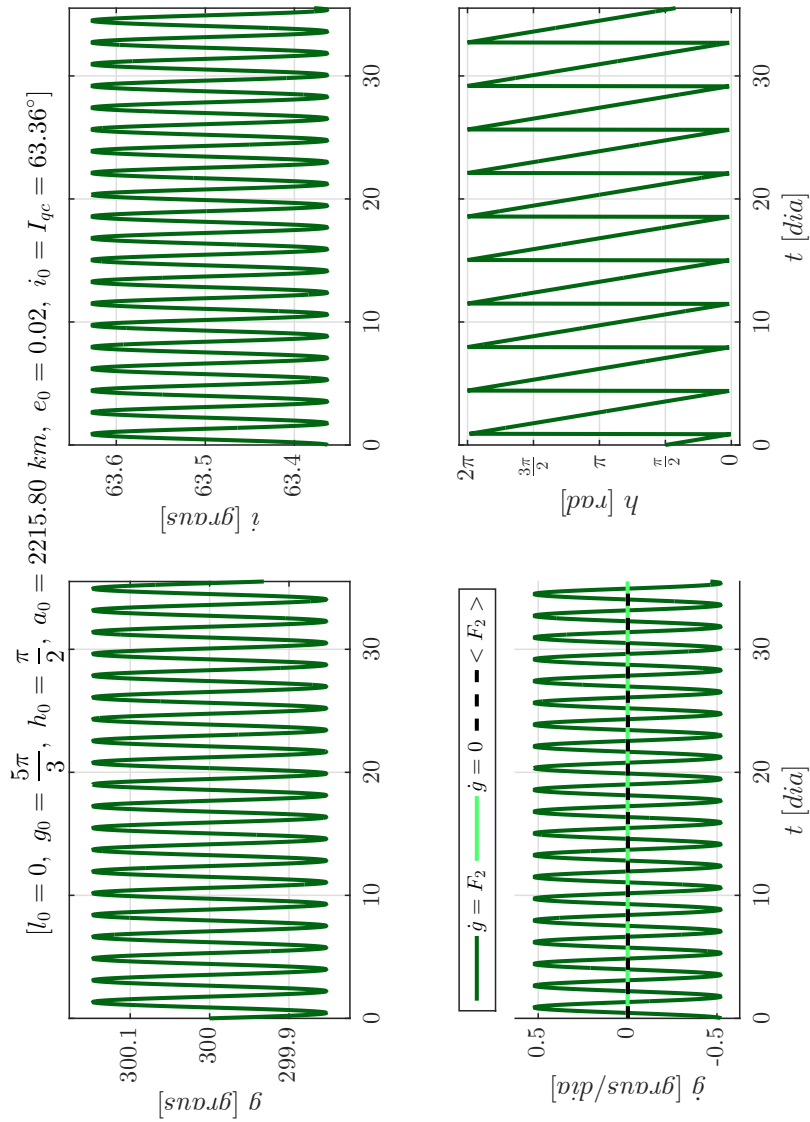
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.67 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3940.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.13$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



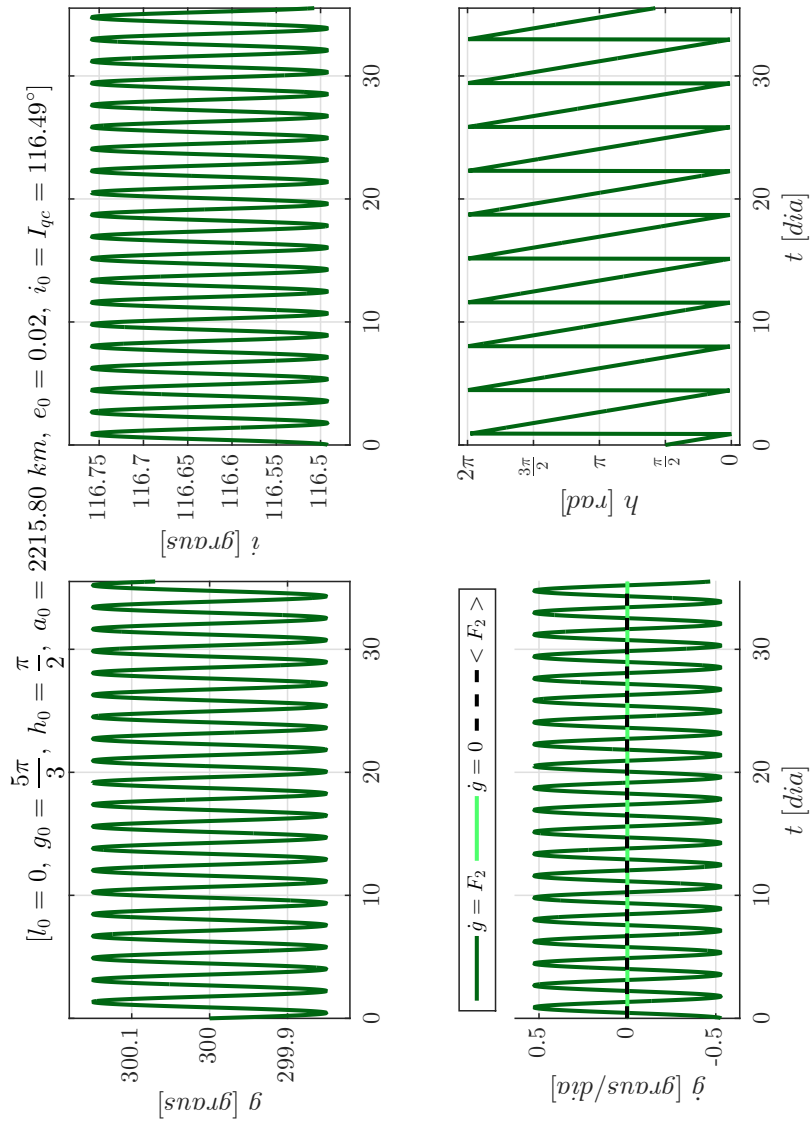
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.68 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2215.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 63.36^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.69 - Sistema 3. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2215.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 116.49^\circ$.

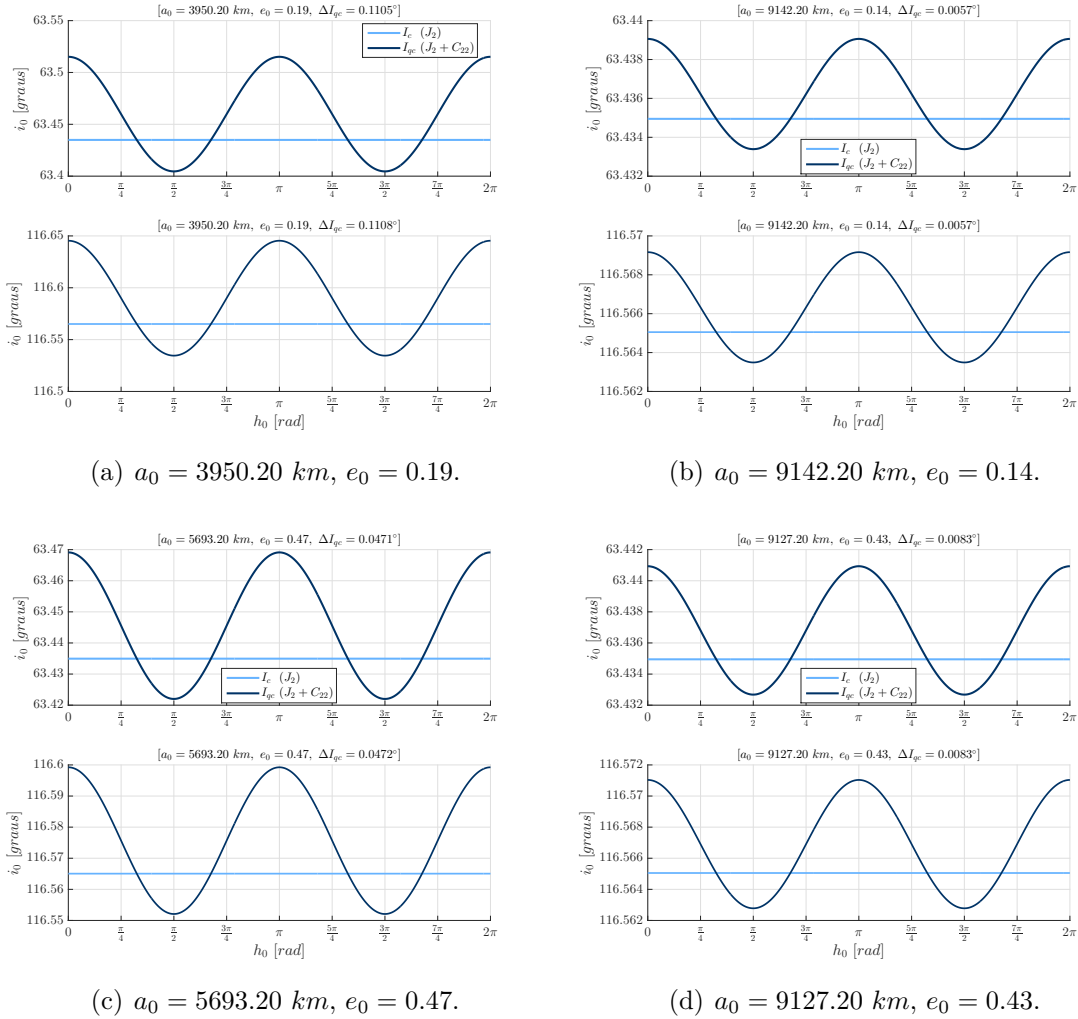


Fonte: Produção do autor.

5.1.4 Sistema 4: satélite artificial orbitando Ganímedes

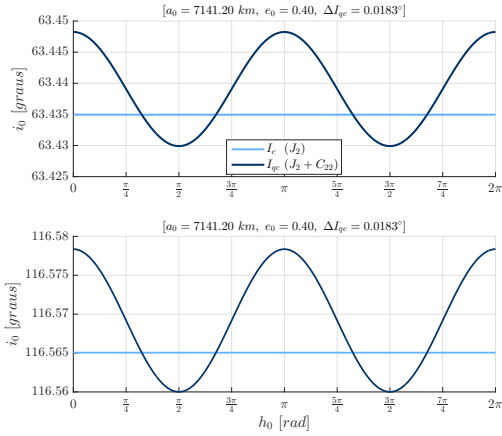
As Figuras 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas pelas Equações (4.68) e (4.69), na Subseção 4.5.3, *vide* Figura 4.6(d), para o caso de um veículo espacial ao redor de Ganímedes. A título de comparação, a inclinação crítica clássica I_c , que é constante e independente de a_0 , e_0 e h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f), para os casos direto (63.43°) e retrógrado (116.57°), respectivamente.

Figura 5.70 - Sistema 4. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganímedes.

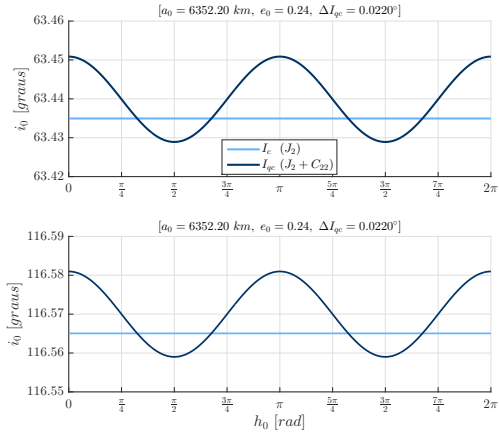


Fonte: Produção do autor.

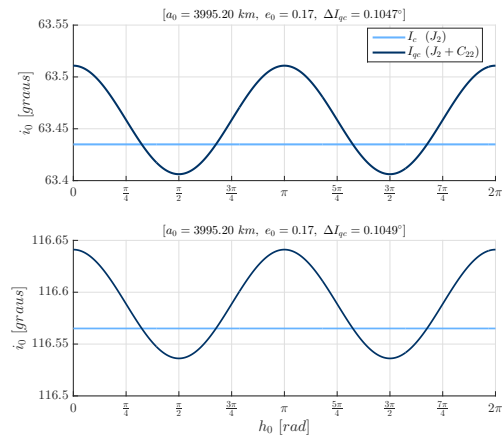
Figura 5.71 - Sistema 4 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganímedes.



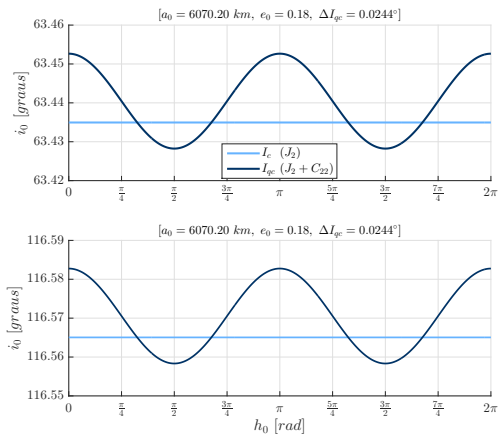
(a) $a_0 = 7141.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$.



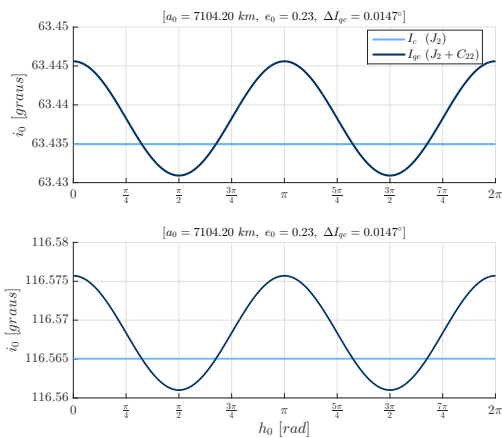
(b) $a_0 = 6352.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.24$.



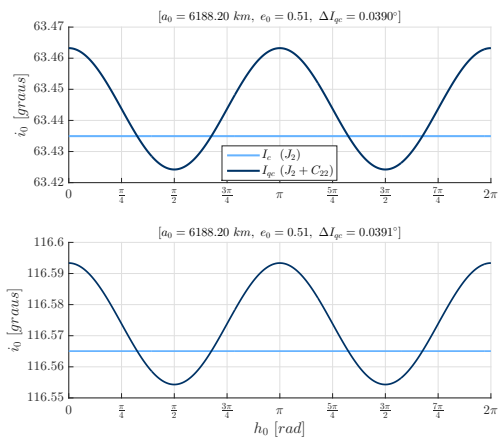
(c) $a_0 = 3995.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$.



(d) $a_0 = 6070.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$.



(e) $a_0 = 7104.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$.



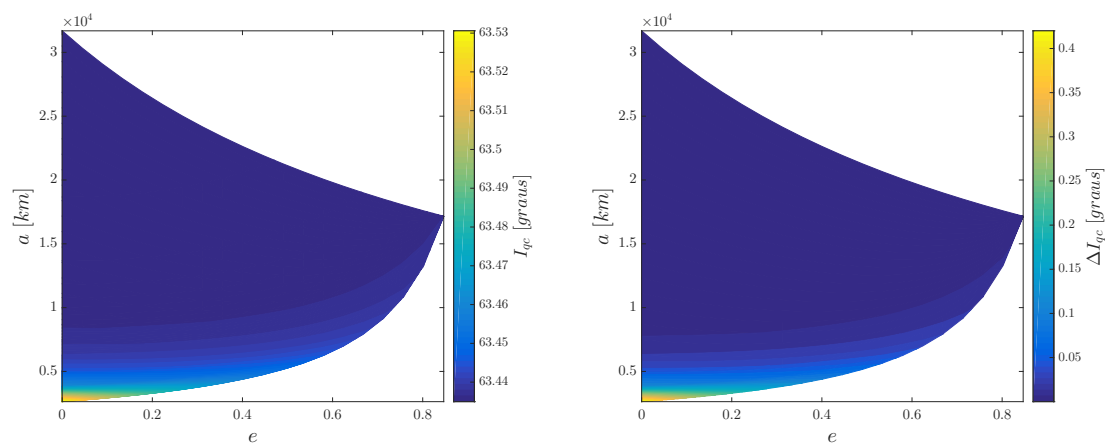
(f) $a_0 = 6188.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$.

Fonte: Produção do autor.

As Figuras 5.72(a) e 5.72(c) exibem as inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, diretas e retrógradas, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.6(d). As Figuras 5.72(b) e 5.72(d) mostram o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas.

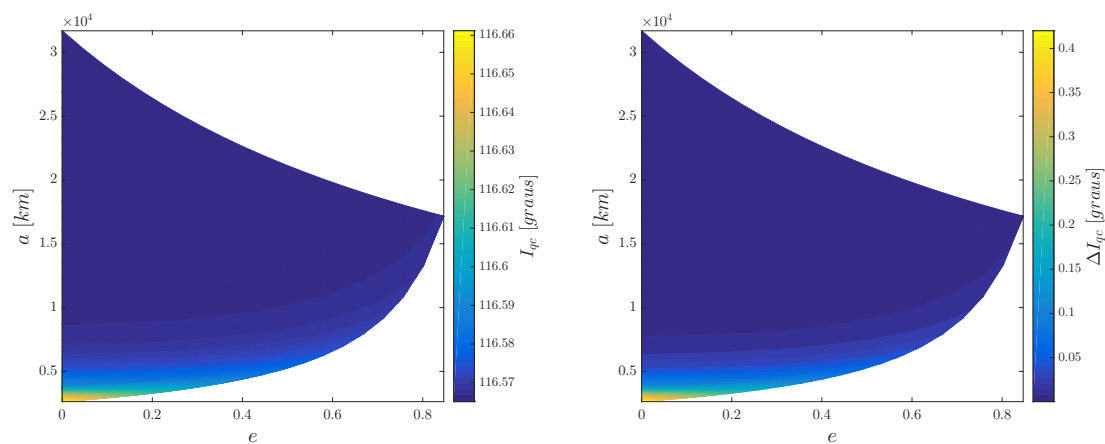
As Figuras 5.73-5.92 mostram as soluções obtidas pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente, para os casos direto e retrógrado, respectivamente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.72 - Sistema 4. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



(a) $\langle I_{qc} \rangle$ (órbitas diretas).

(b) ΔI_{qc} (órbitas diretas).

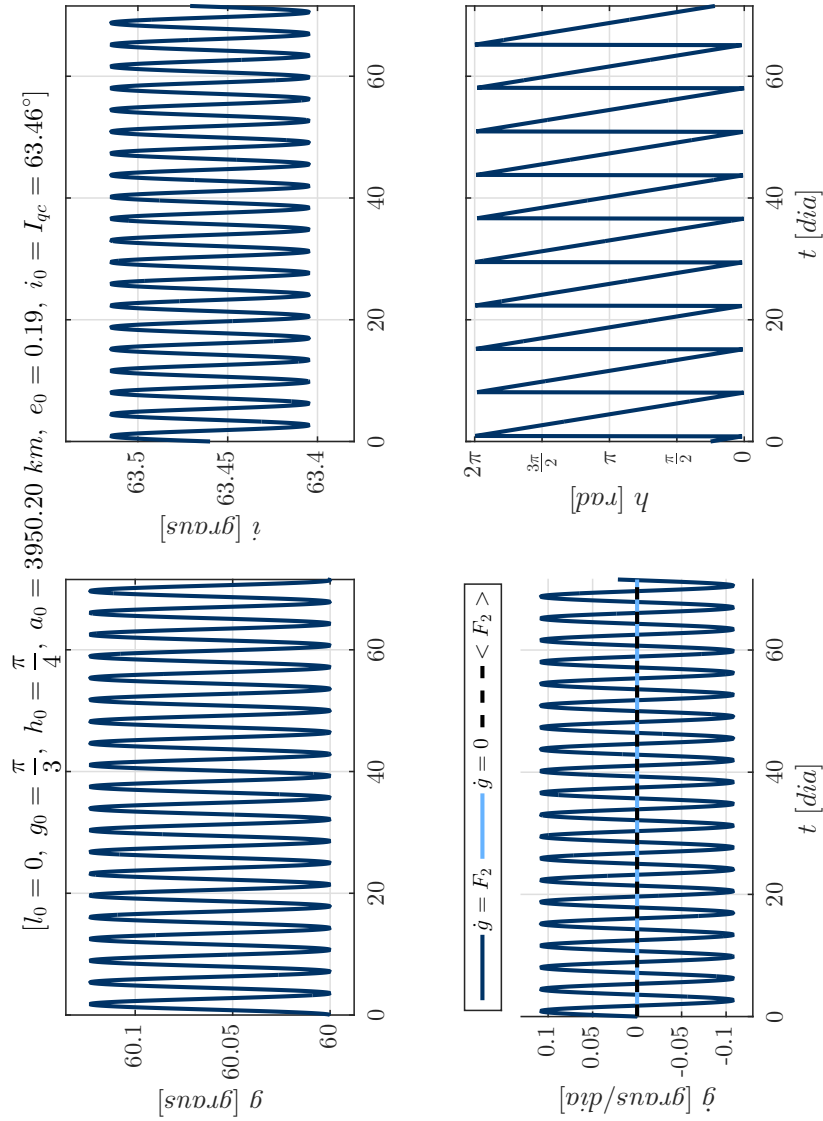


(c) $\langle I_{qc} \rangle$ (órbitas retrógradas).

(d) ΔI_{qc} (órbitas retrógradas).

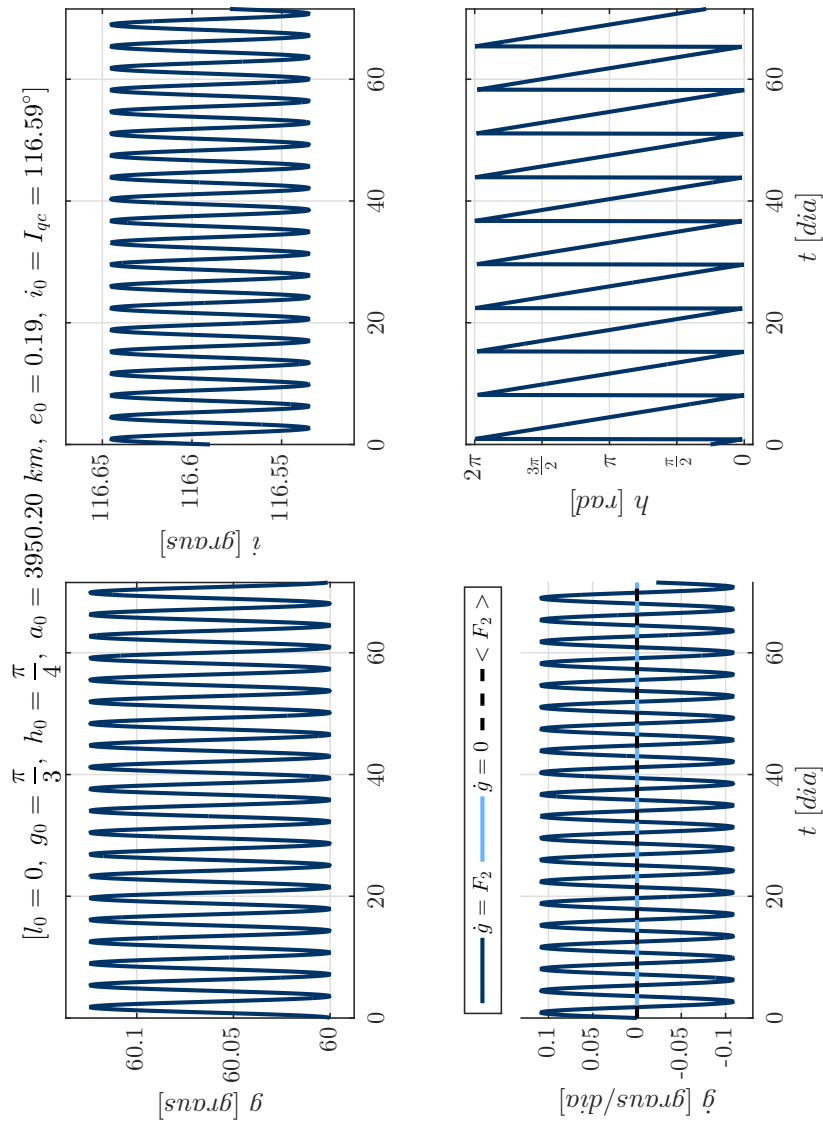
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.73 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3950.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.19$, $i_0 = I_{qc} = 63.46^\circ$.



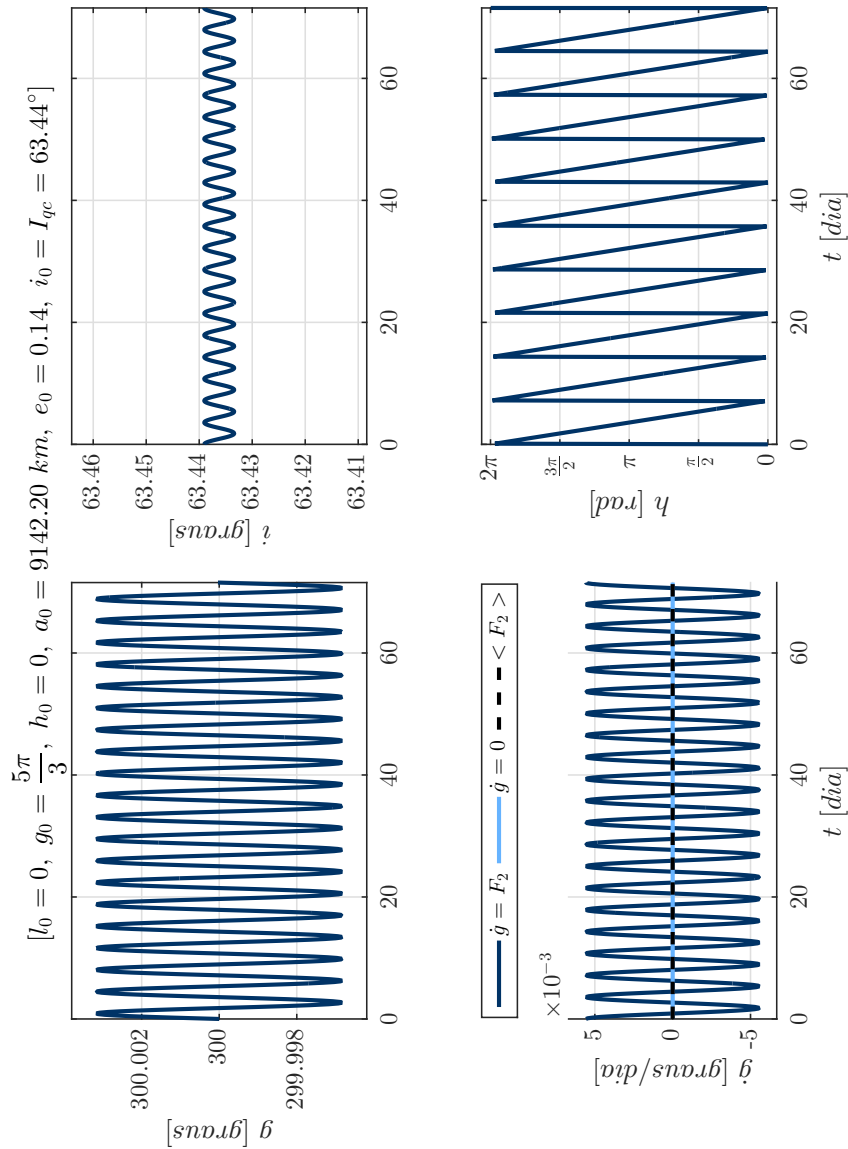
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.74 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3950.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.19$, $i_0 = I_{qc} = 116.59^\circ$.



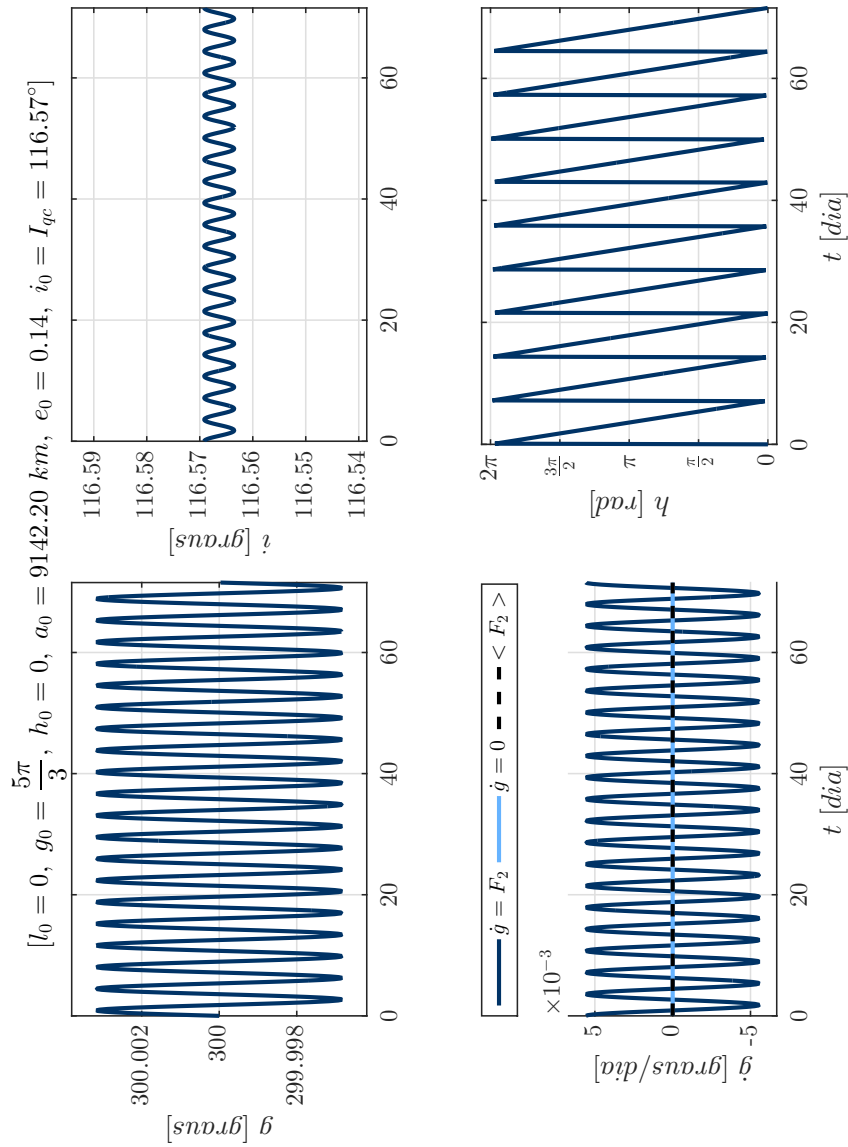
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.75 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 9142.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



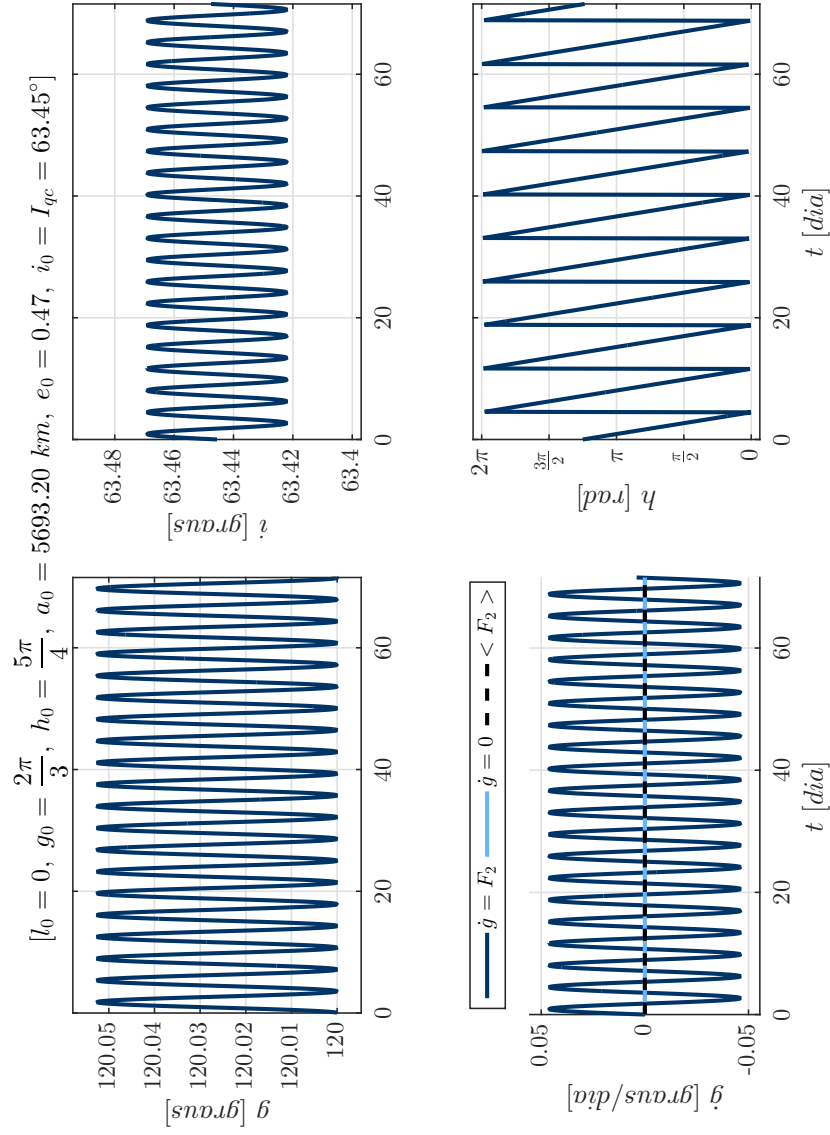
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.76 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 9142.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



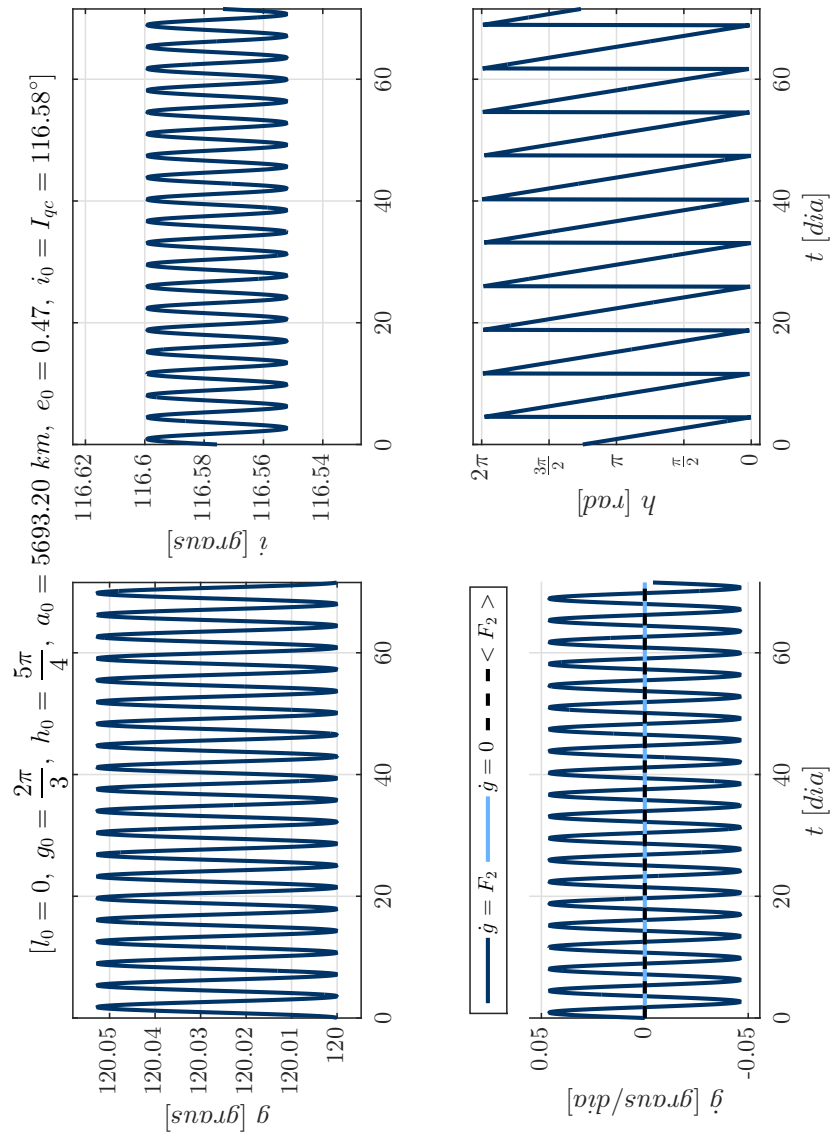
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.77 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5693.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.47$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



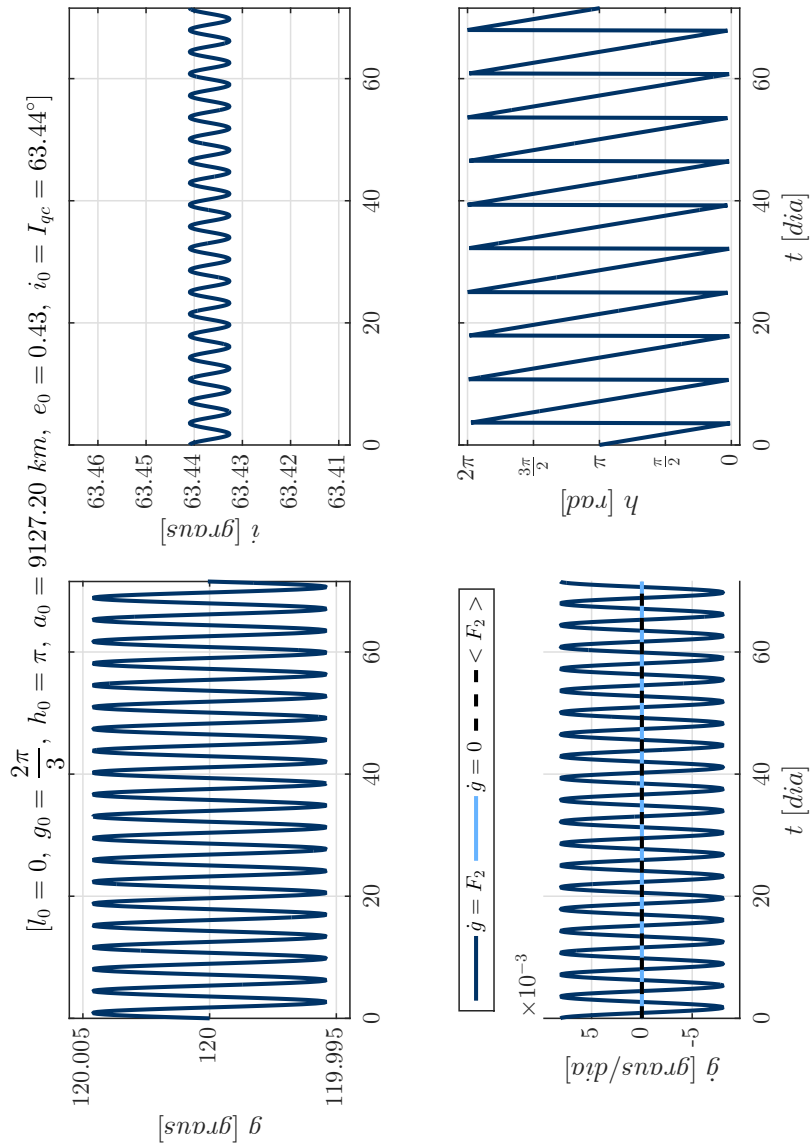
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.78 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5693.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.47$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



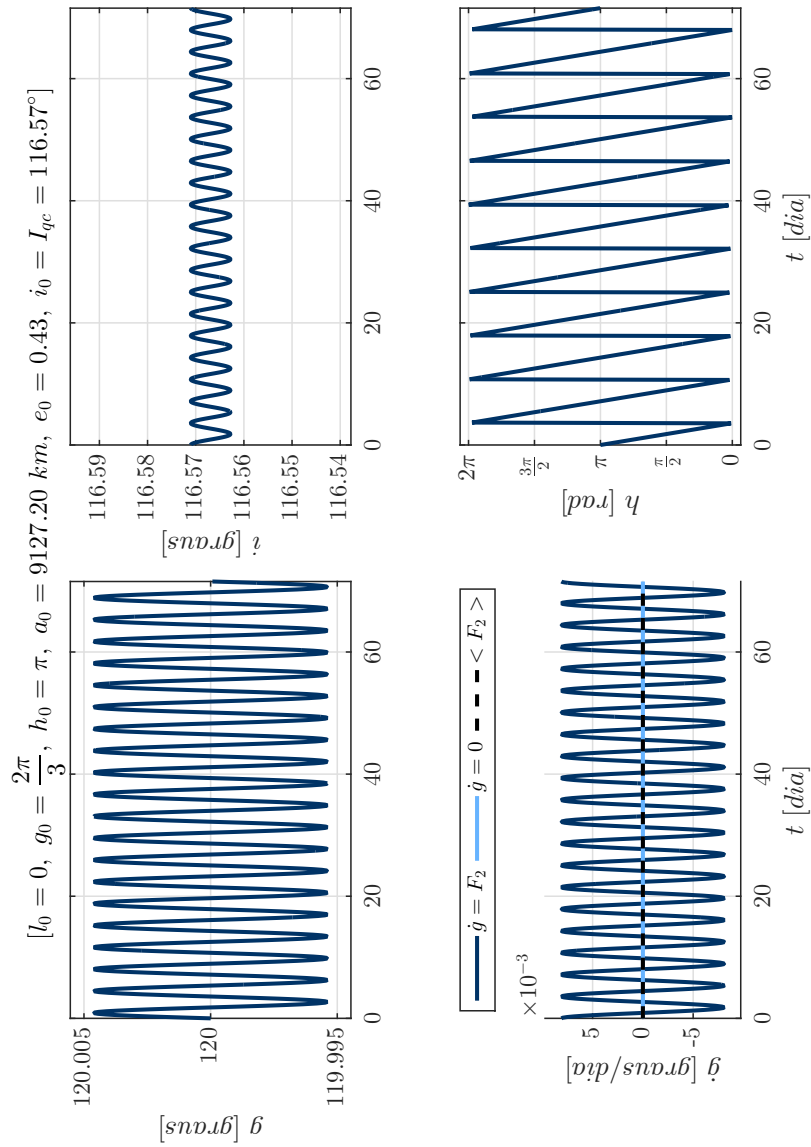
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.79 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 9127.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.43$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



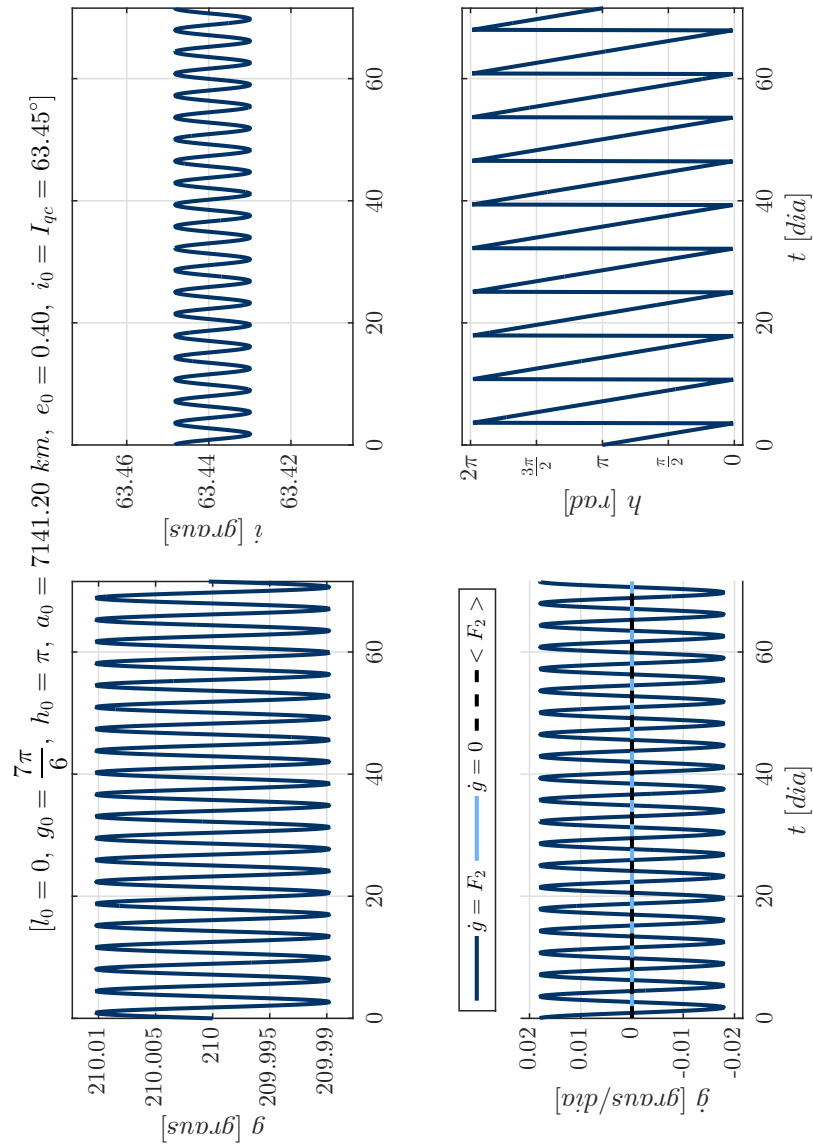
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.80 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 9127.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.43$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



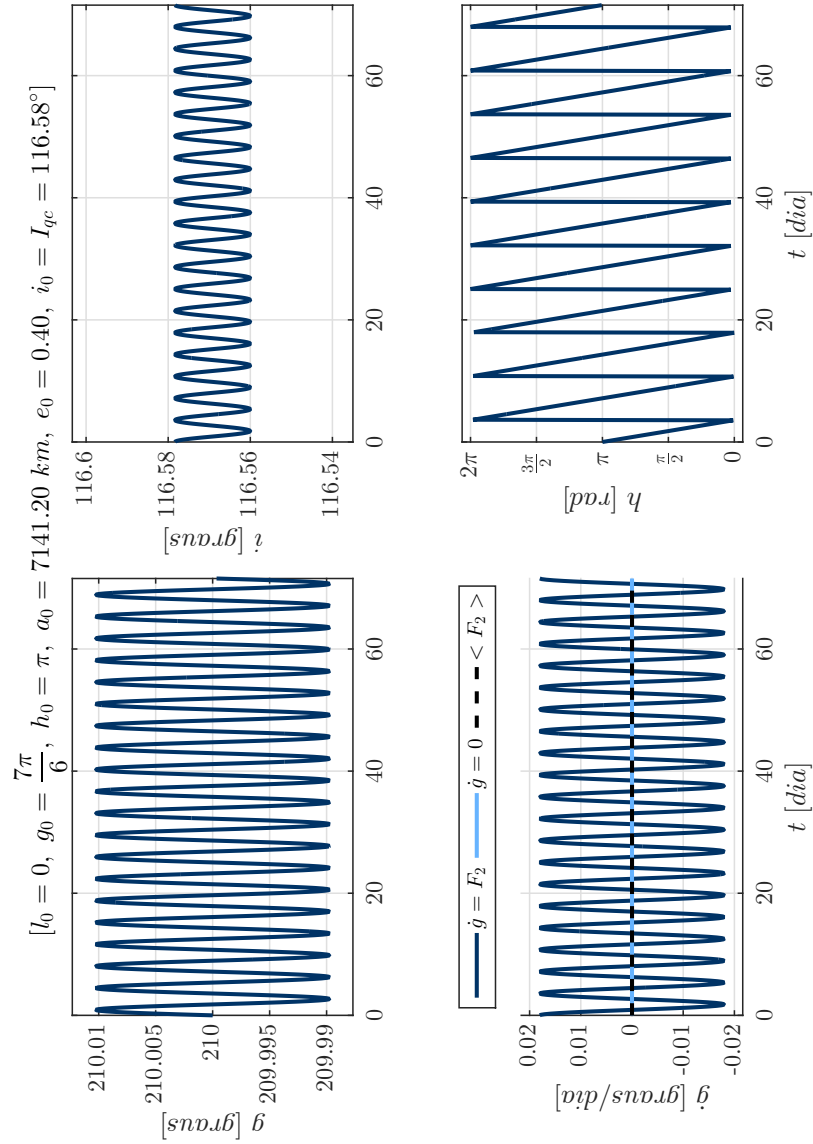
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.81 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7141.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



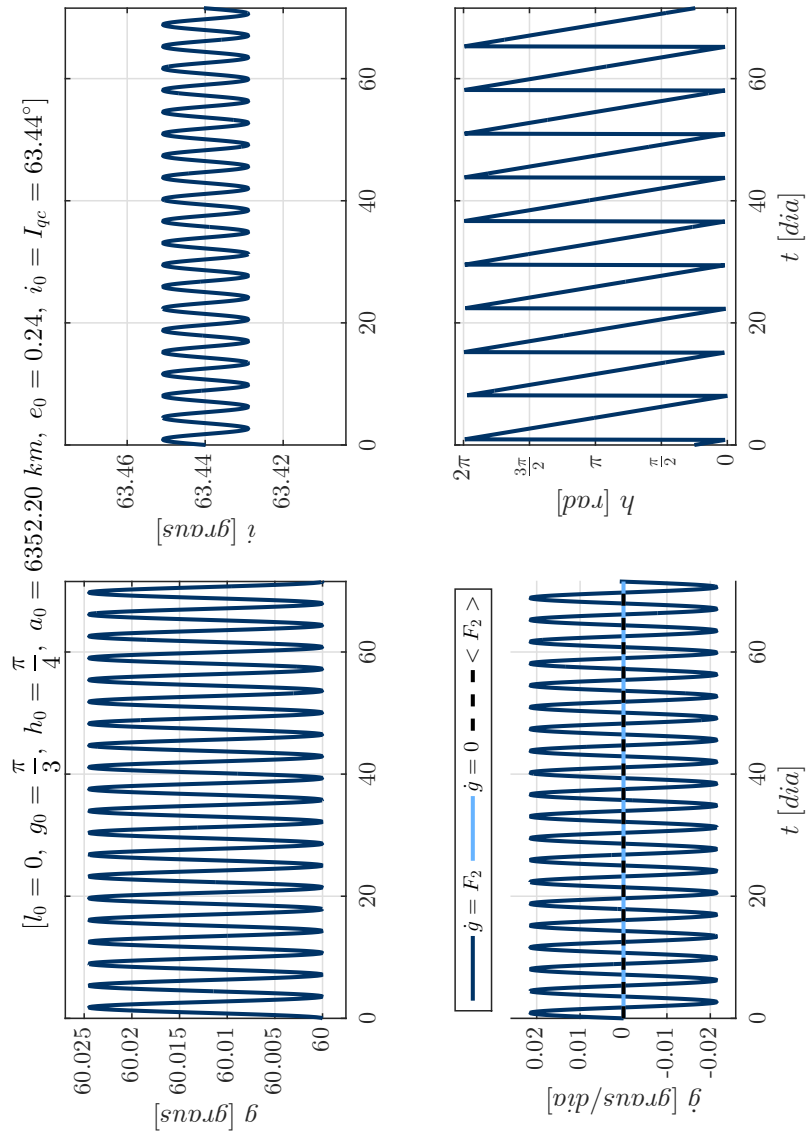
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.82 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7141.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



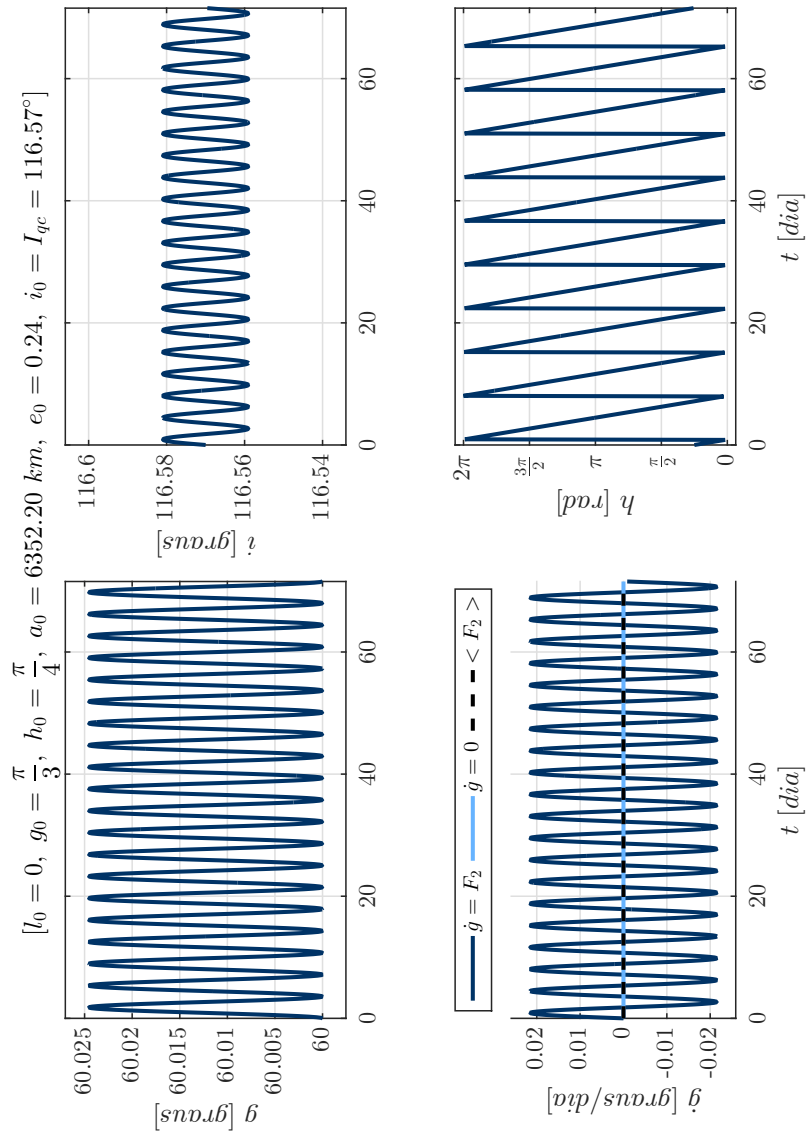
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.83 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 6352.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.24$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



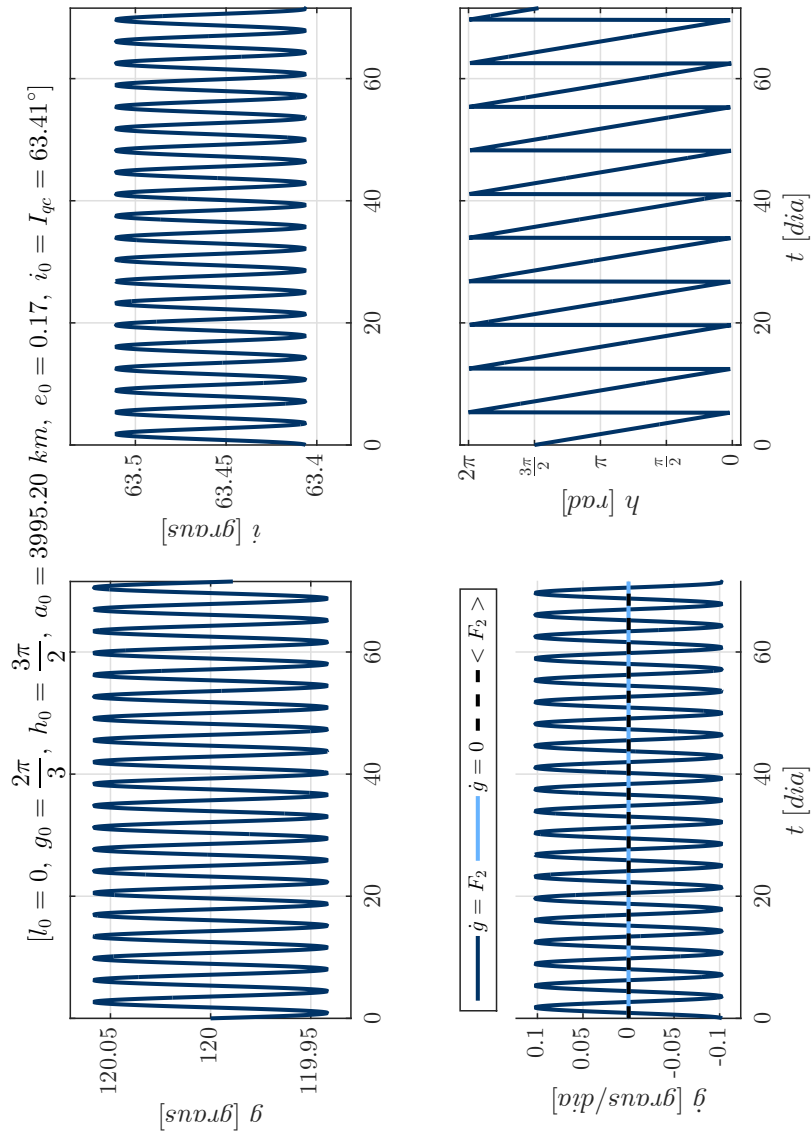
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.84 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 6352.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.24$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



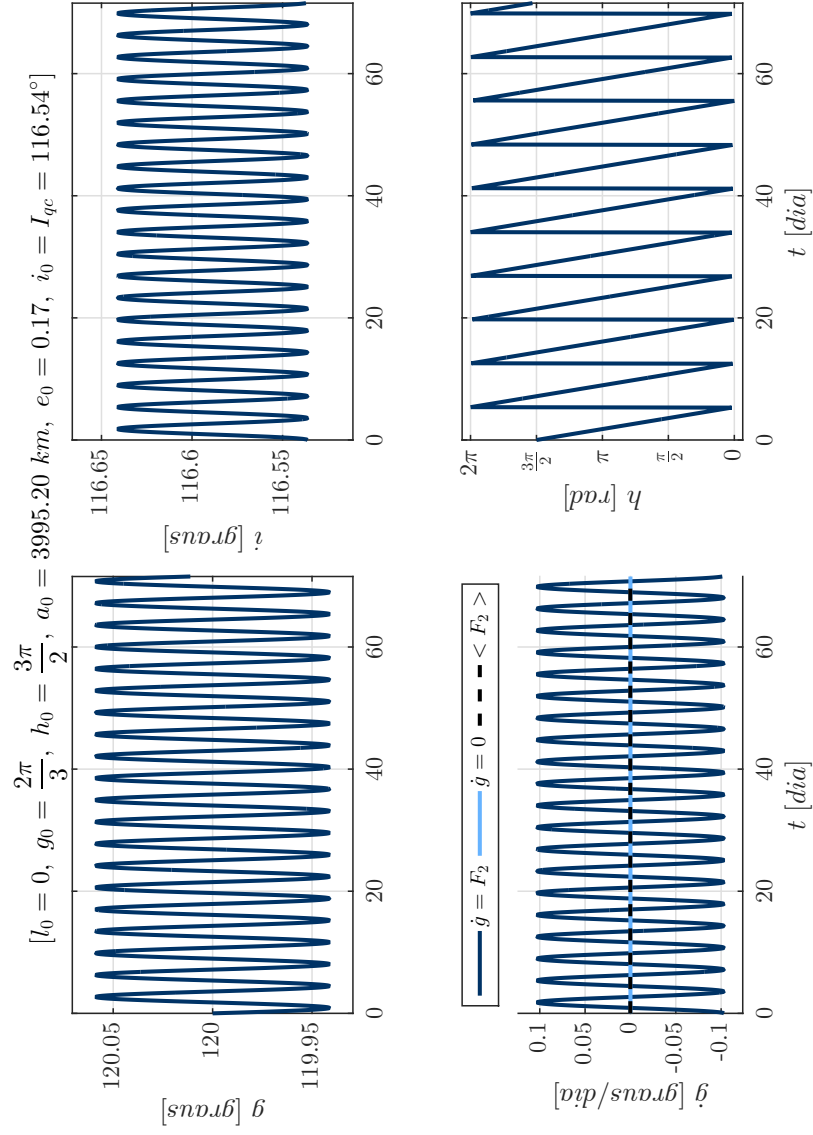
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.85 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3995.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 63.41^\circ$.



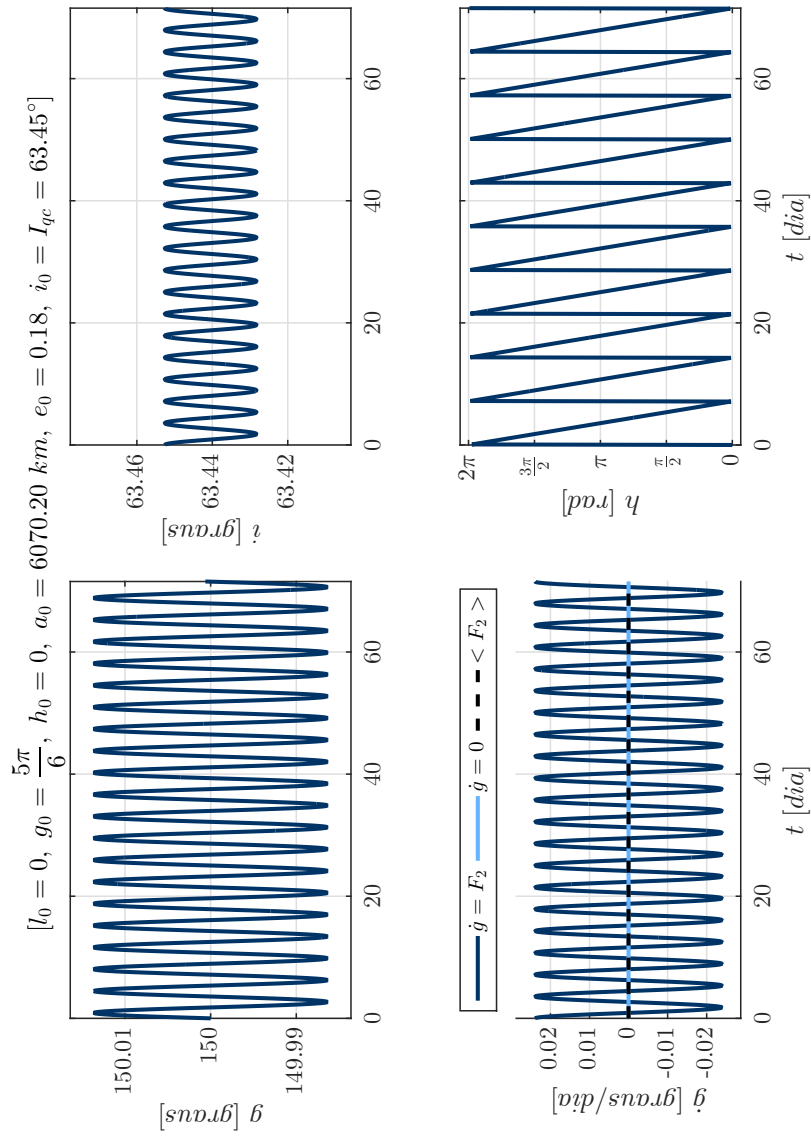
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.86 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3995.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 116.54^\circ$.



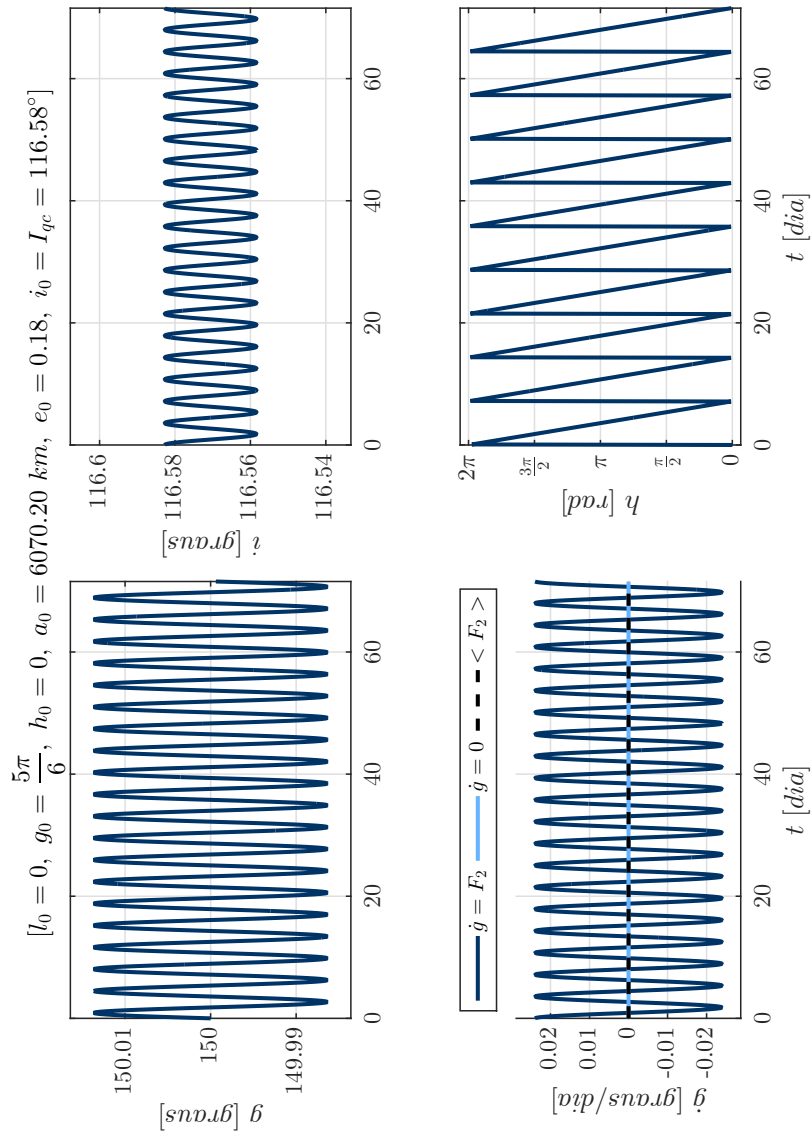
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.87 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 6070.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



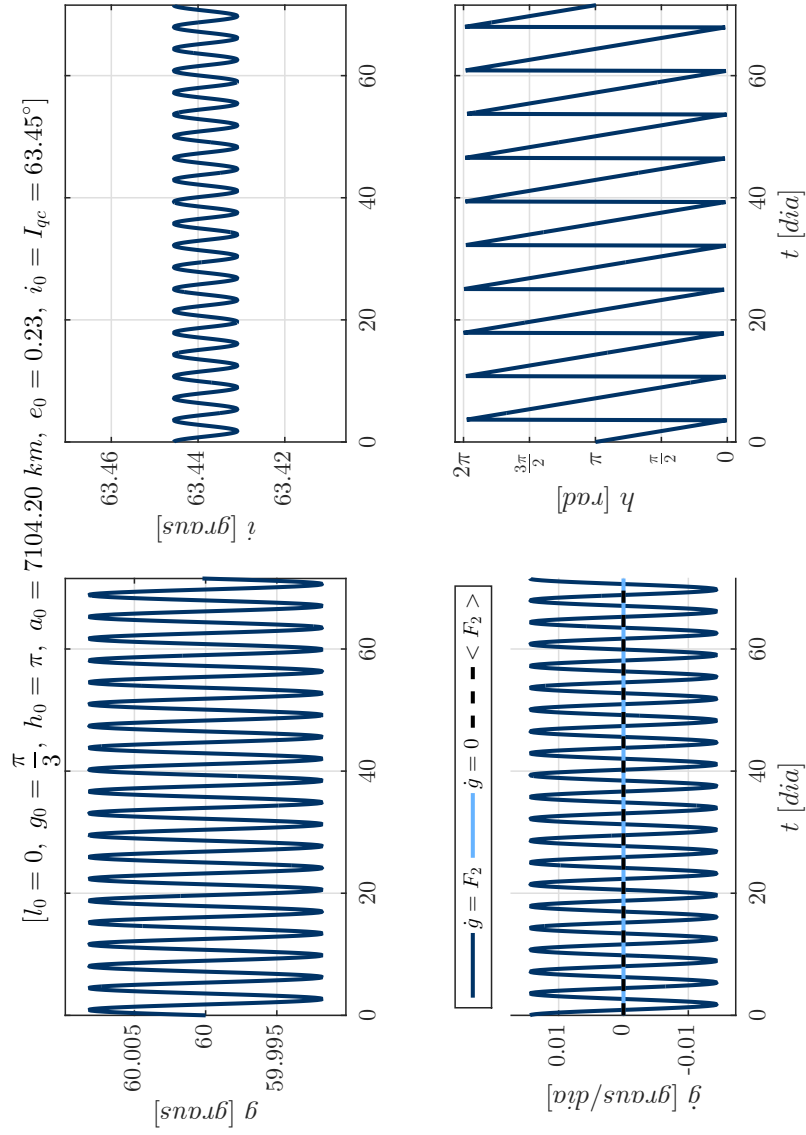
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.88 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 6070.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



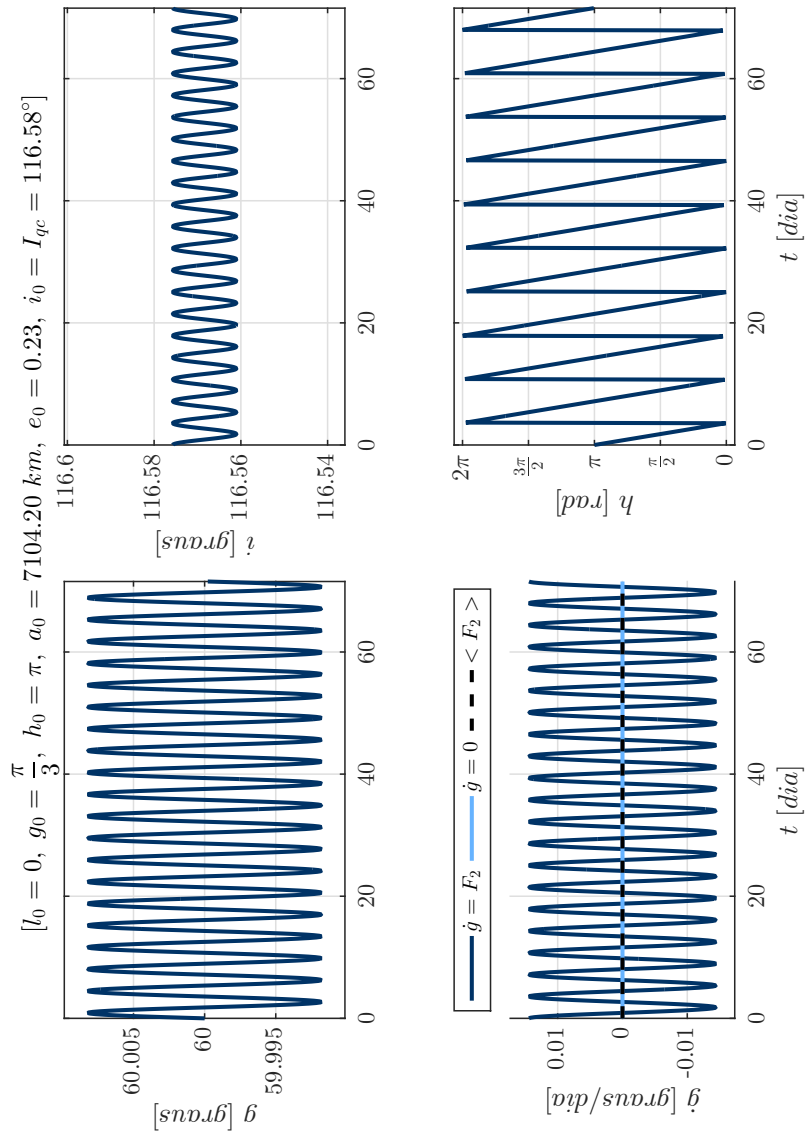
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.89 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7104.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



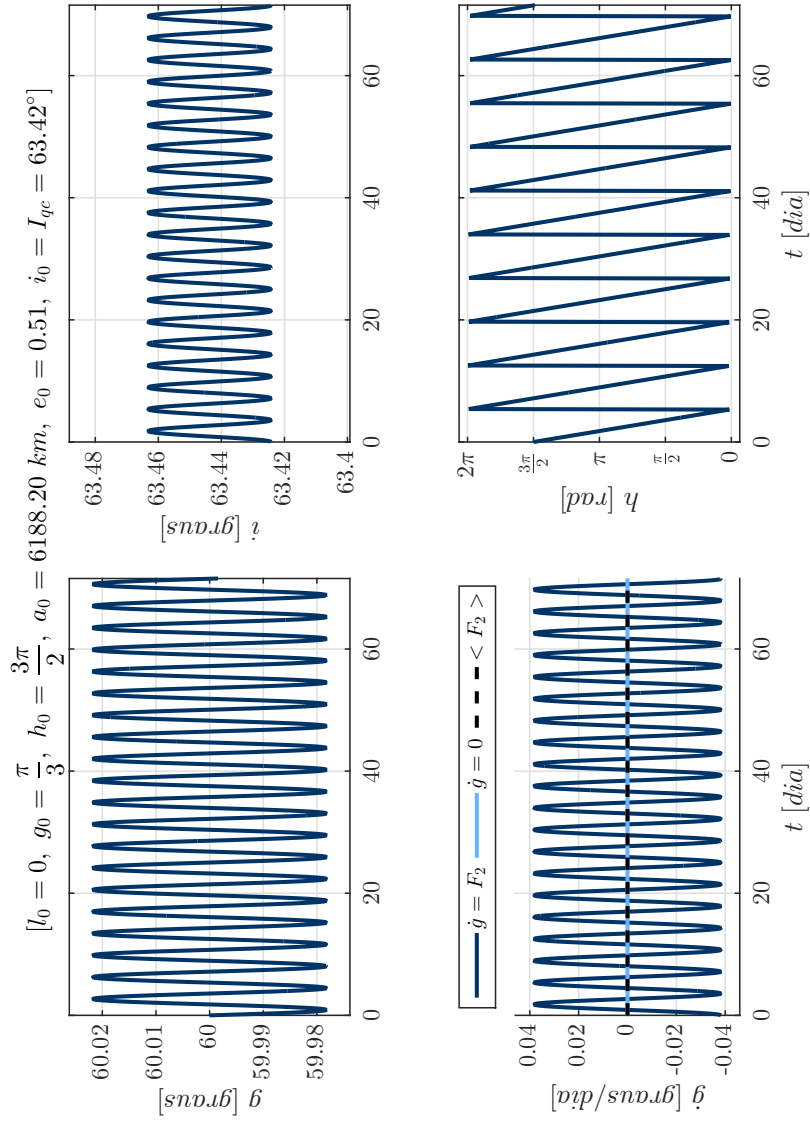
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.90 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7104.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.23$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



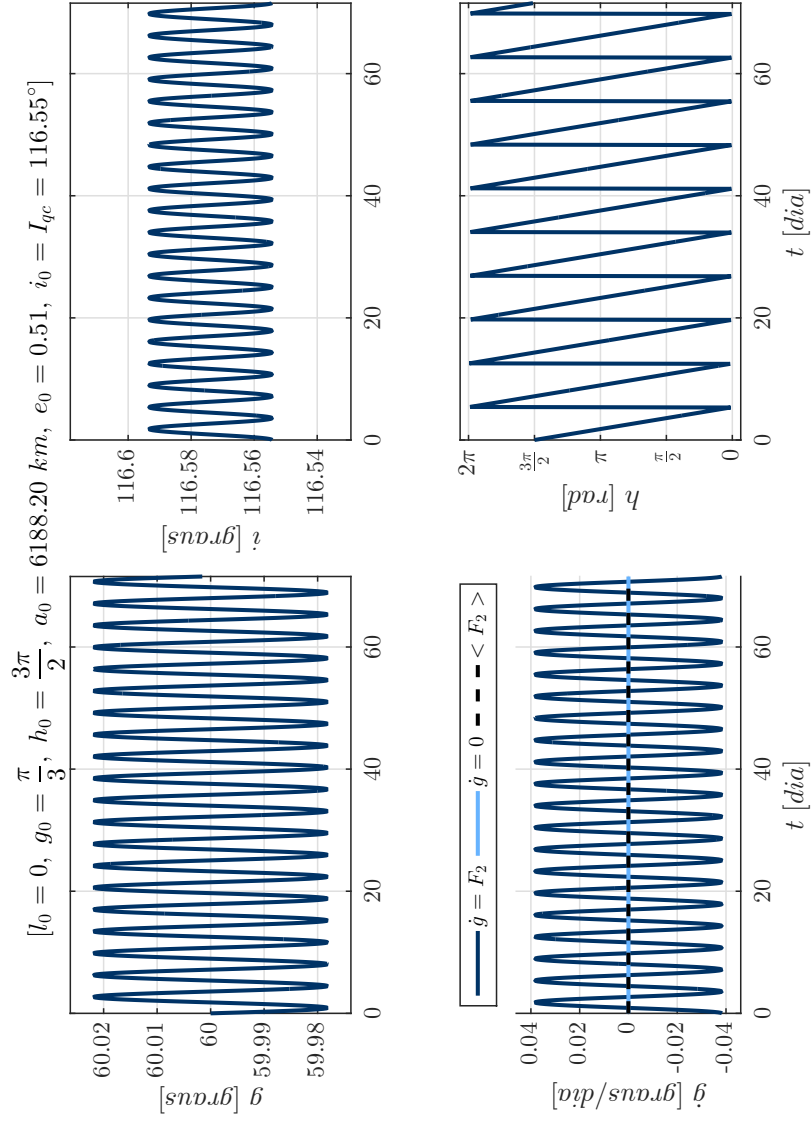
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.91 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 6188.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 63.42^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.92 - Sistema 4. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 6188.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 116.55^\circ$.

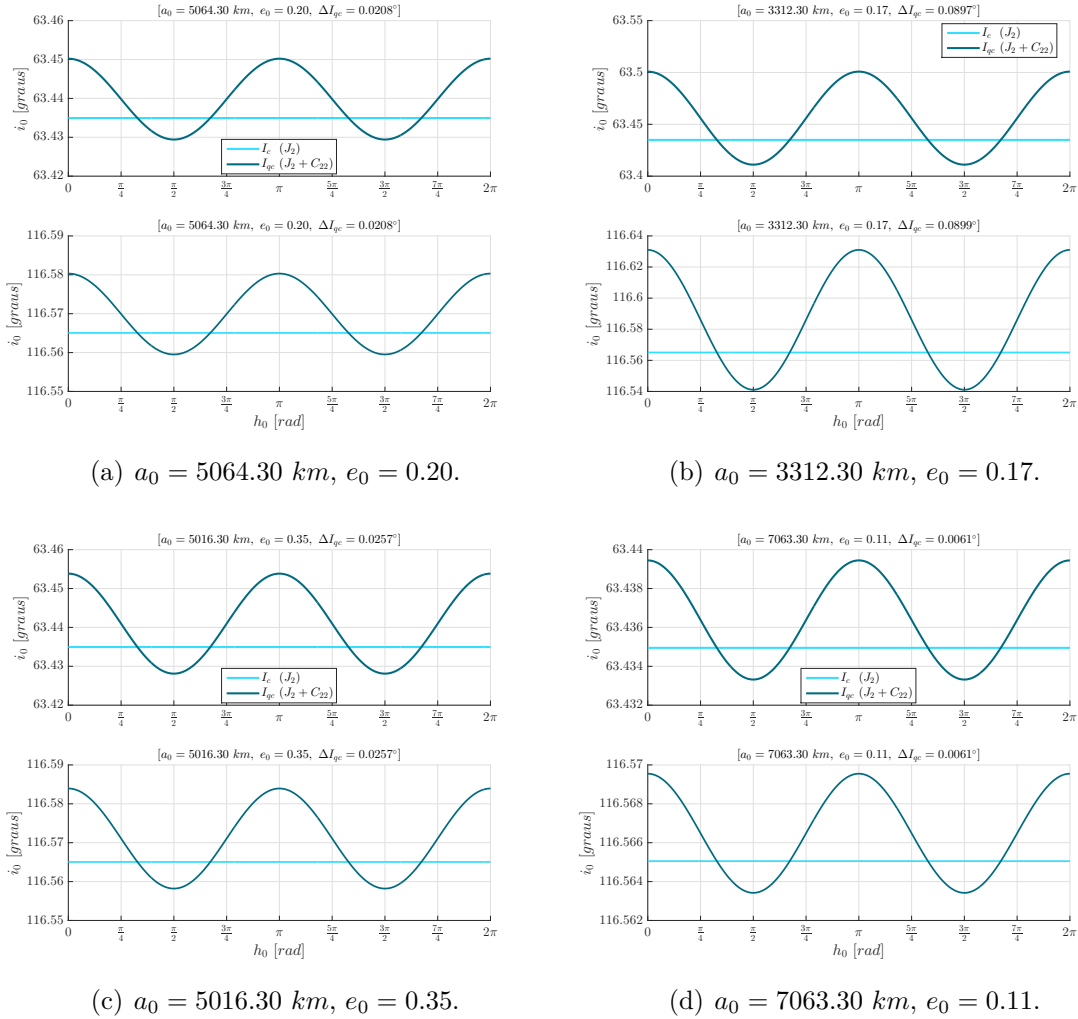


Fonte: Produção do autor.

5.1.5 Sistema 5: satélite artificial orbitando Calisto

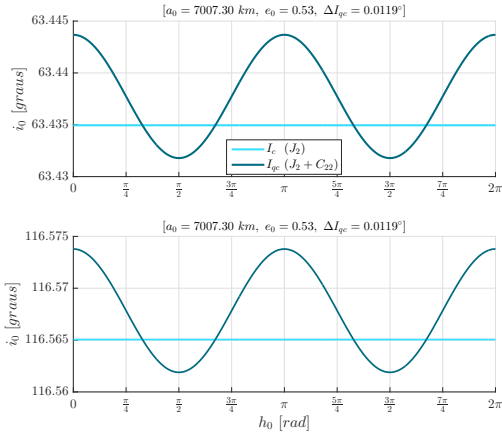
As Figuras 5.93(a)-5.93(d) e 5.94(a)-5.94(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas pelas Equações (4.68) e (4.69), na Subseção 4.5.3, *vide* Figura 4.6(e), para o caso de um veículo espacial ao redor de Calisto. A título de comparação, a inclinação crítica clássica I_c , que é constante e independente de a_0 , e_0 e h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.93(a)-5.93(d) e 5.94(a)-5.94(f), para os casos direto (63.43°) e retrógrado (116.57°), respectivamente.

Figura 5.93 - Sistema 5. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.

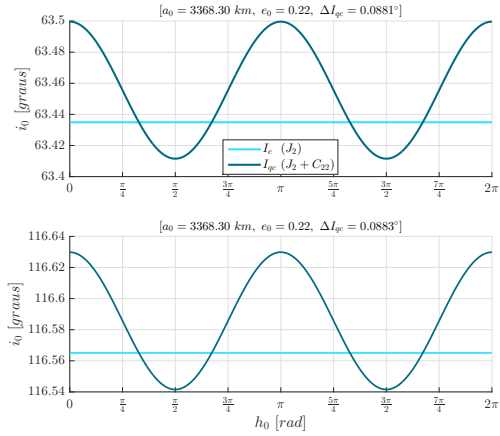


Fonte: Produção do autor.

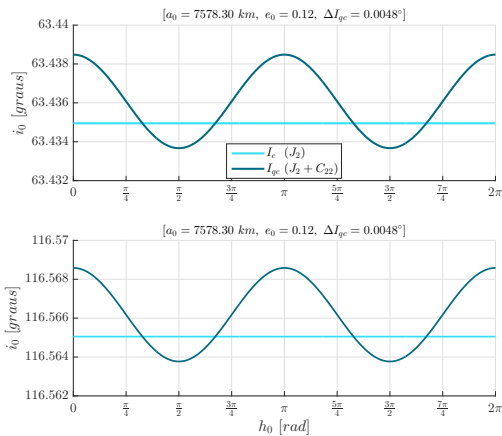
Figura 5.94 - Sistema 5 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.



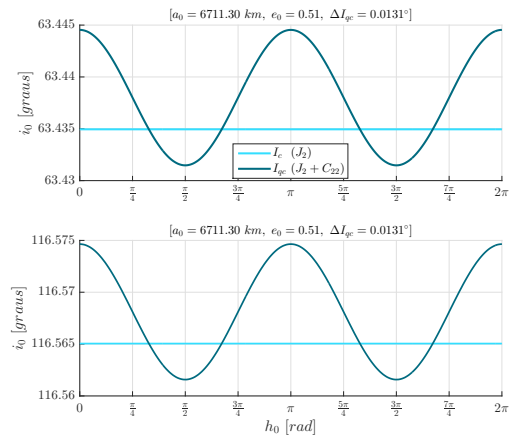
(a) $a_0 = 7007.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.53$.



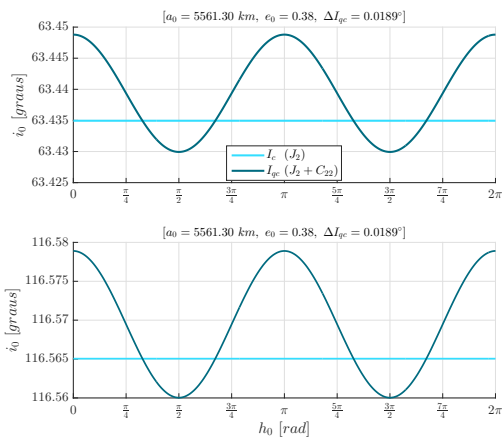
(b) $a_0 = 3368.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.22$.



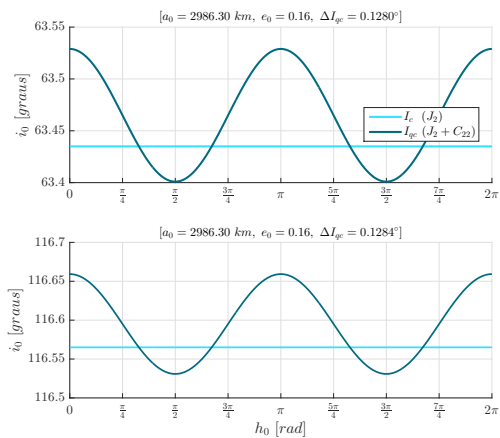
(c) $a_0 = 7578.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$.



(d) $a_0 = 6711.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$.



(e) $a_0 = 5561.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$.



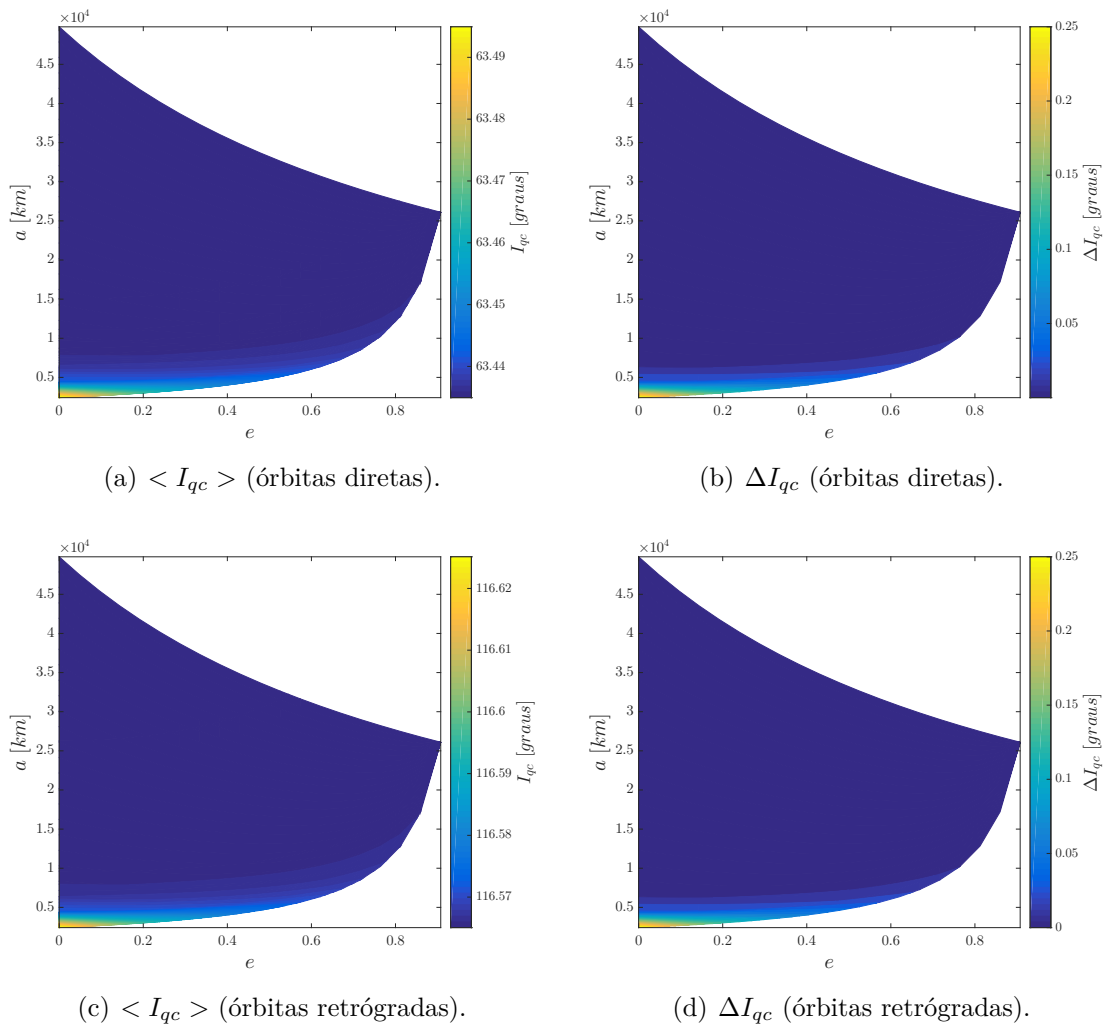
(f) $a_0 = 2986.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$.

Fonte: Produção do autor.

As Figuras 5.95(a) e 5.95(c) exibem as inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, diretas e retrógradas, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.6(e). As Figuras 5.95(b) e 5.95(d) mostram o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas.

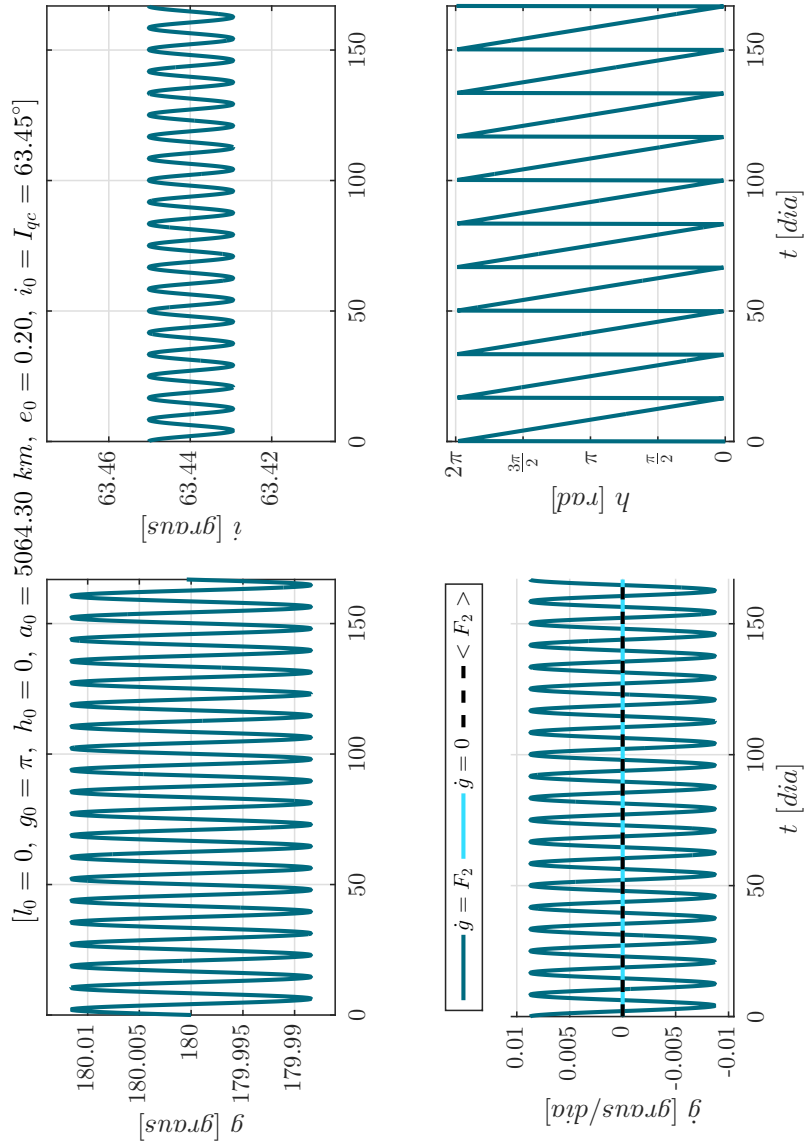
As Figuras 5.96-5.115 mostram as soluções obtidas pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.93(a)-5.93(d) e 5.94(a)-5.94(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente, para os casos direto e retrógrado, respectivamente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.95 - Sistema 5. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



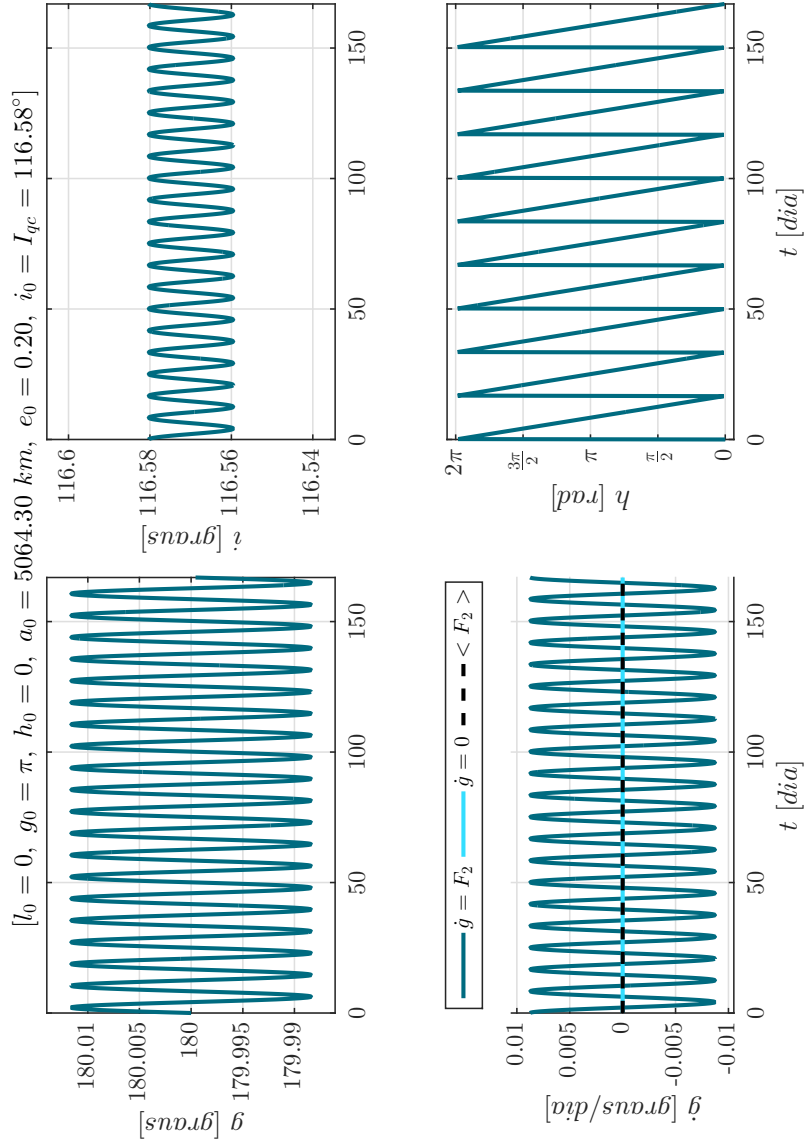
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.96 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5064.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



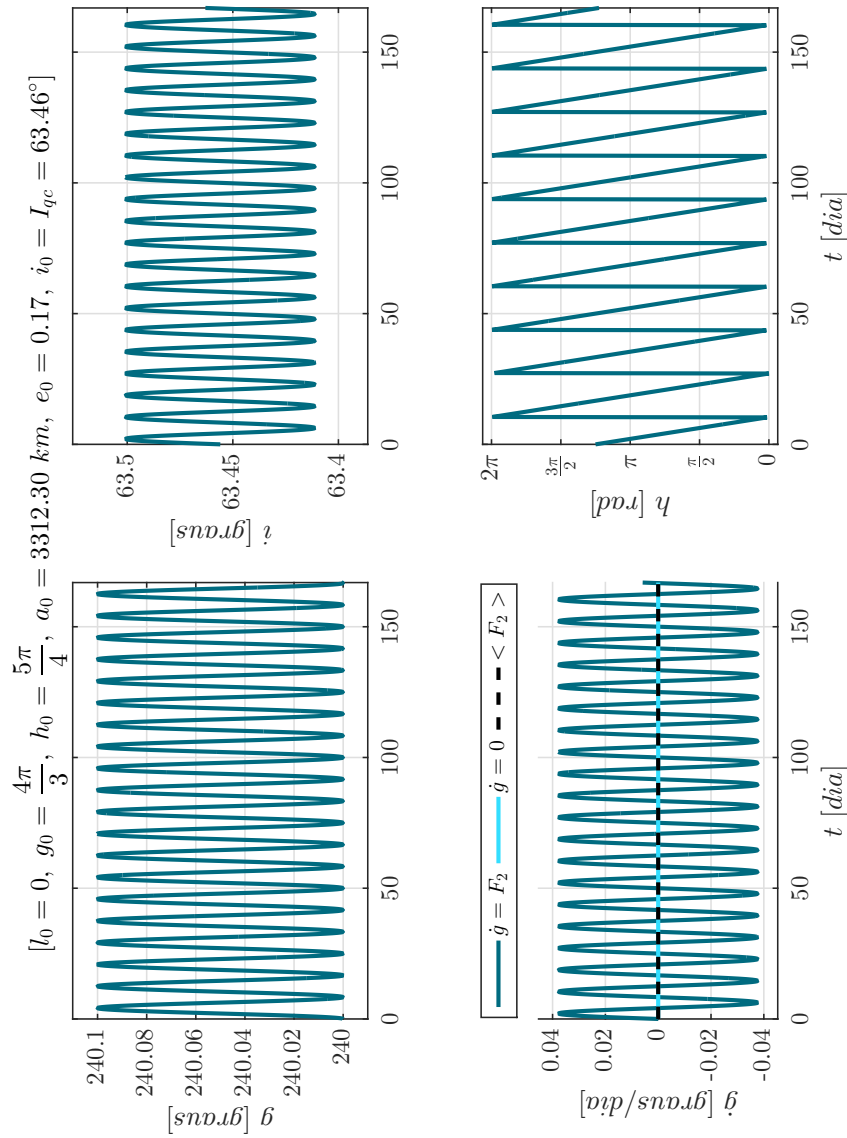
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.97 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 5064.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



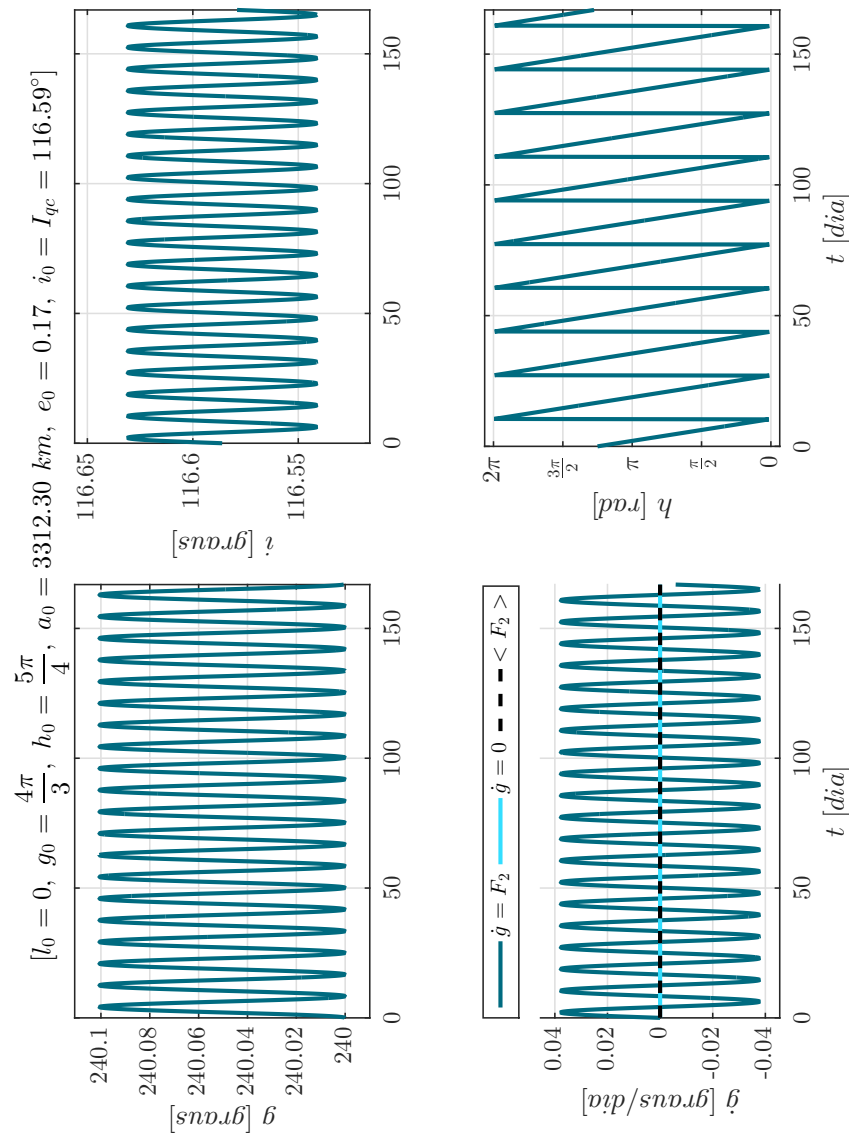
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.98 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3312.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 63.46^\circ$.



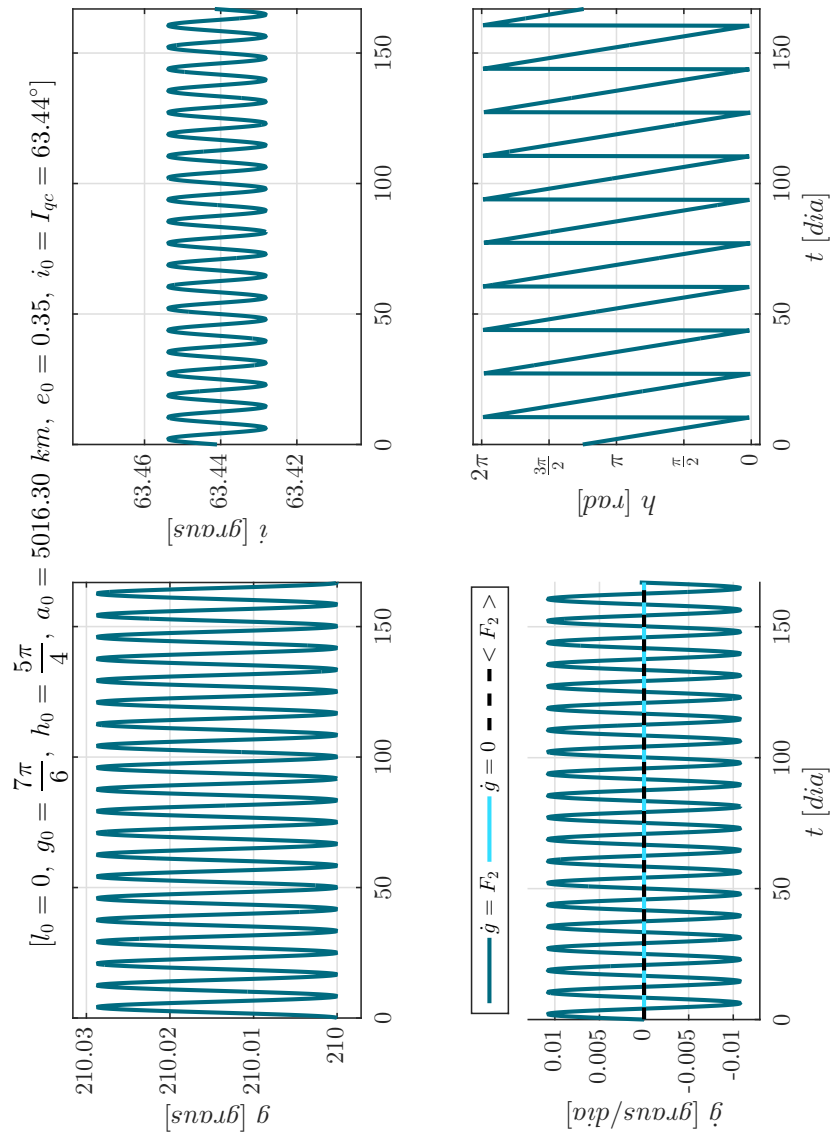
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.99 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3312.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qc} = 116.59^\circ$.



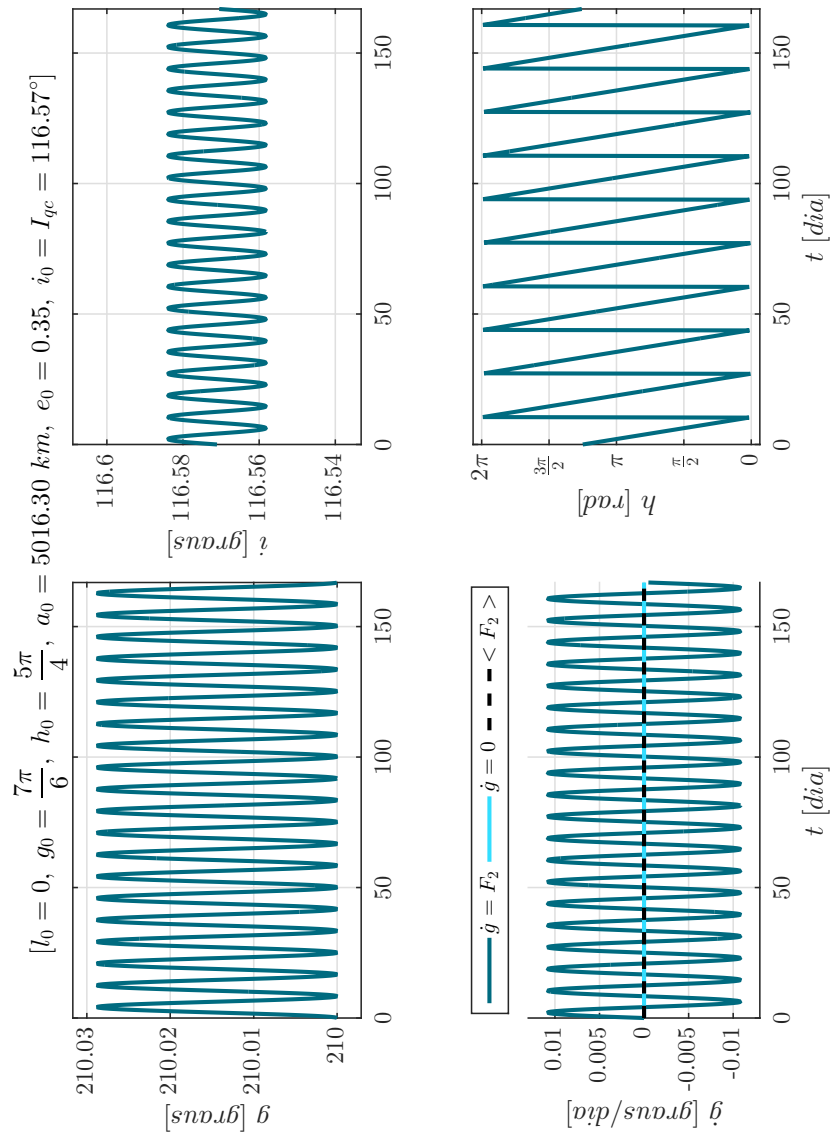
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.100 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5016.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.35$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



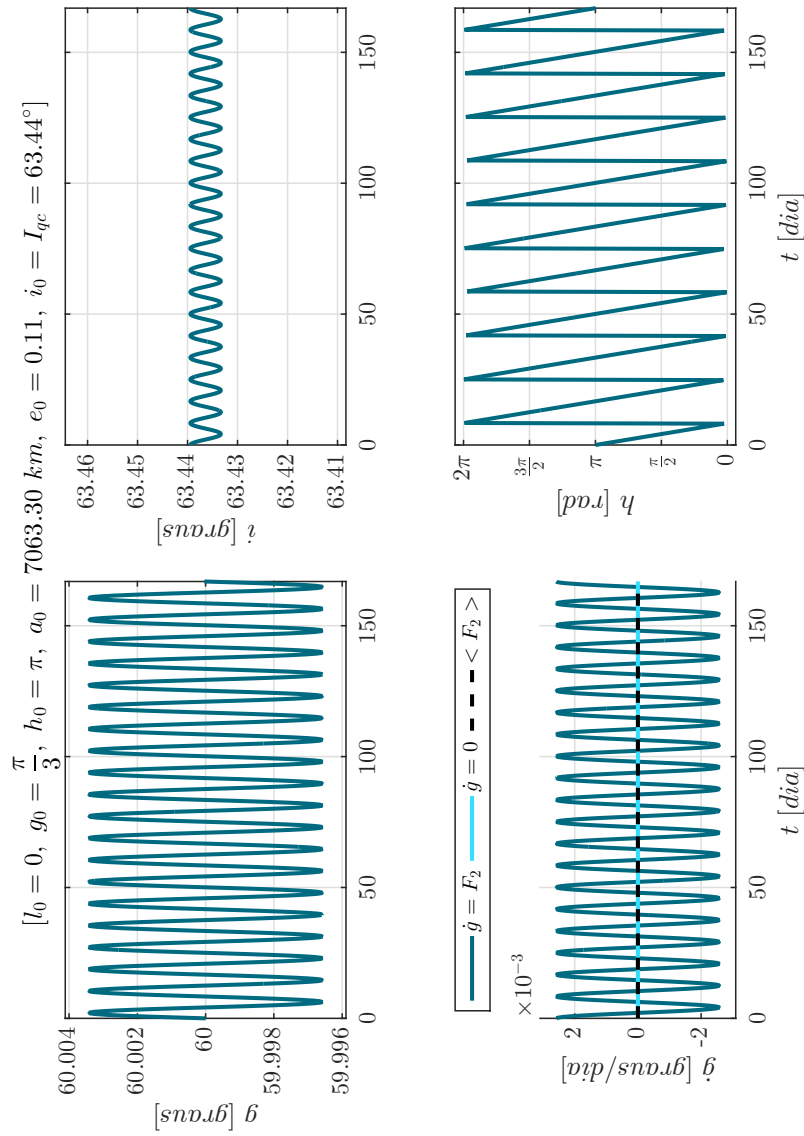
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.101 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 5016.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.35$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



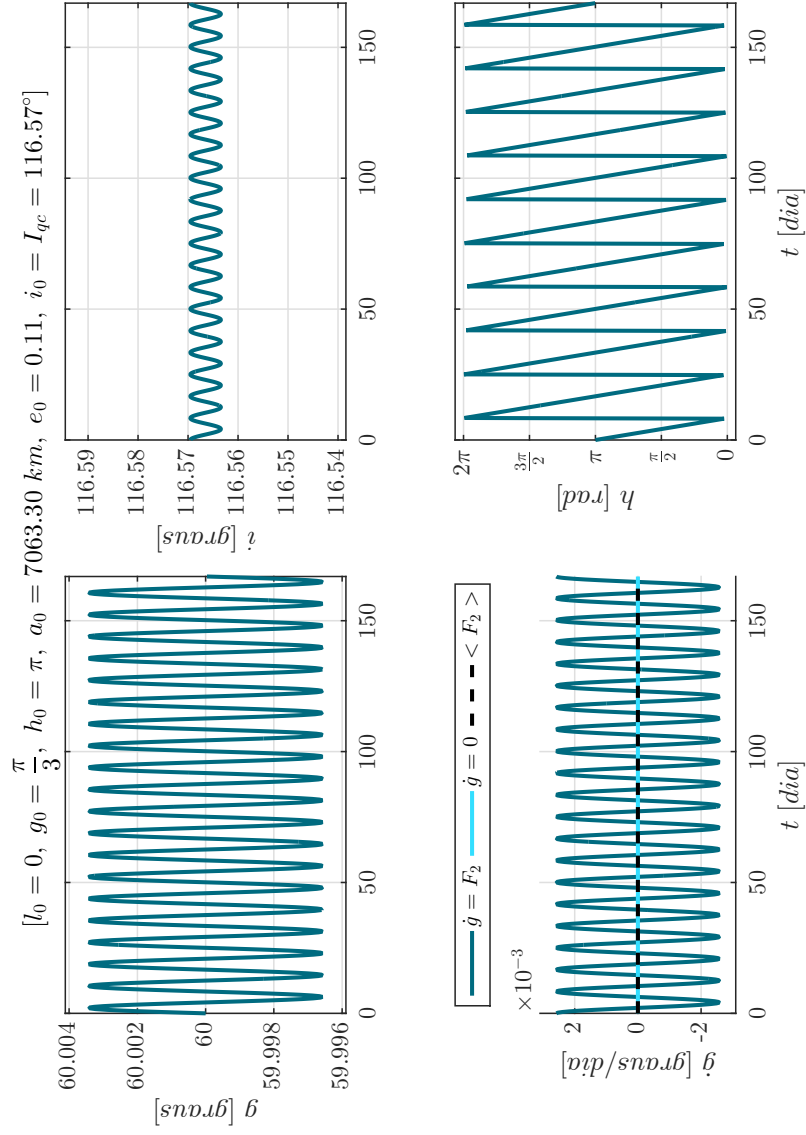
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.102 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7063.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



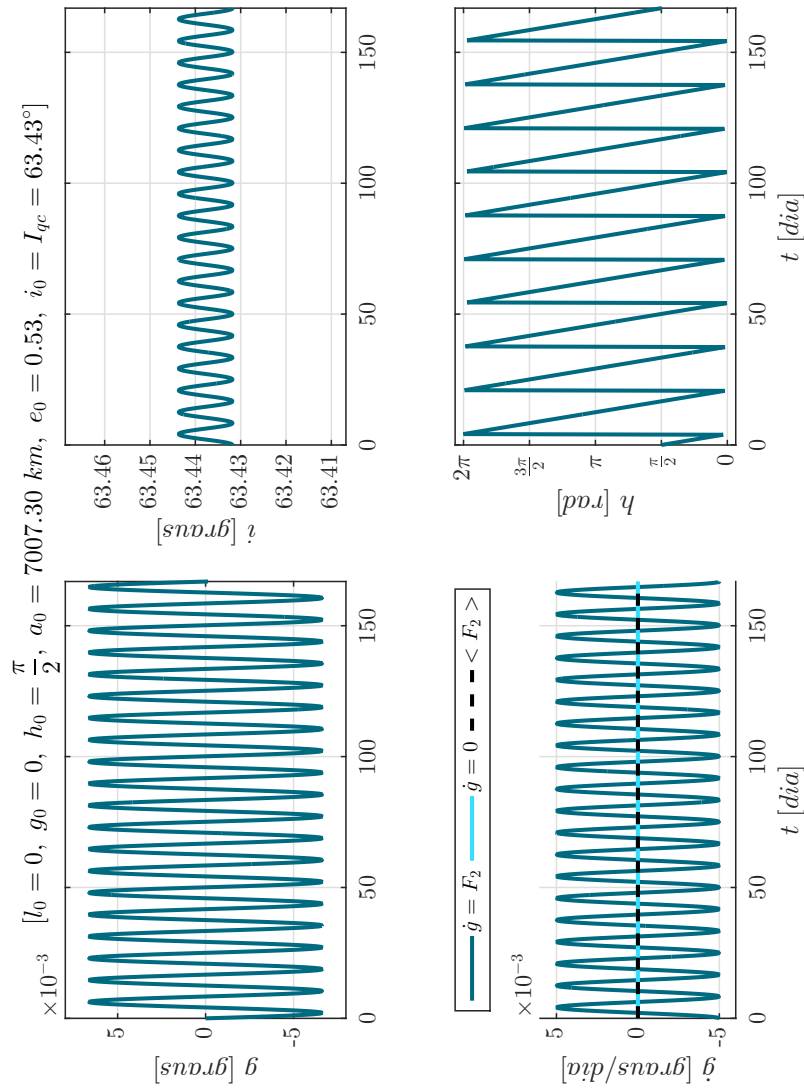
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.103 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 7063.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



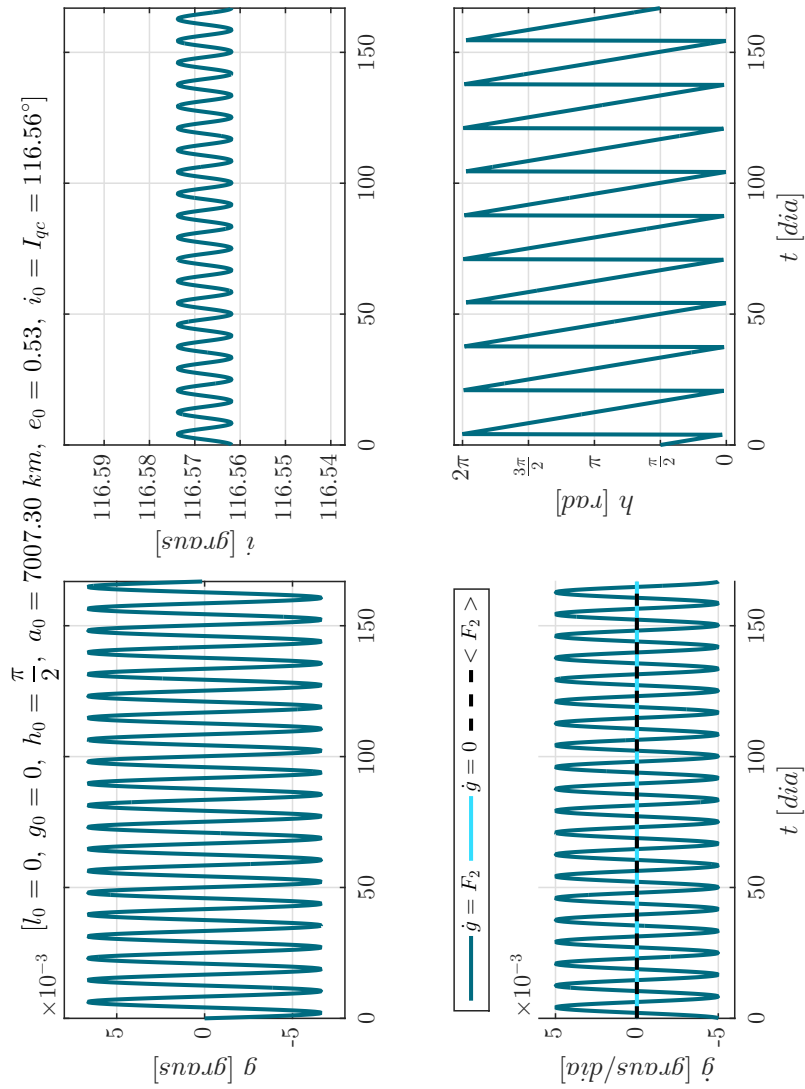
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.104 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 7007.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.53$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$.



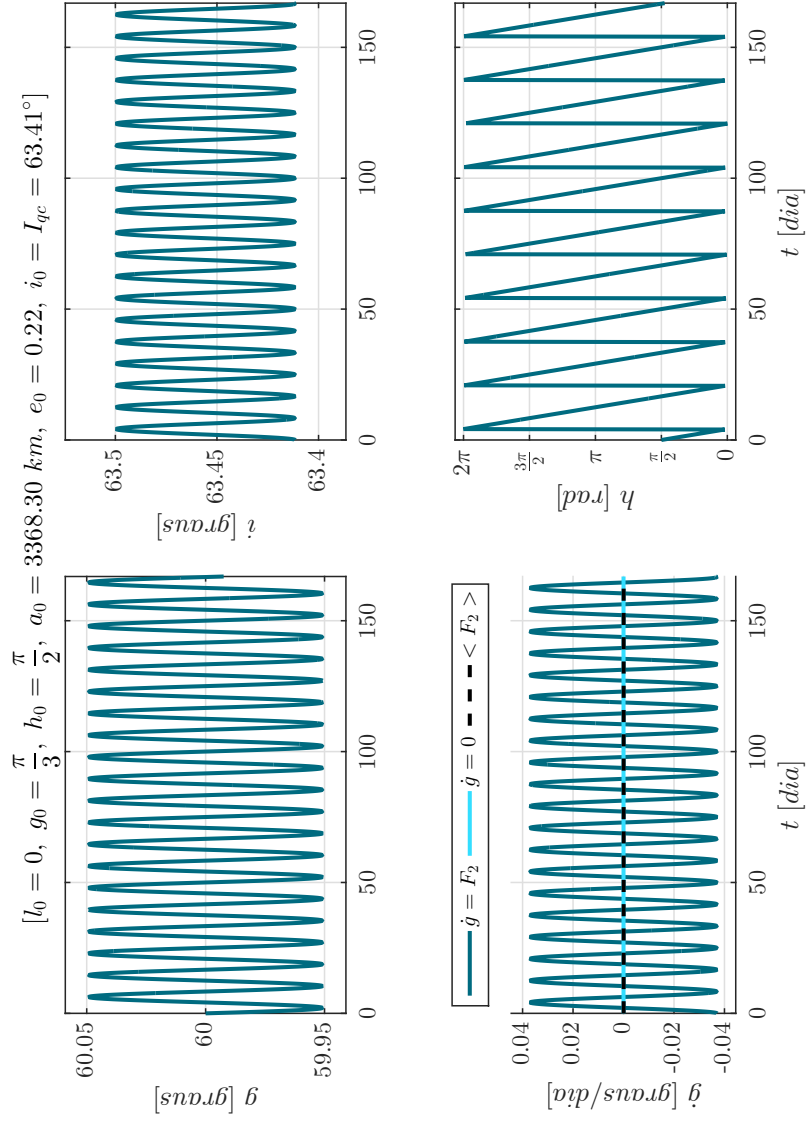
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.105 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 7007.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.53$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



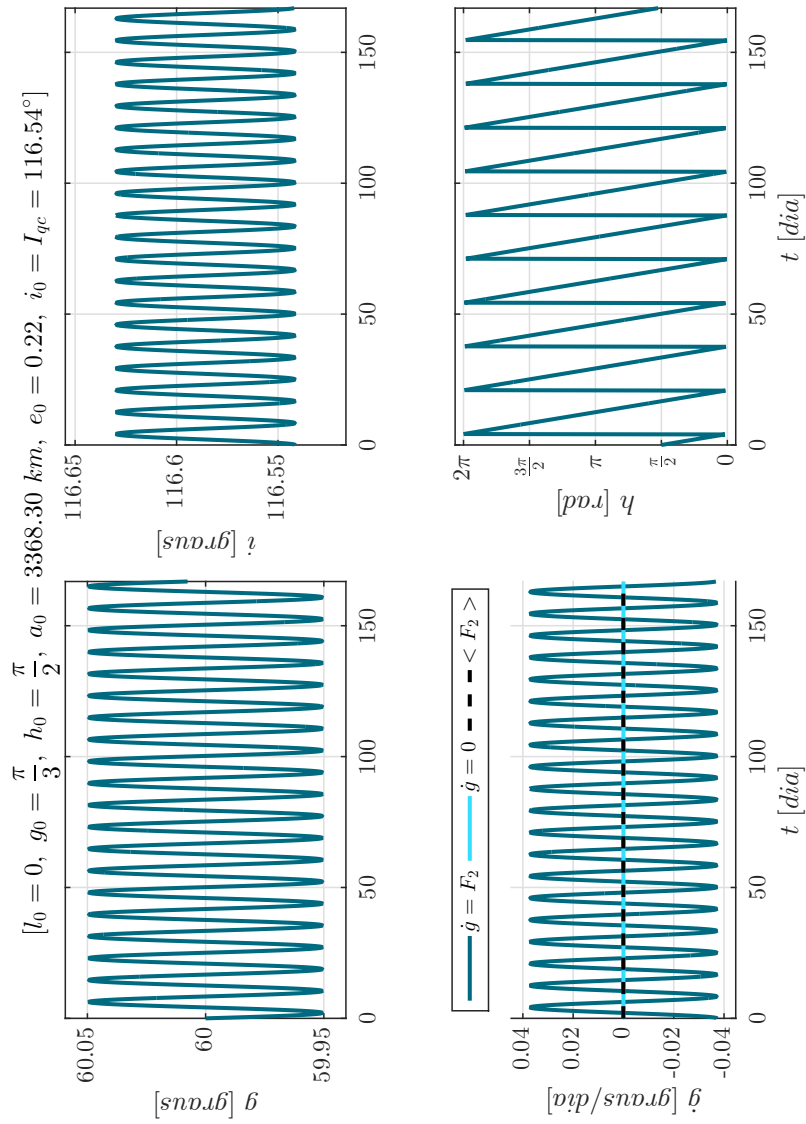
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.106 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3368.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.22$, $i_0 = I_{qc} = 63.41^\circ$.



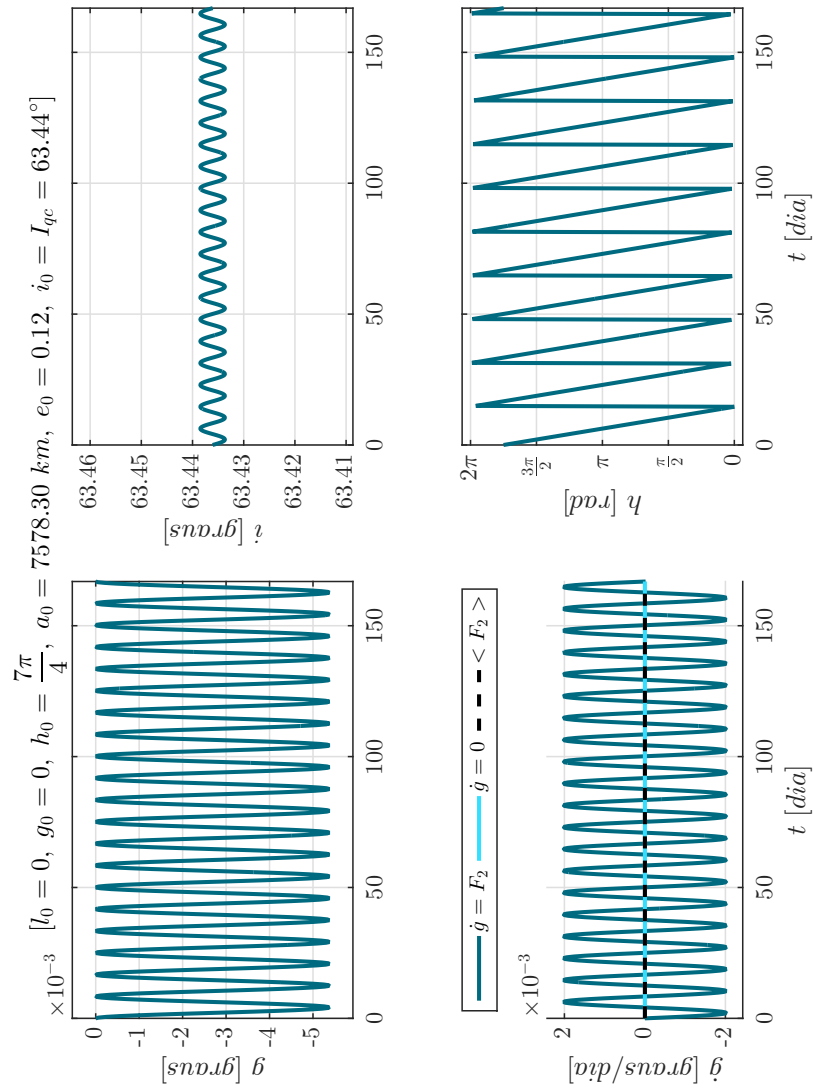
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.107 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3368.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.22$, $i_0 = I_{qc} = 116.54^\circ$.



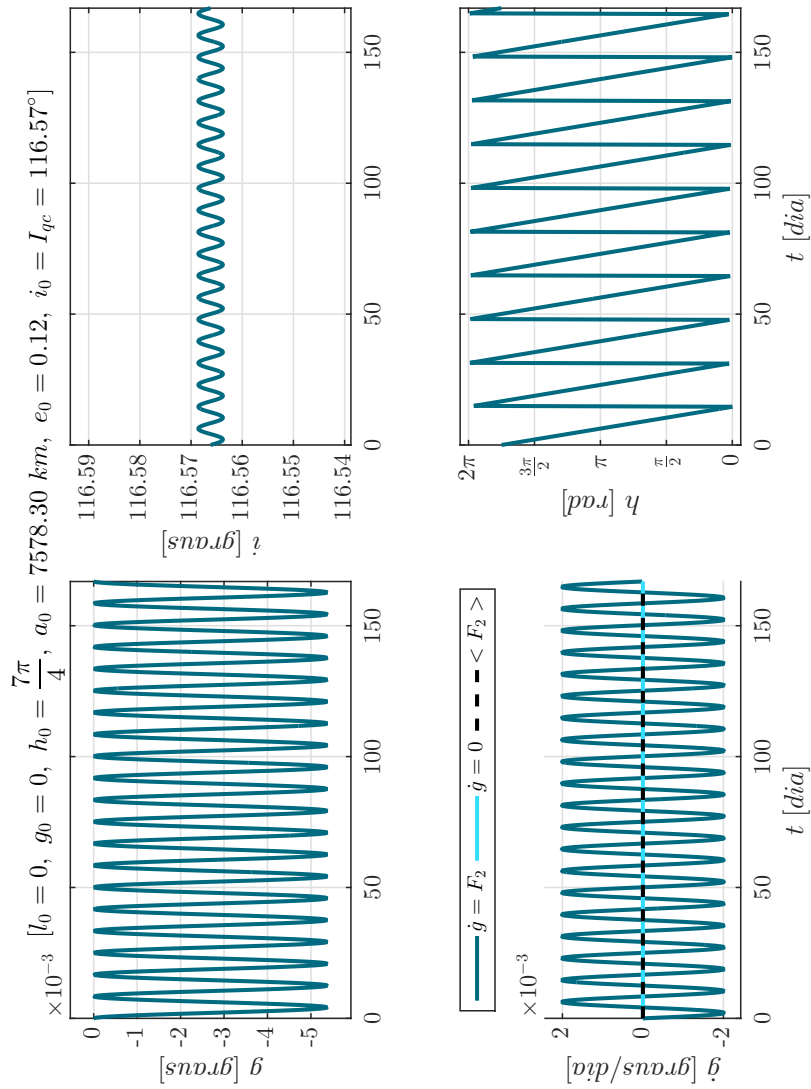
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.108 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7578.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



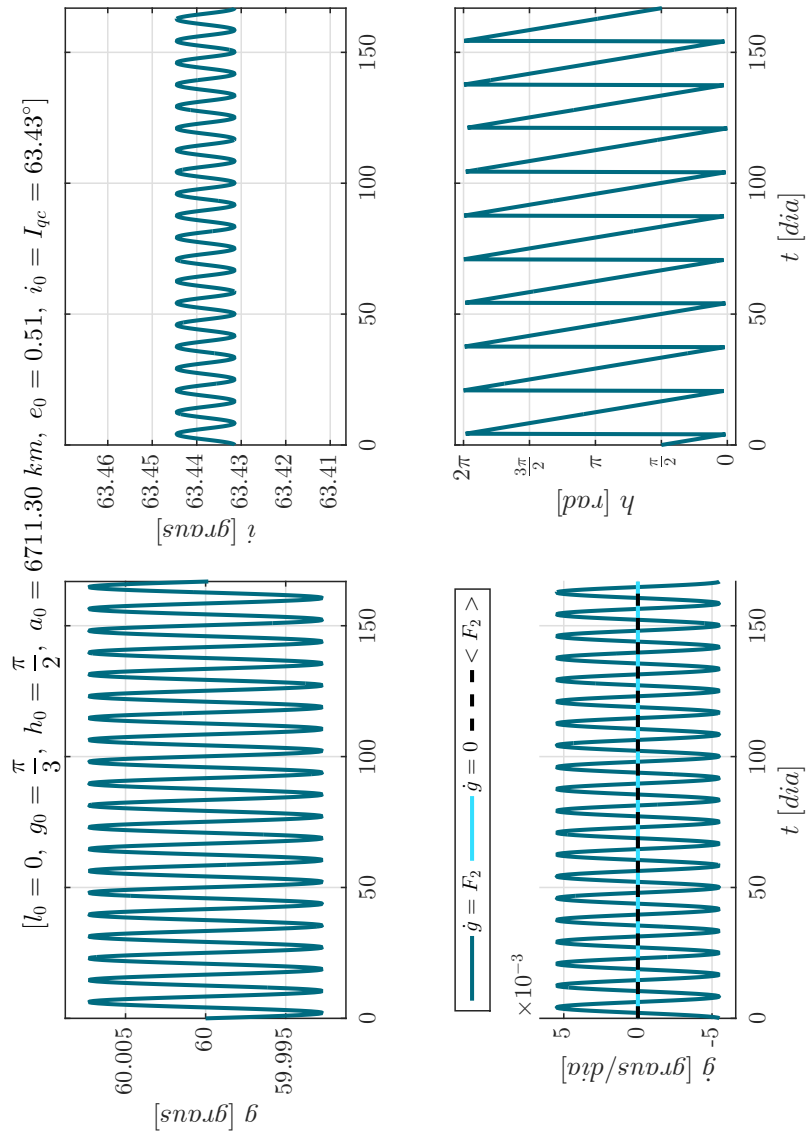
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.109 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7578.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



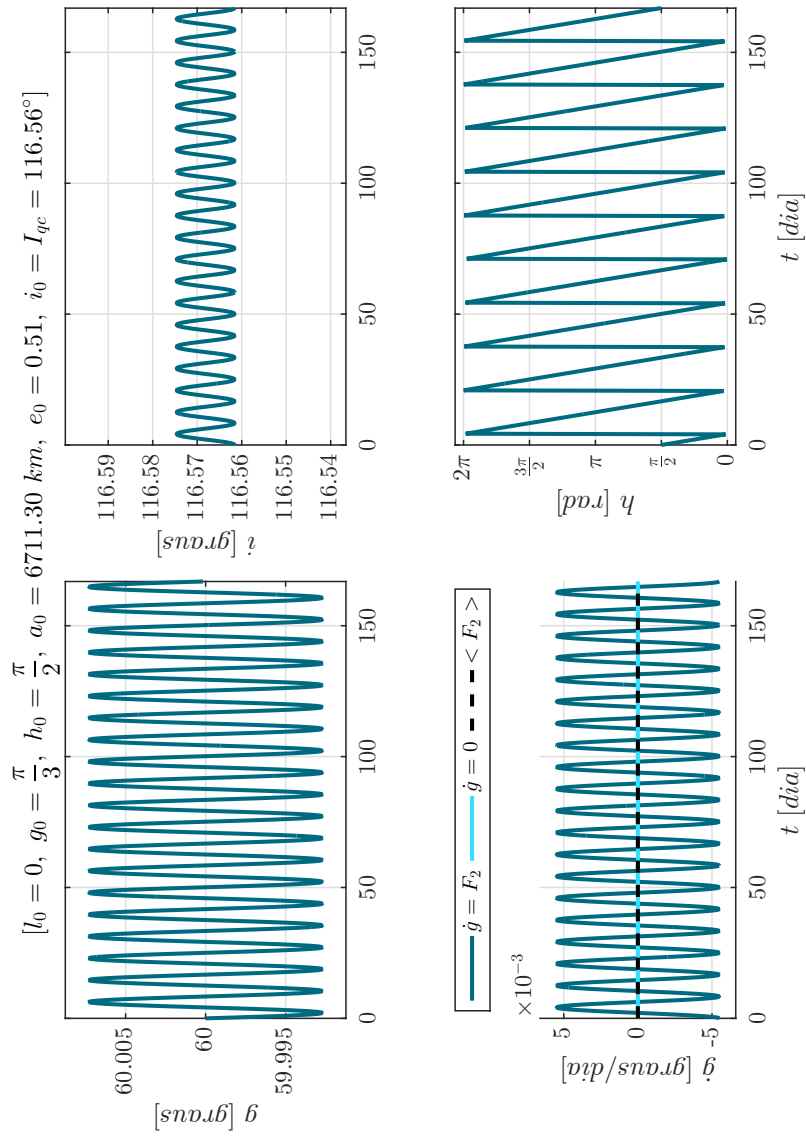
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.110 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6711.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$.



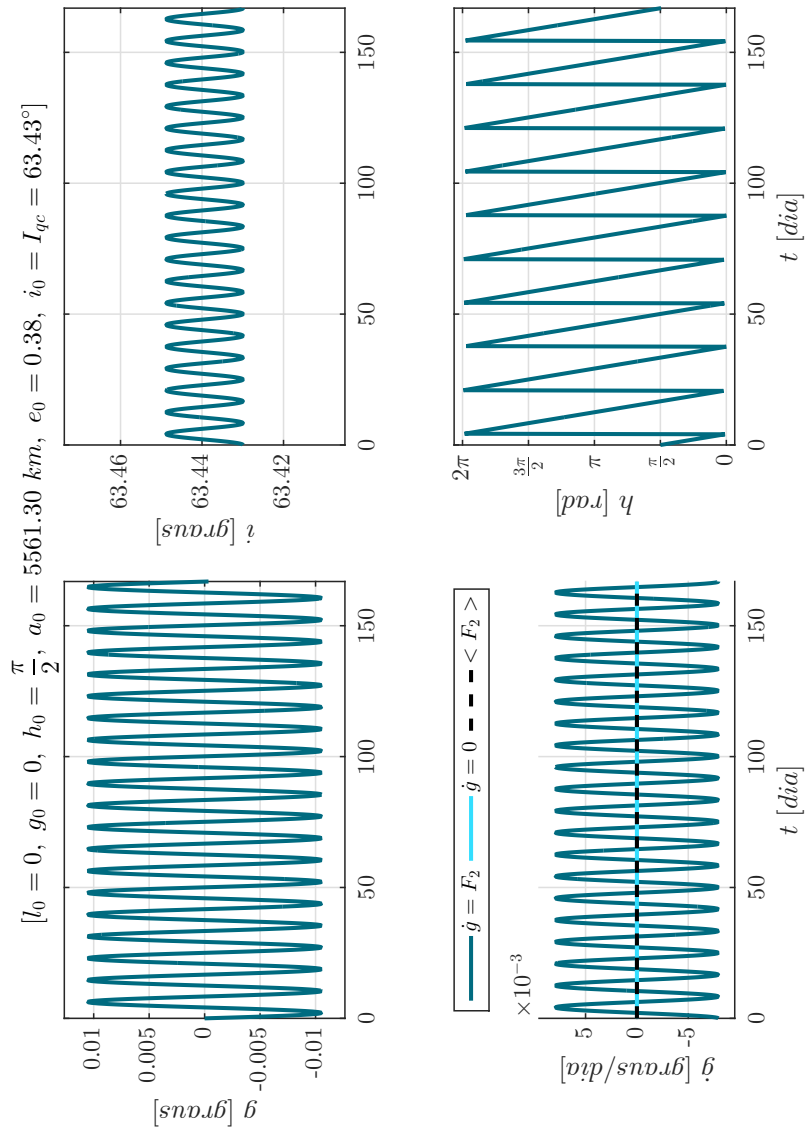
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.111 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 6711.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.51$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



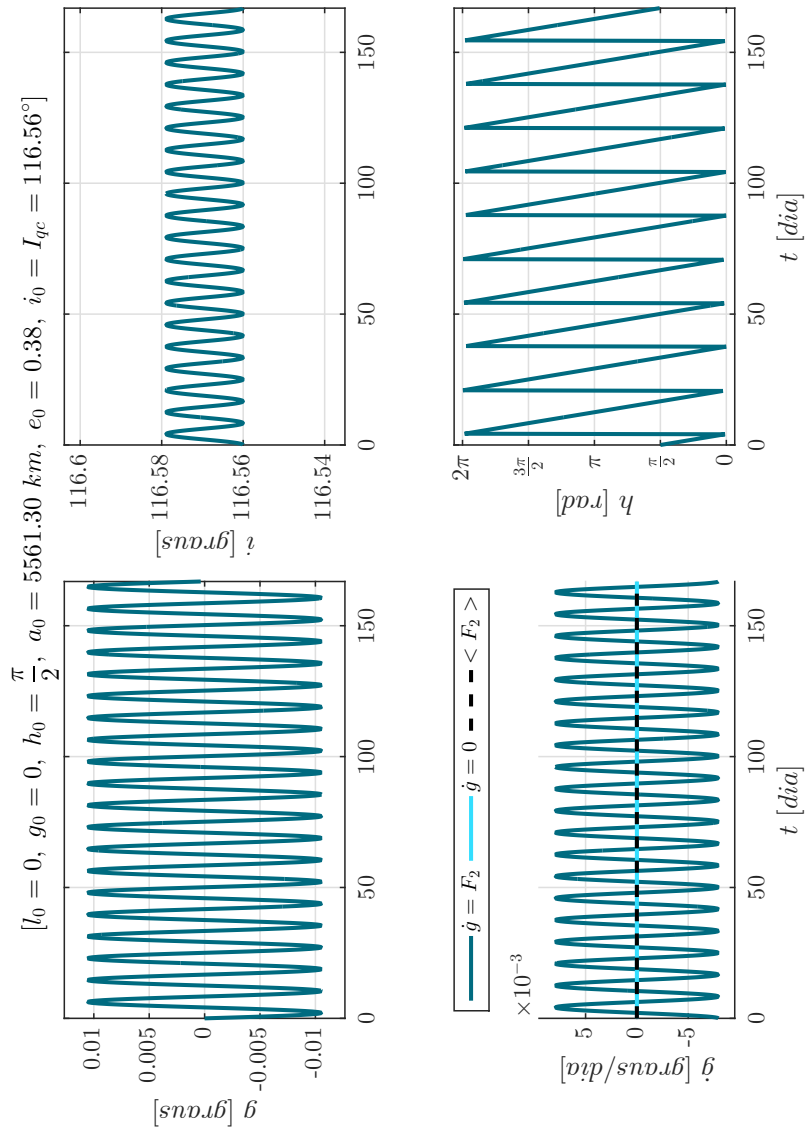
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.112 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5561.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$.



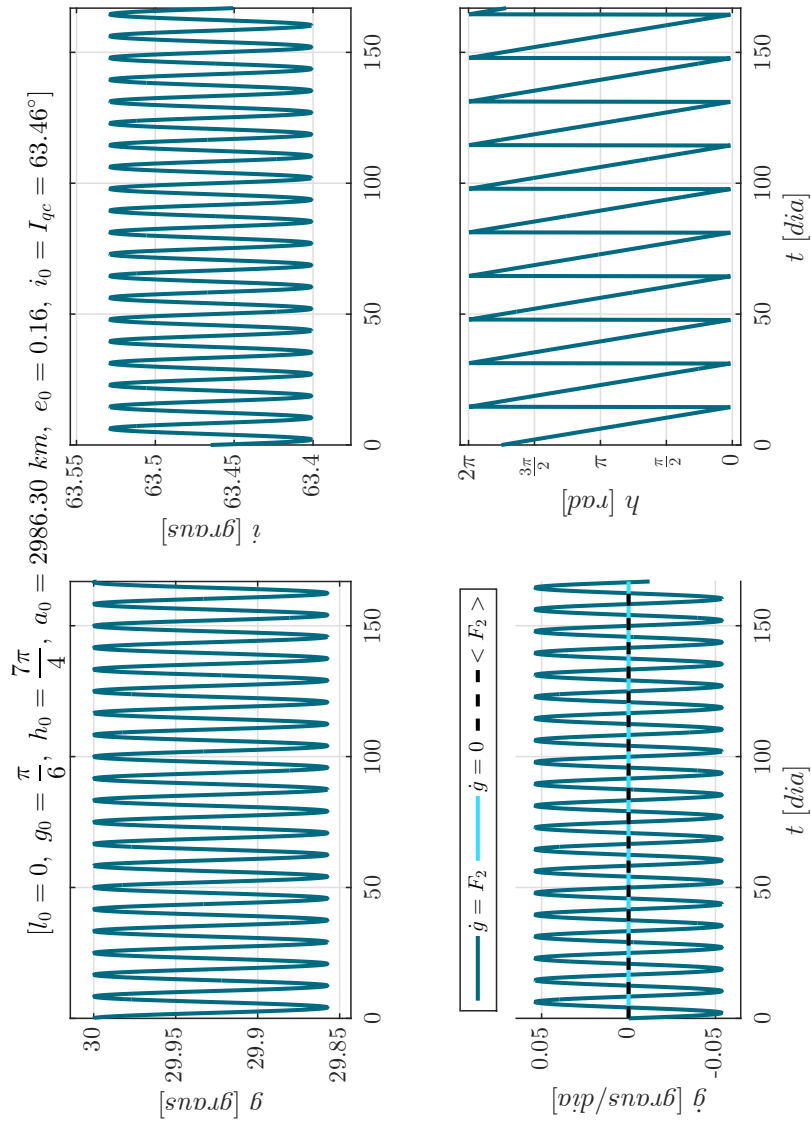
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.113 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 5561.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



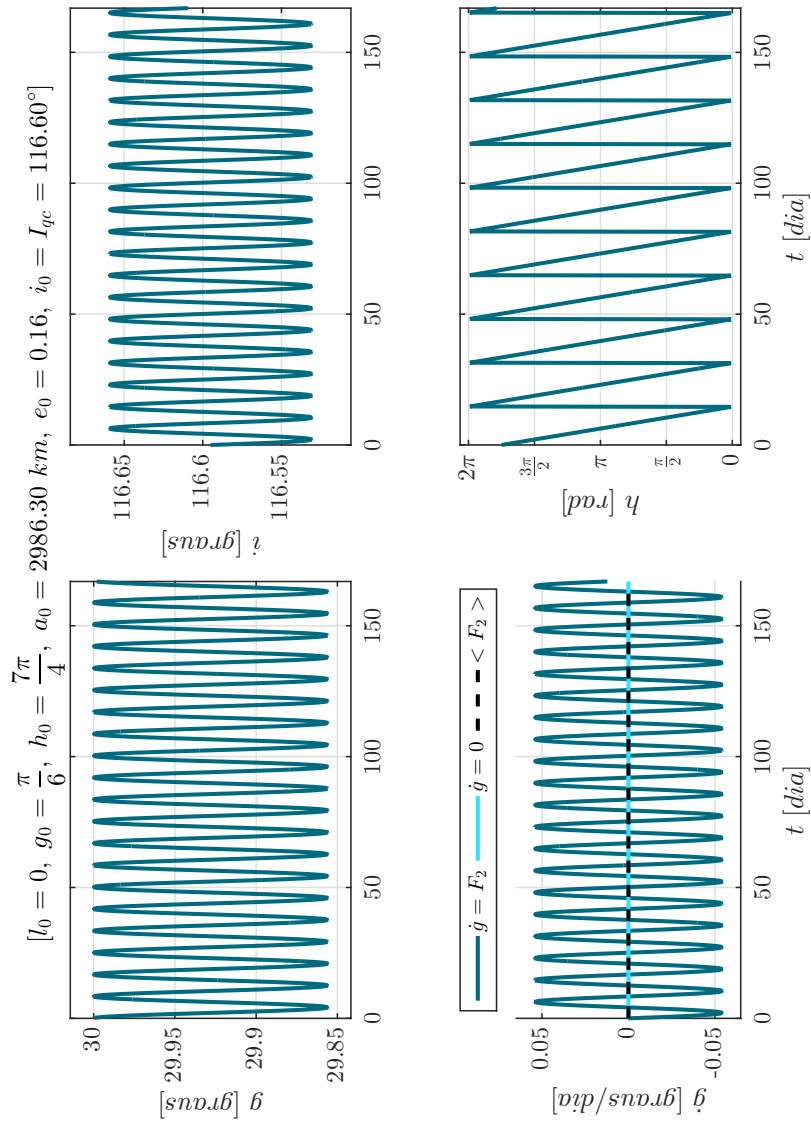
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.114 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2986.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 63.46^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.115 - Sistema 5. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2986.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 116.60^\circ$.

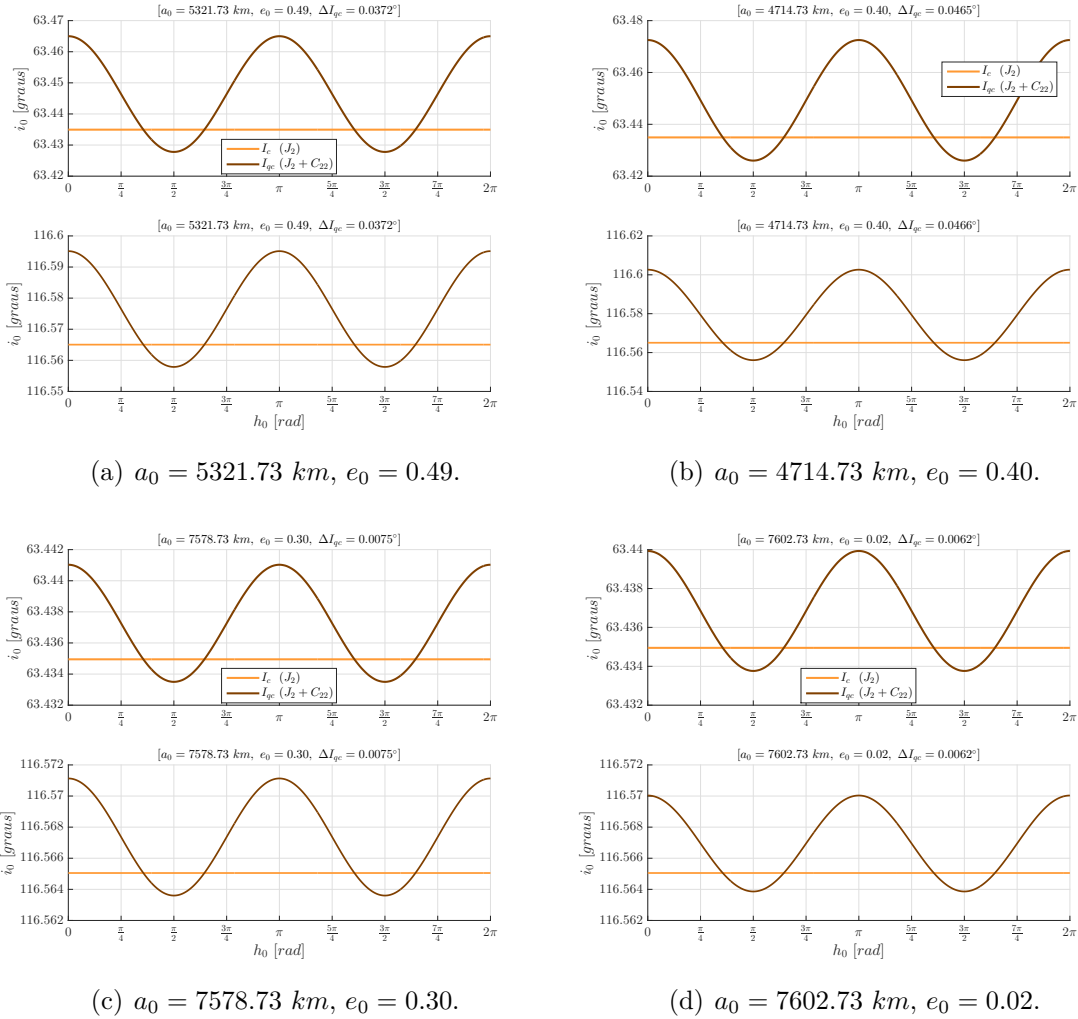


Fonte: Produção do autor.

5.1.6 Sistema 6: satélite artificial orbitando Titã

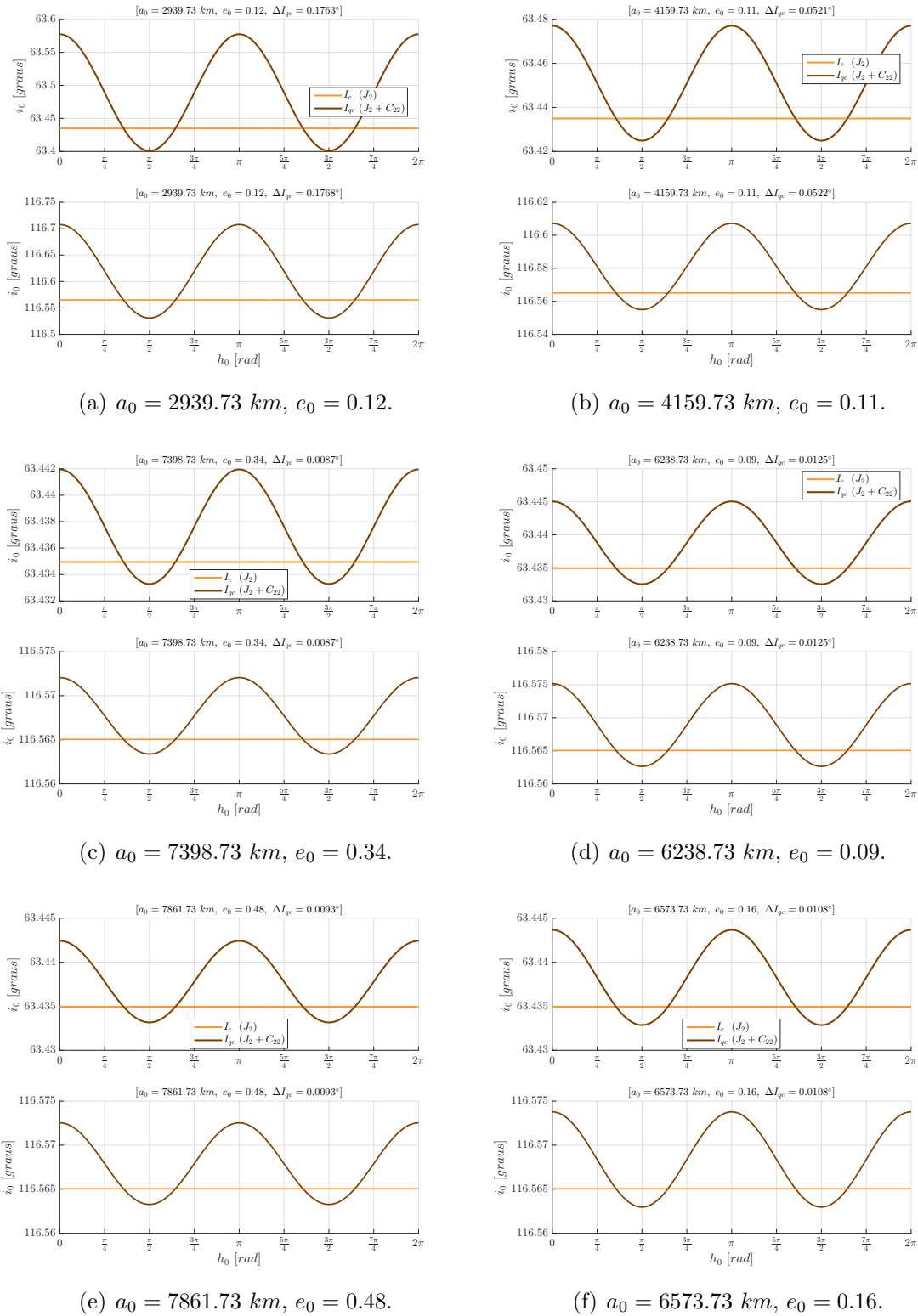
As Figuras 5.116(a)-5.116(d) e 5.117(a)-5.117(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas pelas Equações (4.68) e (4.69), na Subseção 4.5.3, *vide* Figura 4.6(f), para o caso de um veículo espacial ao redor de Titã. A título de comparação, a inclinação crítica clássica I_c , que é constante e independente de a_0 , e_0 e h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.116(a)-5.116(d) e 5.117(a)-5.117(f), para os casos direto (63.43°) e retrógrado (116.57°), respectivamente.

Figura 5.116 - Sistema 6. Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradadas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.117 - Sistema 6 (continuação). Curvas de inclinações quase-críticas diretas e retrógradas (I_{qc}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.

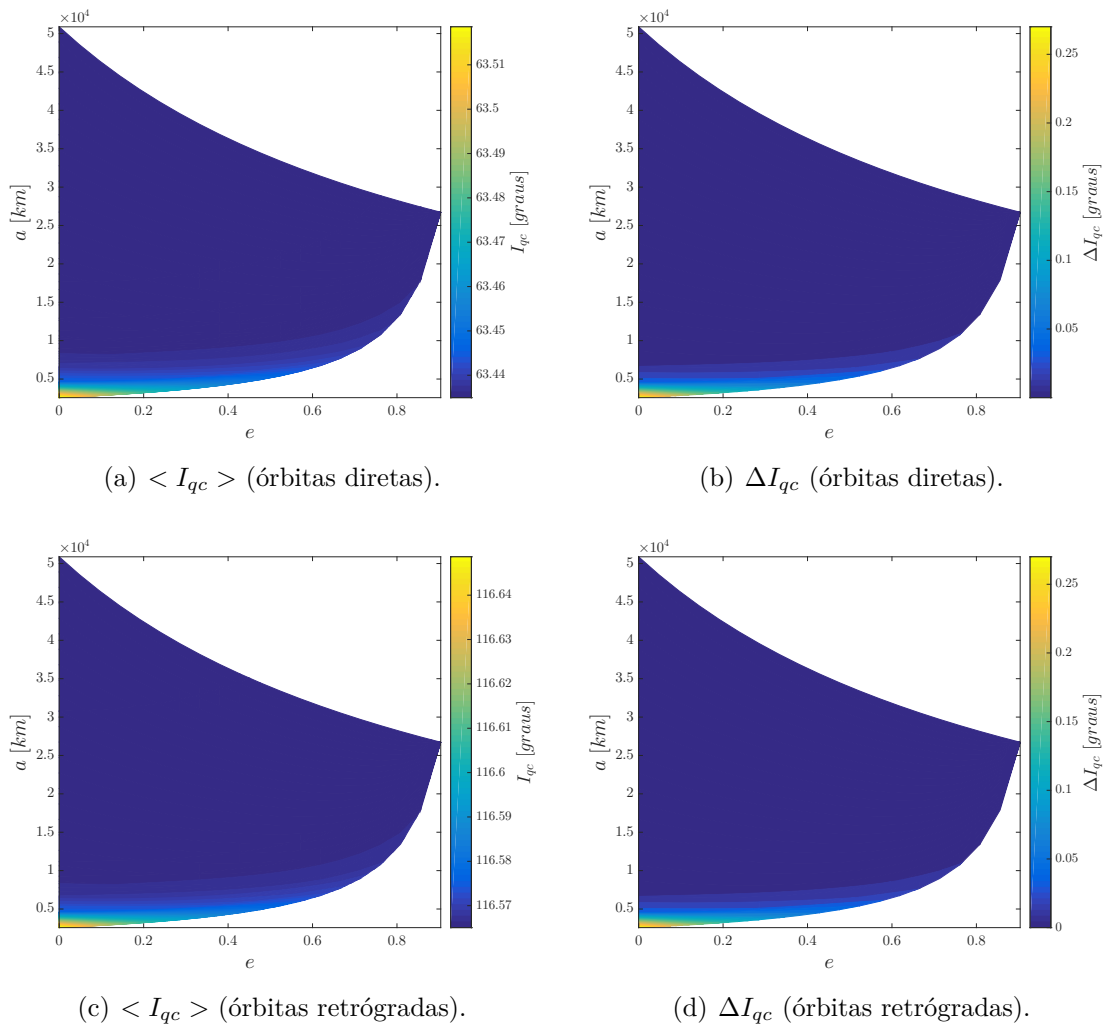


Fonte: Produção do autor.

As Figuras 5.118(a) e 5.118(c) exibem as inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, diretas e retrógradas, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.6(f). As Figuras 5.118(b) e 5.118(d) mostram o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas.

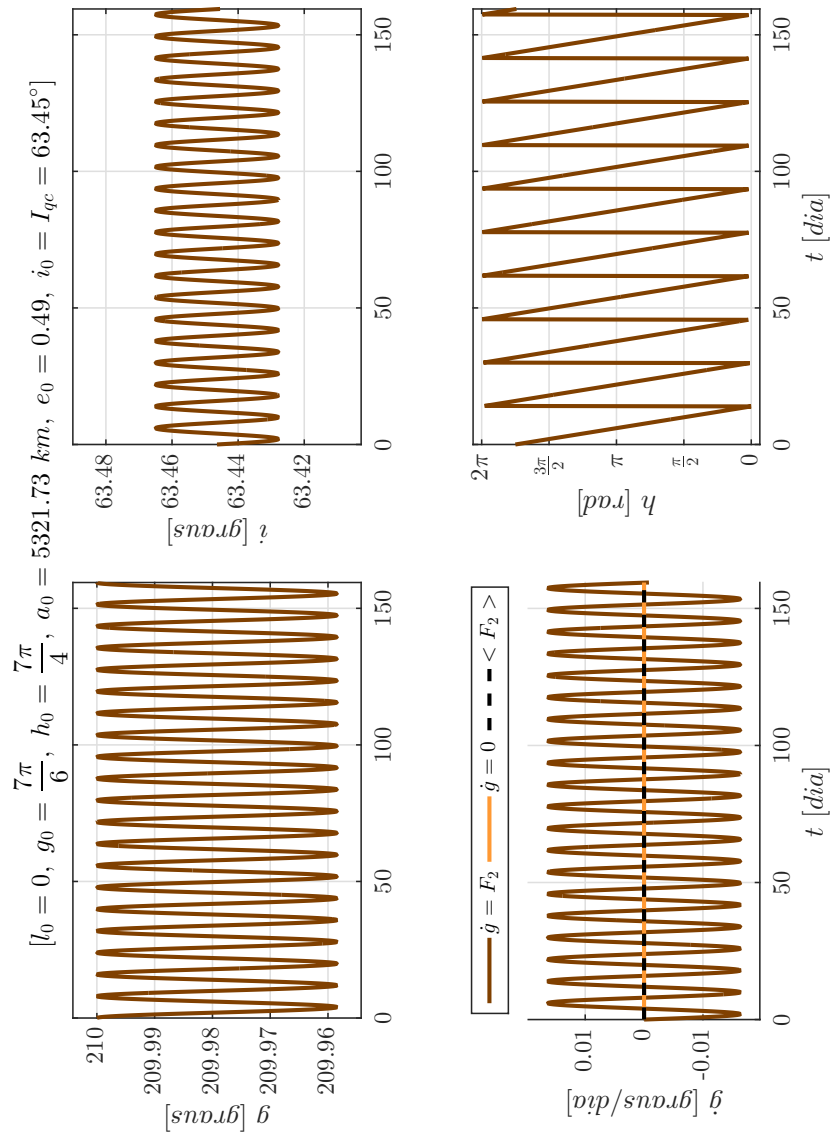
As Figuras 5.119-5.138 mostram as soluções obtidas pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.116(a)-5.116(d) e 5.117(a)-5.117(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente, para os casos direto e retrógrado, respectivamente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.118 - Sistema 6. (a) e (c) Inclinações quase-críticas médias $\langle I_{qc} \rangle$, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) e (d) Amplitude ΔI_{qc} das curvas de inclinações quase-críticas, prógradas e retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



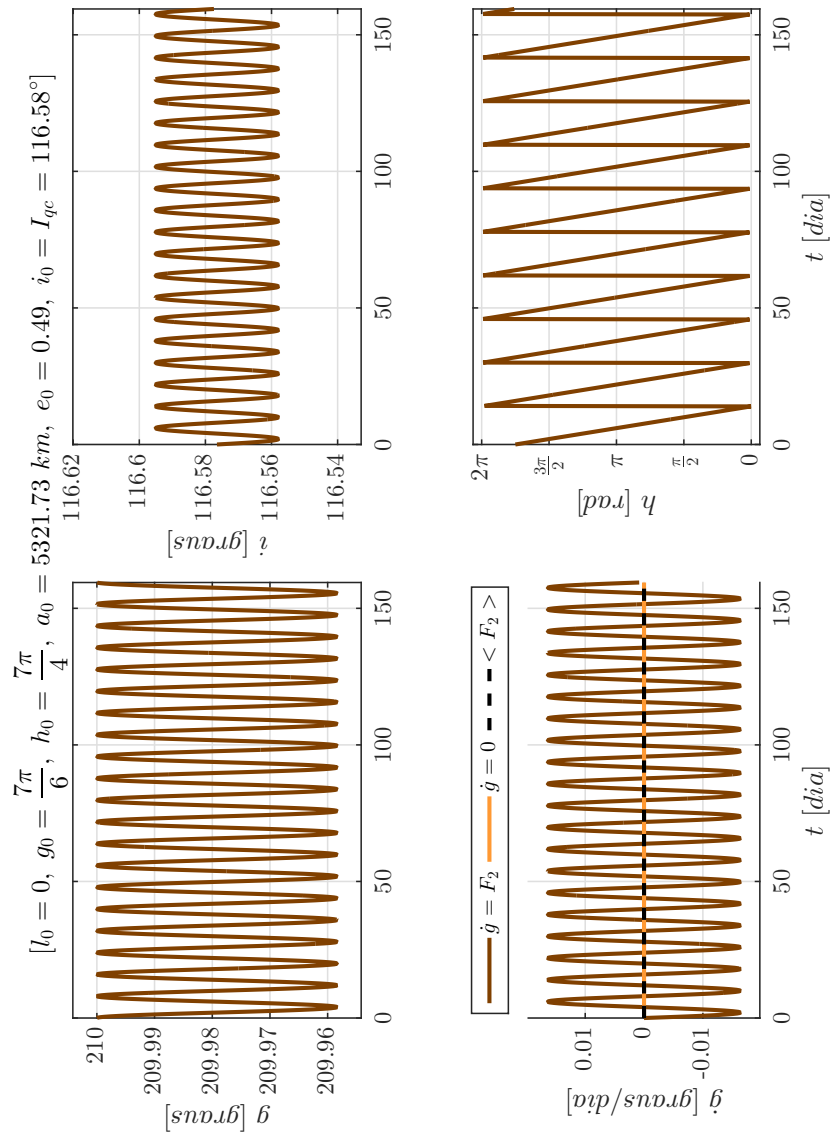
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.119 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0)) \cdot \dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5321.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.49$, $i_0 = I_{qc} = 63.45^\circ$.



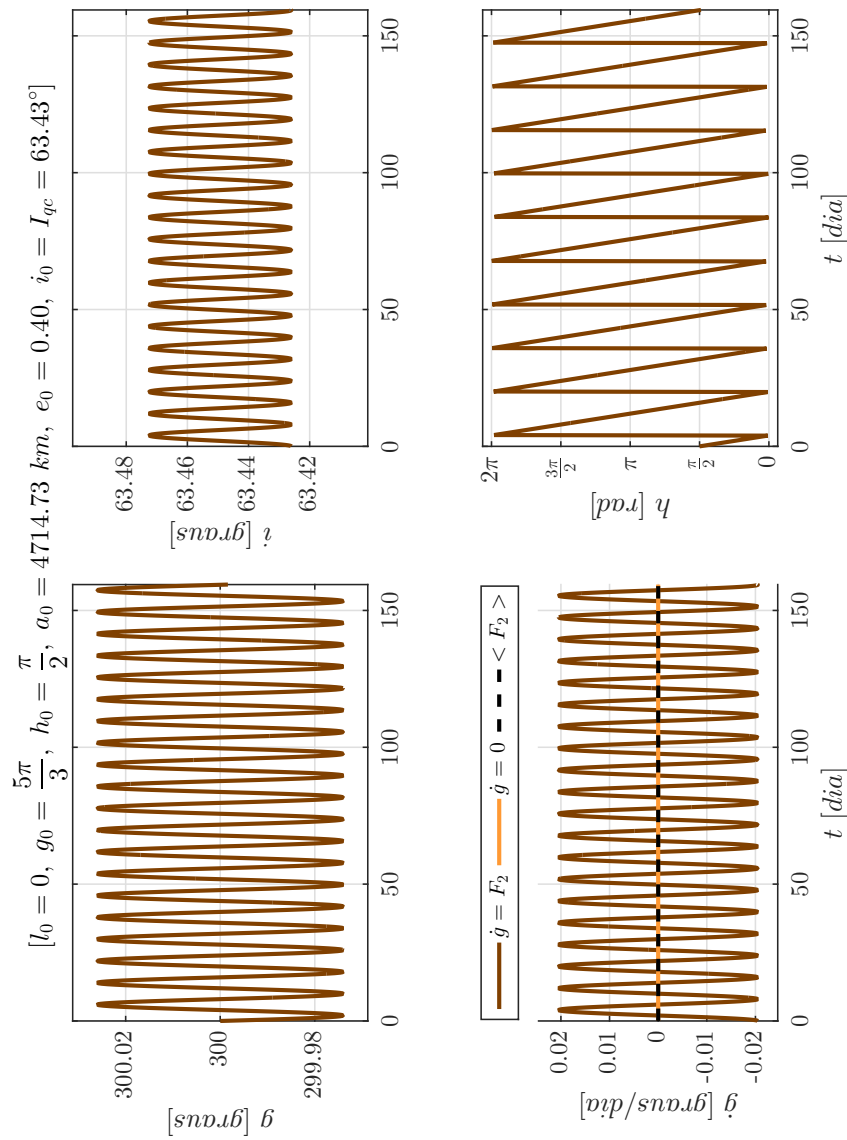
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.120 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 5321.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.49$, $i_0 = I_{qc} = 116.58^\circ$.



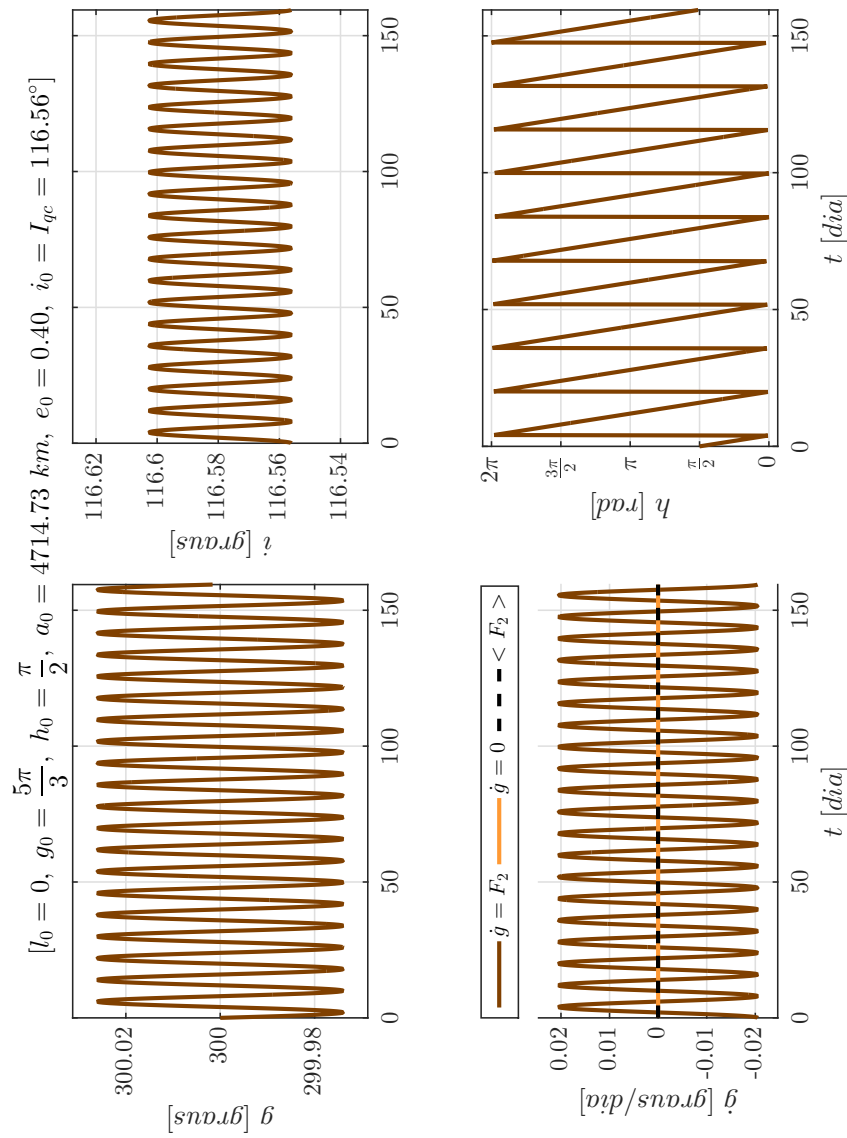
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.121 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 4714.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 63.43^\circ$.



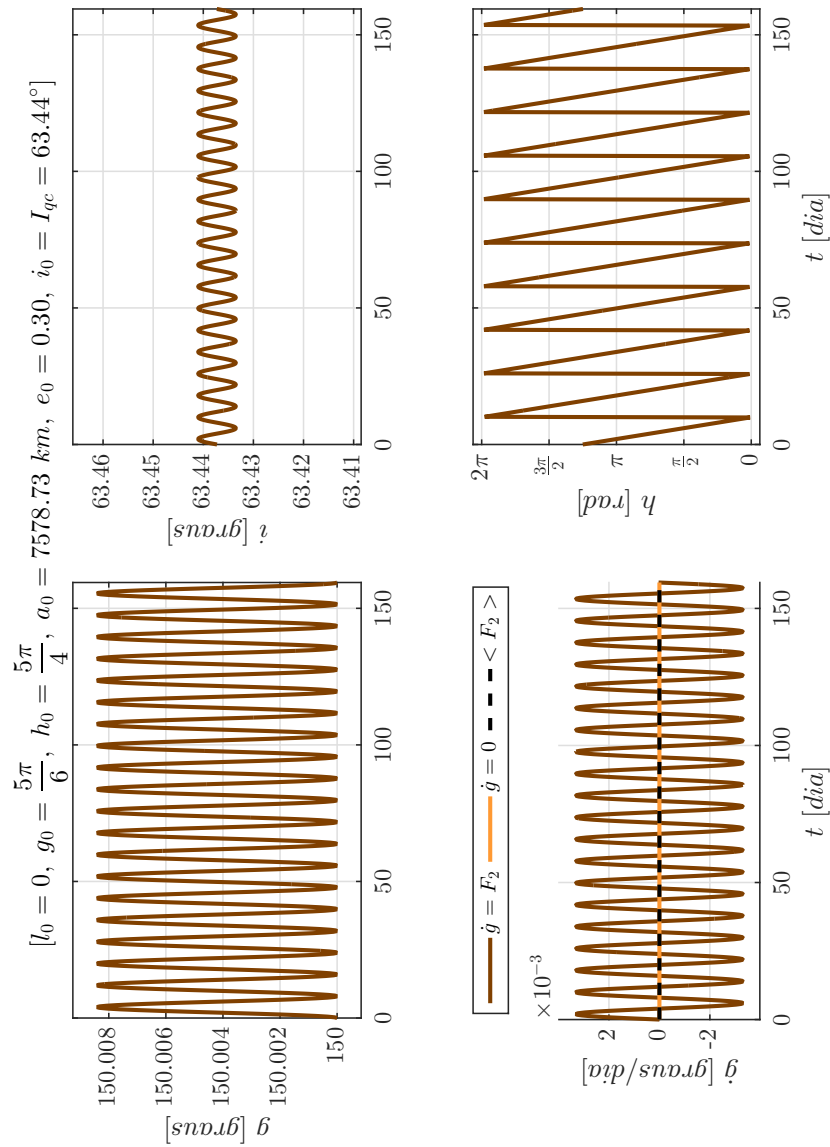
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.122 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 4714.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.40$, $i_0 = I_{qc} = 116.56^\circ$.



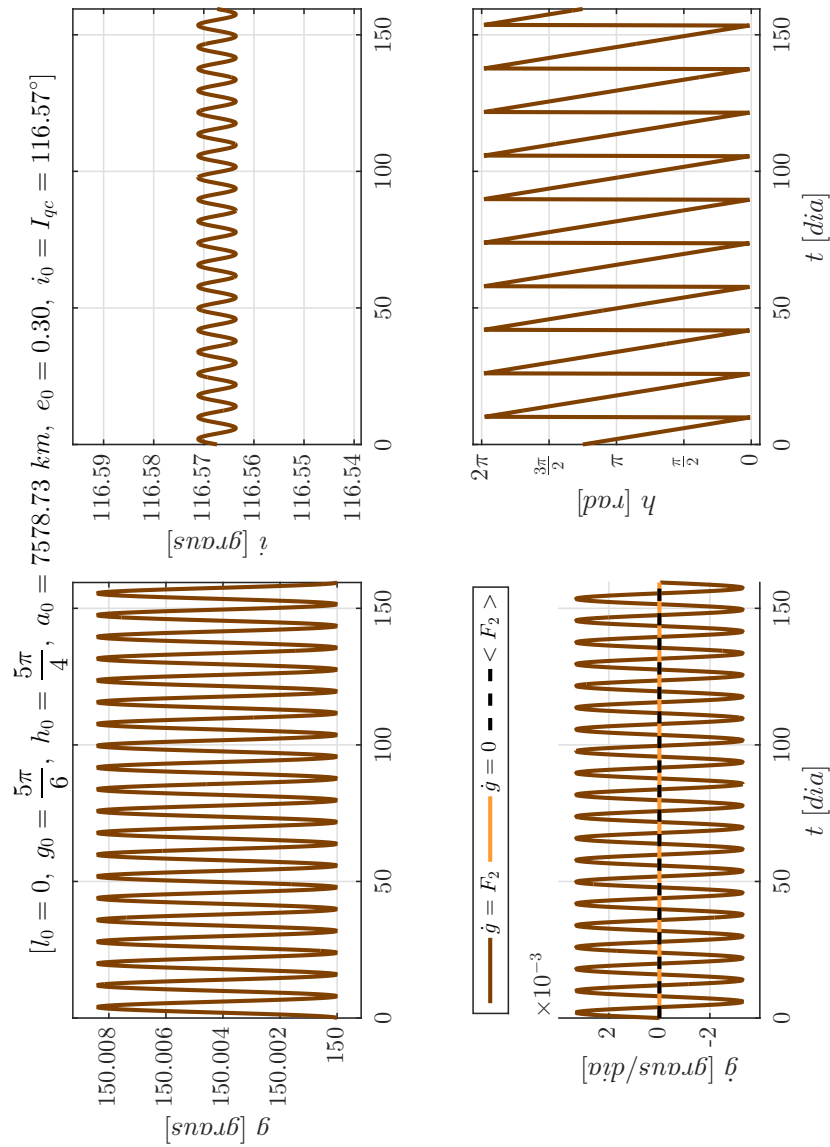
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.123 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 7578.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



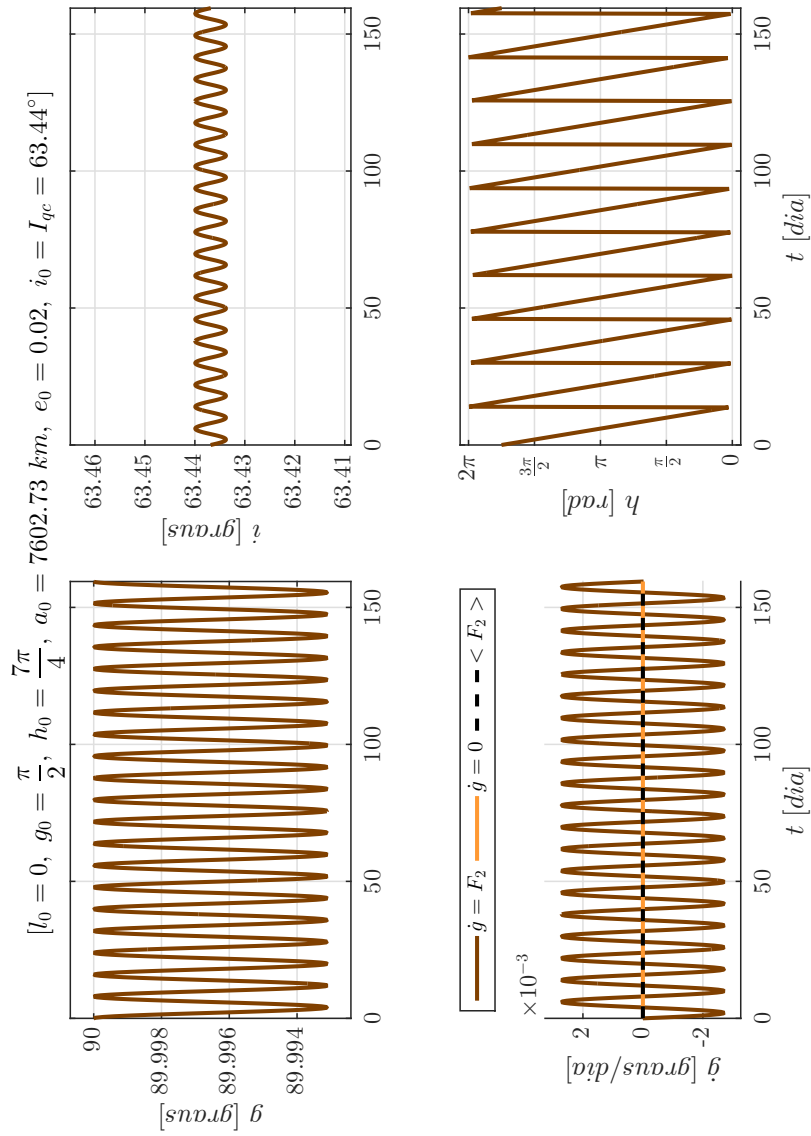
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.124 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 7578.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



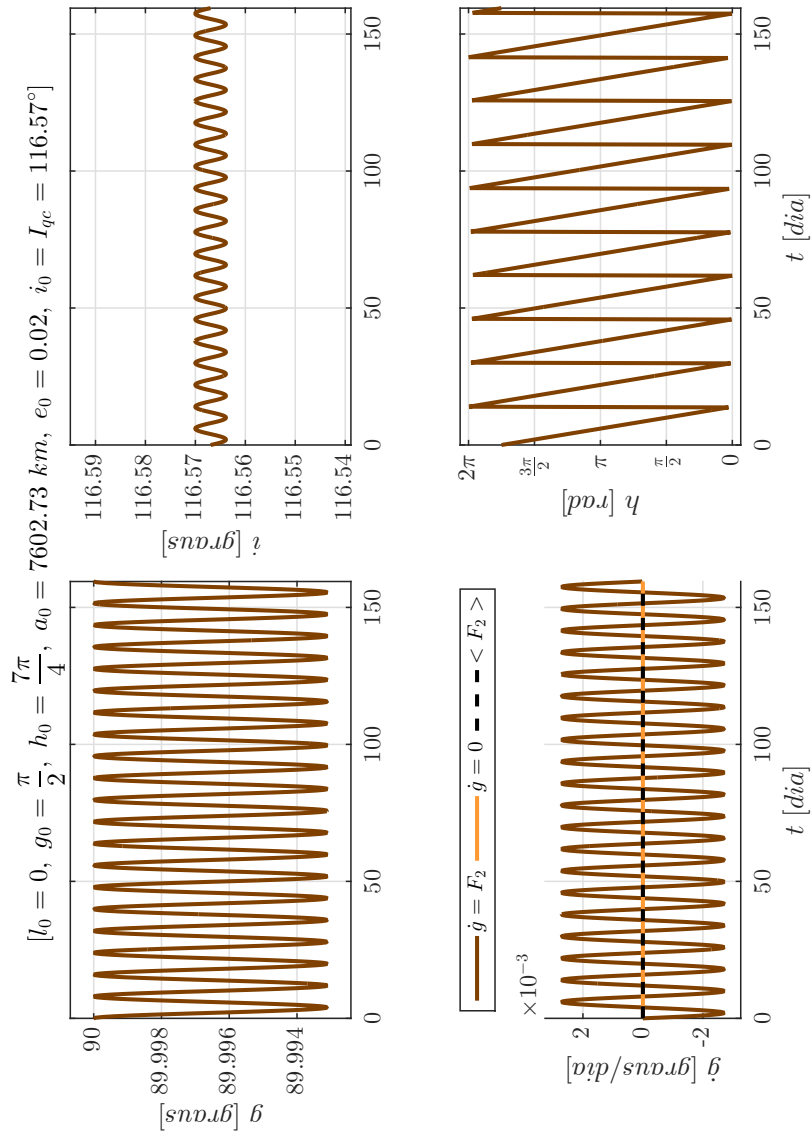
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.125 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7602.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



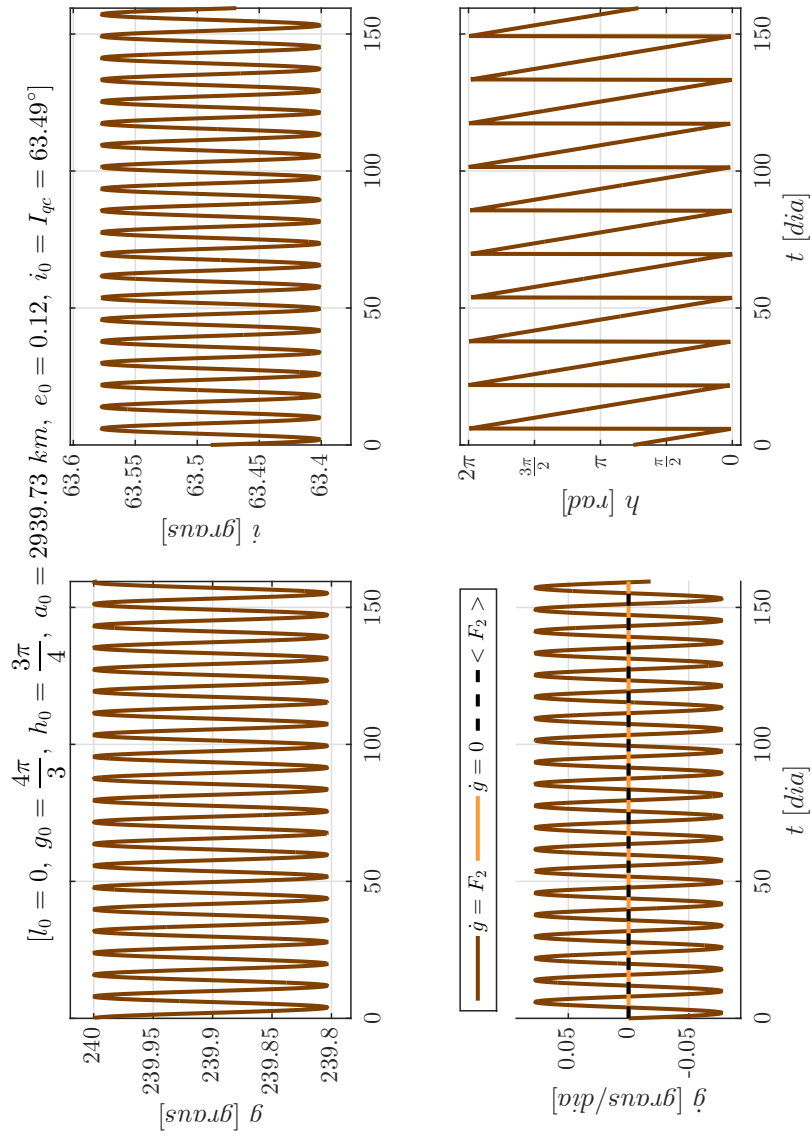
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.126 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 7602.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



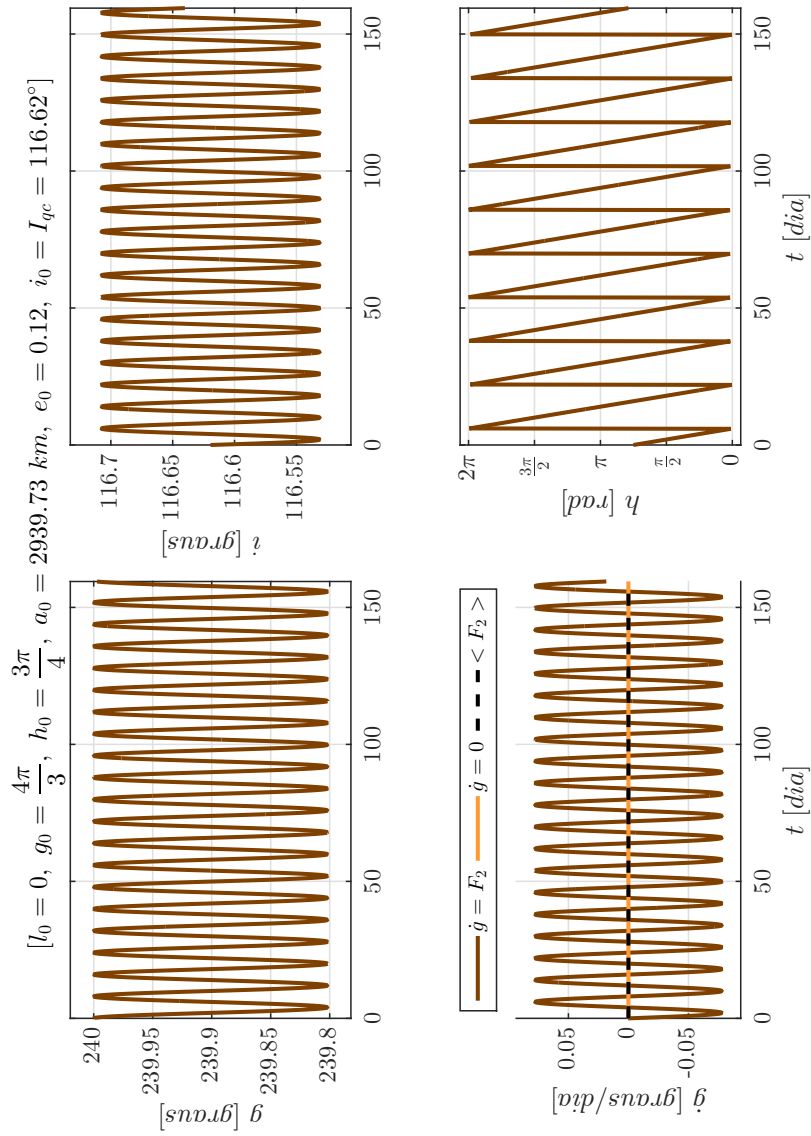
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.127 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 2939.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 63.49^\circ$.



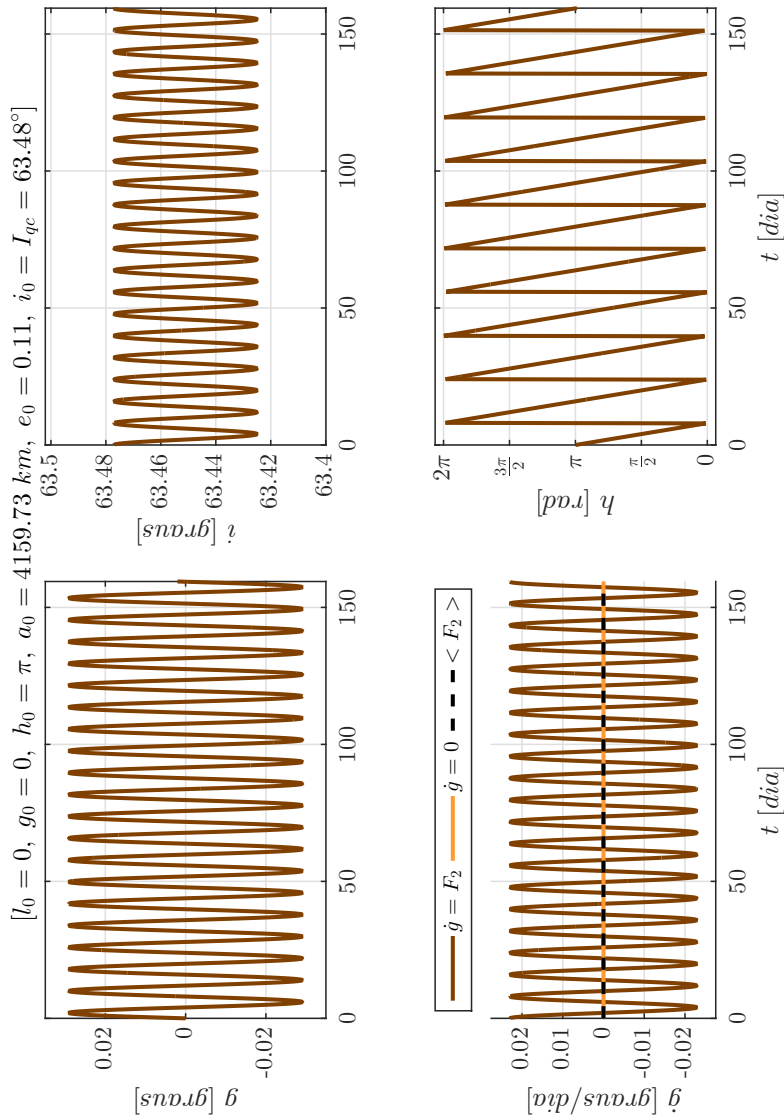
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.128 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 2939.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qc} = 116.62^\circ$.



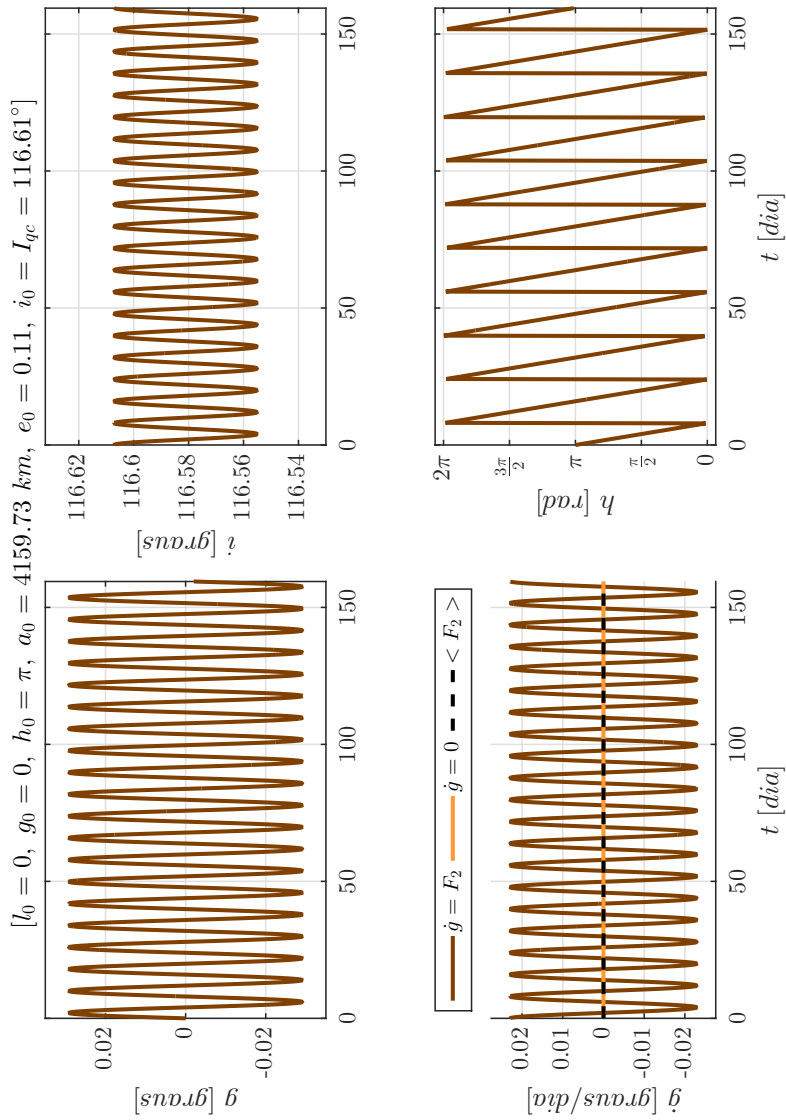
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.129 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\dot{g} < F_2$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4159.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 63.48^\circ$.



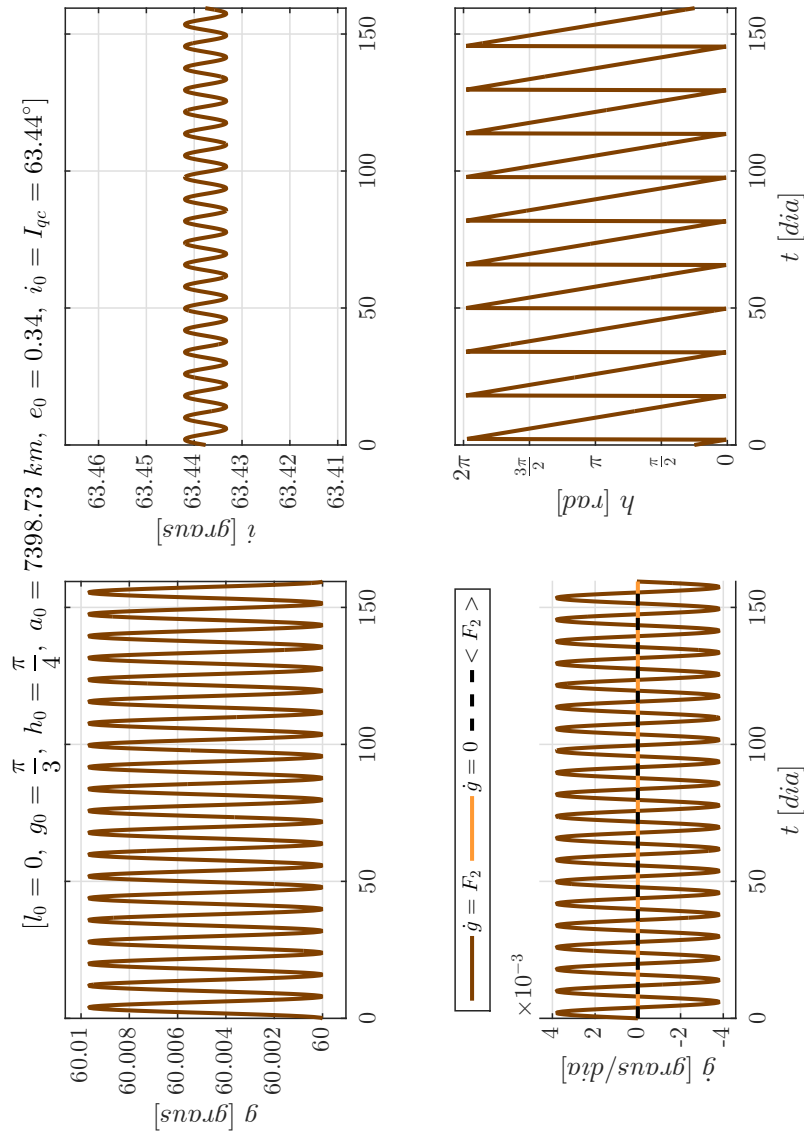
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.130 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4159.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qc} = 116.61^\circ$.



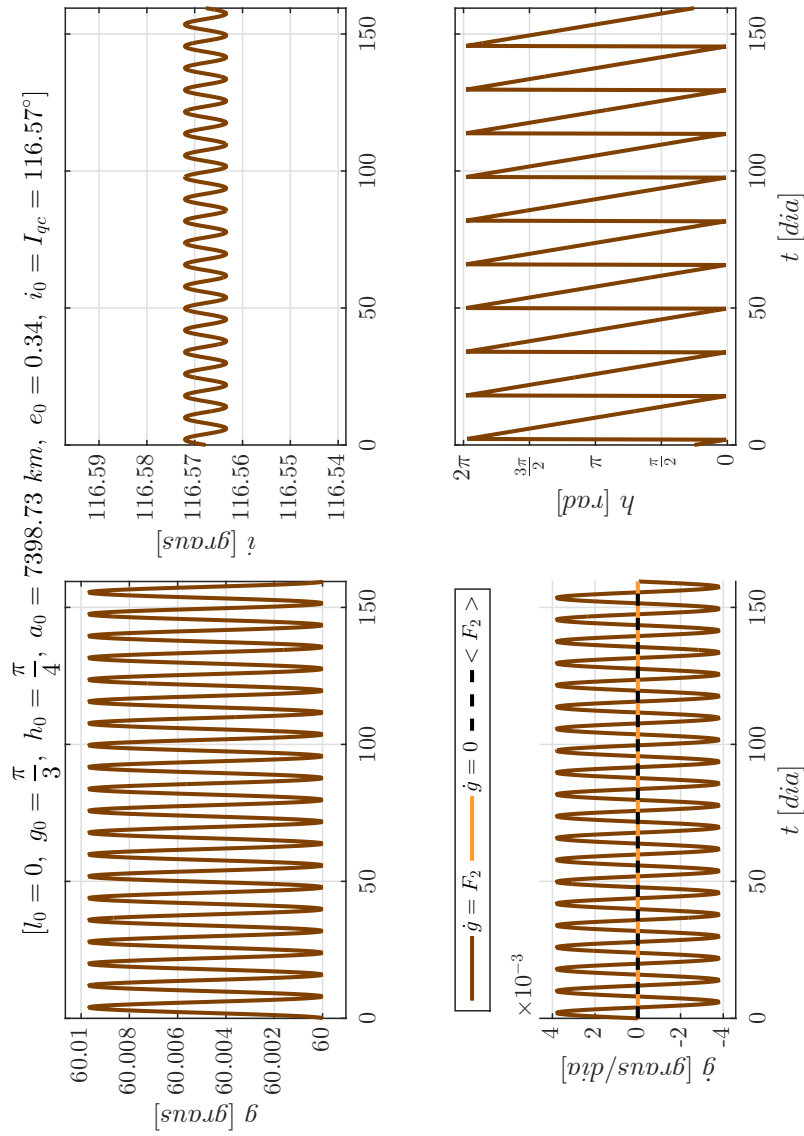
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.131 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle < F_2 >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 7398.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



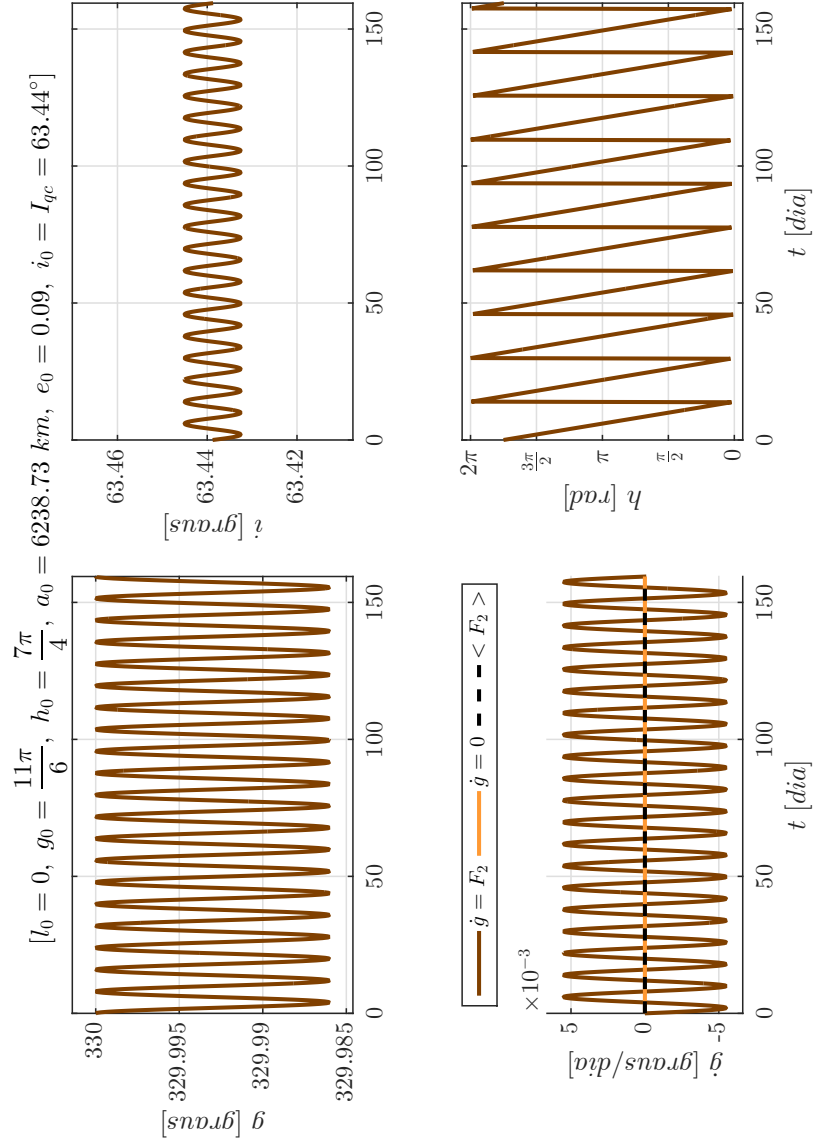
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.132 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 7398.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.34$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



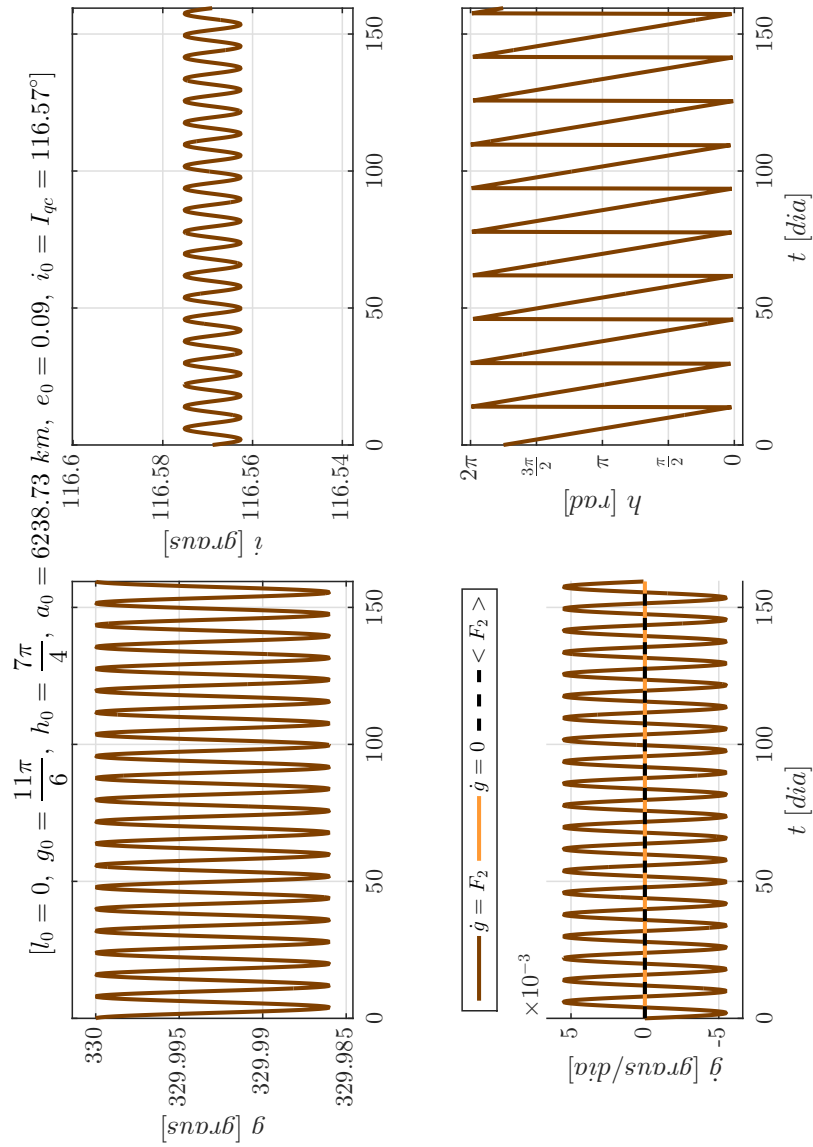
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.133 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle > \langle F_2 \rangle$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 6238.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



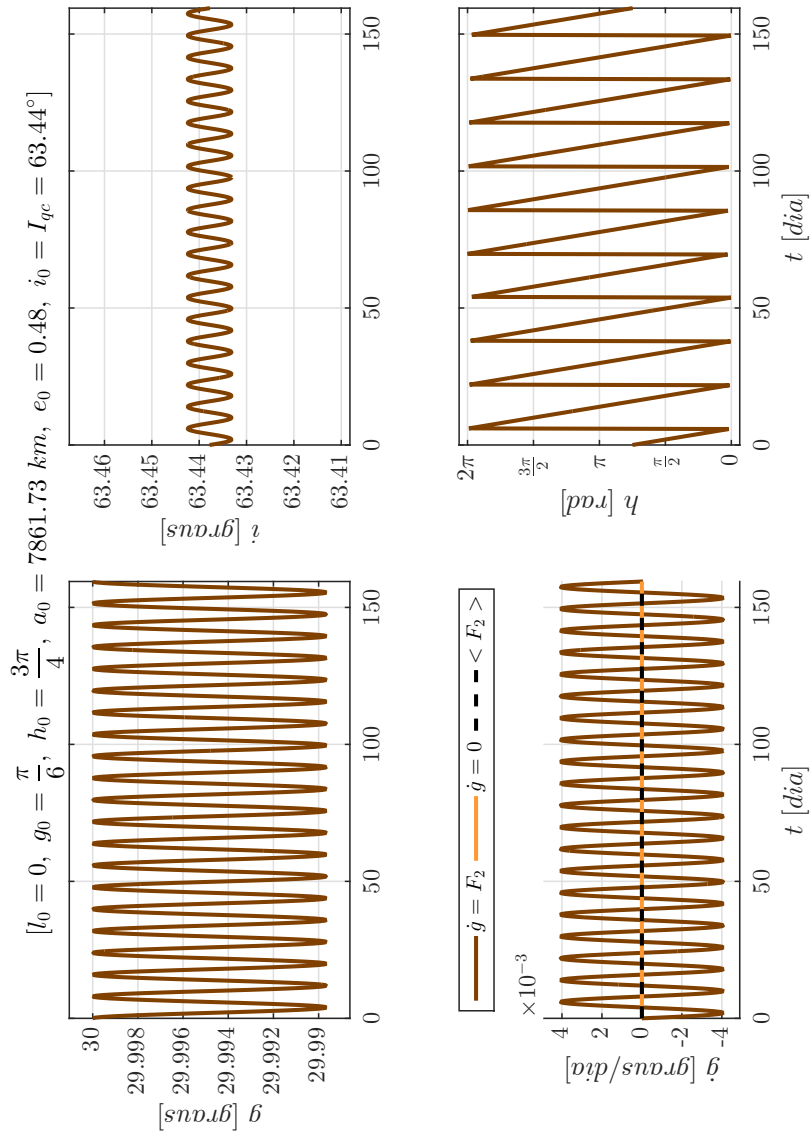
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.134 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 6238.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



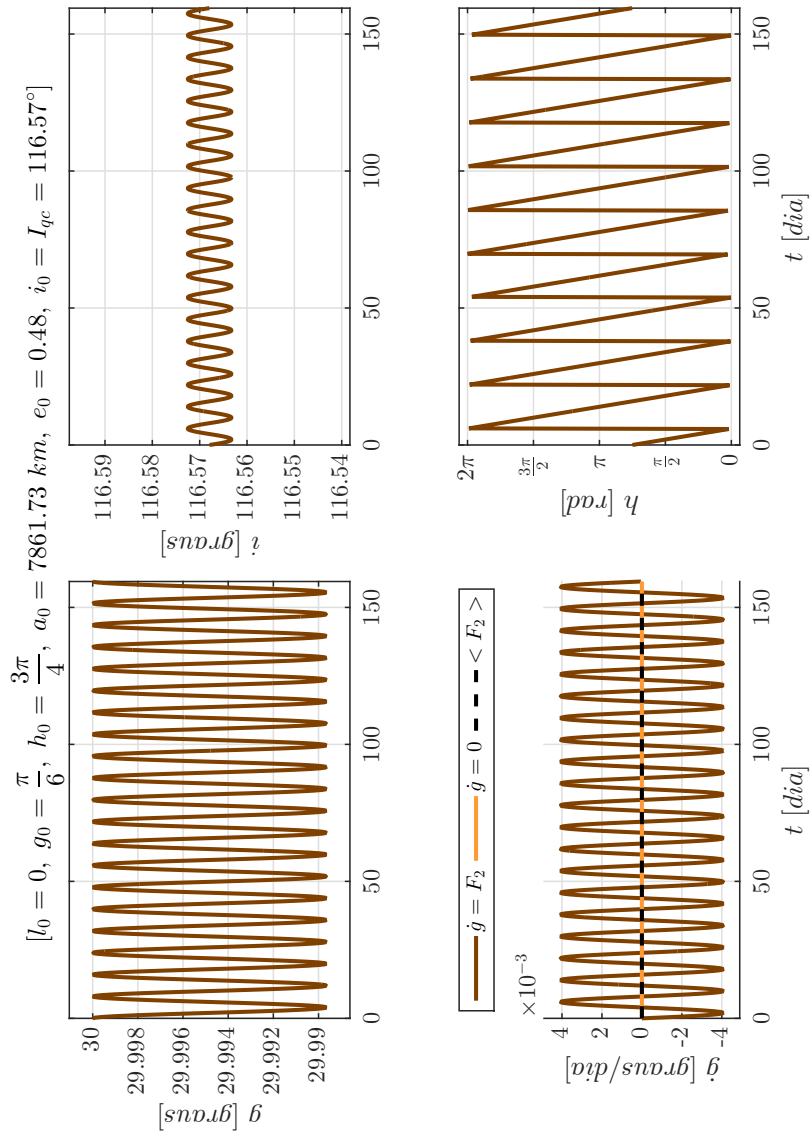
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.135 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 7861.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.48$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



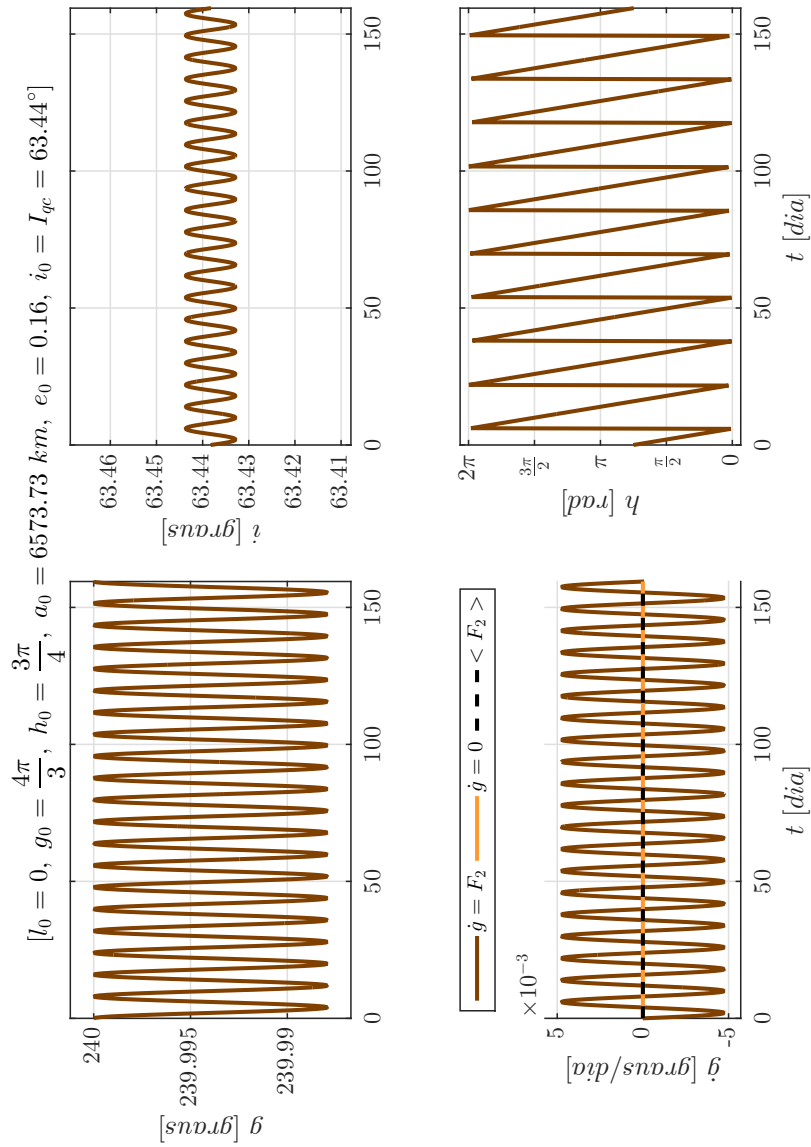
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.136 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento do pericentro g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 7861.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.48$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



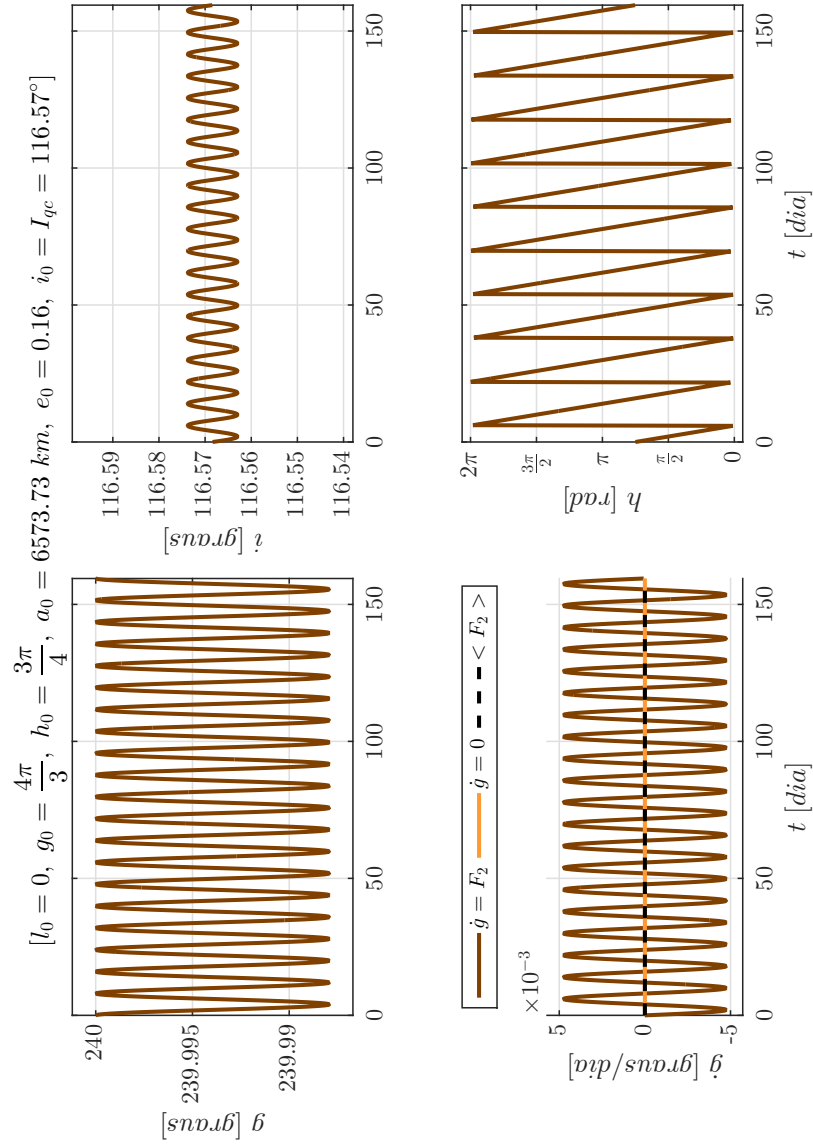
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.137 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 6573.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 63.44^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.138 - Sistema 6. Órbitas quase-críticas, diretas e retrógradas, obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qc}(h_0))$. $\dot{g} = 0$ refere-se à curva desejada, $\dot{g} = F_2$ à curva real e $\langle F_2 \rangle >$ à média da variação do argumento g : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 6573.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qc} = 116.57^\circ$.



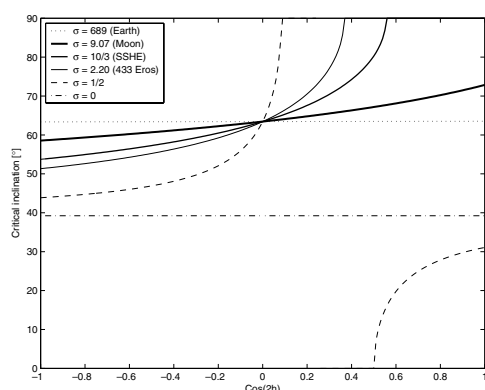
Fonte: Produção do autor.

5.1.7 Discussão

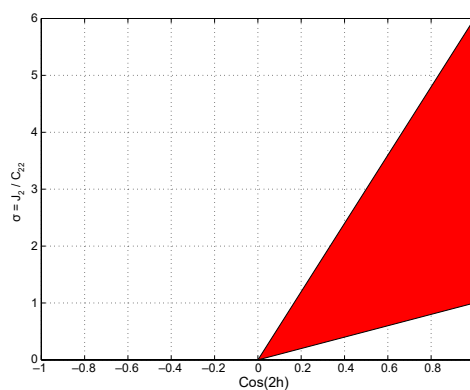
Incontestavelmente, a característica mais perceptível observada em todos os resultados apresentados nas Subseções 5.1.1-5.1.6 é de que as inclinações quase-críticas estão sempre na vizinhança da inclinação crítica clássica, para ambos os casos, direto e retrógrado (63.43° , 116.57°). Isto mostra que, se o acoplamento das Equações (4.34)-(4.39) é tratado de maneira correta, e o conceito de inclinações críticas devidamente adaptado à dinâmica considerada, o efeito da elipticidade equatorial do corpo central nestas inclinações é pequeno, mesmo C_{22} tendo ordem de grandeza semelhante a J_2 , para todos os corpos considerados (ver Tabela 4.1). Tal característica vai ao encontro dos resultados encontrados por Tzirti et al. (2009), e de encontro aos apresentados por De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009), como será demonstrado ao longo desta subseção. Ressalta-se também que os resultados aqui expostos, e na Subseção 5.2.7, são discutidos de forma mais qualitativa e comparativa à quantitativa, pois desta última maneira as figuras apresentadas ao longo deste capítulo as fazem por si sós.

A Figura 5.139(c) exhibe os resultados de Tzirti et al. (2009) para o efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}) do corpo central no comportamento das curvas de inclinações quase-críticas prógradas de um satélite artificial orbitando a Lua. Na imagem, há três curvas. Duas referentes aos modelos adotados por Tzirti et al. (2009) - respectivamente, $J_2 + C_{22}$ com e sem a taxa de rotação do satélite planetário - em comparação a uma terceira, relativa ao modelo de De Saedeleer e Henrard (2005) (a qual é a mesma dada pela de razão $\sigma = 9.07$ na Figura 5.139(a)).

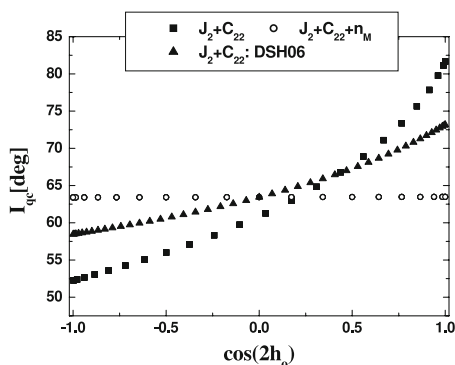
Figura 5.139 - Resultados encontrados na literatura descrevendo o efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}) do corpo central no comportamento da inclinação crítica prógrada (63.43°).



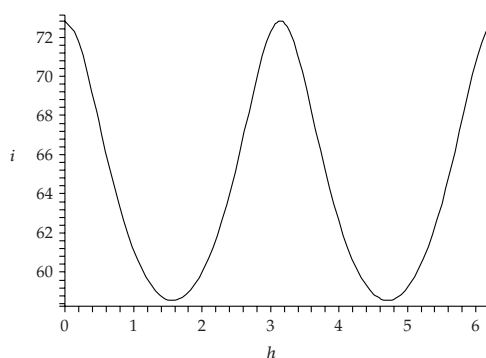
(a) De Saedeleer e Henrard (2005): efeito de C_{22} na inclinação crítica, em função de $\cos(2h)$, para satélites artificiais ao redor da Terra, da Lua, de corpos SSHE (satélites naturais síncronos em equilíbrio hidrostático), do asteroide 433 Eros, e de corpos com razões $\sigma = 0.5$ e $\sigma = 0$, respectivamente.



(b) De Saedeleer e Henrard (2005): região não-crítica, em função de $\cos(2h)$, de acordo com a razão σ .



(c) Tzirti et al. (2009): comparação das inclinações quase-críticas, em função de $\cos(2h_0)$, para o caso lunar, para cada modelo considerado ($J_2 + C_{22}$ com e sem rotação, $n_M = n_\zeta$, em comparação aos resultados obtidos pelo trabalho de De Saedeleer e Henrard (2005) - DSH06).



(d) Carvalho et al. (2009): efeito de C_{22} na inclinação crítica, em função de h , para o caso lunar, em que i está em graus e h em radianos.

Fonte: De Saedeleer e Henrard (2005), Tzirti et al. (2009), Carvalho et al. (2009)

As curvas de inclinações diretas quase-críticas obtidas através do Problema de Otimização 1 para o caso lunar (Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e)) são similares à do modelo $J_2 + C_{22} + n_{\mathcal{C}}$ presente na Figura 5.139(c). Esta semelhança acontece não somente para o sistema 1, bem como para os outros simulados em comum ao trabalho de Tzirti et al. (2009), a saber, sistemas 3 (Europa - Figuras 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f)) e 5 (Calisto - Figuras 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f)). Menciona-se que tal correspondência é sempre em relação ao modelo $J_2 + C_{22} + n_{\mathcal{C}}$. Diferentemente de Tzirti et al. (2009), neste trabalho considera-se apenas o modelo $J_2 + C_{22}$ com a taxa de rotação $n_{\mathcal{C}}$, pois não há sentido físico trabalhar exclusivamente com o achatamento e a elipticidade equatorial, dado que a rotação do corpo central é intrínseca à perturbação setorial, conforme visto na Seção 4.2.

Quanto às aplicações de De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009), suas curvas de inclinações críticas¹ diretas dadas pelas Figuras 5.139(a) e 5.139(d), nesta ordem, são exatamente a mesma para o sistema 1 (chama-se a atenção para as abcissas das Figuras 5.139(a) e 5.139(d): o eixo x da Figura 5.139(a) está descrito em relação a $\cos(2h)$, tal qual as Figuras 5.139(b) e 5.139(c), e o da Figura 5.139(d) em relação a h). A coincidência nos valores das inclinações encontradas por De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009) é natural, tendo em vista que, além do modelo dinâmico considerado, os deslizos cometidos por ambos os autores também são os mesmos: desconsideração do acoplamento das equações de movimento e aplicação equivocada da definição de inclinação crítica. Ao se igualar a Equação (4.35) a zero, de maneira análoga ao procedimento clássico (Subseção 4.5.1), a expressão obtida por De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009) para as inclinações críticas é dada por

$$\cos^2(I_c) = \frac{\sigma - 6 \cos(2h)}{5\sigma - 10 \cos(2h)}. \quad (5.3)$$

A Equação (5.3) depende dos termos de longo período (contendo h) e da razão $\sigma = -\frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{J_2}{C_{22}}$ dos corpos centrais (ver Tabela 4.1) e, igualmente ao caso clássico, é independente do semieixo maior e da excentricidade, existindo portanto uma única curva de inclinações críticas para cada sistema estudado. Ao contrário desta abordagem, a inclinação quase-crítica depende de a_0 e e_0 (*vide* Definição 8). Em função disso, cada par sob a forma (a_0, e_0) determina uma curva de inclinações quase-críticas, na qual $I_{qc}(h_0)$ sempre está na vizinhança da inclinação crítica clássica,

¹De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009) utilizam o termo *inclinação crítica* para o conceito generalizado. Logo, no decorrer do texto, respeita-se a terminologia adotada por cada trabalho, apesar da não concordância de seu uso neste contexto.

para cada $h_0 \in [0, 2\pi]$ fixado e sistema escolhido. Ainda de acordo com a Equação (5.3), dependendo da escolha de h , como condição inicial, e do corpo central (e, conseqüentemente, da razão σ), I_c é claramente um número complexo. Segundo De Saedeleer e Henrard (2005), isto justificaria a razão da existência de regiões não-críticas (Figura 5.139(b)) quando, na verdade, sabe-se que as descontinuidades presentes nas curvas das Figuras 5.139(a) são produto de uma tentativa equivocada de generalização do conceito de inclinação crítica.

Comparando os resultados de De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009), Figuras 5.139(a), 5.139(b) e 5.139(d), com os aqui obtidos, Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e), 5.24(a)-5.24(d) e 5.25(a)-5.25(f), 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f), 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f), 5.93(a)-5.93(d) e 5.94(a)-5.94(f) e 5.116(a)-5.116(d) e 5.117(a)-5.117(f), observa-se que as curvas de inclinações de cada sistema são completamente díspares. Em particular, em relação ao sistema 1, embora a curva de inclinações da Figura 5.139(d) esteja definida para todo $h \in [0, 2\pi]$, tal como nas Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e), sua amplitude é alta, $\Delta I_c = 14.27^\circ$ ², e seus valores se distanciam significativamente de $I_c = 63.43^\circ$. Em contrapartida, as curvas das Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e) oscilam sempre próximo à I_c , sendo a maior amplitude delas, $\Delta I_{qc} = 0.7524^\circ$, referente a uma órbita baixa: $a_0 = 1991.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$ (Figura 5.1(b)). Por sua vez, para os satélites naturais síncronos em equilíbrio hidrostático (SSHE - *Synchronous Satellite in Hydrostatic Equilibrium*) - *i.e.*, com $\sigma \approx 3.33$: Io, Europa, Ganimedes e Calisto - segundo a Figura 5.139(b), não existem inclinações críticas para os seguintes intervalos de h : $[0^\circ, 28.32^\circ]$, $[151.68^\circ, 208.32^\circ]$ e $[331.68^\circ, 360^\circ]$. Por outro lado, pelas Figuras 5.24(a)-5.24(d) e 5.25(a)-5.25(f), 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f), 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f) e 5.93(a)-5.93(d) e 5.94(a)-5.94(f), existem inclinações quase-críticas para todo $h_0 \in [0, 2\pi]$, todas próximas de $\approx 63.43^\circ$. Quanto ao sistema 6, apesar do trabalho de De Saedeleer e Henrard (2005) não contemplá-lo, é possível comparar seus resultados com a curva de inclinações críticas do asteroide 433 Eros apresentada na Figura 5.139(a), em virtude da Equação (5.3) resultar em apenas uma única curva de inclinações críticas para cada razão σ , como já dito anteriormente, e das razões σ de ambos os corpos serem extremamente próximas: $\sigma_{Eros} = 2.20$ (Figura 5.139(a)) e $\sigma_{Titan} = 2.4394$ (Tabela 4.1). Segundo a Figura 5.139(b), a curva para $\sigma = 2.20$ possui descontinuidades para h pertencente aos intervalos $[0^\circ, 34.45^\circ]$, $[145.55^\circ, 214.45^\circ]$ e $[325.55^\circ, 360^\circ]$, ao passo que as curvas de inclinações quase-críticas apresentadas pelas Figuras 5.116(a)-5.116(d) e 5.117(a)-5.117(f) possuem, novamente, valores de-

²Neste caso, ΔI_c possui significado análogo à ΔI_{qc} (Equação (5.2)).

finidos para todo o domínio e próximos de $\approx 63.43^\circ$.

Com respeito ao caso retrógrado, não é possível estabelecer comparação entre os resultados encontrados pela solução do Problema de Otimização 2 e por Tzirti et al. (2009), pois este não é abordado em seu artigo. Uma visão mais cautelosa e analítica da função de desacoplamento do sistema, Equação (4.56), viabilizou a obtenção de inclinações quase-críticas retrógradas, conferindo a este trabalho mais um elemento de novidade. Quanto aos outros autores, apenas Carvalho et al. (2009) exploram o caso retrógrado. A curva de inclinações retrógradas de Carvalho et al. (2009), para o sistema 1, é suplementar à da Figura 5.139(d) e suas amplitudes são iguais ($\Delta I_c = 14.27^\circ$). Assim como no caso direto, seus valores se distanciam consideravelmente da inclinação crítica retrógrada clássica (116.57°) enquanto que os das Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e) são próximos de 116.57° , para todo $h_0 \in [0, 2\pi]$, não somente para o sistema 1 quanto para todos os outros simulados.

Abandonando por um instante o caráter comparativo da análise, comenta-se acerca das características particulares às curvas de inclinações quase-críticas I_{qc} encontradas neste trabalho para os sistemas de 1 a 6, não pontuadas por Tzirti et al. (2009) e nem encontradas na literatura. Através das Figuras 5.1(a)-5.1(e) e 5.2(a)-5.2(e), 5.24(a)-5.24(d) e 5.25(a)-5.25(f), 5.47(a)-5.47(d) e 5.48(a)-5.48(f), 5.70(a)-5.70(d) e 5.71(a)-5.71(f), 5.93(a)-5.93(d) e 5.94(a)-5.94(f), 5.116(a)-5.116(d) e 5.117(a)-5.117(f), observa-se que a distância

$$d(I_{qc}, I_c) \triangleq \sup_{h_0 \in [0, 2\pi]} |I_{qc}(h_0) - I_c(h_0)| \quad (5.4)$$

é sempre pequena, para todo par (a_0, e_0) escolhido satisfazendo as Equações (4.68) e (4.69), para cada sistema estudado. Também pelas mesmas, nota-se que quanto mais baixa ou excêntrica a órbita do satélite artificial for, maior a amplitude ΔI_{qc} , e se mais alta ou circular, menor ΔI_{qc} . Em particular, o comportamento da amplitude ΔI_{qc} evidencia, pelas Figuras 5.3(b), 5.3(d), 5.26(b), 5.26(d), 5.49(b), 5.49(d), 5.72(b), 5.72(d), 5.95(b), 5.95(d), 5.118(b) e 5.118(d), a acentuação ou atenuação do efeito de C_{22} nas curvas de inclinações quase-críticas quando a escolha de a_0 resulta em órbitas, respectivamente, mais próximas ou distantes do corpo central. Além da ratificação de que as inclinações quase-críticas (I_{qc}) estão sempre na vizinhança da inclinação crítica clássica (I_c), para ambos os casos, direto e retrógrado (63.43° , 116.57°), outro fenômeno interessante pode ser observado por meio das Figuras 5.3(a)-5.3(d), 5.26(a)-5.26(d), 5.49(a)-5.49(d), 5.72(a)-5.72(d), 5.95(a)-5.95(d) e 5.118(a)-5.118(d): a relação entre o efeito de C_{22} nas curvas de inclinações quase-

críticas e a taxa de rotação $n_{\mathcal{C}}$ dos corpos centrais. Basta notar a predominância da cor roxa nos gráficos referentes aos corpos com rotação mais lenta (Lua, Calisto e Titã, *vide* Tabela 4.4), Figuras 5.3(a)-5.3(d), 5.95(a)-5.95(d) e 5.118(a)-5.118(d) e, portanto, de inclinações médias $\langle I_{qc} \rangle$ mais próximas de 63.43° (116.57°) e de amplitudes ΔI_{qc} menores, e atentar-se a uma paleta mais diversificada nos de rotação mais rápida (Io, Europa e Ganimedes, *vide* Tabela 4.4), Figuras 5.26(a)-5.26(d), 5.49(a)-5.49(d) e 5.72(a)-5.72(d), indicando uma maior suscetibilidade das inclinações médias $\langle I_{qc} \rangle$ e das amplitudes ΔI_{qc} à escolha do par (a_0, e_0) de condições iniciais. Para explorar com mais detalhes tal fenômeno, as Tabelas 5.1 e 5.2 são introduzidas. A Tabela 5.1 apresenta as inclinações quase-críticas médias mínima e máxima ($\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$ e $\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$) das Figuras 5.3(a), 5.26(a), 5.49(a), 5.72(a), 5.95(a) e 5.118(a), e as amplitudes de curva mínima e máxima ($\min\{\Delta I_{qc}\}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$) das Figuras 5.3(b), 5.26(b), 5.49(b), 5.72(b), 5.95(b) e 5.118(b), para o caso direto. A Tabela 5.2 mostra $\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$ e $\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$ das Figuras 5.3(c), 5.26(c), 5.49(c), 5.72(c), 5.95(c) e 5.118(c), e $\min\{\Delta I_{qc}\}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$ das Figuras 5.3(d), 5.26(d), 5.49(d), 5.72(d), 5.95(d) e 5.118(d), para o caso retrógrado.

Tabela 5.1 - Inclinações quase-críticas médias e amplitudes de curva mínimas e máximas ($\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\min\{\Delta I_{qc}\}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$) encontradas no domínio simulado de cada sistema para o caso direto.

Sistema	$\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$	$\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$	$\min\{\Delta I_{qc}\}$	$\max\{\Delta I_{qc}\}$
1	63.43°	63.54°	0.00°	1.19°
2	63.44°	63.90°	0.00°	2.02°
3	63.44°	63.64°	0.00°	0.90°
4	63.43°	63.53°	0.00°	0.42°
5	63.43°	63.50°	0.00°	0.26°
6	63.43°	63.52°	0.00°	0.27°

Fonte: Produção do autor.

A partir das Tabelas 4.4, 5.1 e 5.2, percebe-se claramente uma relação de proporcionalidade entre a taxa de rotação $n_{\mathcal{C}}$ (Tabela 4.4) de cada satélite natural e o seu respectivo valor de $\max\{\Delta I_{qc}\}$ direto e retrógrado (Tabelas 5.1 e 5.2). Estes dois conjuntos de valores possuem correlação de 0.8045 e 0.7843 para os casos direto e retrógrado, respectivamente. Excluindo a Lua da análise, a correlação entre $n_{\mathcal{C}}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$ é ainda mais alta, 0.9957 para as órbitas diretas e 0.9950 para as retrógradas ($n_{\mathcal{C}}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$ são fortemente correlacionados). Esta relação, que é de

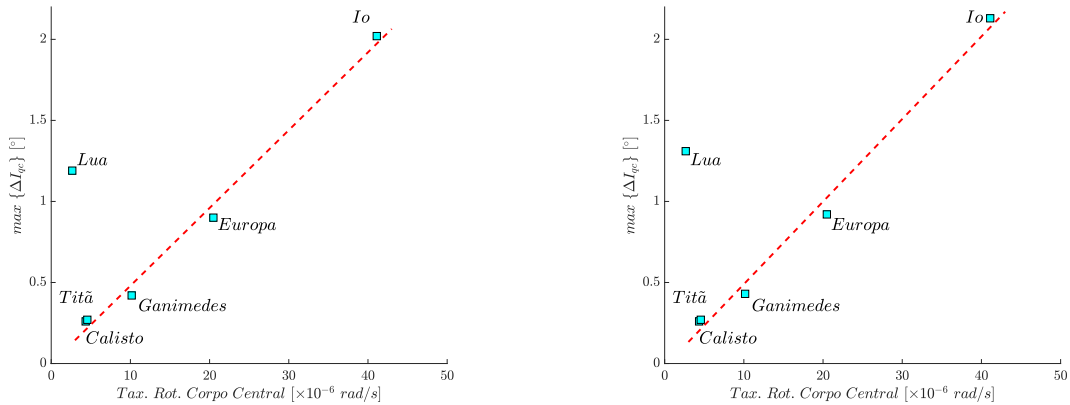
Tabela 5.2 - Inclinações quase-críticas médias e amplitudes de curva mínimas e máximas ($\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$, $\min\{\Delta I_{qc}\}$ e $\max\{\Delta I_{qc}\}$) encontradas no domínio simulado de cada sistema para o caso retrógrado.

Sistema	$\min\{\langle I_{qc} \rangle\}$	$\max\{\langle I_{qc} \rangle\}$	$\min\{\Delta I_{qc}\}$	$\max\{\Delta I_{qc}\}$
1	116.57°	116.67°	0.00°	1.31°
2	116.57°	117.04°	0.00°	2.13°
3	116.57°	116.77°	0.00°	0.92°
4	116.57°	116.66°	0.00°	0.43°
5	116.57°	116.63°	0.00°	0.26°
6	116.57°	116.65°	0.00°	0.27°

Fonte: Produção do autor.

natureza linear, pode ser visualizada nas Figuras 5.140(a) e 5.140(b). O comportamento destoante da Lua (*outlier*) é devido a sua razão $\sigma \approx 9$ ser a mais distante da condição de equilíbrio hidrostático ($\sigma = 10/3$).

Figura 5.140 - Relação entre a máxima amplitude de curva ($\max\{\Delta I_{qc}\}$) e a taxa de rotação ($n_{\mathcal{C}}$) para os casos direto e retrógrado.



(a) Caso direto.

(b) Caso retrógrado.

Fonte: Produção do autor.

Conforme mencionado na Subseção 5.1.1, para verificar se as inclinações ótimas encontradas através das soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 realmente cumprem o papel para o qual foram construídas, as Equações (4.34)-(4.39) foram integradas numericamente: por meio das curvas - - - $\langle F_2 \rangle$ apresentadas nas Figuras 5.4-5.23, 5.27-5.46, 5.50-5.69, 5.73-5.92, 5.96-5.115 e 5.119-5.138, verifica-se que g

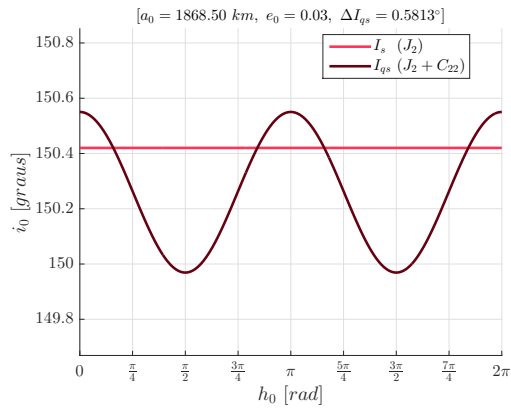
e \dot{g} são sempre, em média, constante e zero, respectivamente. Pelos mesmos gráficos, observa-se também a periodicidade das soluções $g(t)$ e $i(t)$, com amplitudes de oscilação maiores para órbitas mais baixas e menores para as mais altas, entretanto, ainda sim, ínfimas, nenhuma delas ultrapassando 1° para todos os sistemas estudados. Ademais, nota-se a monotonicidade não-crescente de $h(t)$, inerente às soluções de circulação pura de sistemas hamiltonianos de *1-grau de liberdade* (FERRAZ-MELLO, 2007; PAPASTAVRIDIS, 2014), segundo discutido na Seção 4.3. Apesar das soluções das Figuras 5.4-5.23, 5.27-5.46, 5.50-5.69, 5.73-5.92, 5.96-5.115 e 5.119-5.138 serem exibidas até $10 T_{\mathcal{C}}$ dias (ver Tabela 4.4) por uma questão estética de visualização, elas mantêm tal comportamento (mostrado nas imagens e descrito logo acima) para todo instante de tempo. De fato, é suficiente lembrar-se que a variação de g depende apenas de h e H e, por sua vez, h e H sempre se comportam da maneira argumentada na Seção 4.3 (Figura 4.5). Por todas as características supradescritas das órbitas quase-críticas encontradas neste trabalho, está suficientemente claro sua aplicabilidade a missões ao redor dos satélites planetários considerados.

5.2 Órbitas quase-heliossíncronas

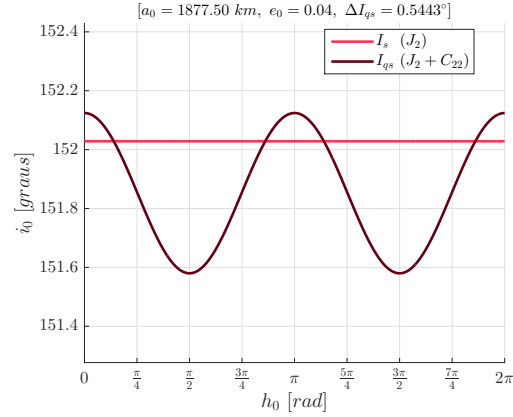
5.2.1 Sistema 1: satélite artificial orbitando a Lua

As Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 3 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas nas Subseções 4.5.3 e 4.6.1, *vide* Figura 4.8(a), para o caso lunar. A título de comparação, a inclinação heliossíncrona clássica I_s , que é constante, dependente de a_0 e e_0 (PARK; JUNKINS, 1995) e independente de h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e), para o caso retrógrado. Para cada ponto das curvas mostradas nas Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e), tem-se a seguinte interpretação: fixado o par (a_0, e_0) , para cada $h_0 \in [0, 2\pi]$, existe uma única inclinação quase-heliossíncrona $i_0 = I_{qs}(h_0)$ retrógrada, solução ótima de cada problema de otimização resolvido. Assim, uma 4-*upla* da forma $(a_0, e_0, h_0, I_{qs}(h_0))$ faz o mínimo da Equação (4.83) ser zero.

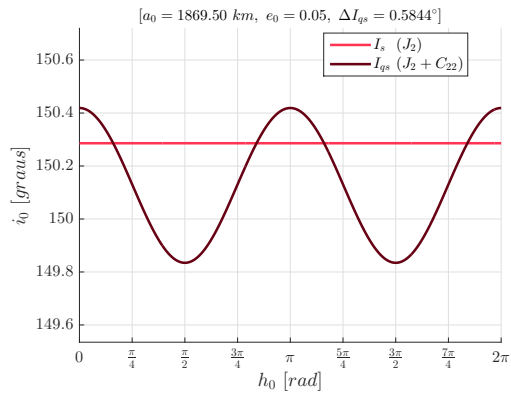
Figura 5.141 - Sistema 1. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradadas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.



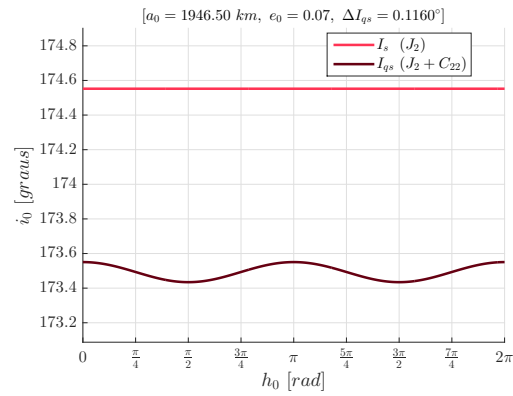
(a) $a_0 = 1868.50 \text{ km}, e_0 = 0.03$.



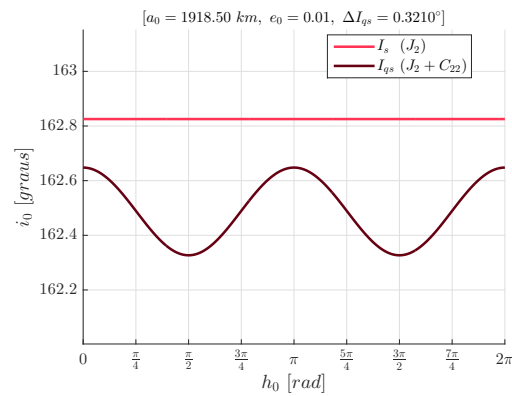
(b) $a_0 = 1877.50 \text{ km}, e_0 = 0.04$.



(c) $a_0 = 1869.50 \text{ km}, e_0 = 0.05$.



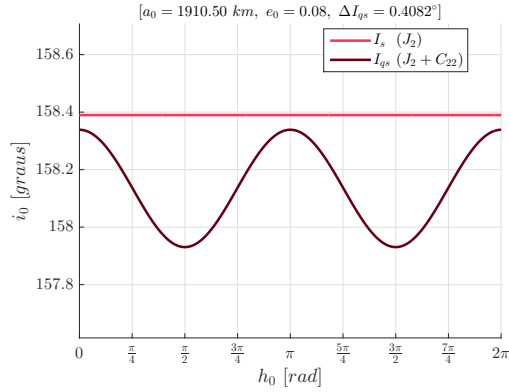
(d) $a_0 = 1946.50 \text{ km}, e_0 = 0.07$.



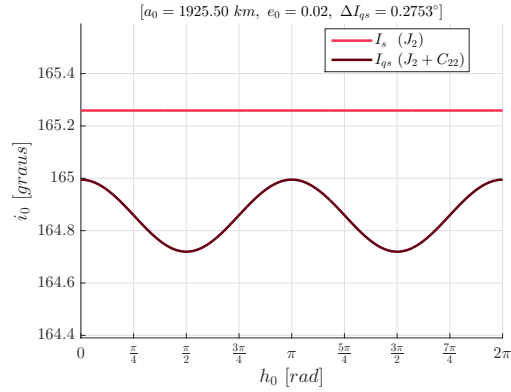
(e) $a_0 = 1918.50 \text{ km}, e_0 = 0.01$.

Fonte: Produção do autor.

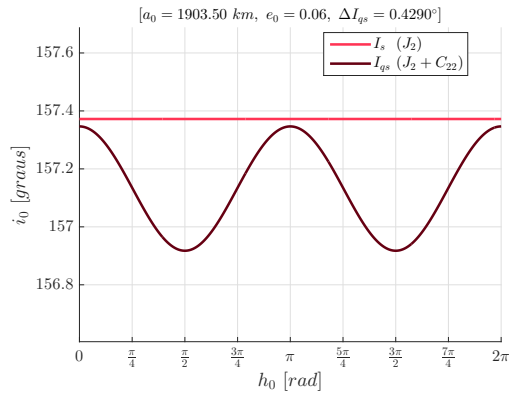
Figura 5.142 - Sistema 1 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor da Lua.



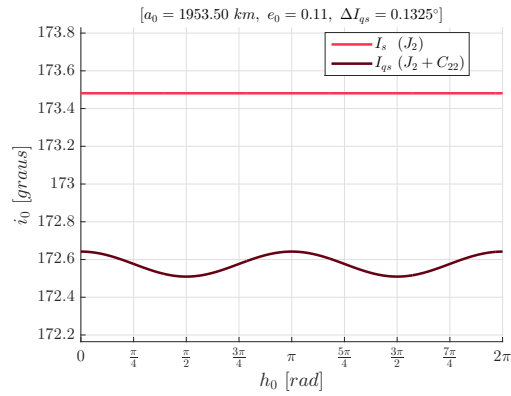
(a) $a_0 = 1910.50 \text{ km}, e_0 = 0.08.$



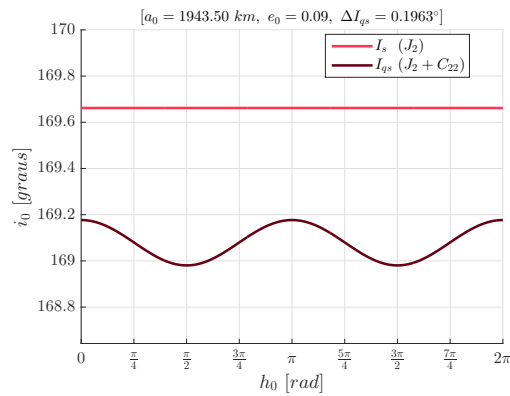
(b) $a_0 = 1925.50 \text{ km}, e_0 = 0.02.$



(c) $a_0 = 1903.50 \text{ km}, e_0 = 0.06.$



(d) $a_0 = 1953.50 \text{ km}, e_0 = 0.11.$



(e) $a_0 = 1943.50 \text{ km}, e_0 = 0.09.$

Fonte: Produção do autor.

Obviamente que, para cada curva, não são resolvidos infinitos problemas de otimização (um para cada $h_0 \in [0, 2\pi]$) e, sim, uma quantidade finita, correspondente ao número de elementos da discretização do intervalo $[0, 2\pi]$. Portanto, cada curva é produto da interpolação numérica do conjunto de pontos $\{h_{0i}, I_{qs_i}(h_{0i})\}$, $i = 1, \dots, n$, $n \in \mathbb{N}$, obtido por meio da solução de n problemas de minimização, para cada par (a_0, e_0) fixado.

Visando apresentar todos os resultados ótimos encontrados, de maneira compacta, resumidos em apenas uma única figura para o caso retrógrado, e com o propósito de estimar um valor de inclinação quase-heliossíncrona para cada par (a_0, e_0) possível, que satisfaz as condições dadas pelas Equações (4.68)-(4.69) e (4.84) (Figura 4.8(a)), além de analisar o efeito da escolha do semieixo maior e da excentricidade nestas inclinações, define-se

$$\langle I_{qs} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_{qs}(h_0) dh_0. \quad (5.5)$$

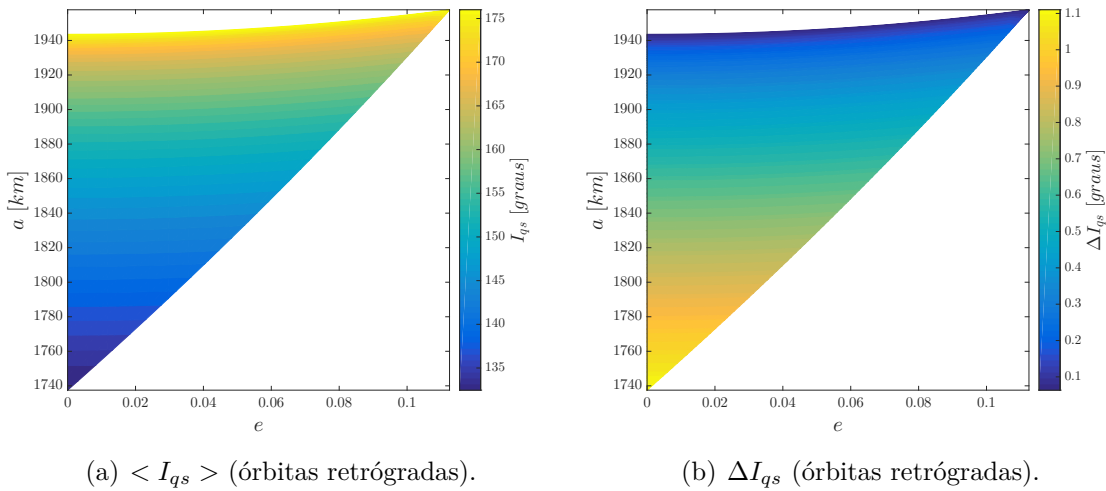
Ou seja, a inclinação quase-heliossíncrona média $\langle I_{qs} \rangle$ é o valor médio da curva de inclinações quase-heliossíncronas (Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e)). Deste modo, a Figura 5.143(a) exhibe as inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.8(a). A Figura 5.143(b) mostra o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas, em que ΔI_{qs} é dada por

$$\Delta I_{qs} \triangleq \max_{h_0 \in [0, 2\pi]} \{I_{qs}(h_0)\} - \min_{h_0 \in [0, 2\pi]} \{I_{qs}(h_0)\}. \quad (5.6)$$

Para verificar se as inclinações ótimas encontradas através da solução dos Problemas de Otimização 3, de fato, cumprem o papel para o qual foram construídas, *i.e.*, de manterem o plano orbital precessionando, em média, a uma taxa constante Δh_s , as equações médias de movimento foram integradas numericamente. Assim, as Figuras 5.144-5.153 apresentam as órbitas quase-heliossíncronas, soluções dos problemas de valor inicial formados pelas Equações (4.34)-(4.39), juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas para integrar as equações são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-heliossíncrona $I_{qs}(h_0)$ correspondente, escolhidos a partir da mesma figura (curva) em que o semieixo e a excentricidade são tomados, para o caso retrógrado. l_0 e g_0 são escolhidos arbitrariamente em seu intervalo $[0, 2\pi]$ de definição, pois não aparecem na hamiltoniana média (l foi eliminado pelo método perturbativo e g é uma coordenada ignorável). Em particular, $l_0 = 0^\circ$, para todas

as simulações mostradas. Vale ressaltar que os efeitos dos termos de curto período não alteram a natureza dinâmica das soluções, pois são menores do que os de longo período, como já apontando por Tzirti et al. (2009) e mencionado na Seção 4.2.

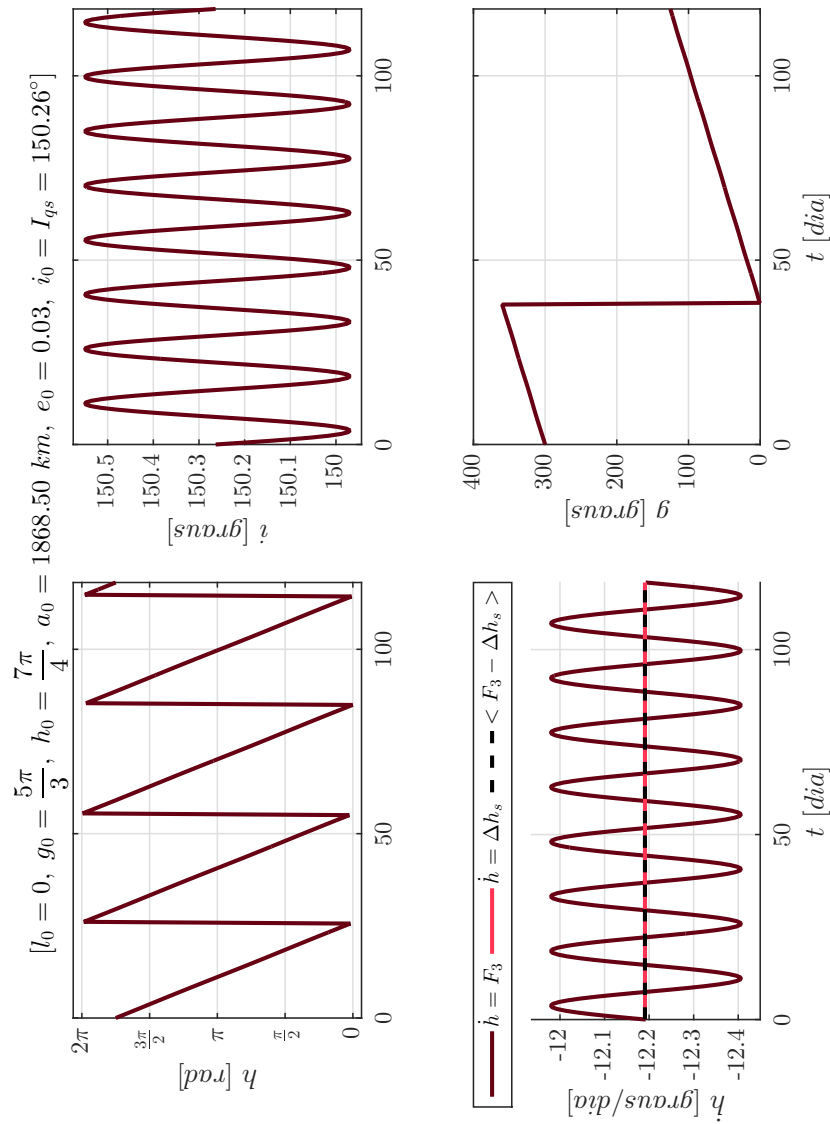
Figura 5.143 - Sistema 1. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradadas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



Fonte: Produção do autor.

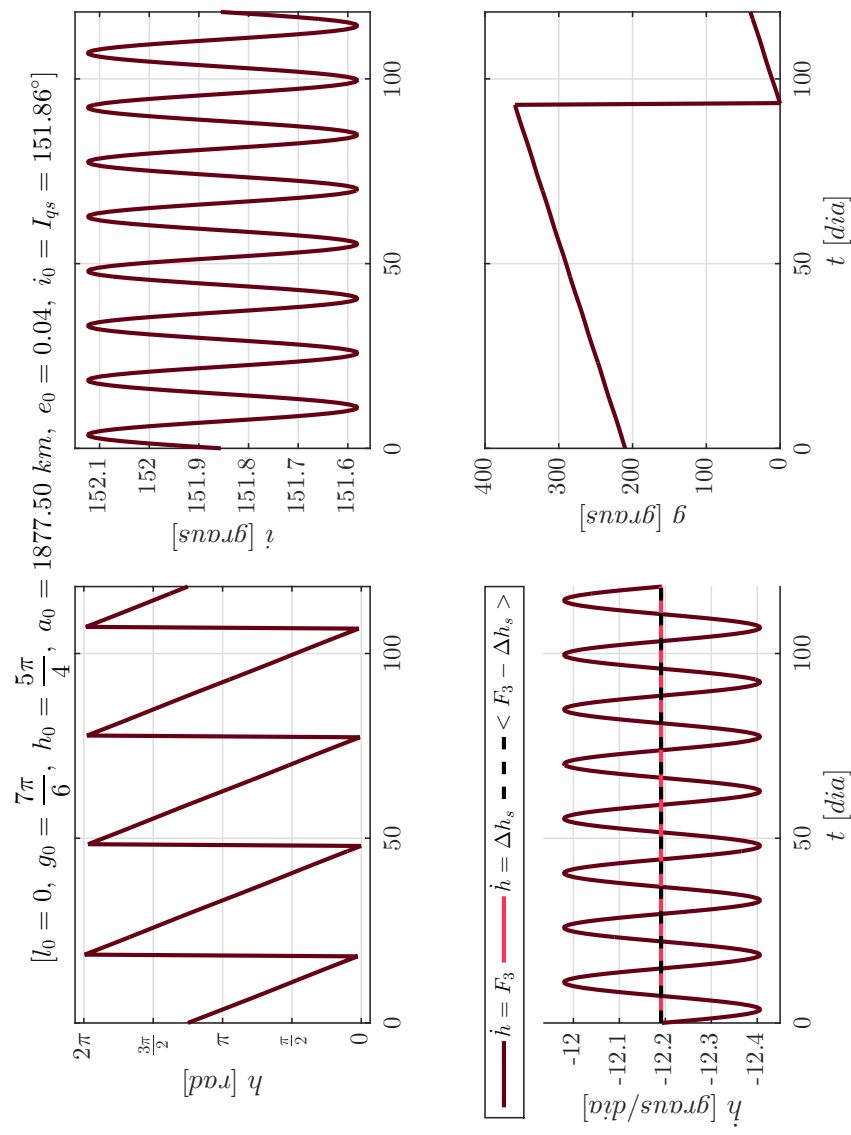
Os comentários sobre a interpretação das figuras e as definições inerentes às inclinações quase-heliossíncronas feitas nesta seção são válidos, não apenas, para o caso lunar (sistema 1), como também para todos os outros sistemas. Logo, nas Seções 5.2.2-5.2.6, estes são suprimidos, passando-se diretamente à apresentação dos resultados, deduzindo a capacidade do leitor de compreendê-los sozinho.

Figura 5.144 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle < \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 1868.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qs} = 150.26^\circ$.



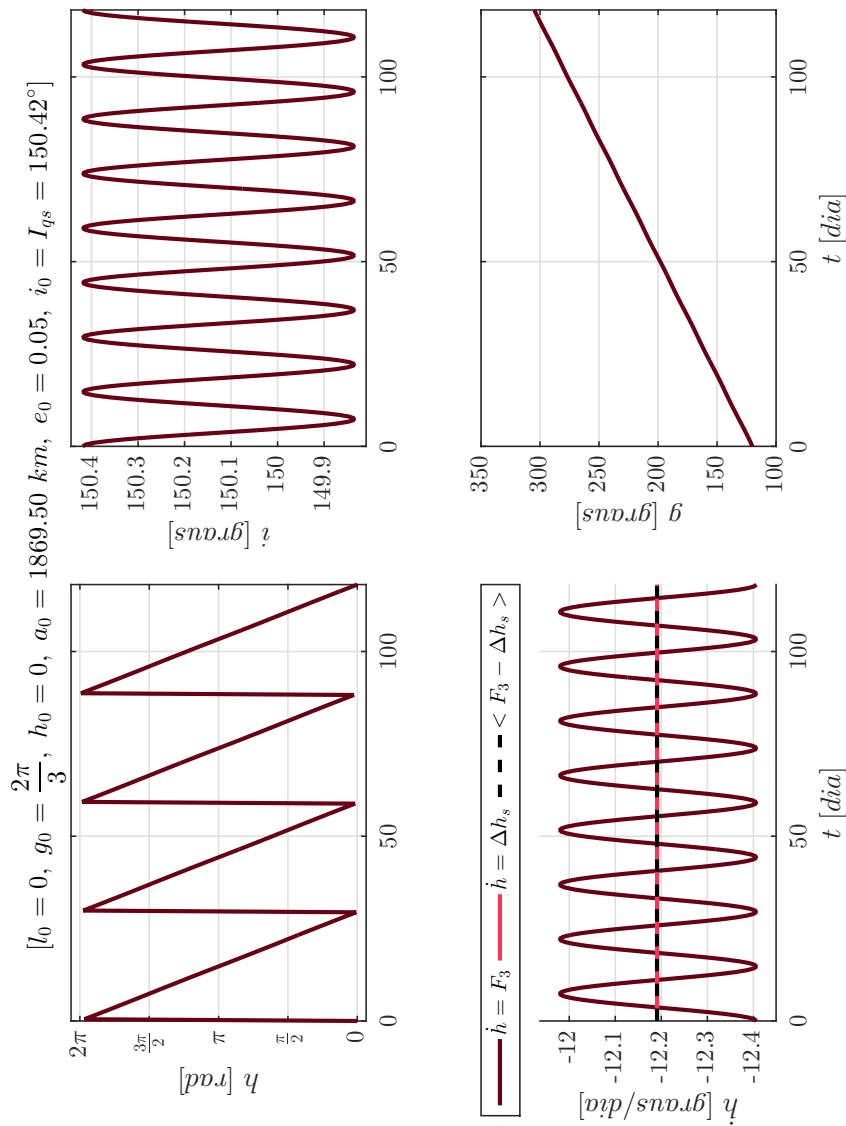
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.145 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle < \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 1877.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 151.86^\circ$.



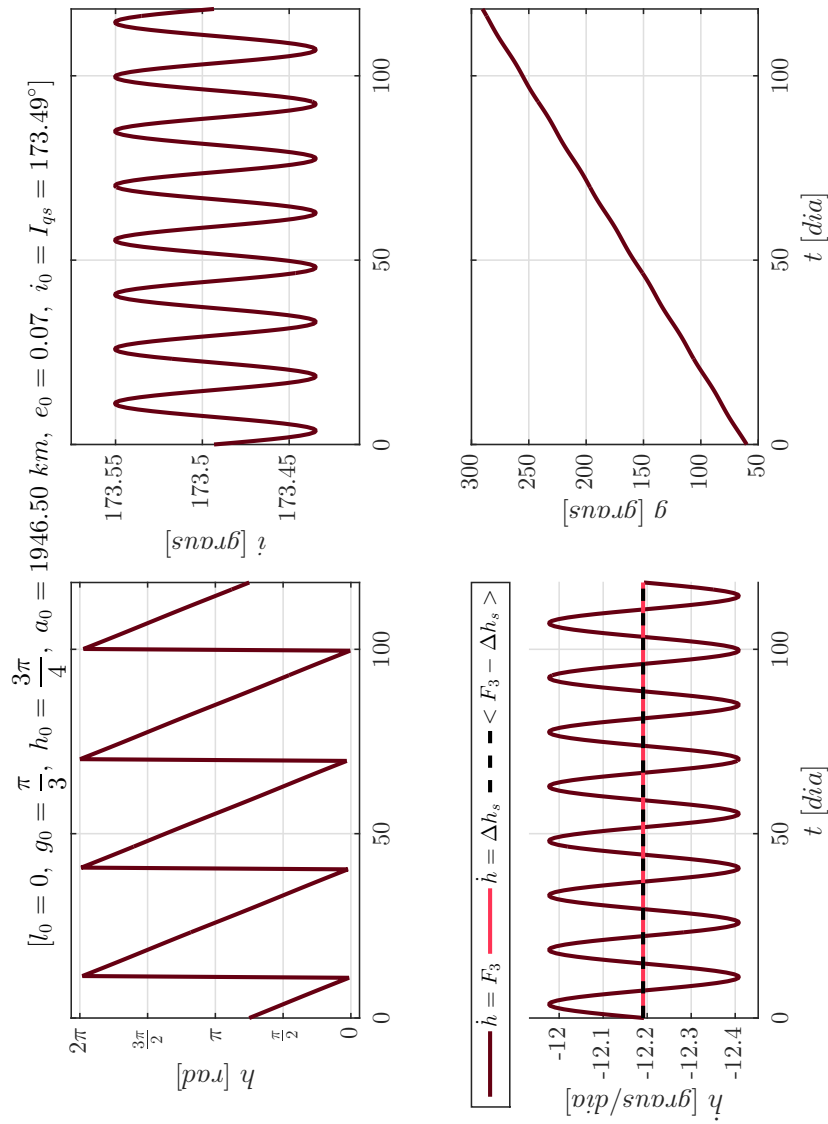
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.146 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 1869.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qs} = 150.42^\circ$.



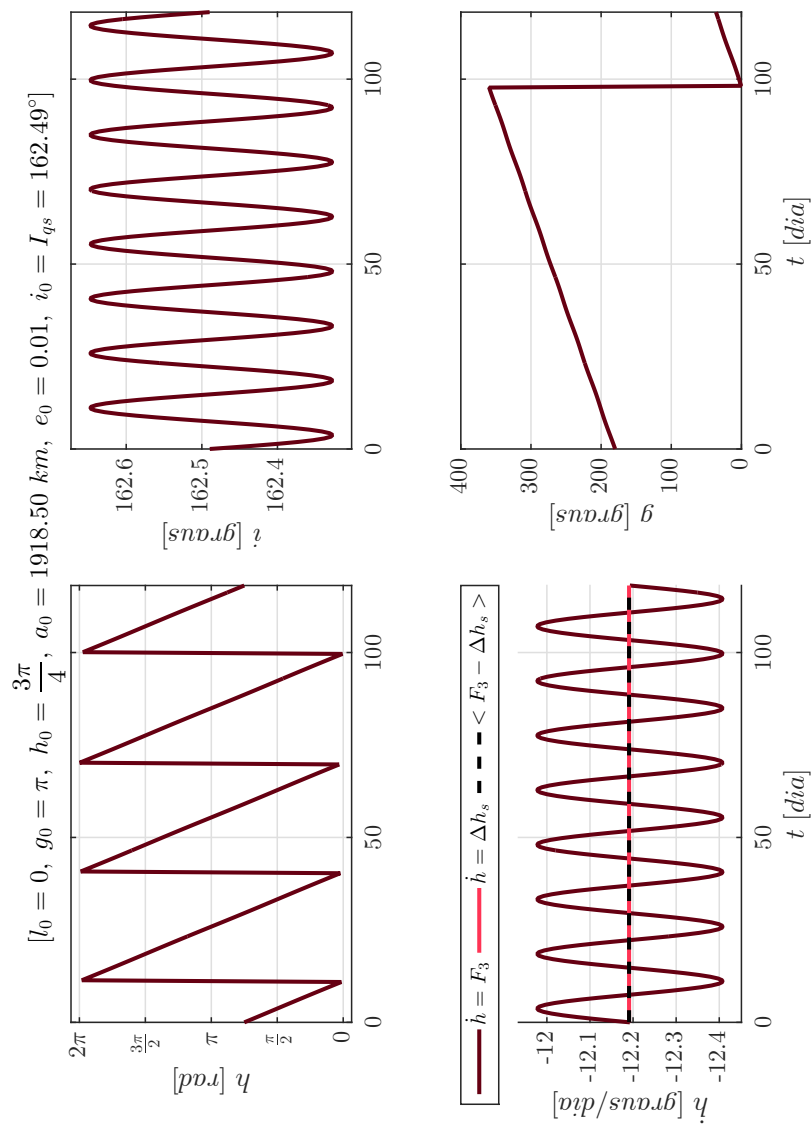
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.147 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 1946.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.07$, $i_0 = I_{qs} = 173.49^\circ$.



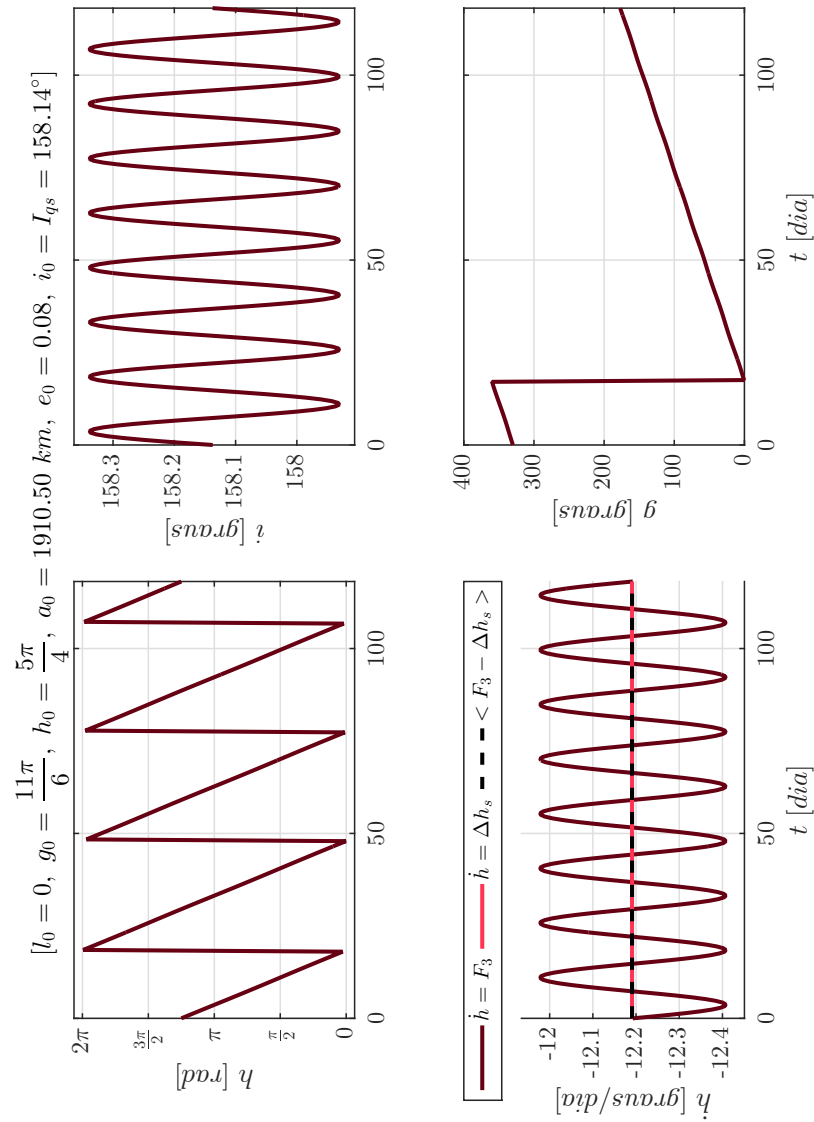
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.148 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 1918.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qs} = 162.49^\circ$.



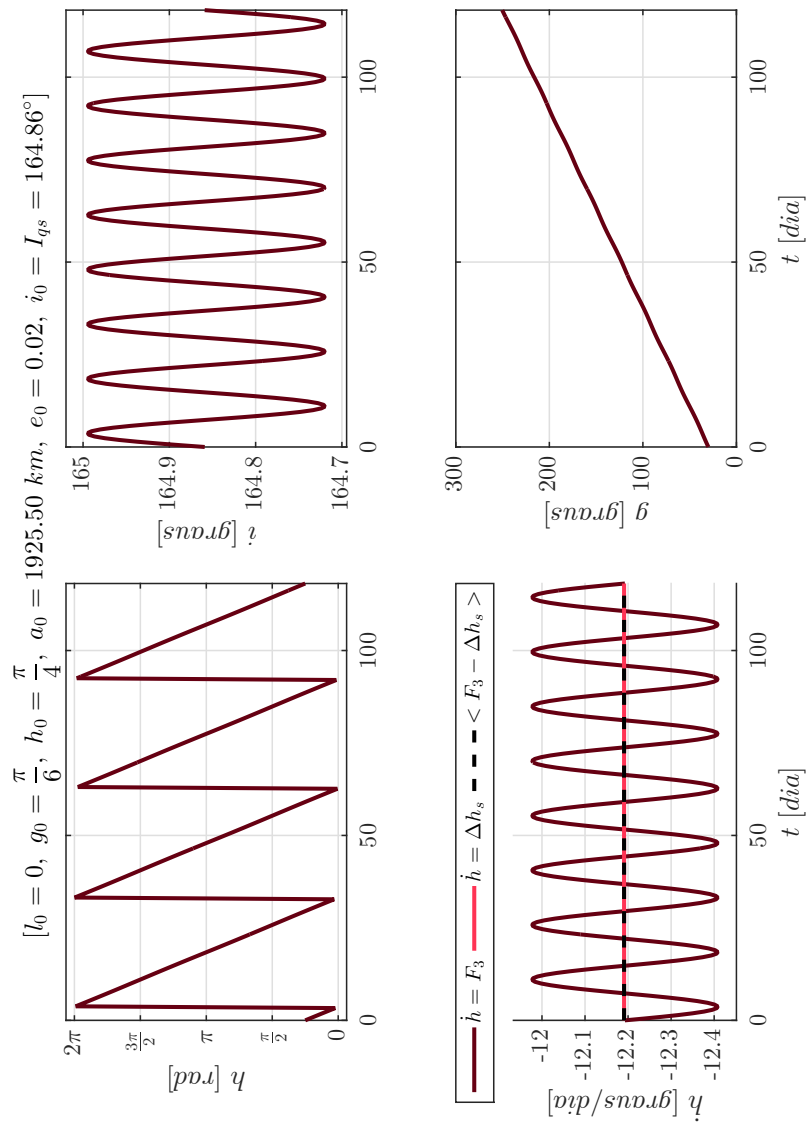
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.149 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 1910.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qs} = 158.14^\circ$.



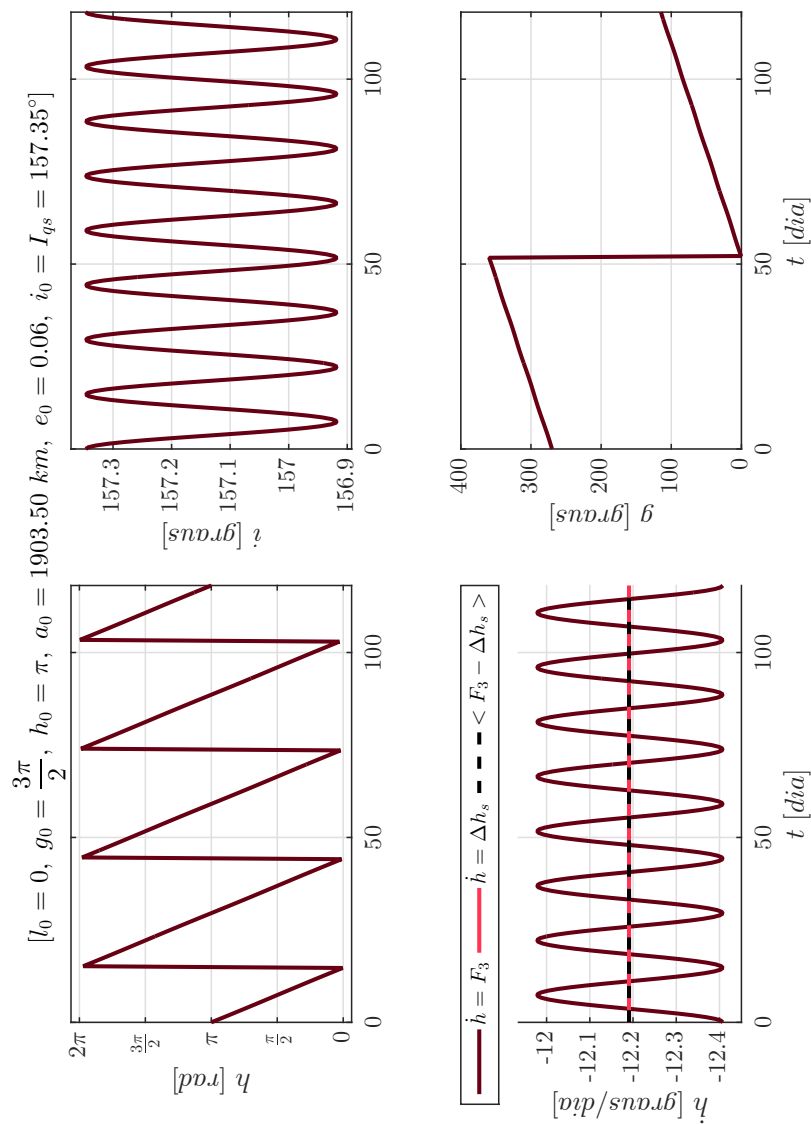
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.150 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 1925.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 164.86^\circ$.



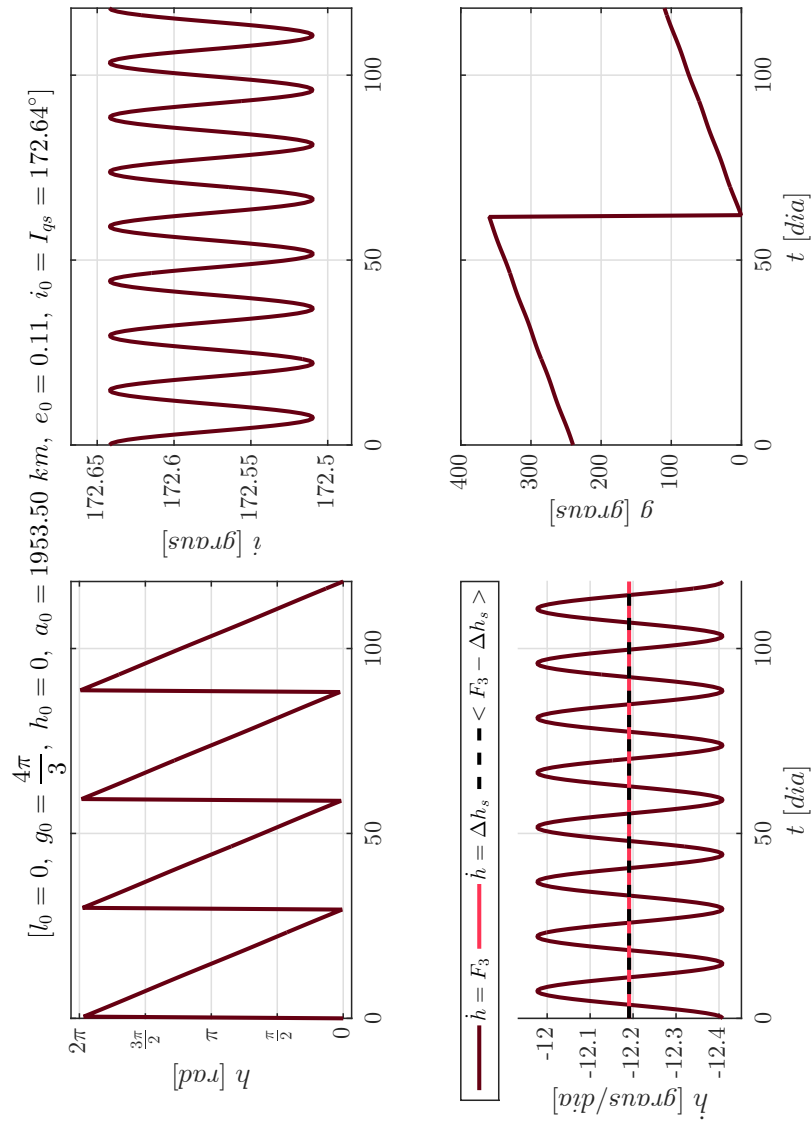
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.151 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 1903.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.06$, $i_0 = I_{qs} = 157.35^\circ$.



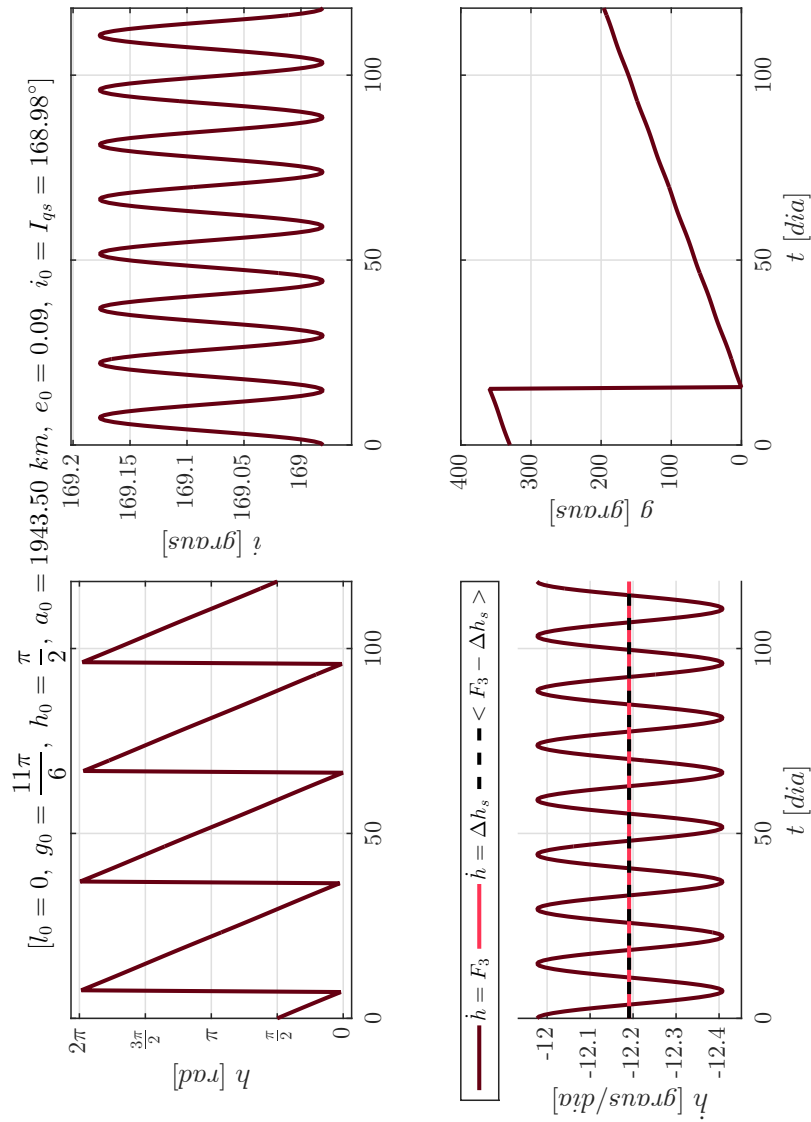
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.152 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 1953.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qs} = 172.64^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.153 - Sistema 1. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. \dot{h} = Δh_s refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 1943.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qs} = 168.98^\circ$.

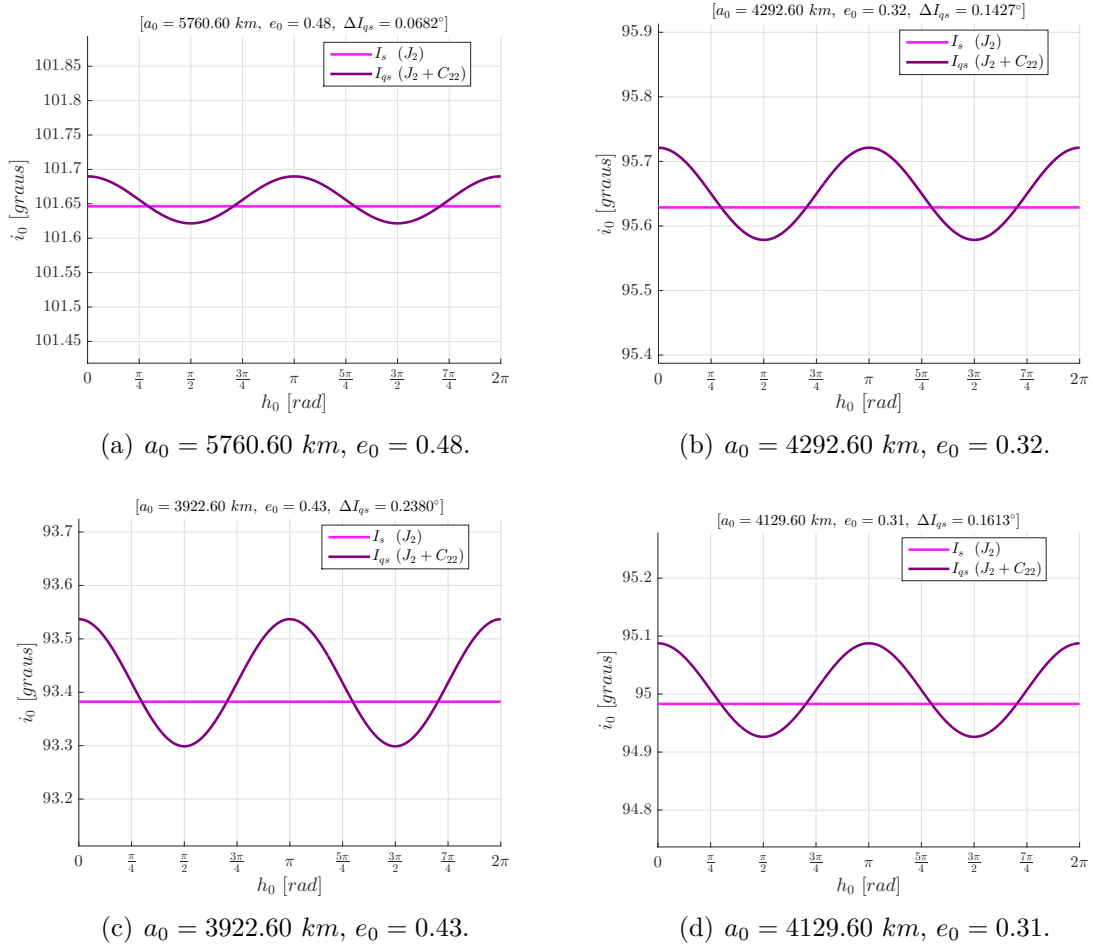


Fonte: Produção do autor.

5.2.2 Sistema 2: satélite artificial orbitando Io

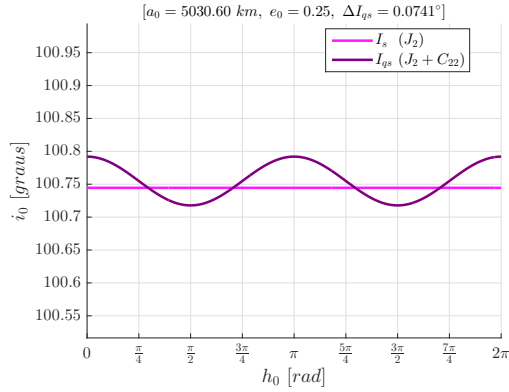
As Figuras 5.154(a)-5.155(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 3 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas nas Subseções 4.5.3 e 4.6.1, *vide* Figura 4.8(b), para o caso de um veículo espacial ao redor de Io. A título de comparação, a inclinação heliosíncrona clássica I_s , que é constante, dependente de a_0 e e_0 (PARK; JUNKINS, 1995) e independente de h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.154(a)-5.155(f), para o caso retrógrado.

Figura 5.154 - Sistema 2. Curvas de inclinações quase-heliosíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.

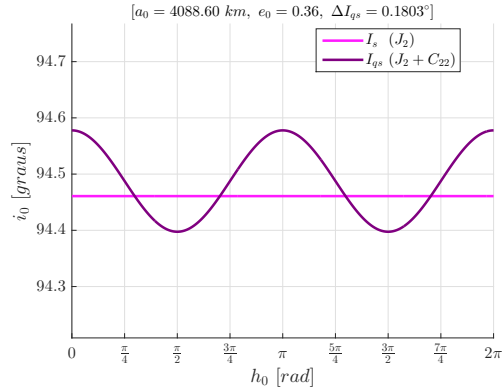


Fonte: Produção do autor.

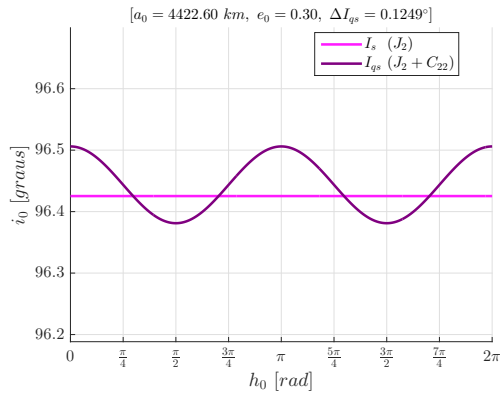
Figura 5.155 - Sistema 2 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Io.



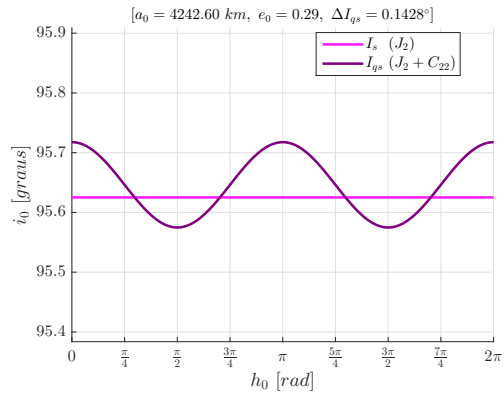
(a) $a_0 = 5030.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.25$.



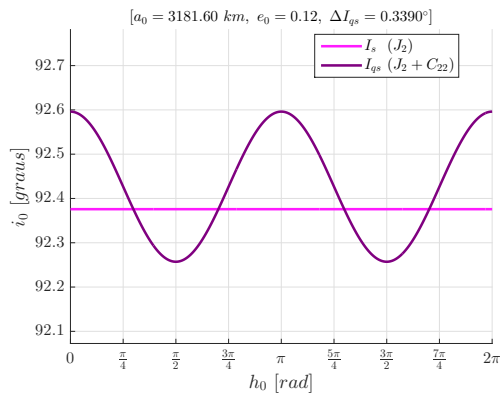
(b) $a_0 = 4088.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.36$.



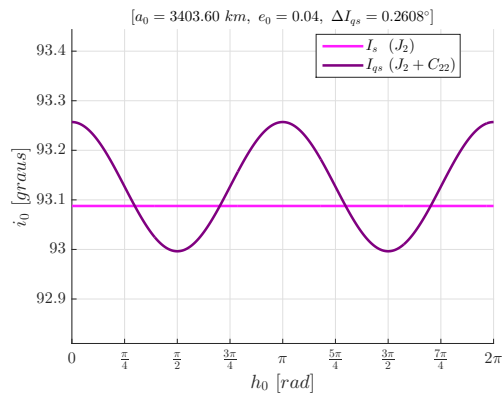
(c) $a_0 = 4422.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$.



(d) $a_0 = 4242.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.29$.



(e) $a_0 = 3181.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$.

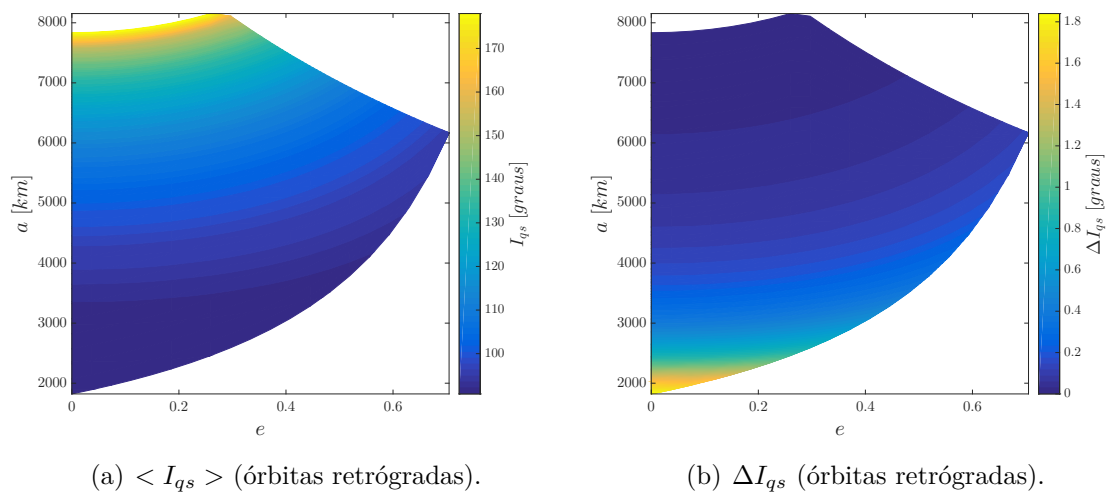


(f) $a_0 = 3403.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$.

Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.156(a) exibe as inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.8(b). A Figura 5.156(b) mostra o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas.

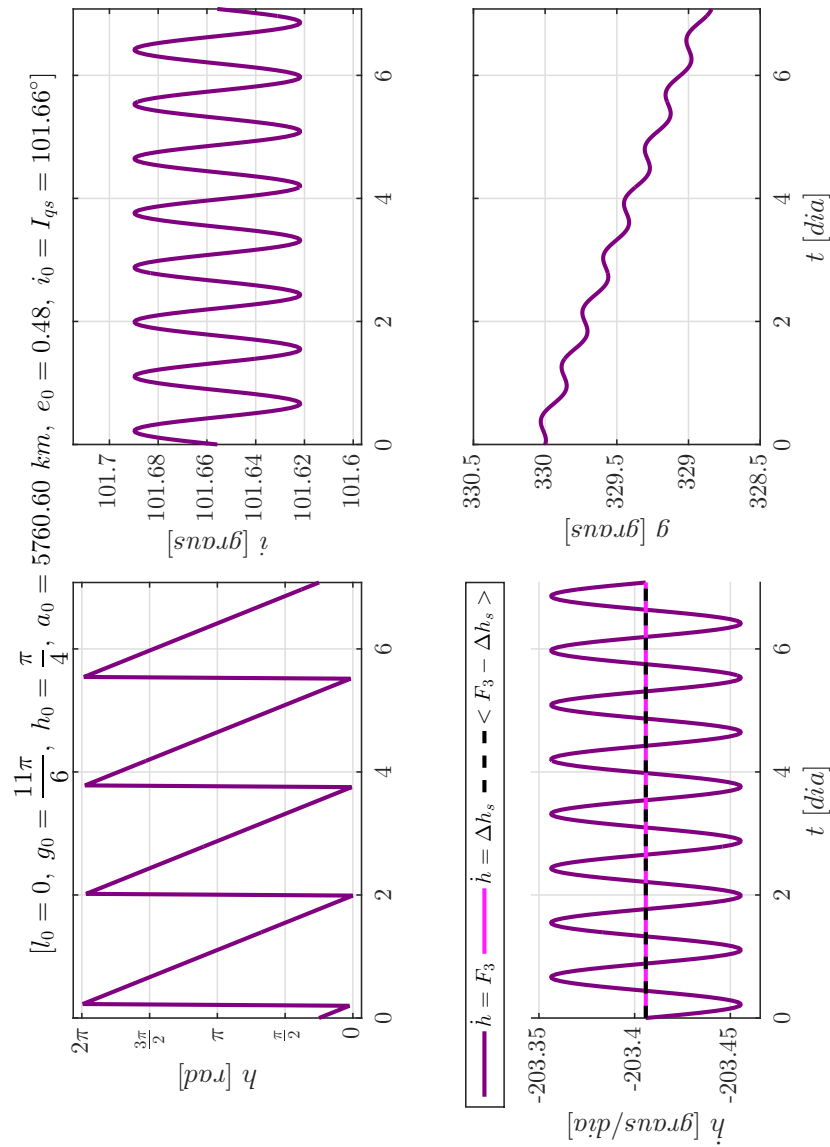
Figura 5.156 - Sistema 2. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



Fonte: Produção do autor.

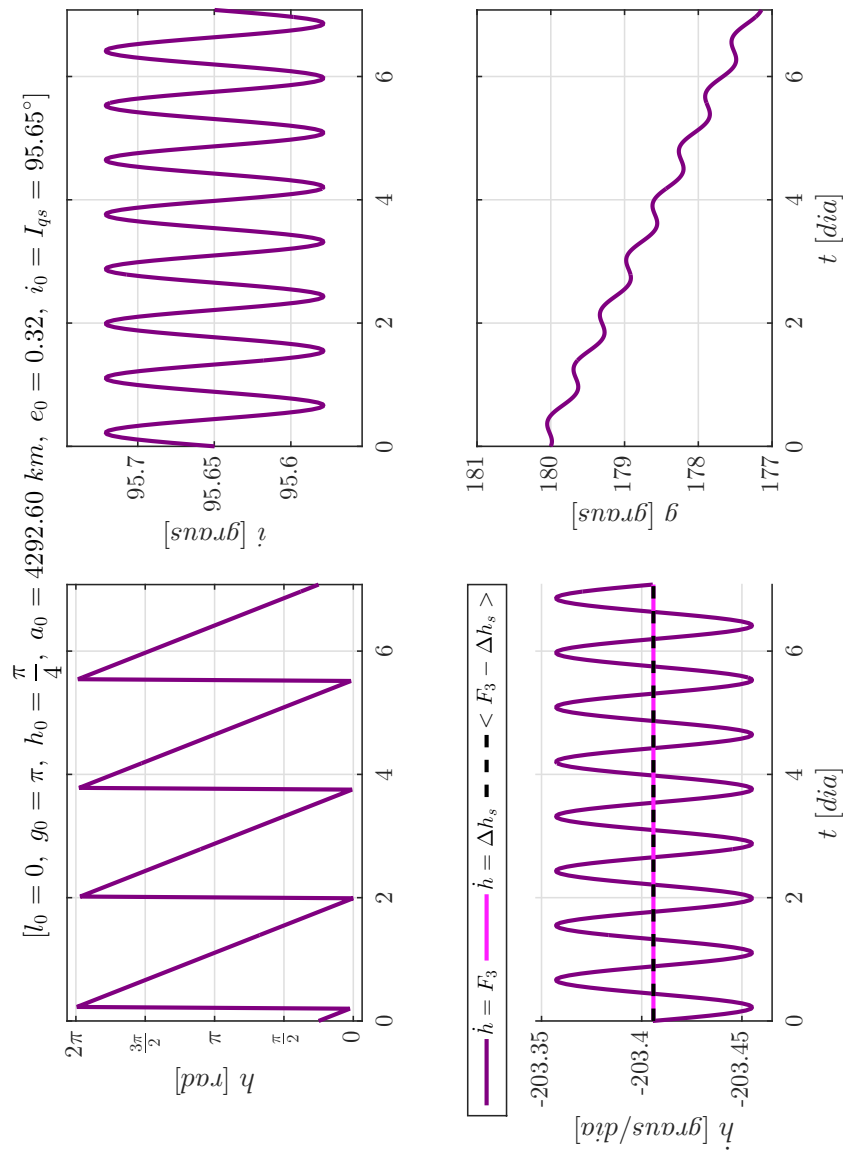
As Figuras 5.157-5.166 mostram $h(t)$, $\dot{h}(t)$, $g(t)$ e $i(t)$ obtidos pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.154(a)-5.155(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-heliossíncrona $I_{qs}(h_0)$ correspondente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.157 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle > \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 5760.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.48$, $i_0 = I_{qs} = 101.66^\circ$.



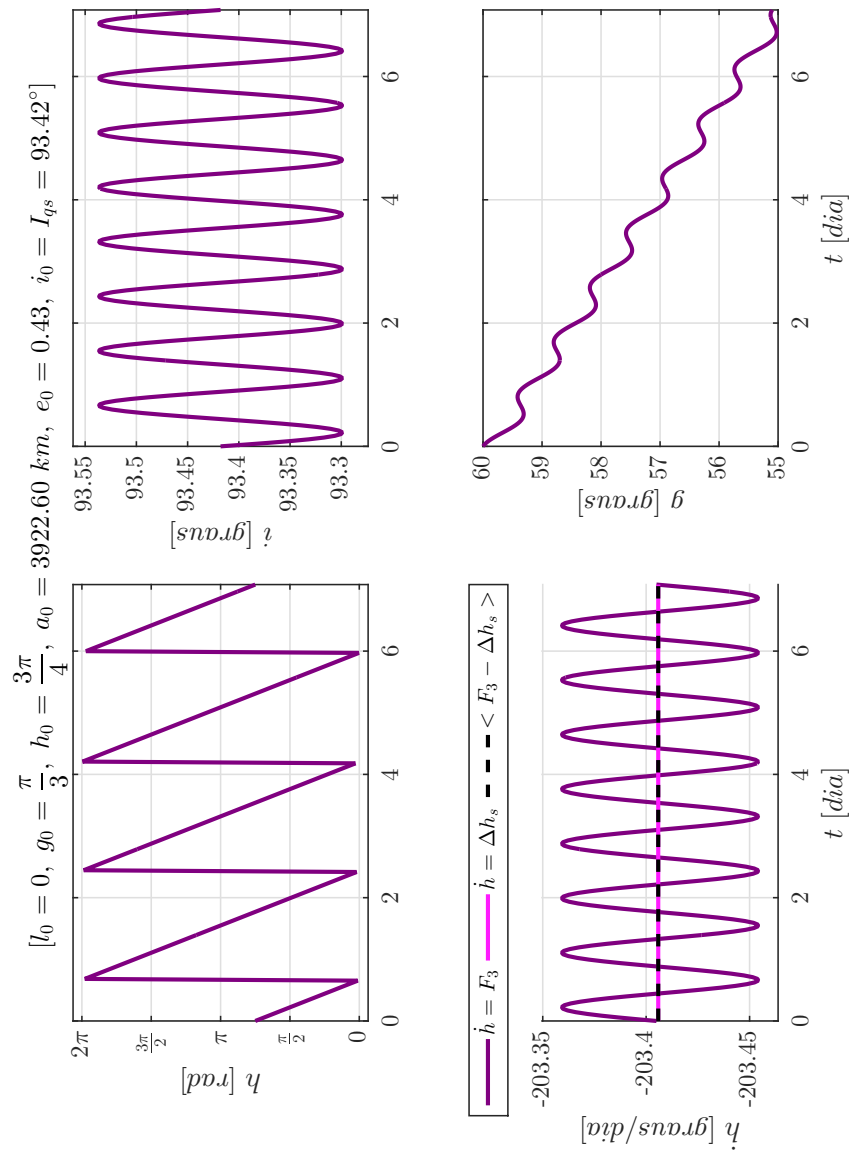
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.158 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 4292.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.32$, $i_0 = I_{qs} = 95.65^\circ$.



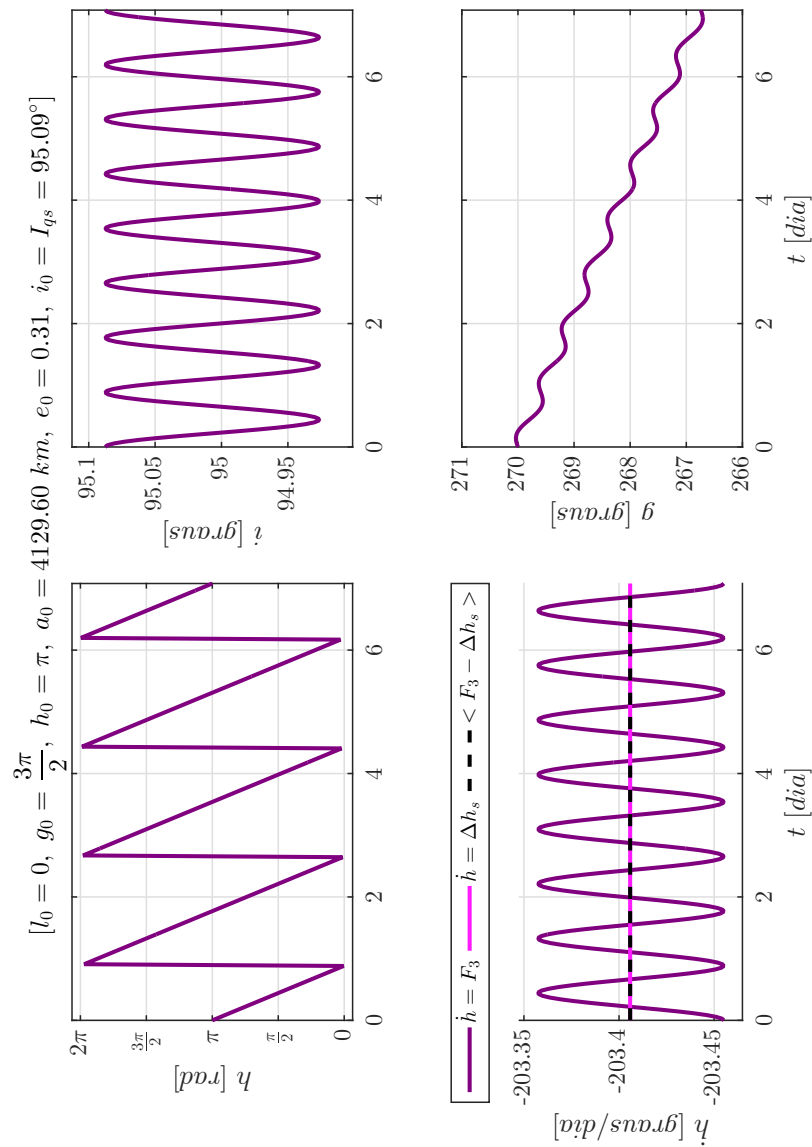
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.159 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3922.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.43$, $i_0 = I_{qs} = 93.42^\circ$.



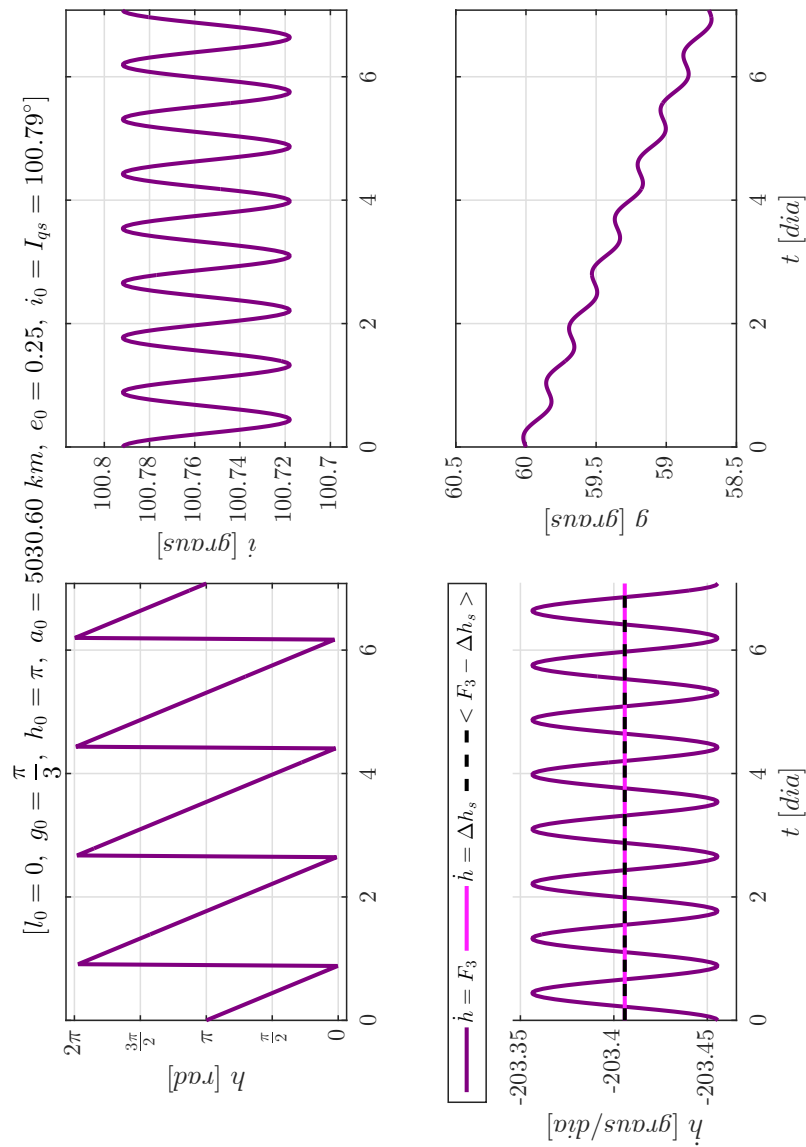
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.160 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4129.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.31$, $i_0 = I_{qs} = 95.09^\circ$.



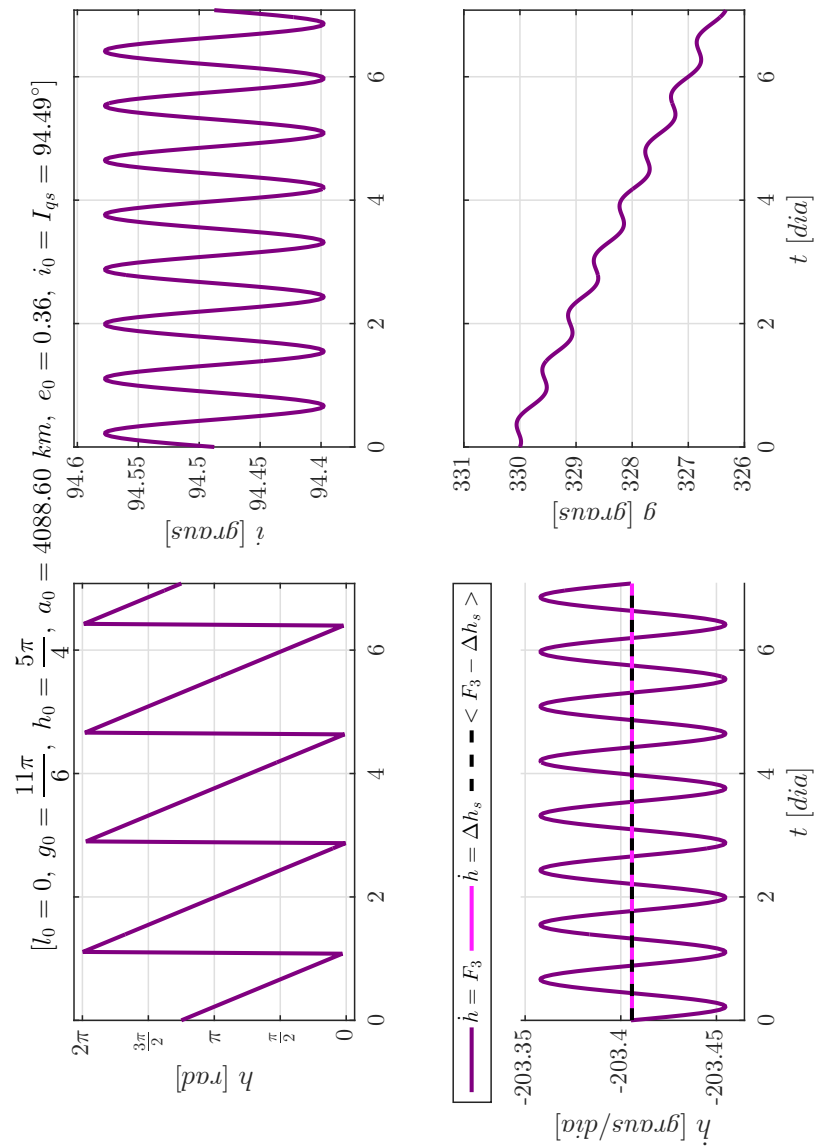
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.161 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 5030.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.25$, $i_0 = I_{qs} = 100.79^\circ$.



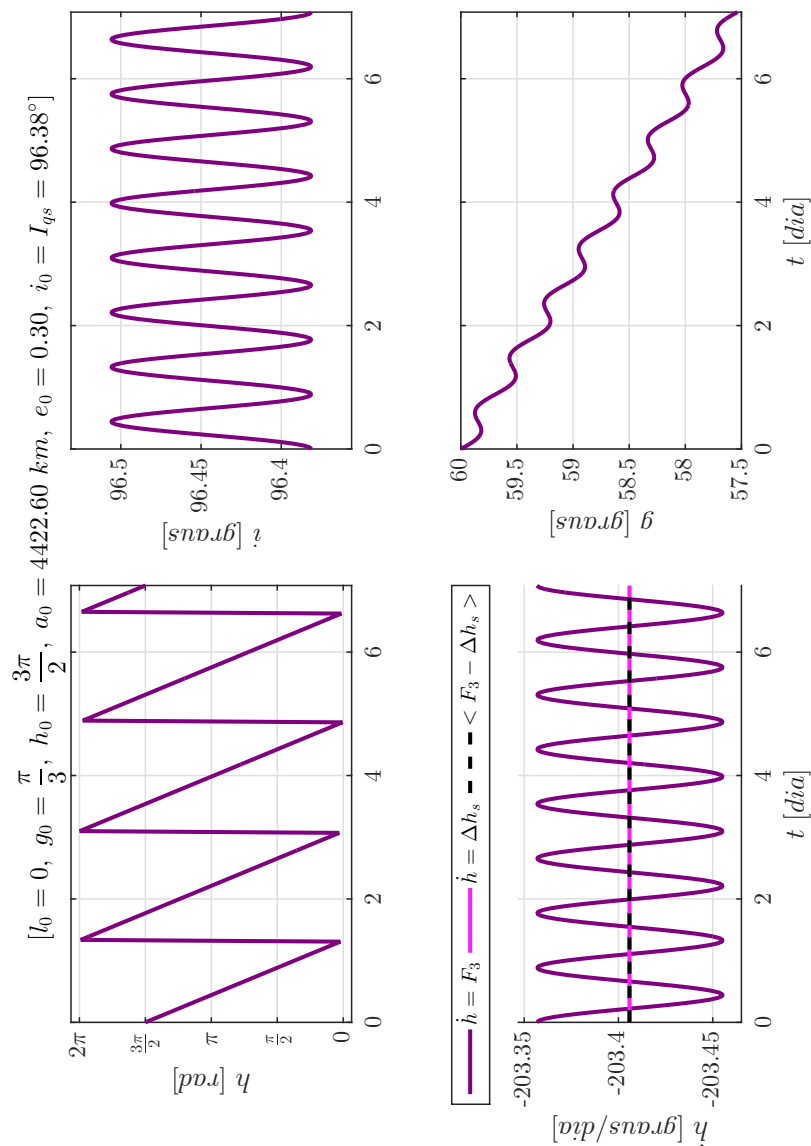
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.162 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4088.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.36$, $i_0 = I_{qs} = 94.49^\circ$.



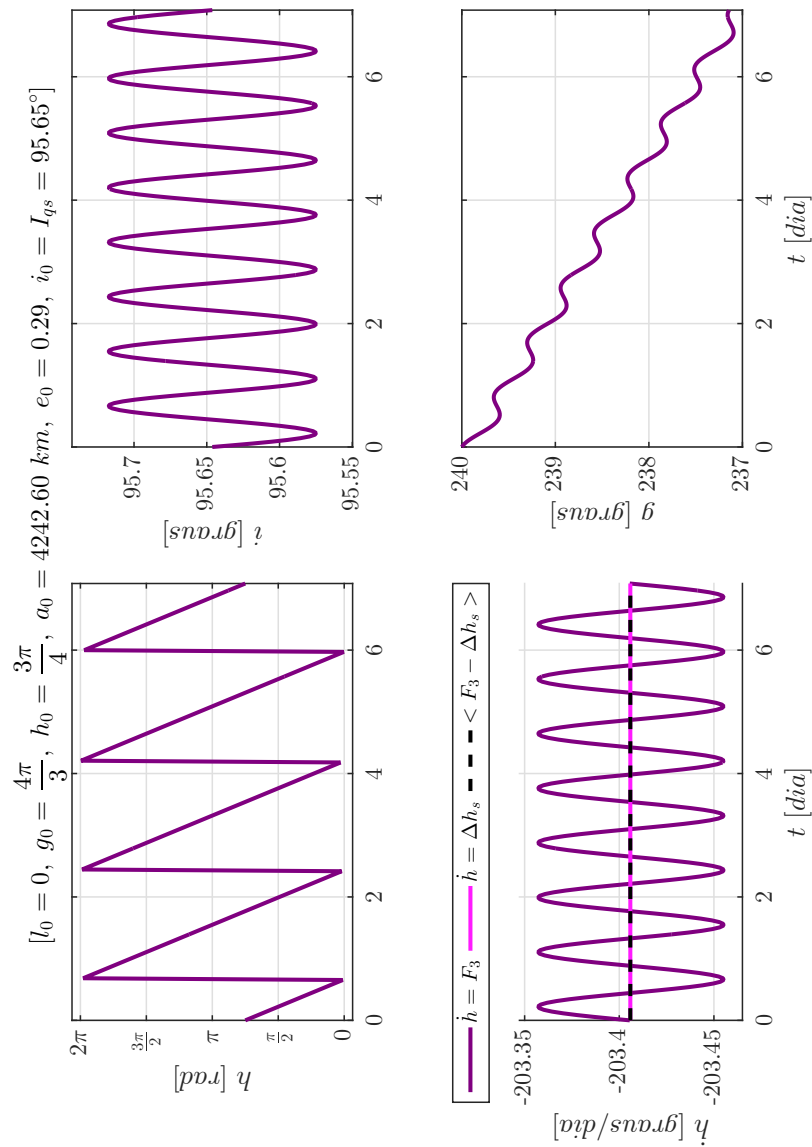
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.163 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4422.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.30$, $i_0 = I_{qs} = 96.38^\circ$.



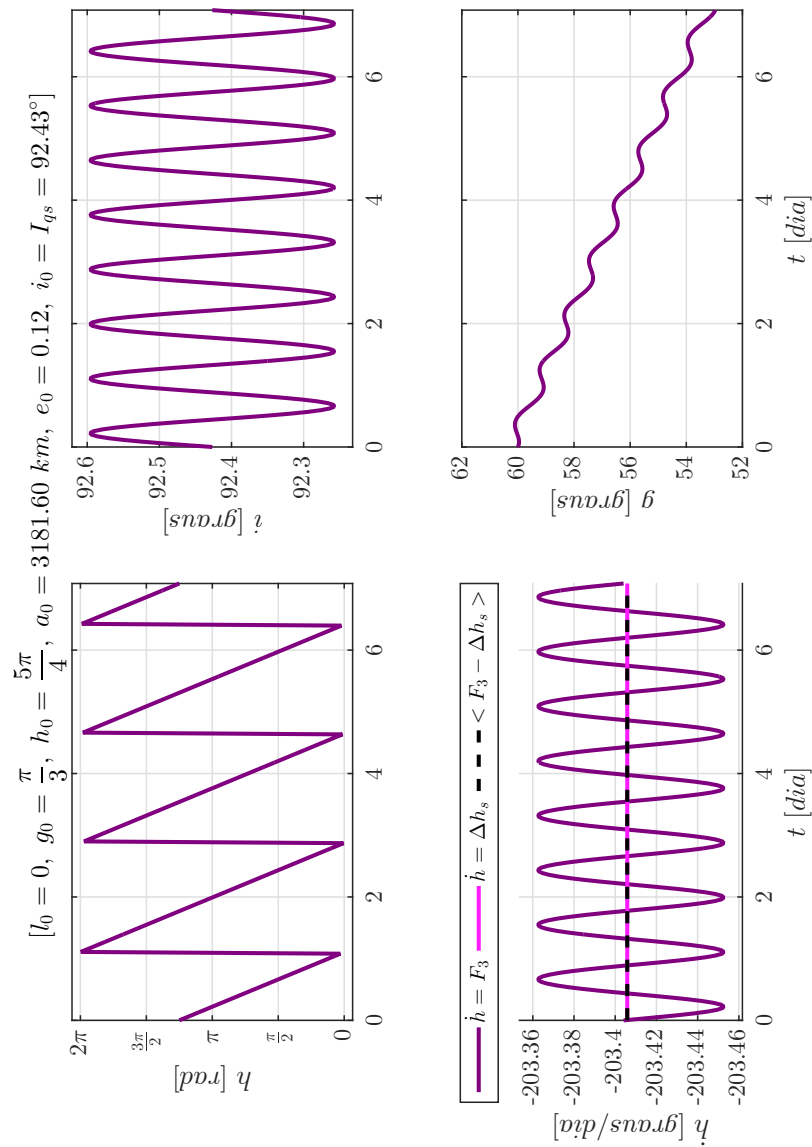
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.164 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4242.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.29$, $i_0 = I_{qs} = 95.65^\circ$.



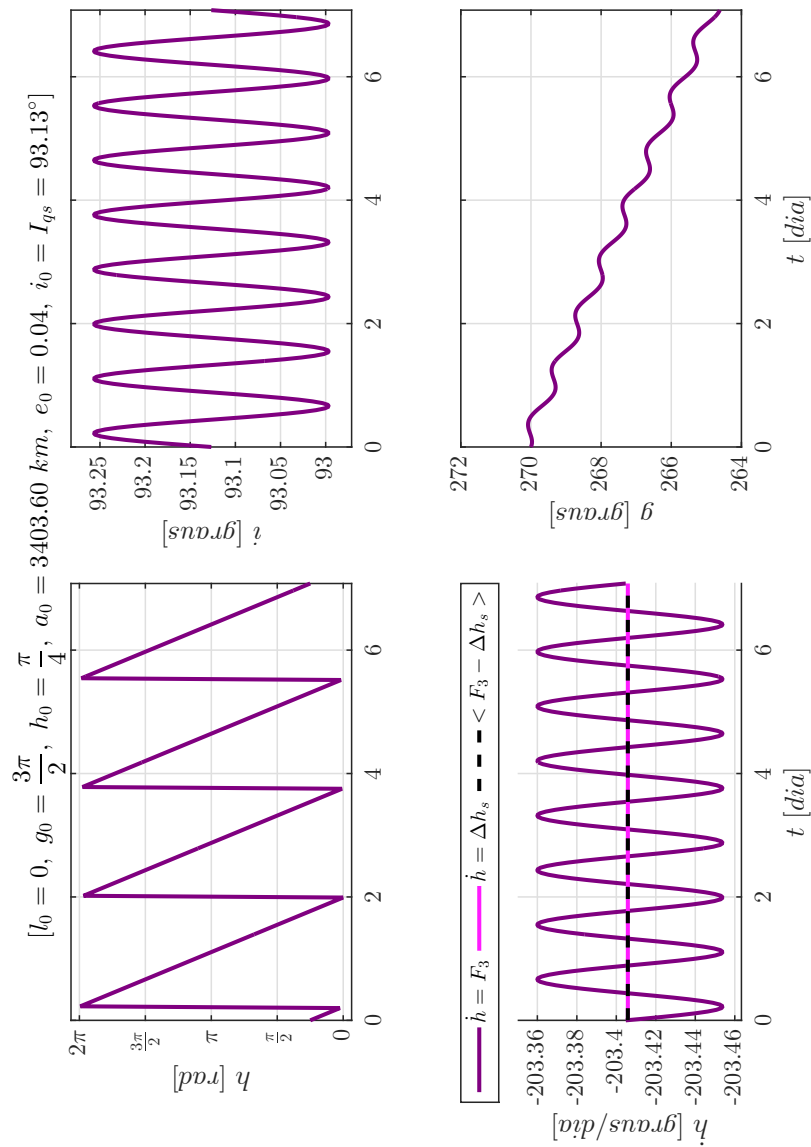
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.165 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3181.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qs} = 92.43^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.166 - Sistema 2. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle > \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3403.60 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 93.13^\circ$.

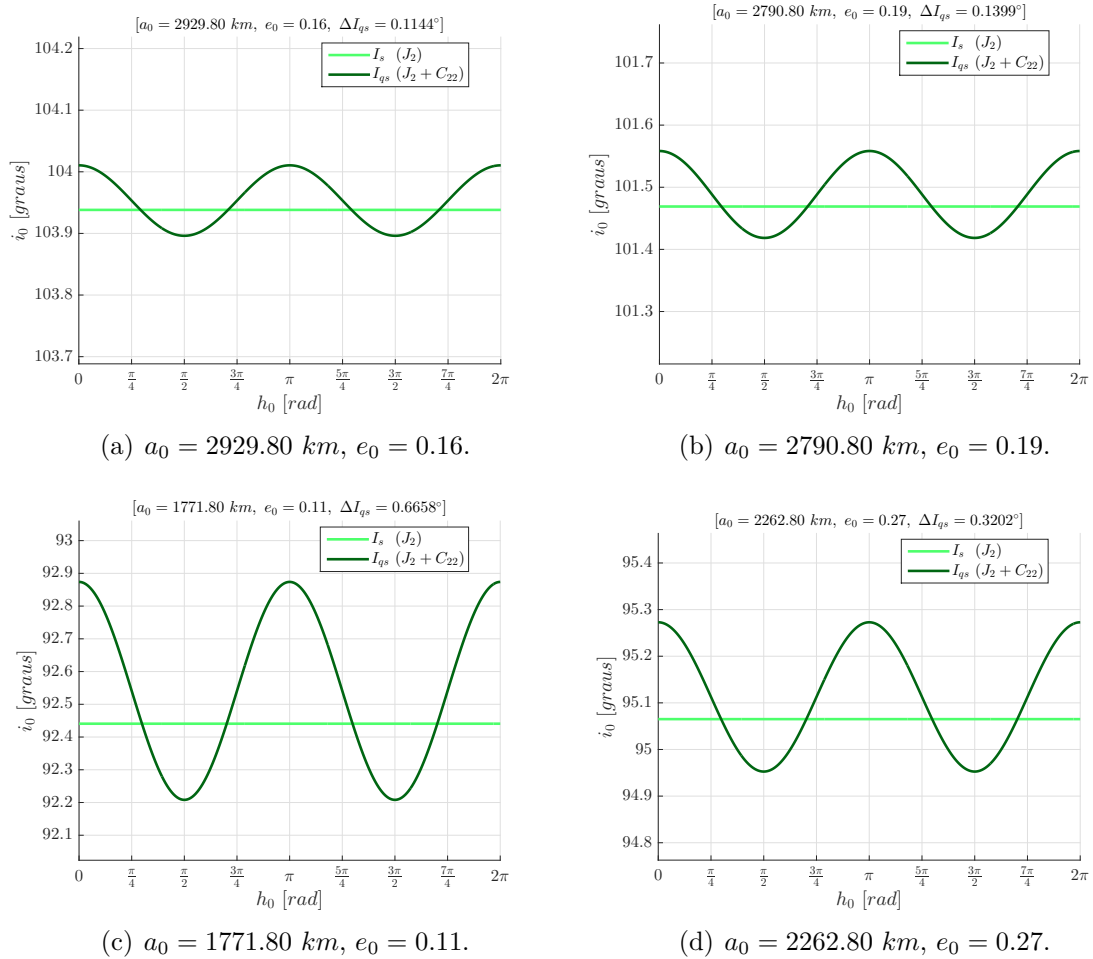


Fonte: Produção do autor.

5.2.3 Sistema 3: satélite artificial orbitando Europa

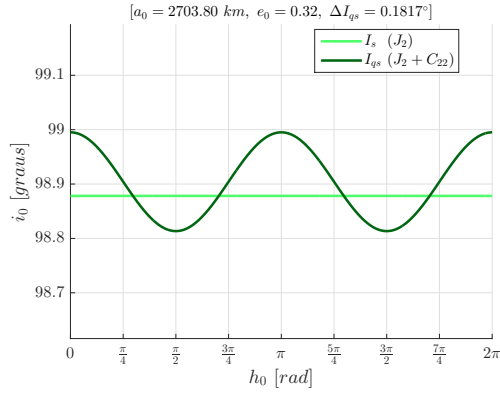
As Figuras 5.167(a)-5.168(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 3 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas nas Subseções 4.5.3 e 4.6.1, *vide* Figura 4.8(c), para o caso de um veículo espacial ao redor de Europa. A título de comparação, a inclinação heliosíncrona clássica I_s , que é constante, dependente de a_0 e e_0 (PARK; JUNKINS, 1995) e independente de h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.167(a)-5.168(f), para o caso retrógrado.

Figura 5.167 - Sistema 3. Curvas de inclinações quase-heliosíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.

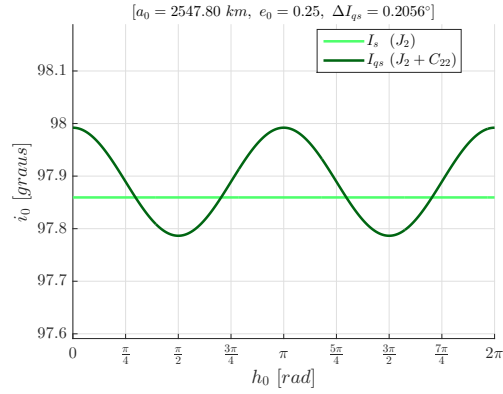


Fonte: Produção do autor.

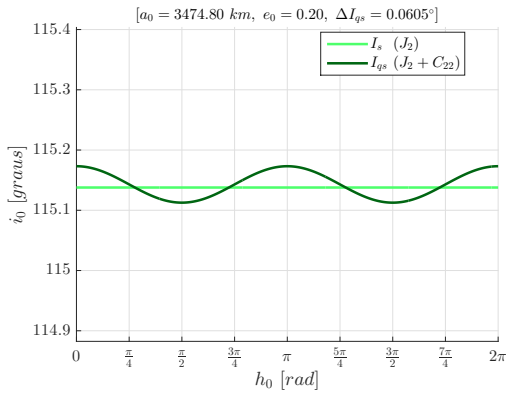
Figura 5.168 - Sistema 3 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Europa.



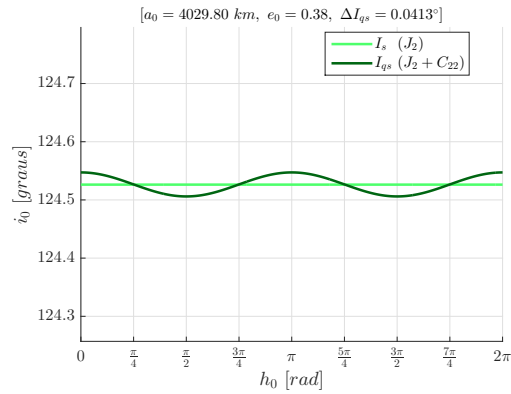
(a) $a_0 = 2703.80 \text{ km}, e_0 = 0.32.$



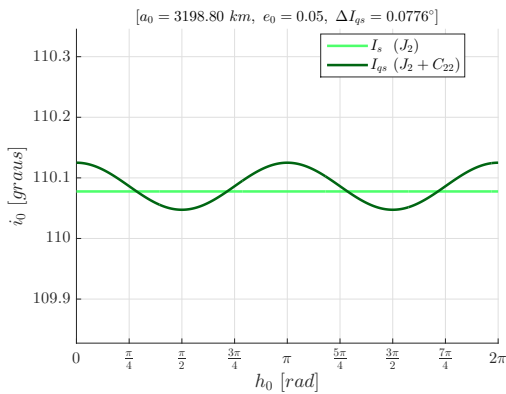
(b) $a_0 = 2547.80 \text{ km}, e_0 = 0.25.$



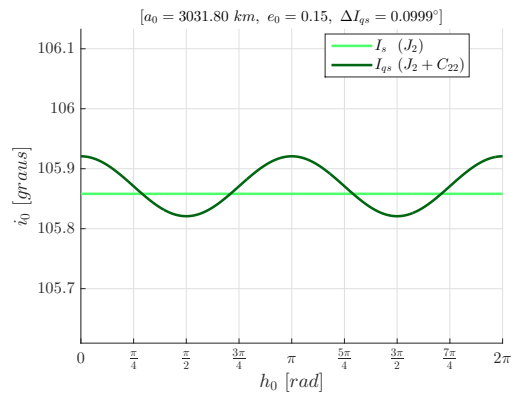
(c) $a_0 = 3474.80 \text{ km}, e_0 = 0.20.$



(d) $a_0 = 4029.80 \text{ km}, e_0 = 0.38.$



(e) $a_0 = 3198.80 \text{ km}, e_0 = 0.05.$

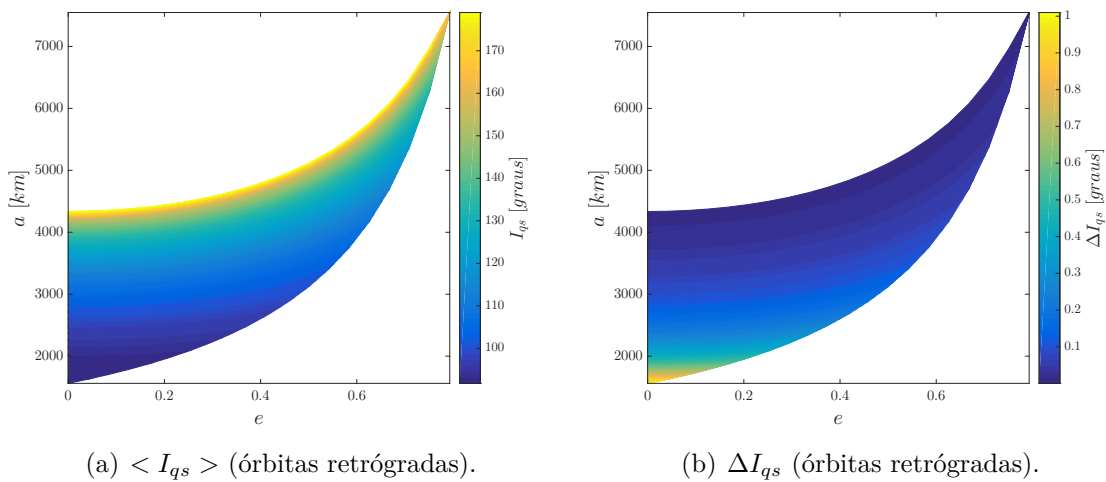


(f) $a_0 = 3031.80 \text{ km}, e_0 = 0.15.$

Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.169(a) exibe as inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.8(c). A Figura 5.169(b) mostra o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas.

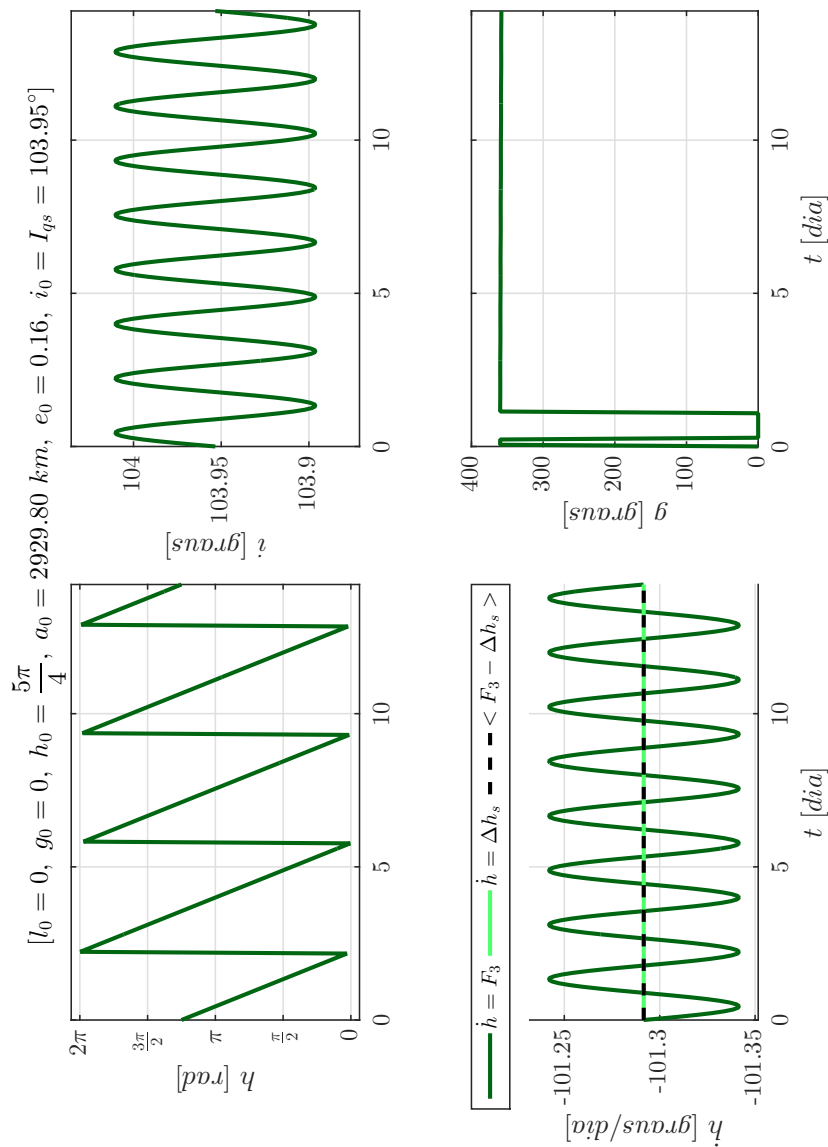
Figura 5.169 - Sistema 3. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



Fonte: Produção do autor.

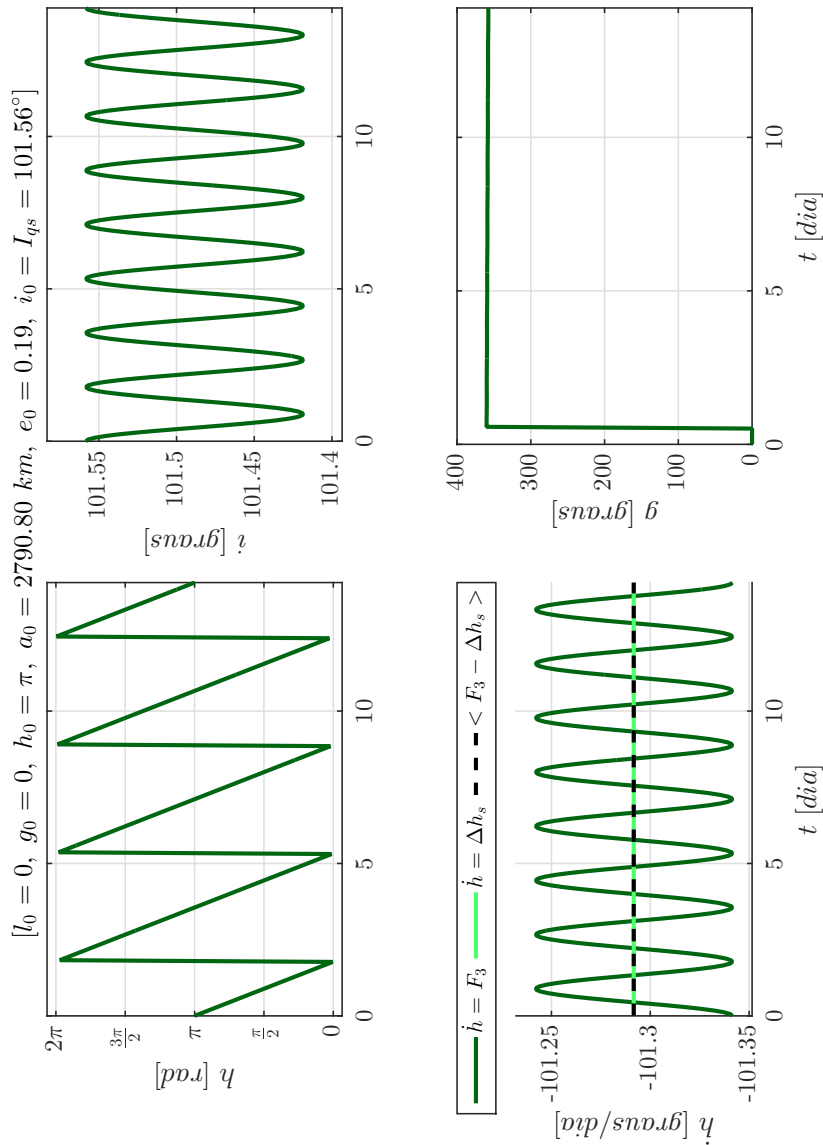
As Figuras 5.170-5.179 mostram $h(t)$, $\dot{h}(t)$, $g(t)$ e $i(t)$ obtidos pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.167(a)-5.168(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-heliossíncrona $I_{qs}(h_0)$ correspondente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.170 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2929.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.16$, $i_0 = I_{qs} = 103.95^\circ$.



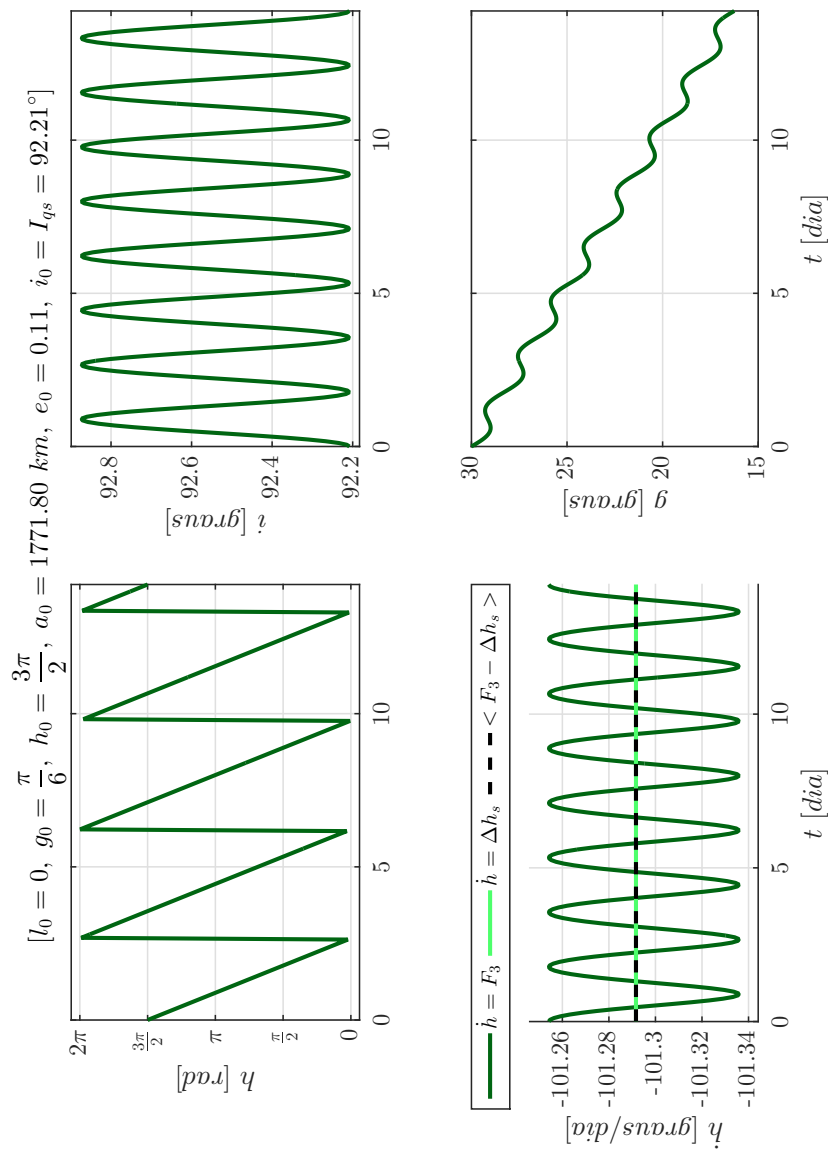
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.171 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2790.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.19$, $i_0 = I_{qs} = 101.56^\circ$.



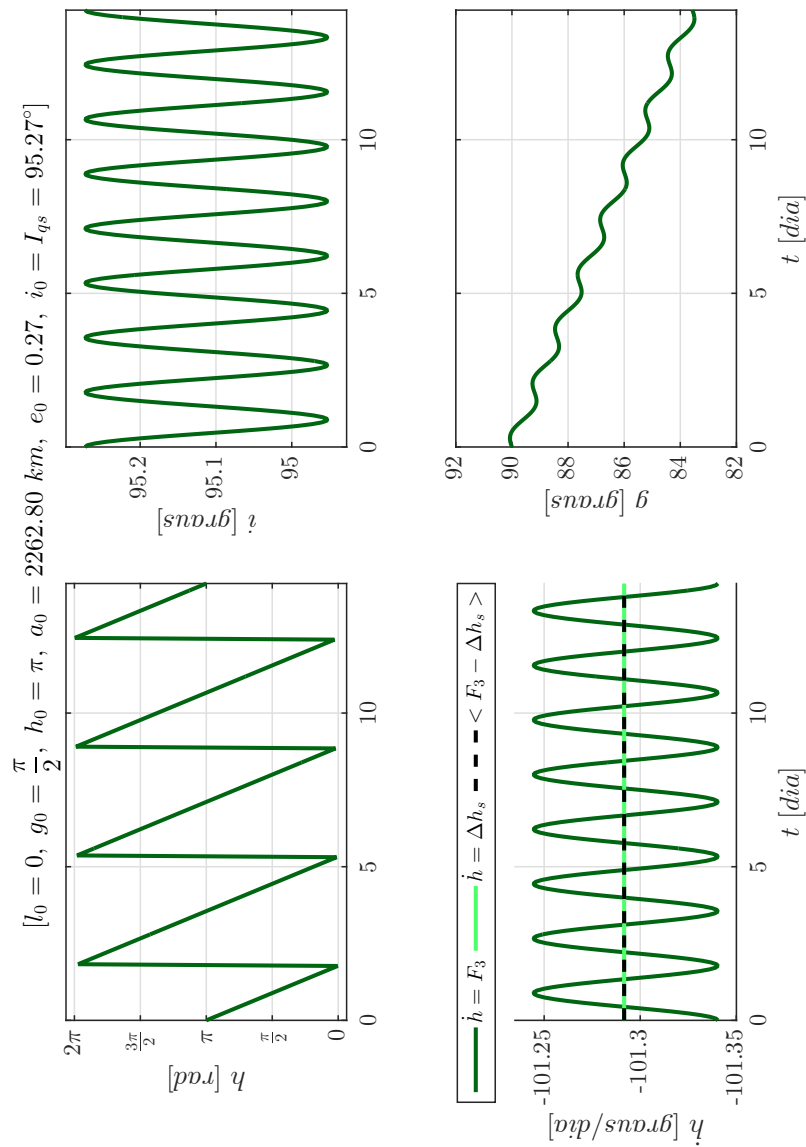
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.172 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 1771.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.11$, $i_0 = I_{qs} = 92.21^\circ$.



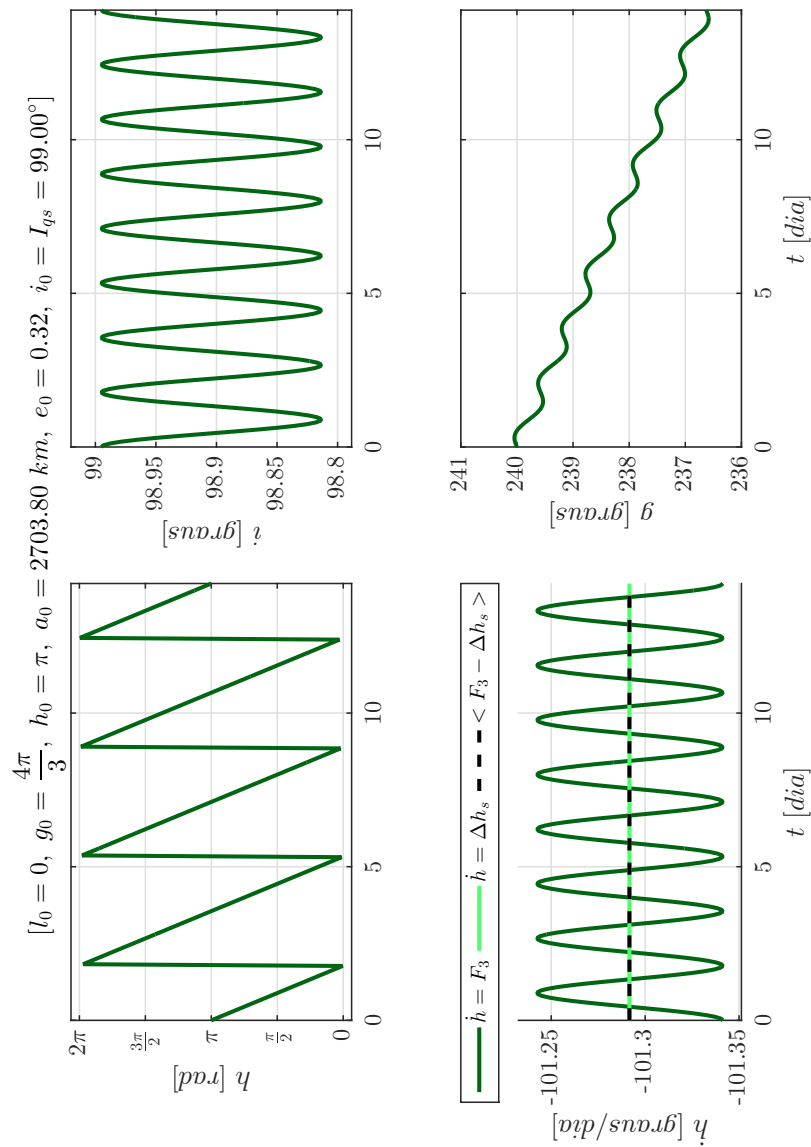
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.173 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2262.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.27$, $i_0 = I_{qs} = 95.27^\circ$.



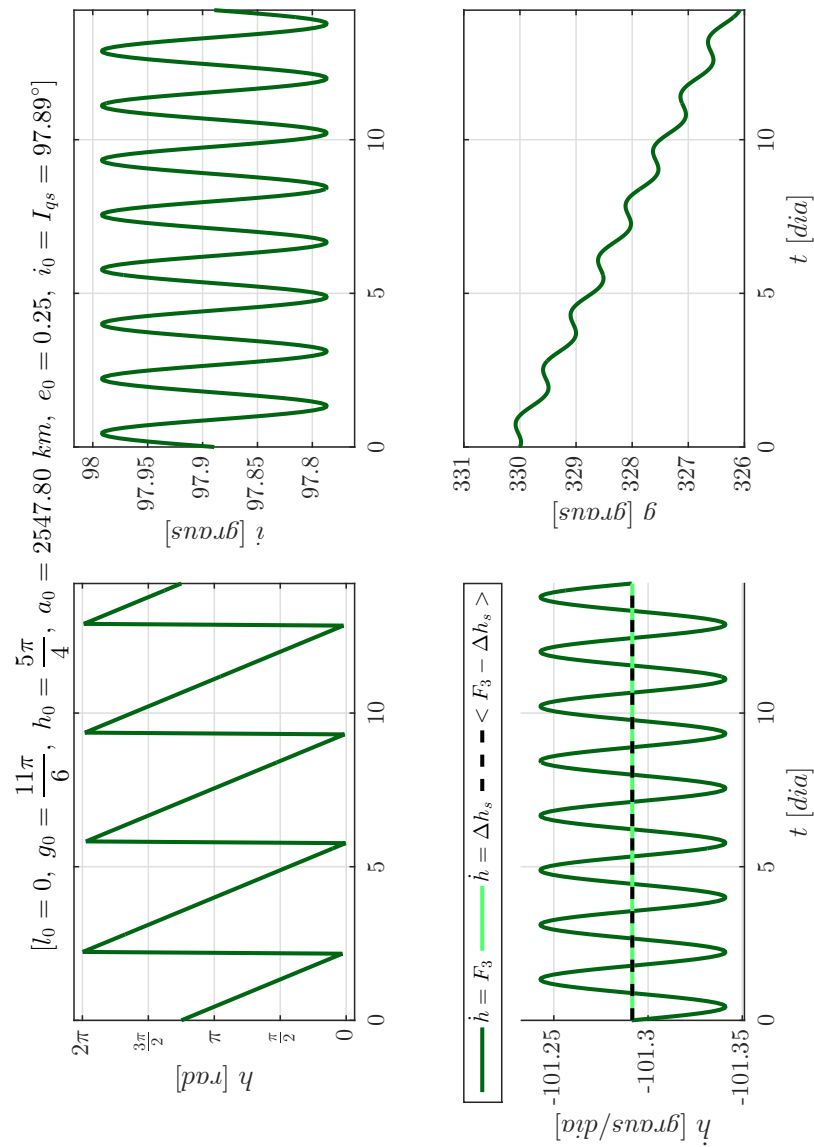
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.174 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2703.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.32$, $i_0 = I_{qs} = 99.00^\circ$.



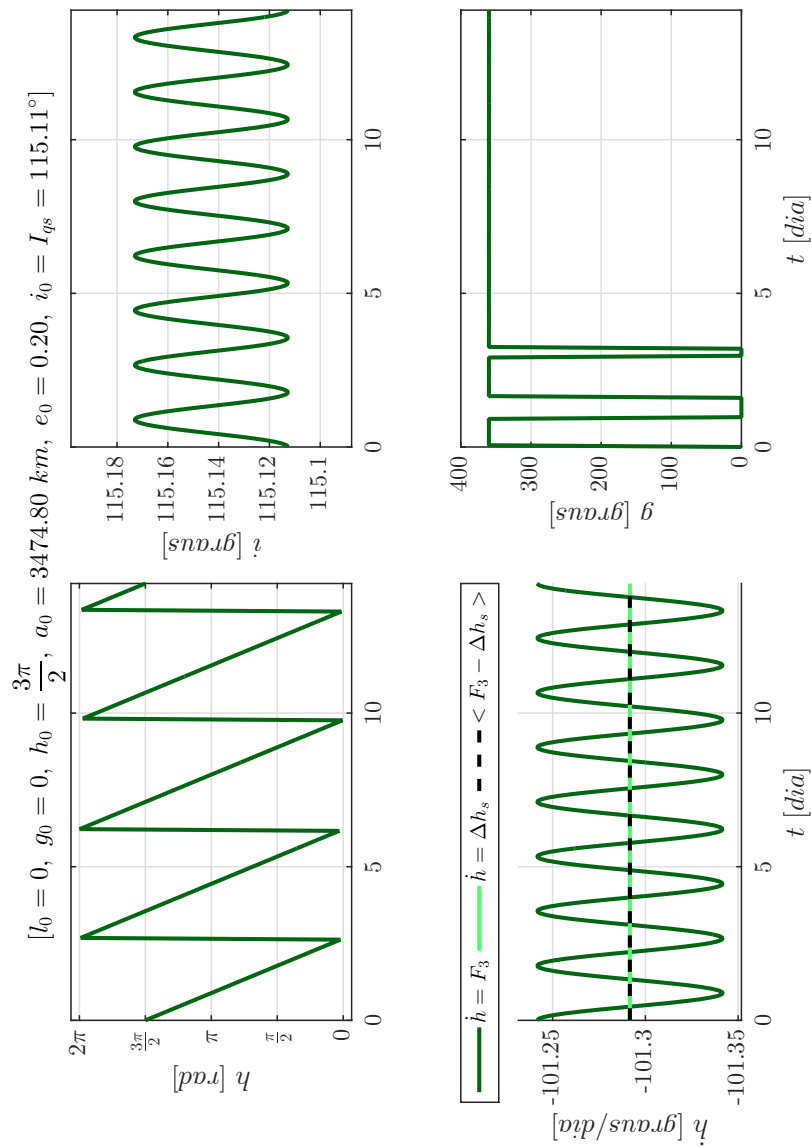
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.175 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2547.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.25$, $i_0 = I_{qs} = 97.89^\circ$.



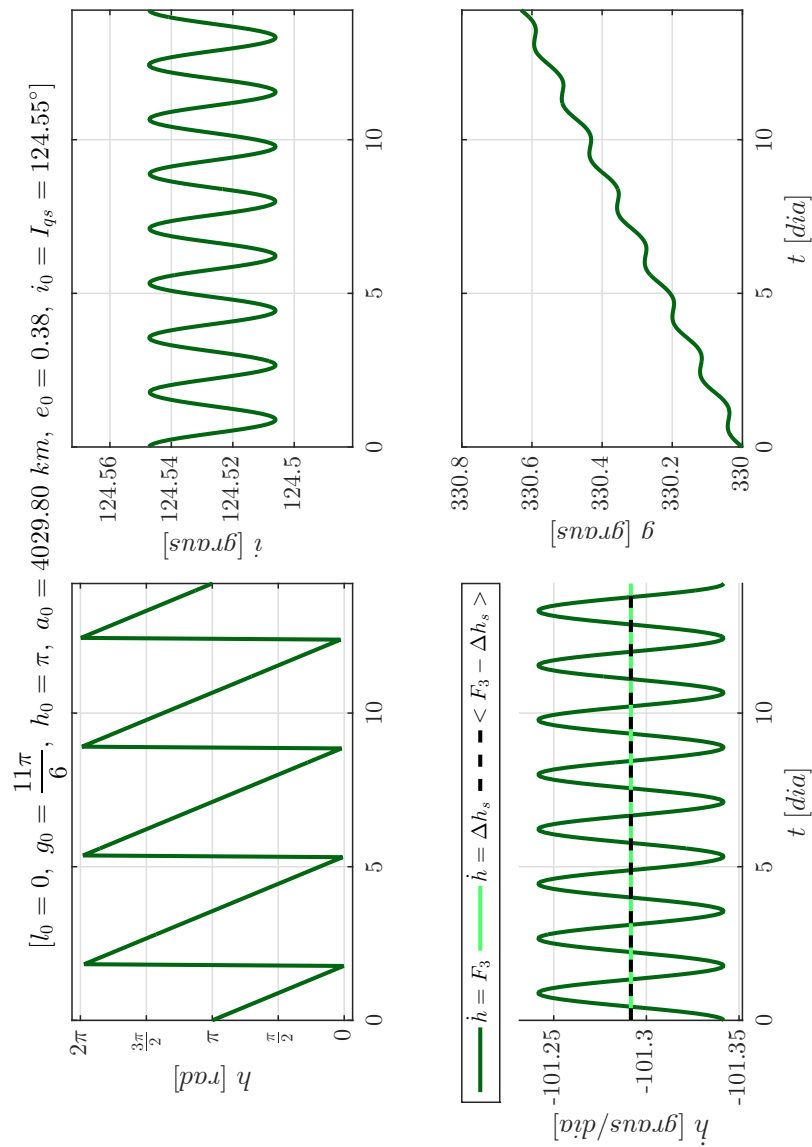
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.176 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3474.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qs} = 115.11^\circ$.



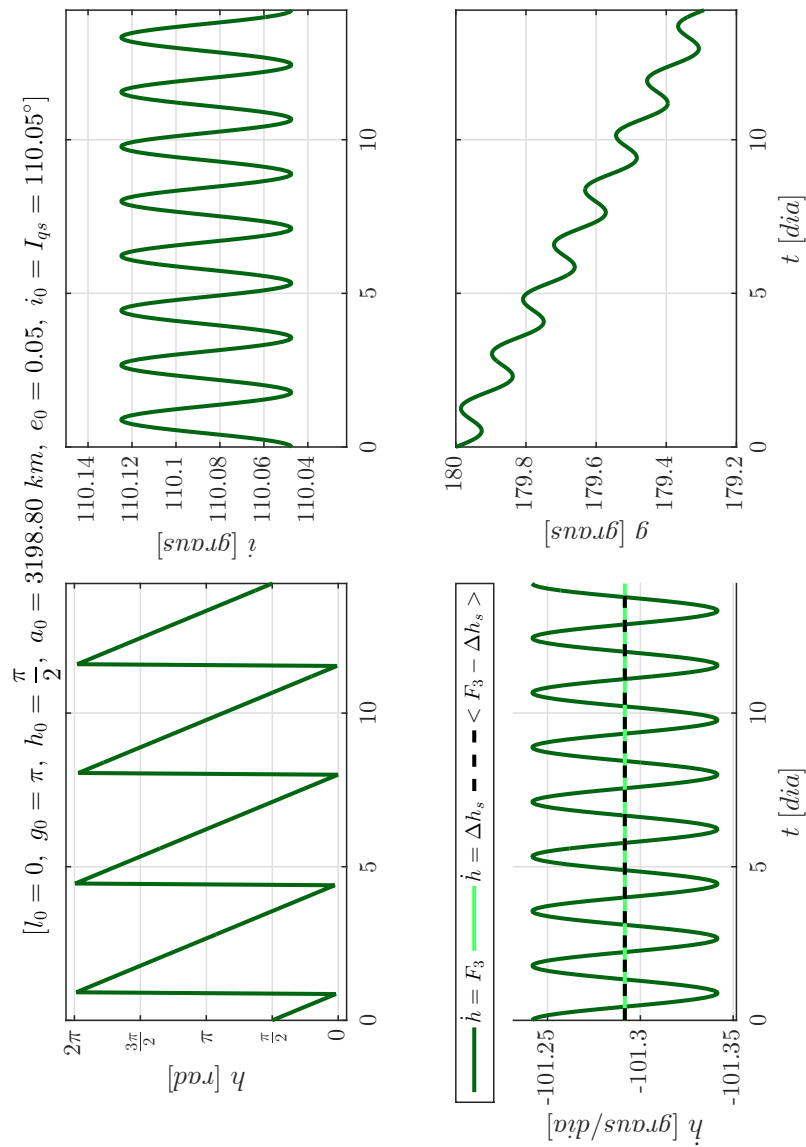
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.177 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle < \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 4029.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.38$, $i_0 = I_{qs} = 124.55^\circ$.



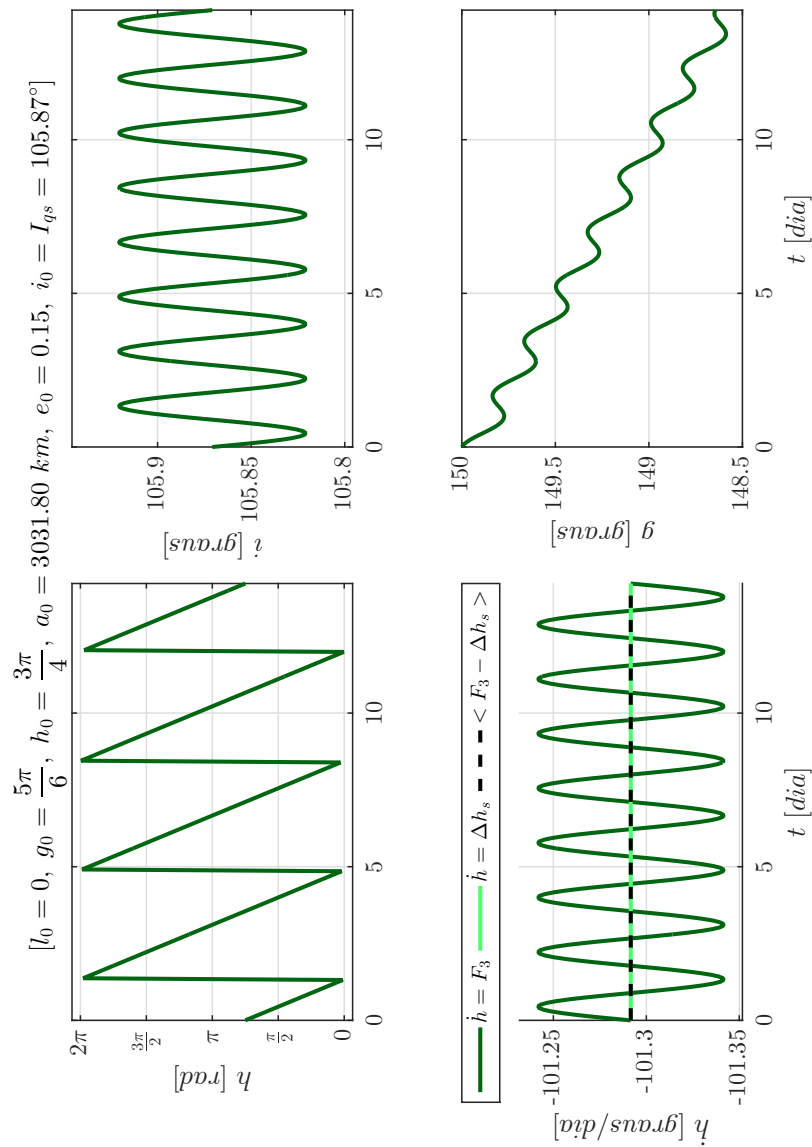
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.178 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3198.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qs} = 110.05^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.179 - Sistema 3. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3031.80 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qs} = 105.87^\circ$.

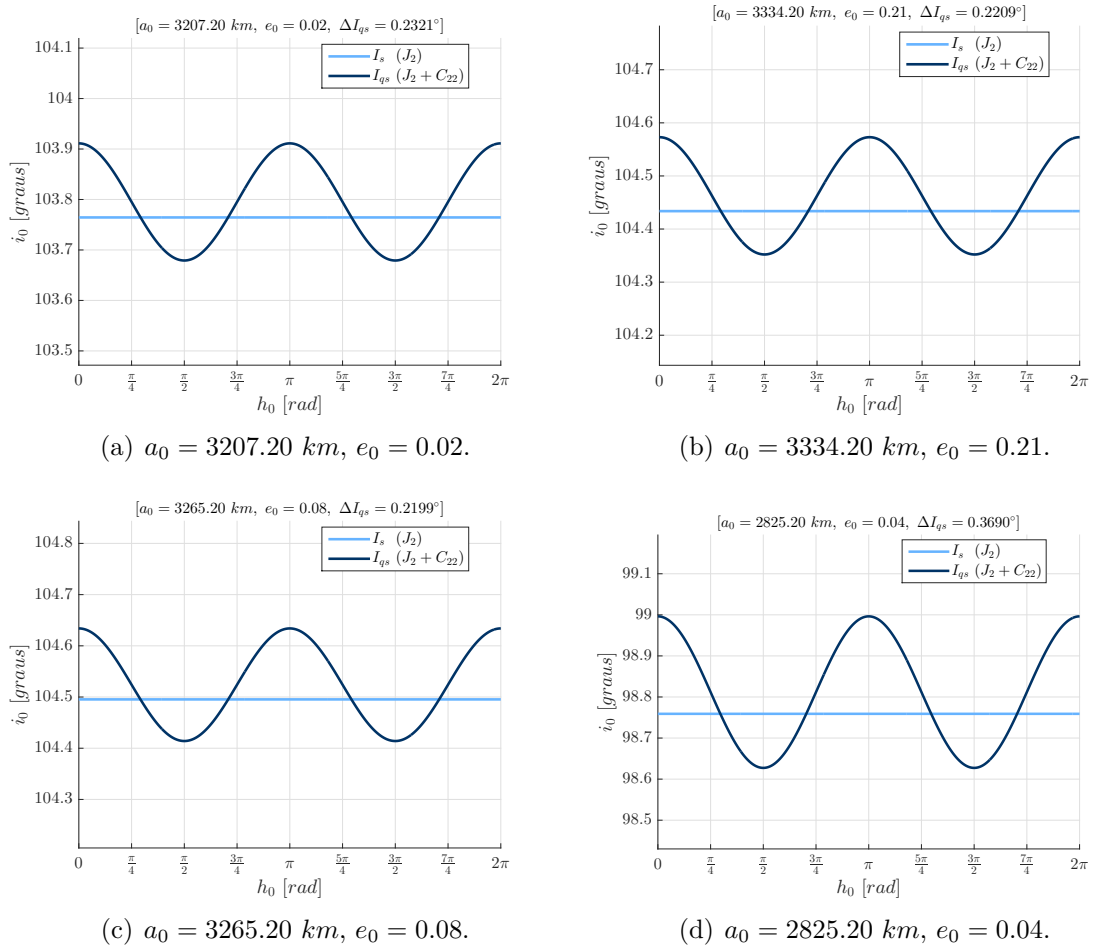


Fonte: Produção do autor.

5.2.4 Sistema 4: satélite artificial orbitando Ganímedes

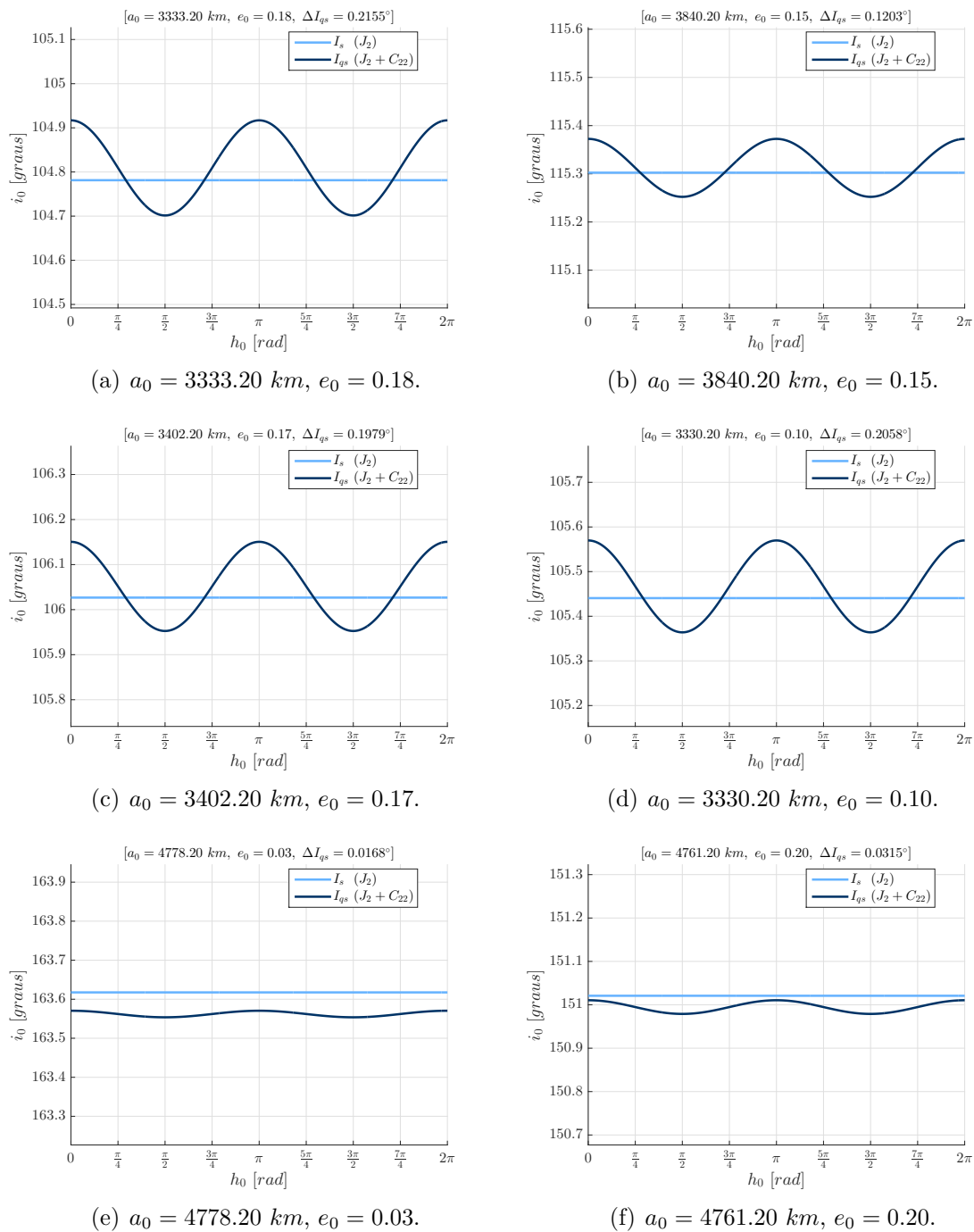
As Figuras 5.180(a)-5.181(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 3 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas nas Subseções 4.5.3 e 4.6.1, *vide* Figura 4.8(d), para o caso de um veículo espacial ao redor de Ganímedes. A título de comparação, a inclinação heliosíncrona clássica I_s , que é constante, dependente de a_0 e e_0 (PARK; JUNKINS, 1995) e independente de h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.180(a)-5.181(f), para o caso retrógrado.

Figura 5.180 - Sistema 4. Curvas de inclinações quase-heliosíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganímedes.



Fonte: Produção do autor.

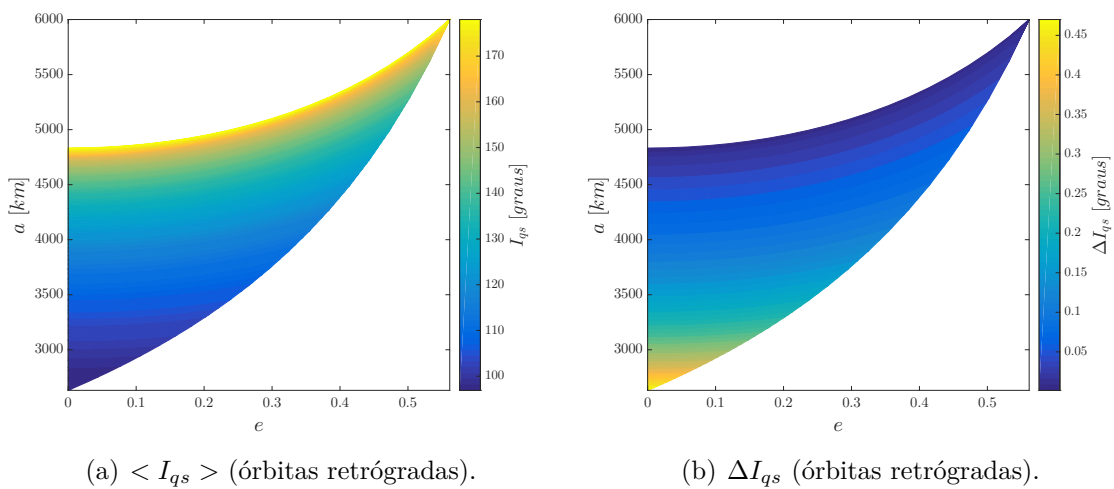
Figura 5.181 - Sistema 4 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Ganímedes.



Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.182(a) exibe as inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.8(d). A Figura 5.182(b) mostra o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas.

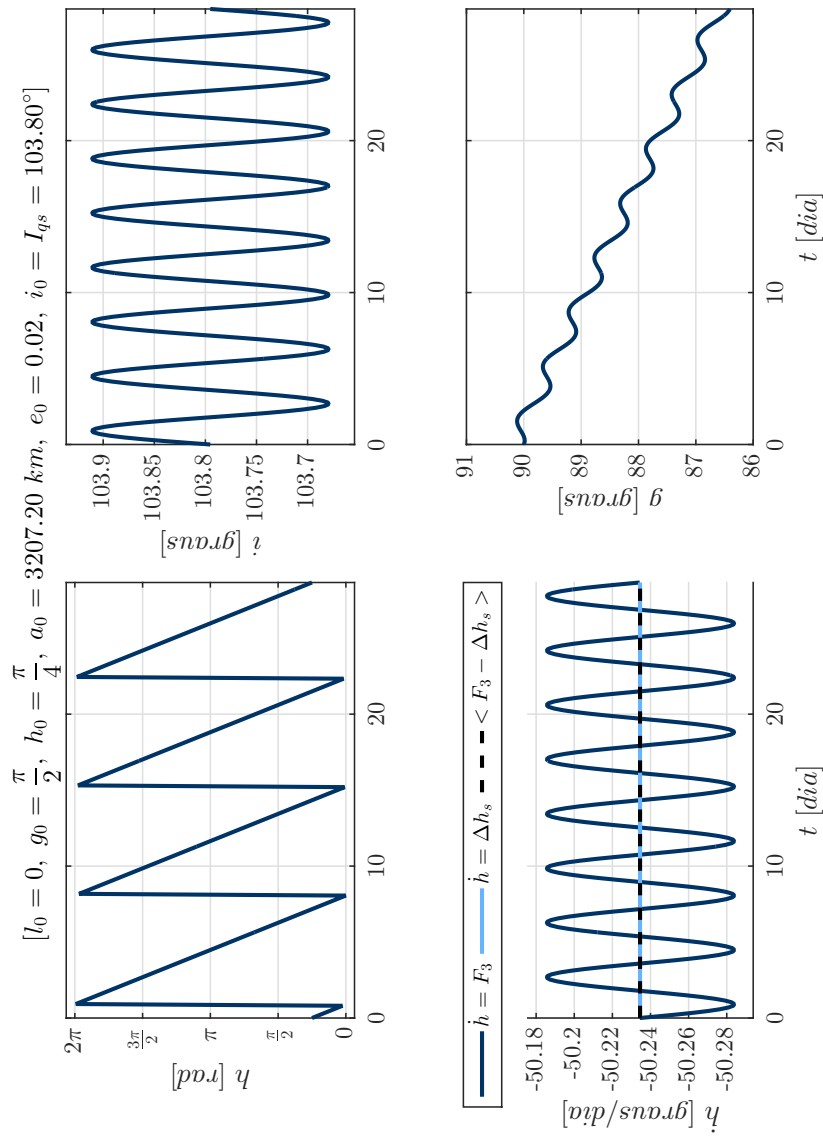
Figura 5.182 - Sistema 4. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



Fonte: Produção do autor.

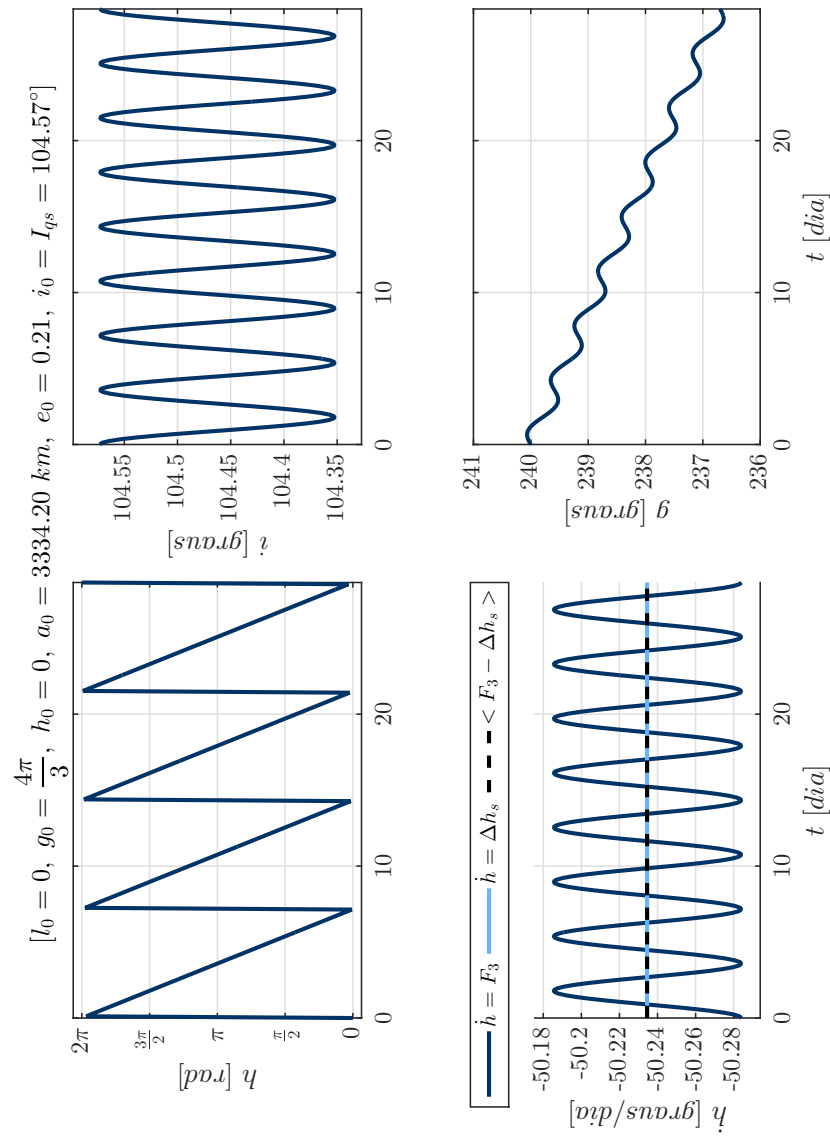
As Figuras 5.183-5.192 mostram $h(t)$, $\dot{h}(t)$, $g(t)$ e $i(t)$ obtidos pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.180(a)-5.181(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-heliossíncrona $I_{qs}(h_0)$ correspondente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.183 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $h = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 3207.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 103.80^\circ$.



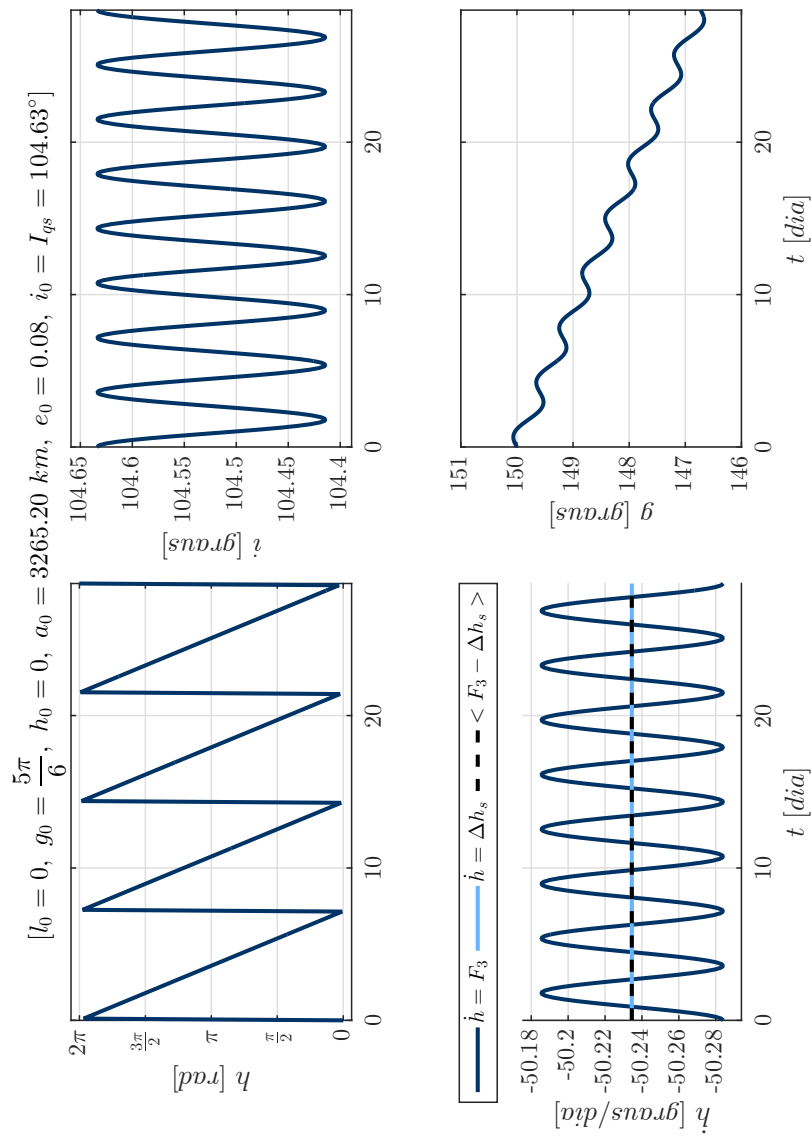
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.184 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3334.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.21$, $i_0 = I_{qs} = 104.57^\circ$.



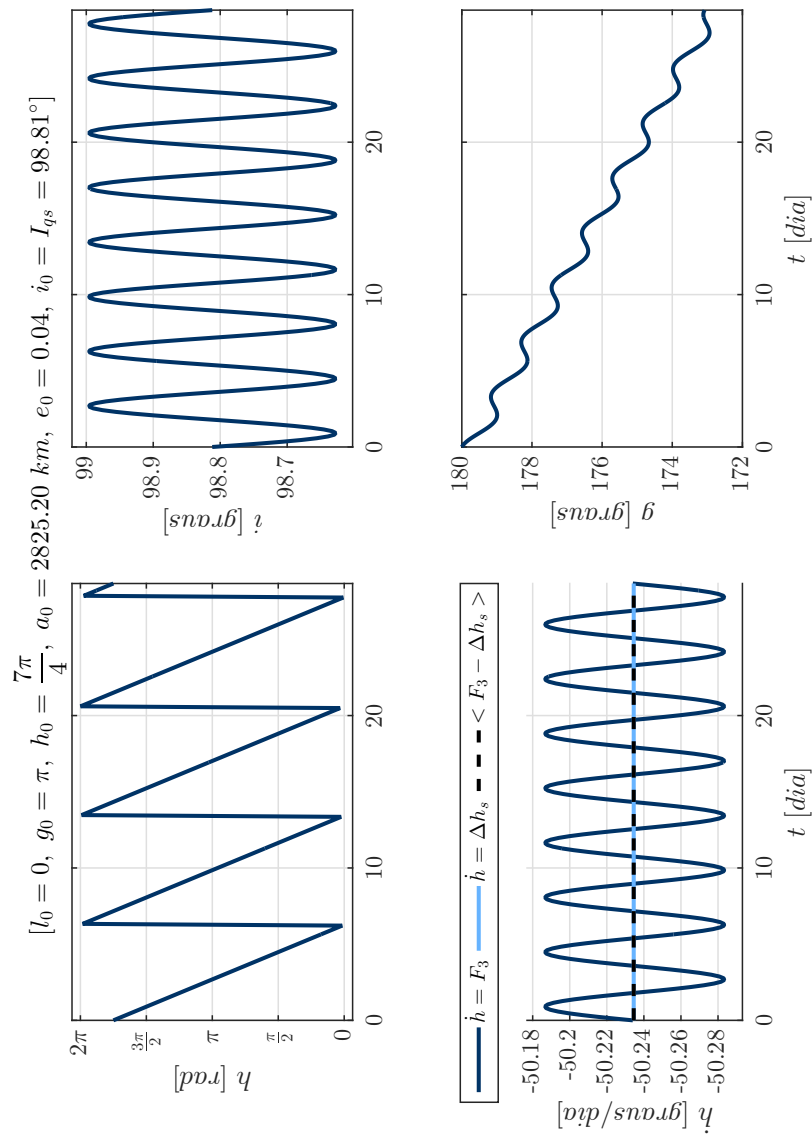
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.185 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3265.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qs} = 104.63^\circ$.



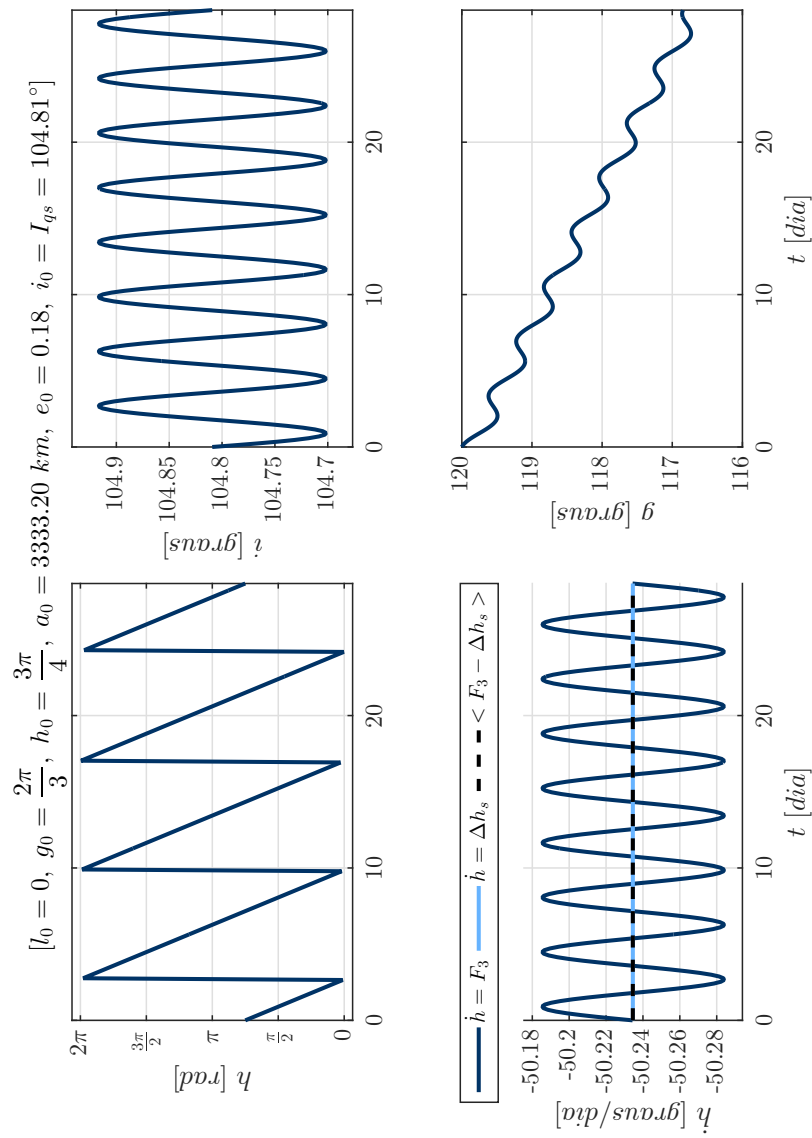
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.186 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2825.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 98.81^\circ$.



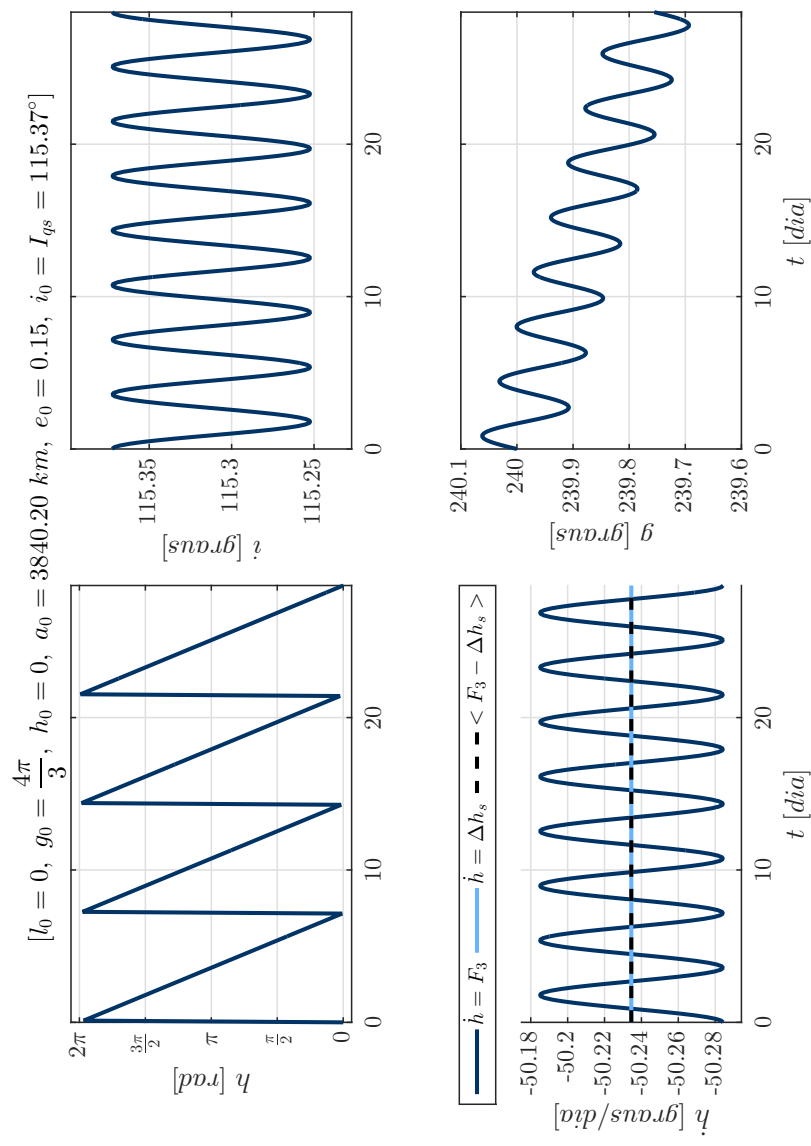
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.187 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 3333.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qs} = 104.81^\circ$.



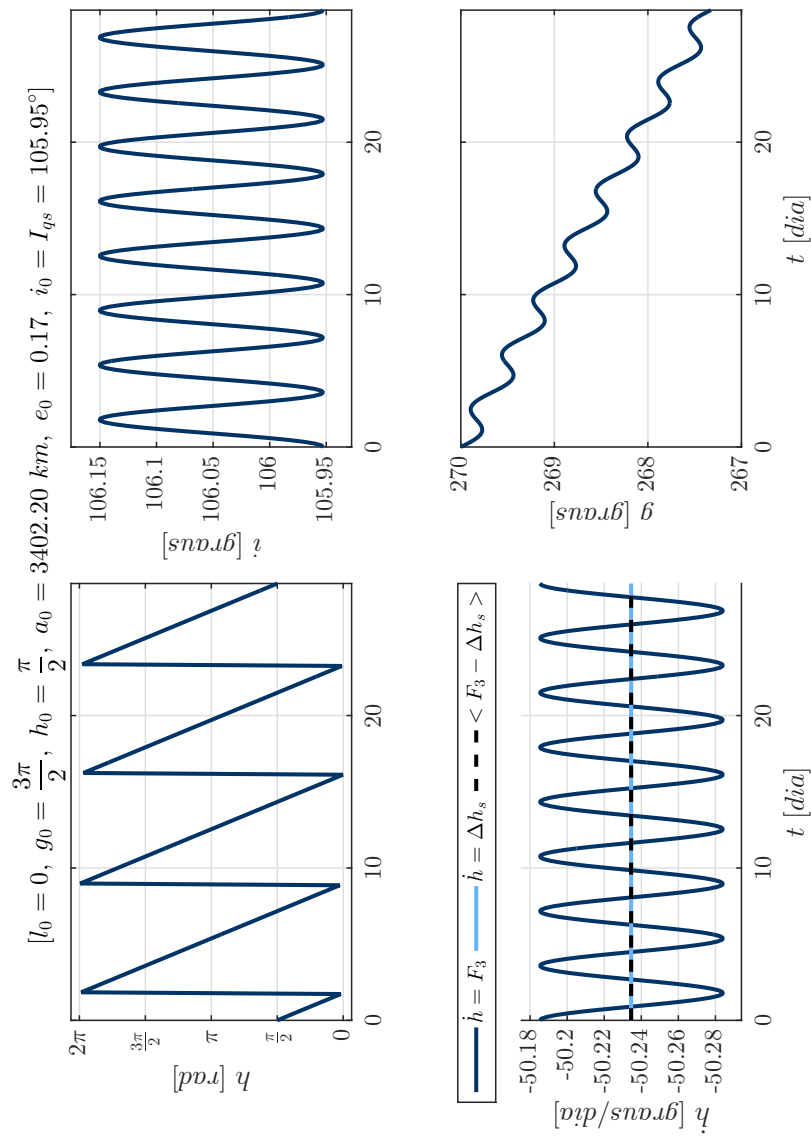
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.188 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3840.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.15$, $i_0 = I_{qs} = 115.37^\circ$.



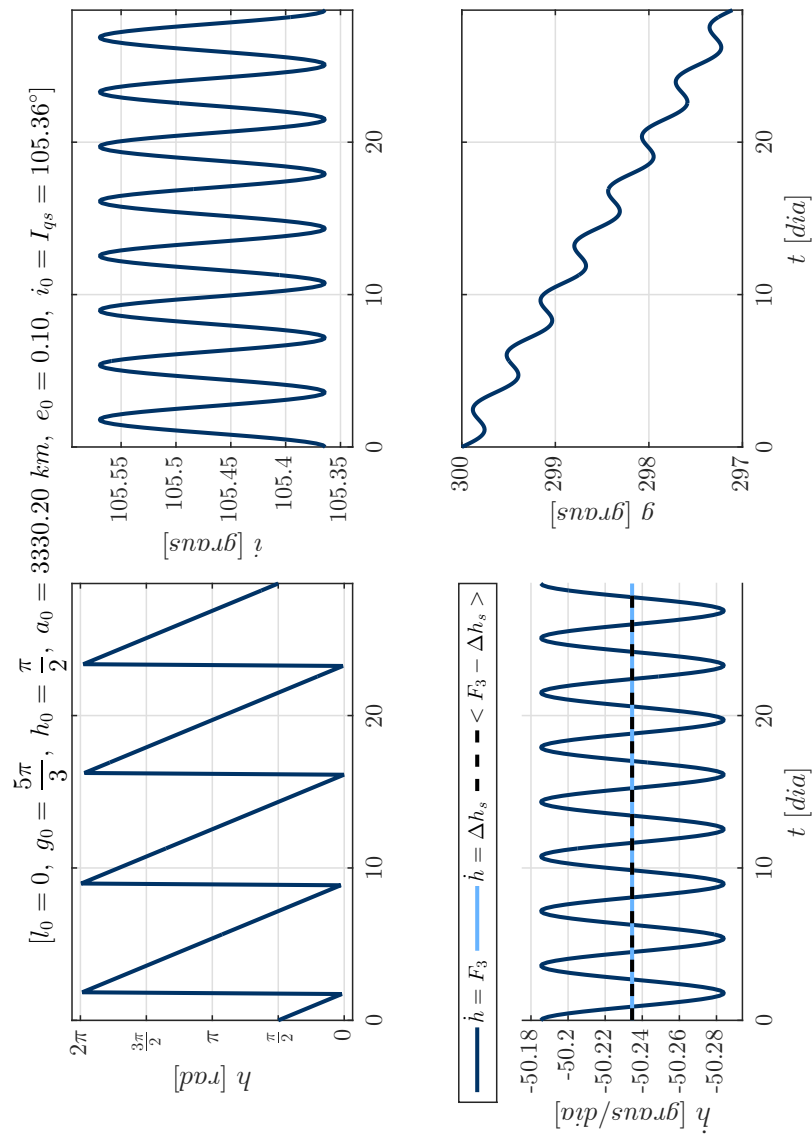
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.189 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3402.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.17$, $i_0 = I_{qs} = 105.95^\circ$.



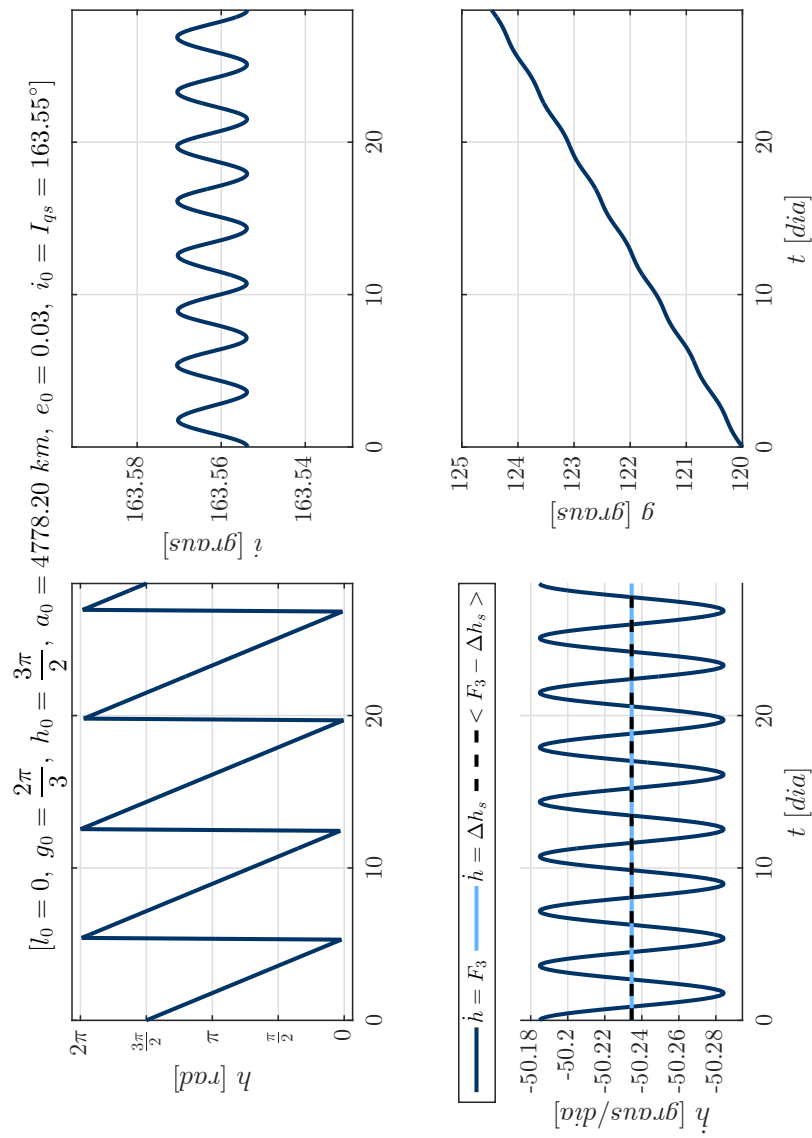
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.190 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3330.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qs} = 105.36^\circ$.



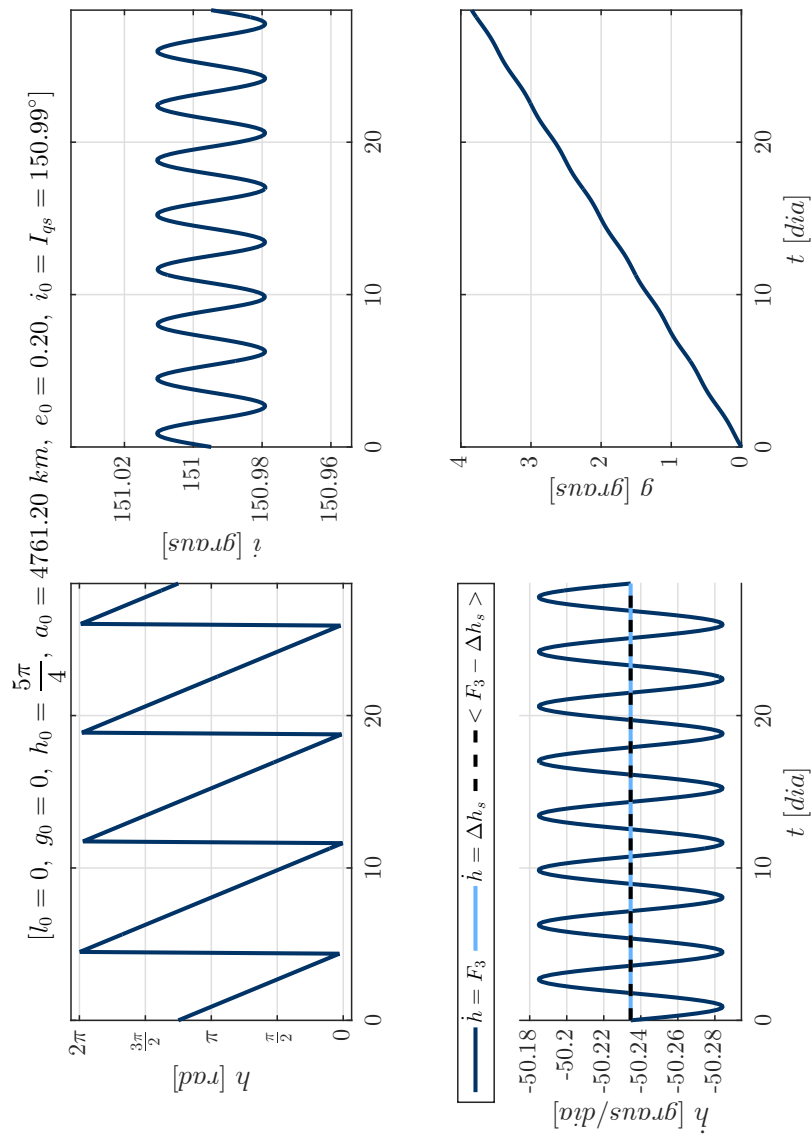
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.191 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 120^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 4778.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qs} = 163.55^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.192 - Sistema 4. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 4761.20 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qs} = 150.99^\circ$.

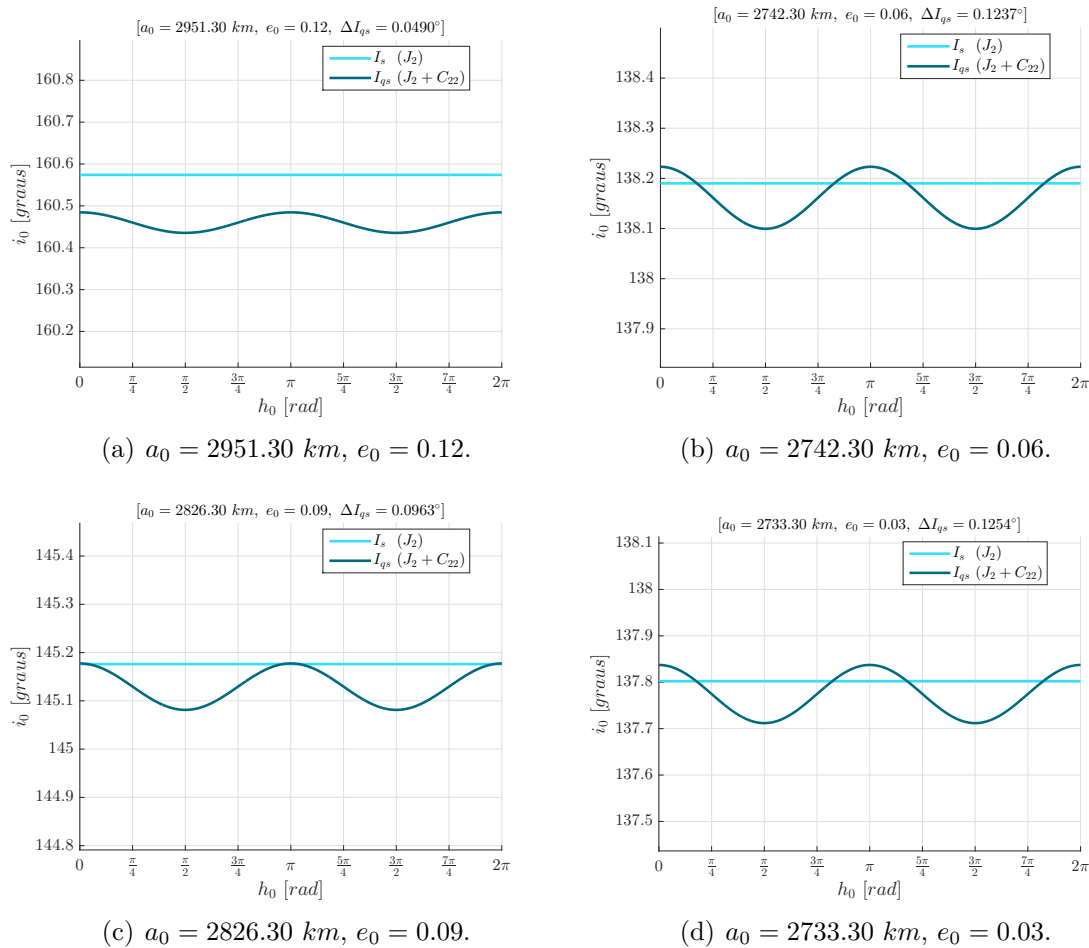


Fonte: Produção do autor.

5.2.5 Sistema 5: satélite artificial orbitando Calisto

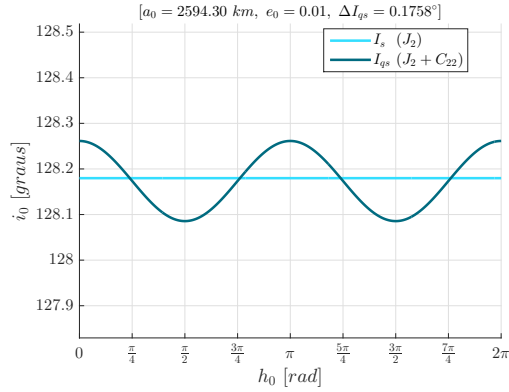
As Figuras 5.193(a)-5.194(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 3 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas nas Subseções 4.5.3 e 4.6.1, *vide* Figura 4.8(e), para o caso de um veículo espacial ao redor de Calisto. A título de comparação, a inclinação heliossíncrona clássica I_s , que é constante, dependente de a_0 e e_0 (PARK; JUNKINS, 1995) e independente de h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.193(a)-5.194(f), para o caso retrógrado.

Figura 5.193 - Sistema 5. Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.

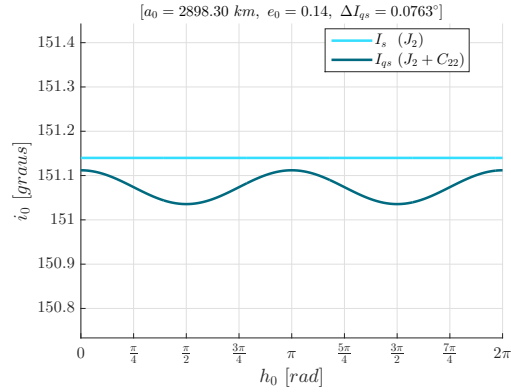


Fonte: Produção do autor.

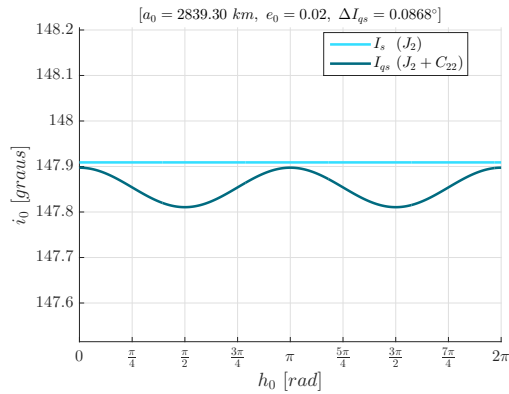
Figura 5.194 - Sistema 5 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Calisto.



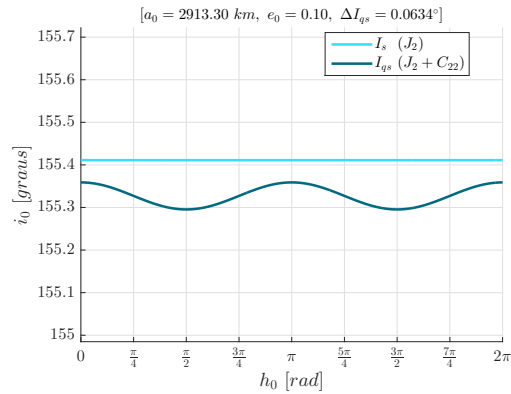
(a) $a_0 = 2594.30 \text{ km}, e_0 = 0.01$.



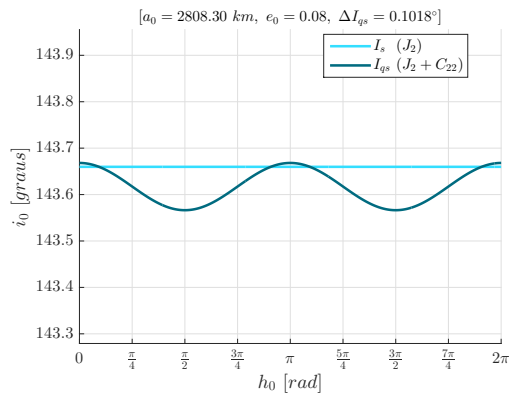
(b) $a_0 = 2898.30 \text{ km}, e_0 = 0.14$.



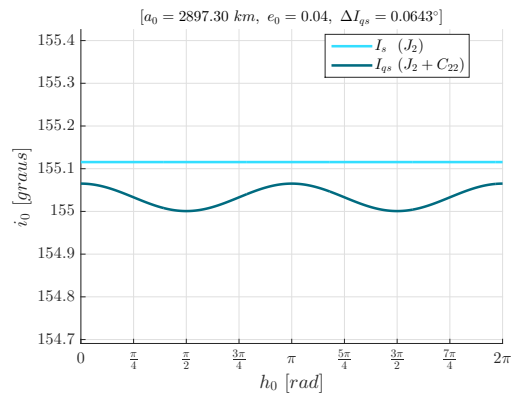
(c) $a_0 = 2839.30 \text{ km}, e_0 = 0.02$.



(d) $a_0 = 2913.30 \text{ km}, e_0 = 0.10$.



(e) $a_0 = 2808.30 \text{ km}, e_0 = 0.08$.

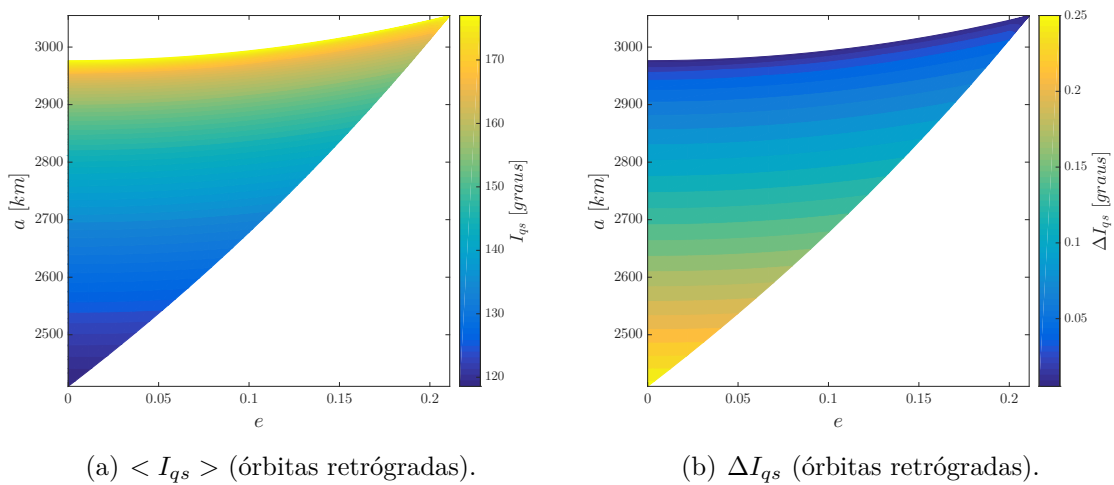


(f) $a_0 = 2897.30 \text{ km}, e_0 = 0.04$.

Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.195(a) exibe as inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.8(e). A Figura 5.195(b) mostra o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas.

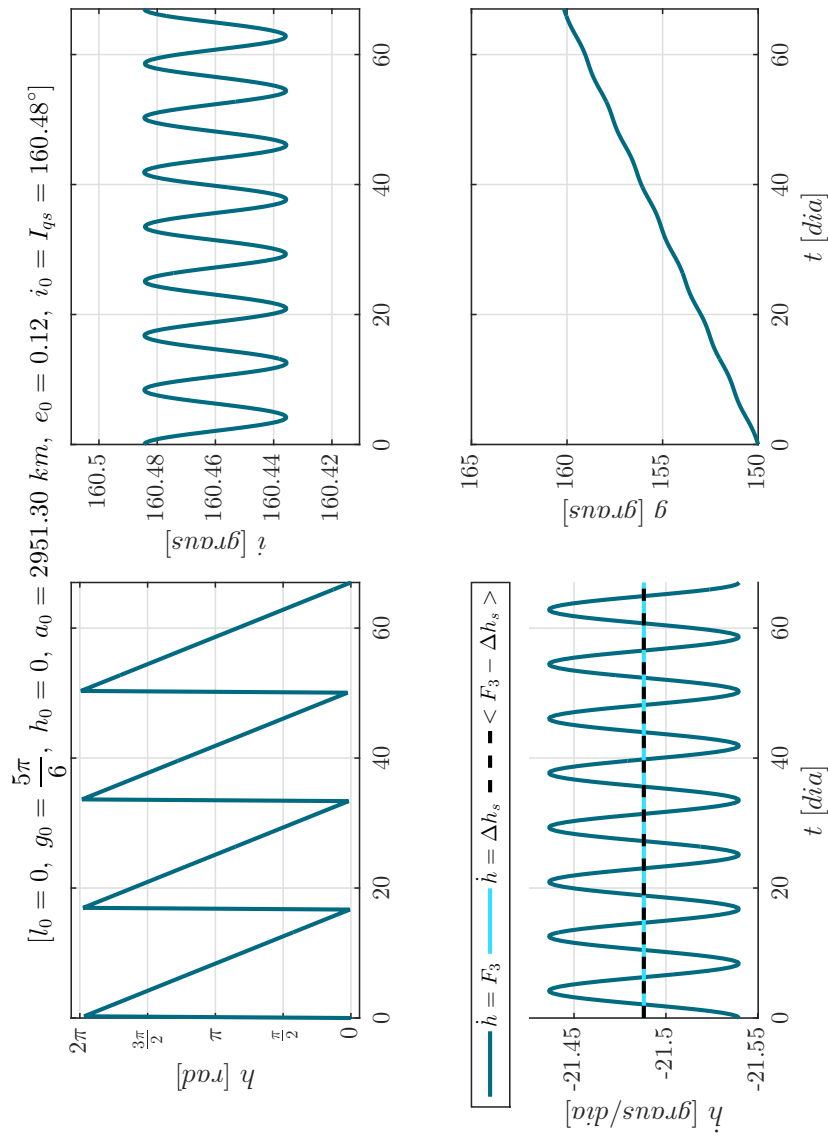
Figura 5.195 - Sistema 5. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



Fonte: Produção do autor.

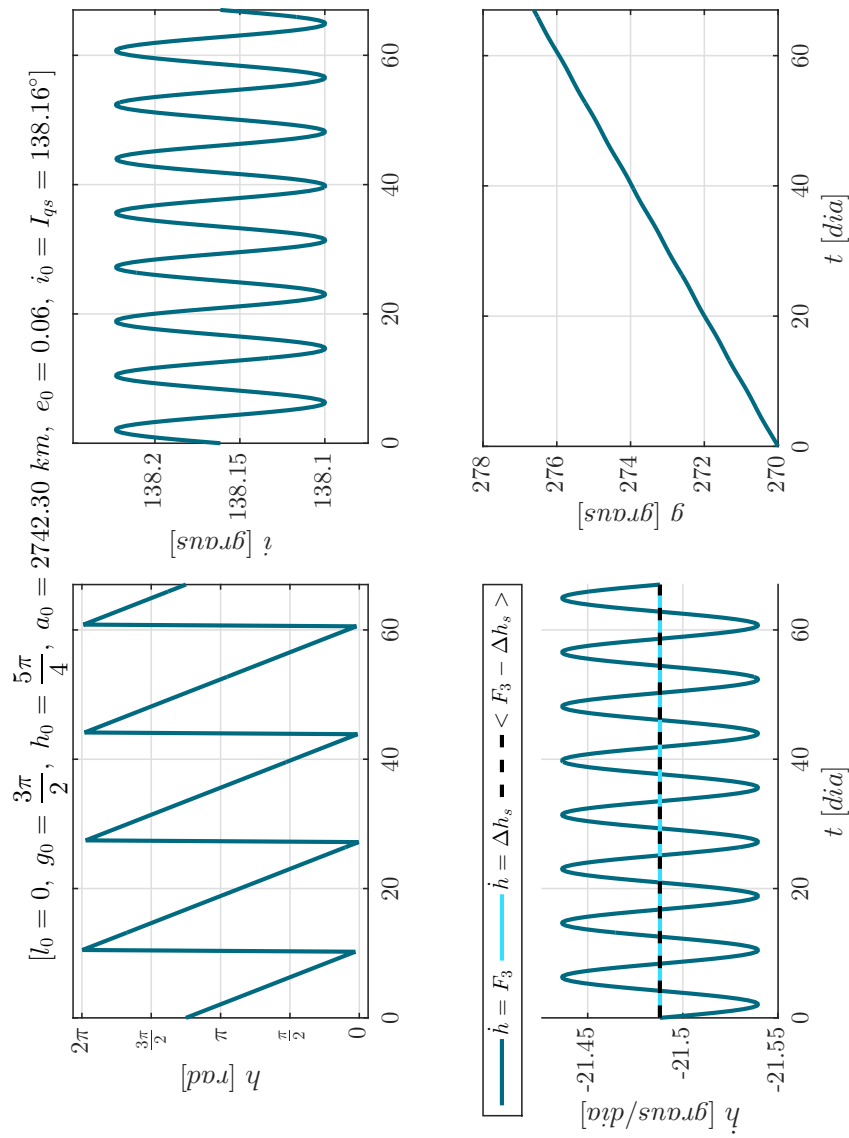
As Figuras 5.196-5.205 mostram $h(t)$, $\dot{h}(t)$, $g(t)$ e $i(t)$ obtidos pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.193(a)-5.194(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-heliossíncrona $I_{qs}(h_0)$ correspondente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.196 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 2951.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qs} = 160.48^\circ$.



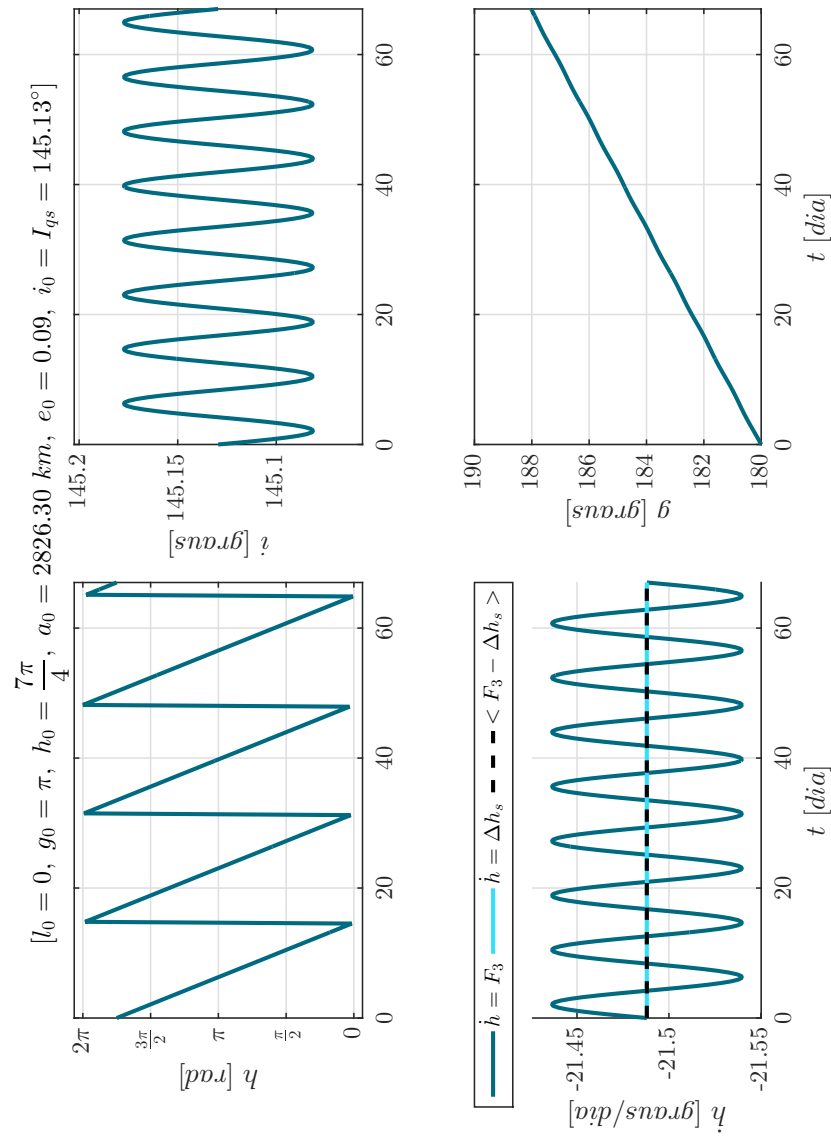
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.197 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2742.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.06$, $i_0 = I_{qs} = 138.16^\circ$.



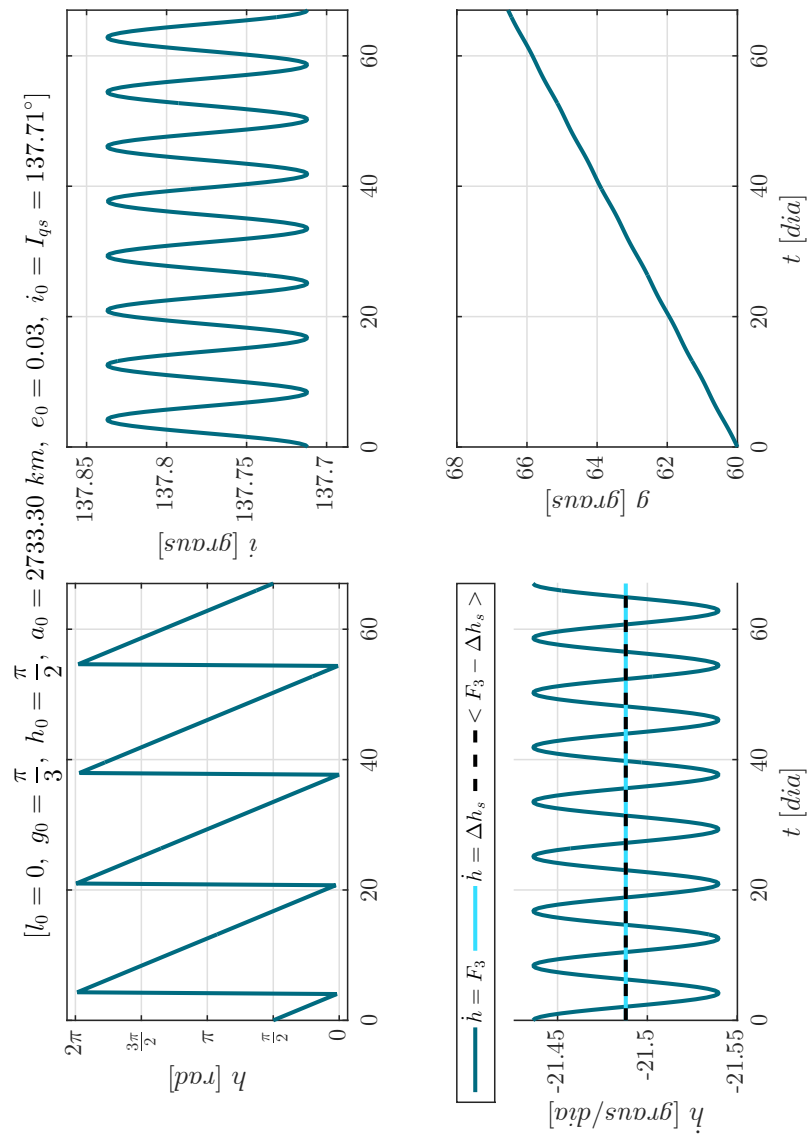
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.198 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 2826.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.09$, $i_0 = I_{qs} = 145.13^\circ$.



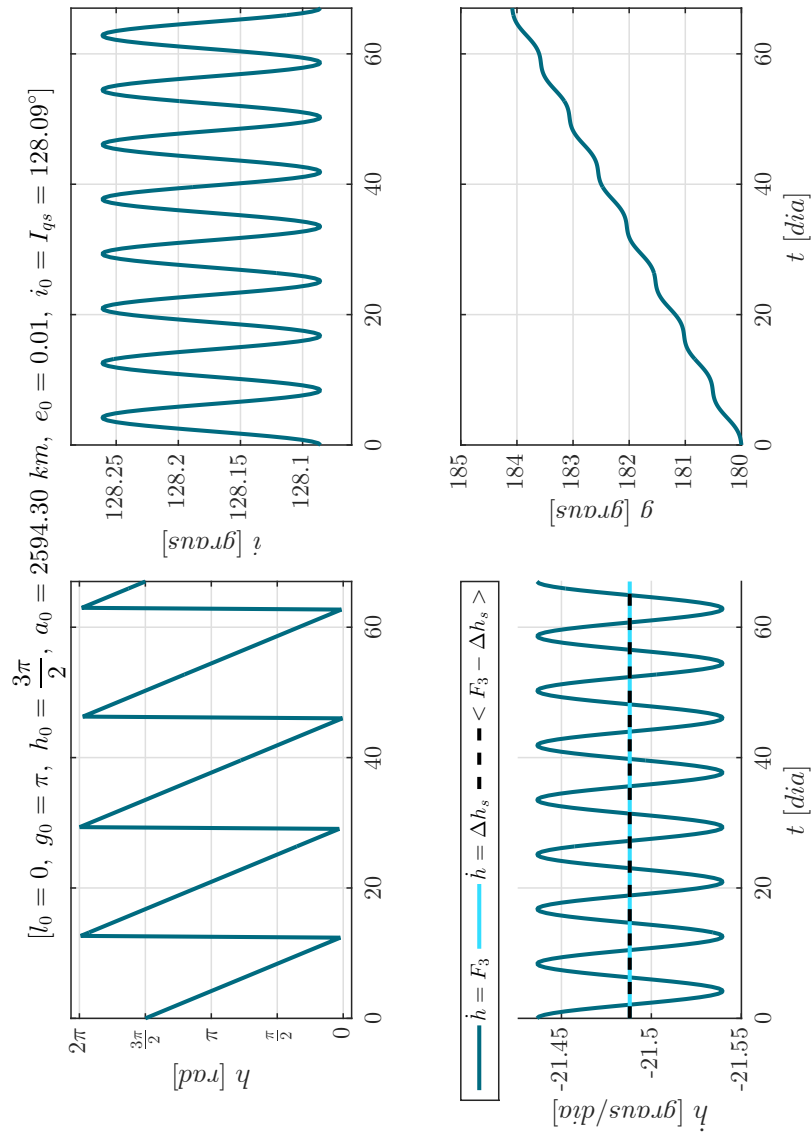
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.199 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 2733.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.03$, $i_0 = I_{qs} = 137.71^\circ$.



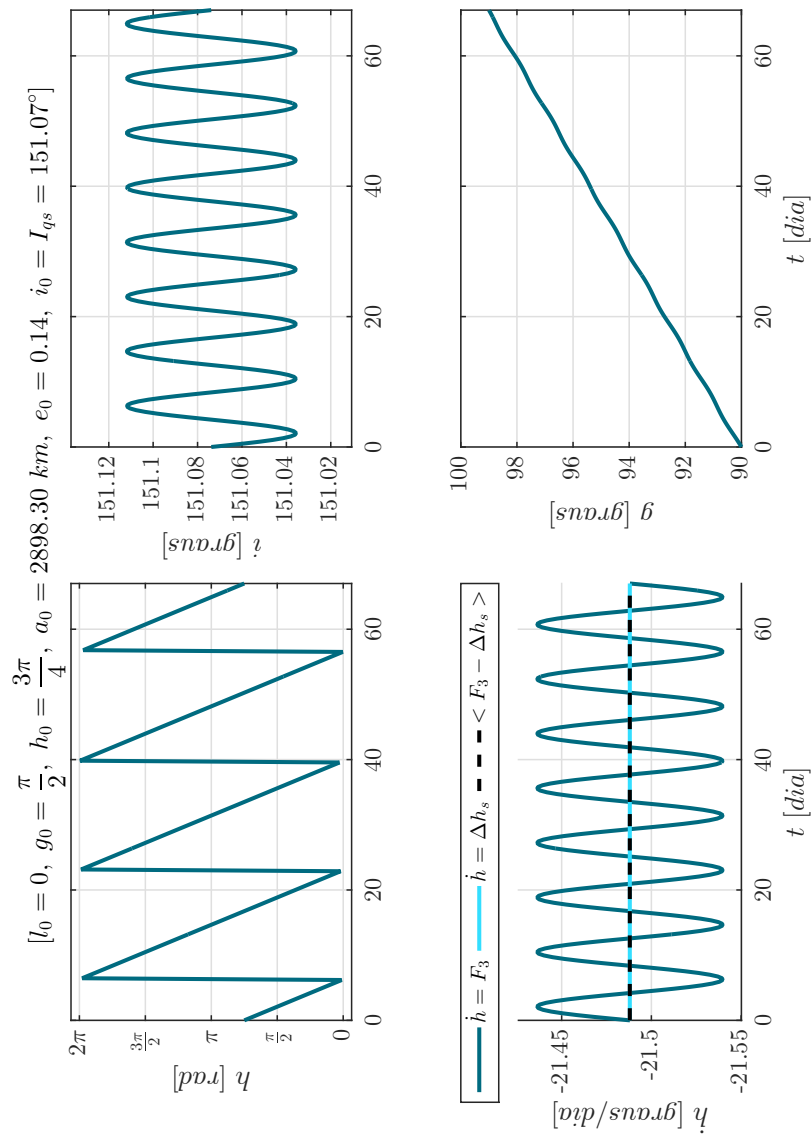
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.200 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle < \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2594.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.01$, $i_0 = I_{qs} = 128.09^\circ$.



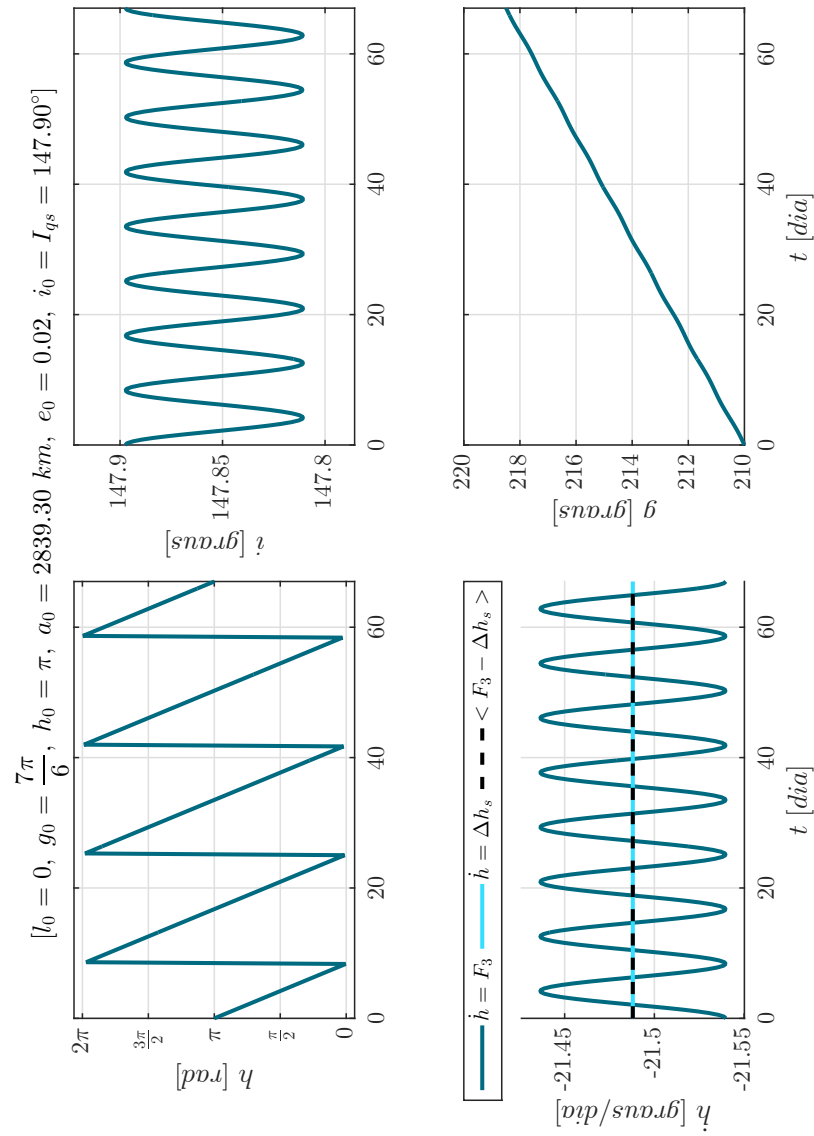
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.201 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 90^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 2898.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.14$, $i_0 = I_{qs} = 151.07^\circ$.



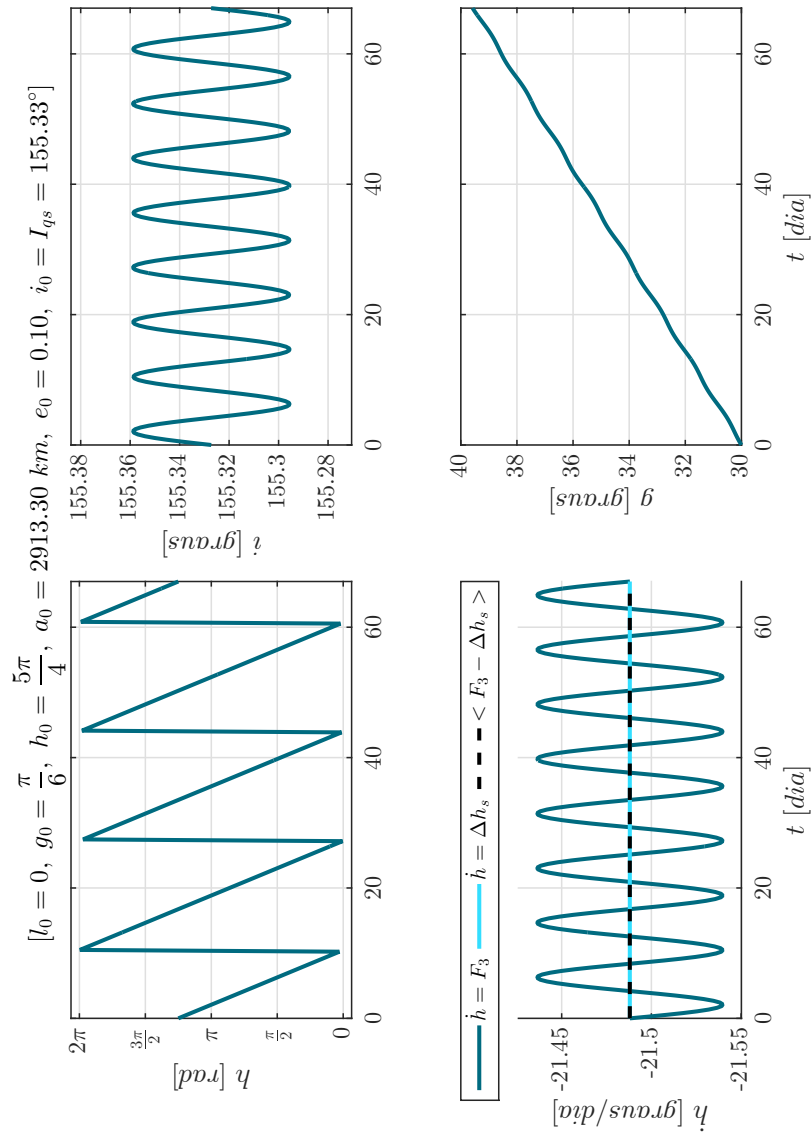
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.202 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle < \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 2839.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 147.90^\circ$.



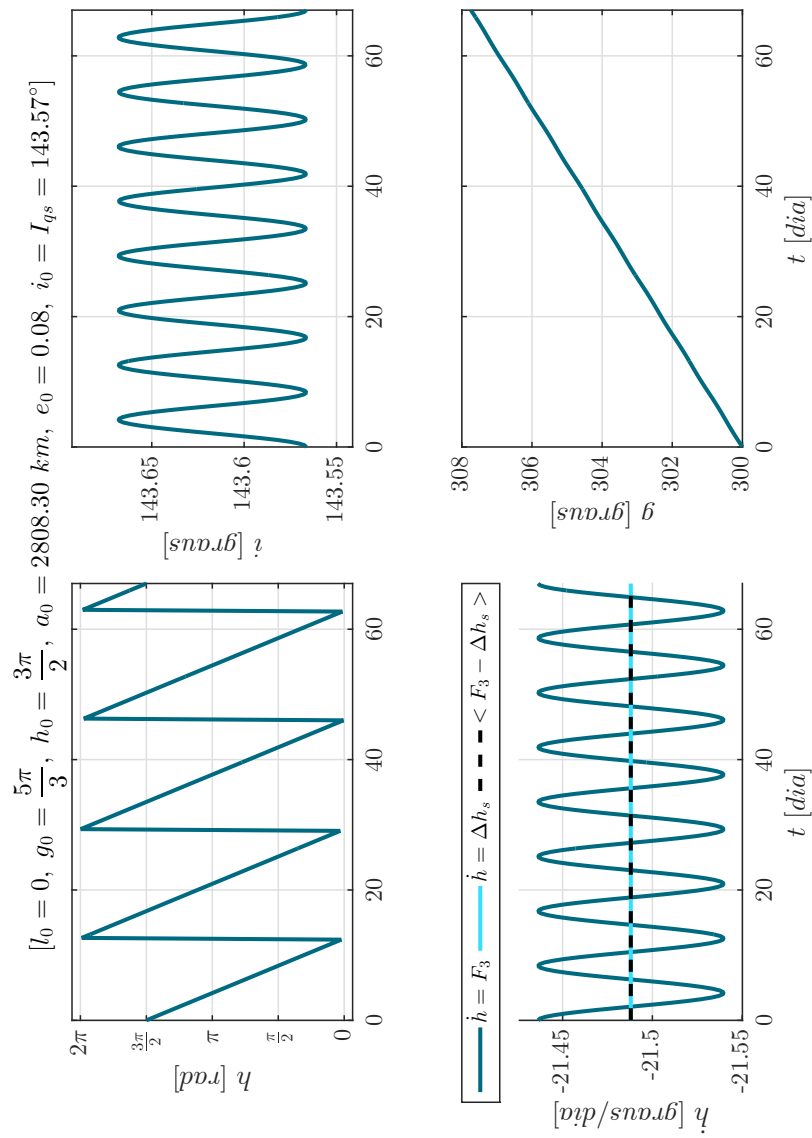
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.203 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. \dot{h} = Δh_s refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 30^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2913.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.10$, $i_0 = I_{qs} = 155.33^\circ$.



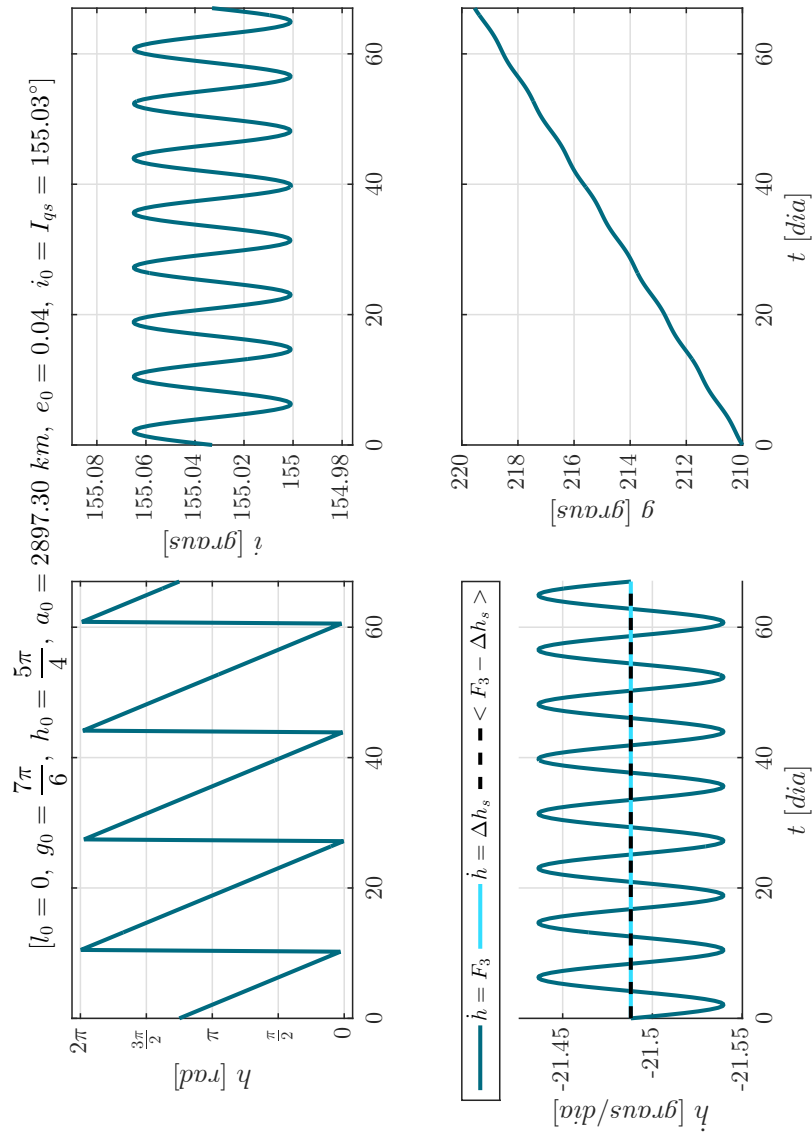
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.204 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 300^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2808.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.08$, $i_0 = I_{qs} = 143.57^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.205 - Sistema 5. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $e < F_3 > = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 210^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 2897.30 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 155.03^\circ$.

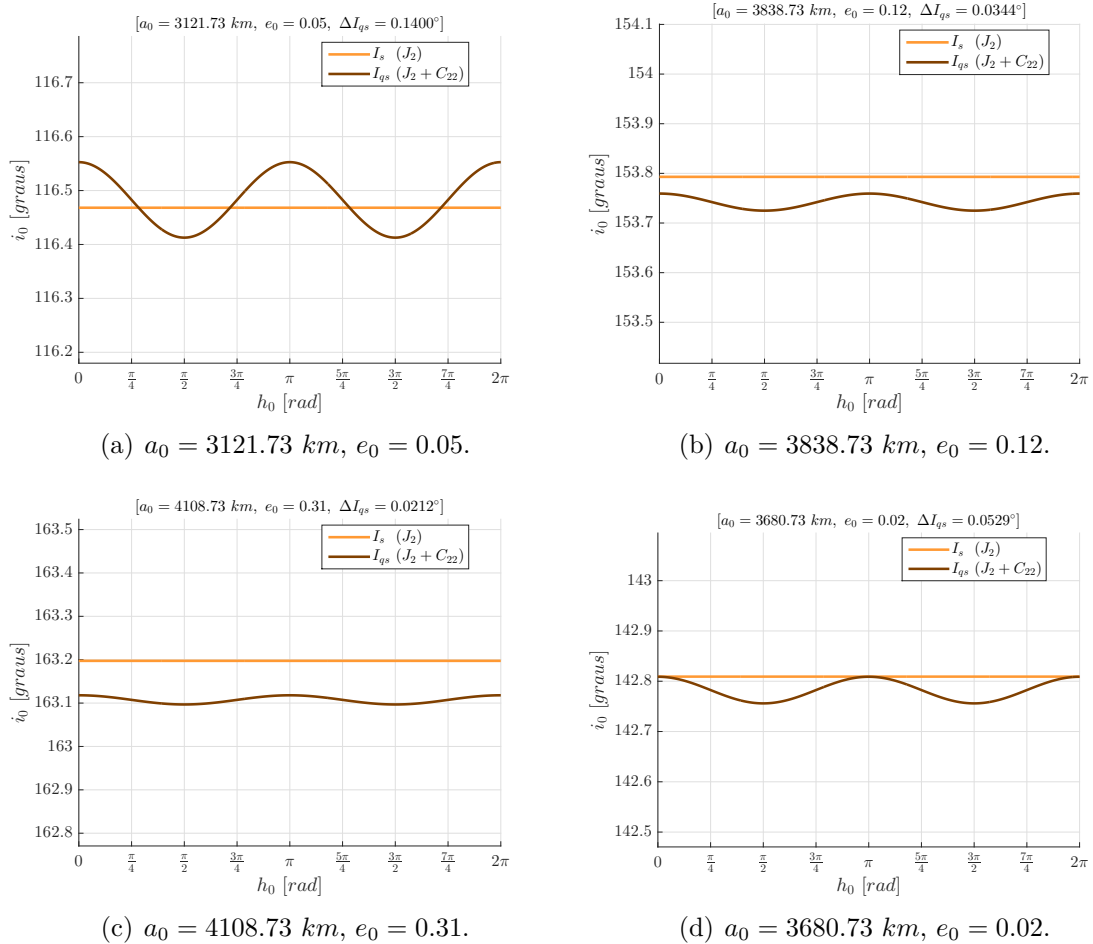


Fonte: Produção do autor.

5.2.6 Sistema 6: satélite artificial orbitando Titã

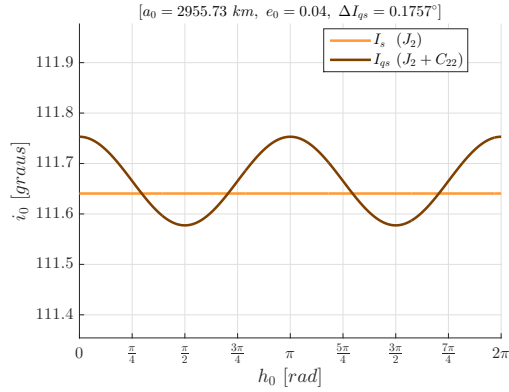
As Figuras 5.206(a)-5.207(f) mostram as soluções dos Problemas de Otimização 3 para cada par (a_0, e_0) escolhido respeitando as condições descritas nas Subseções 4.5.3 e 4.6.1, *vide* Figura 4.8(f), para o caso de um veículo espacial ao redor de Titã. A título de comparação, a inclinação heliosíncrona clássica I_s , que é constante, dependente de a_0 e e_0 (PARK; JUNKINS, 1995) e independente de h_0 , também é mostrada nas Figuras 5.206(a)-5.207(f), para o caso retrógrado.

Figura 5.206 - Sistema 6. Curvas de inclinações quase-heliosíncronas retrógradadas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.

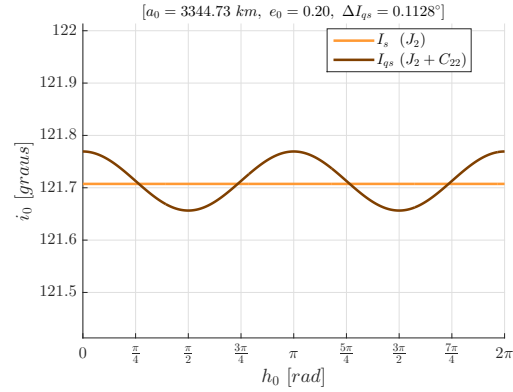


Fonte: Produção do autor.

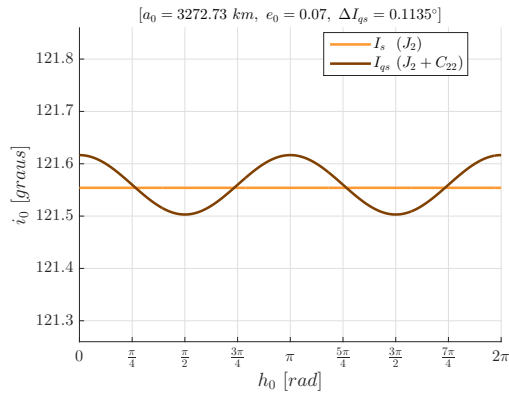
Figura 5.207 - Sistema 6 (continuação). Curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas (I_{qs}) encontradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais, para um veículo ao redor de Titã.



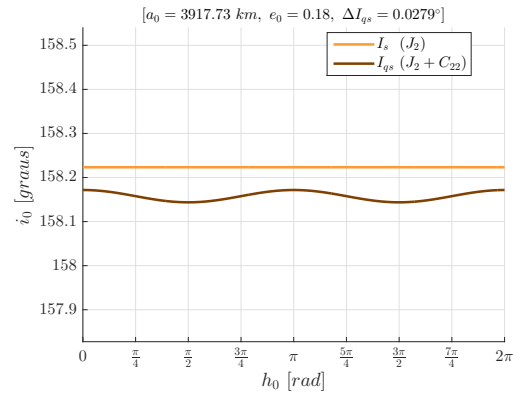
(a) $a_0 = 2955.73 \text{ km}, e_0 = 0.04$.



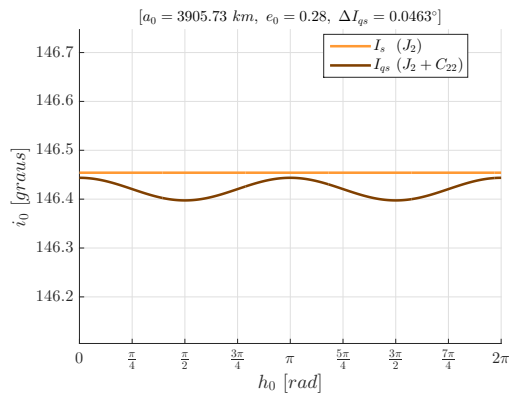
(b) $a_0 = 3344.73 \text{ km}, e_0 = 0.20$.



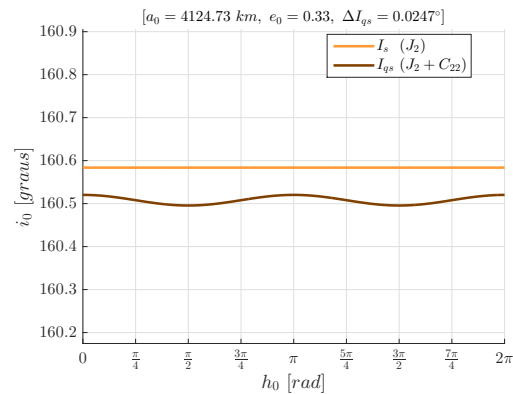
(c) $a_0 = 3272.73 \text{ km}, e_0 = 0.07$.



(d) $a_0 = 3917.73 \text{ km}, e_0 = 0.18$.



(e) $a_0 = 3905.73 \text{ km}, e_0 = 0.28$.

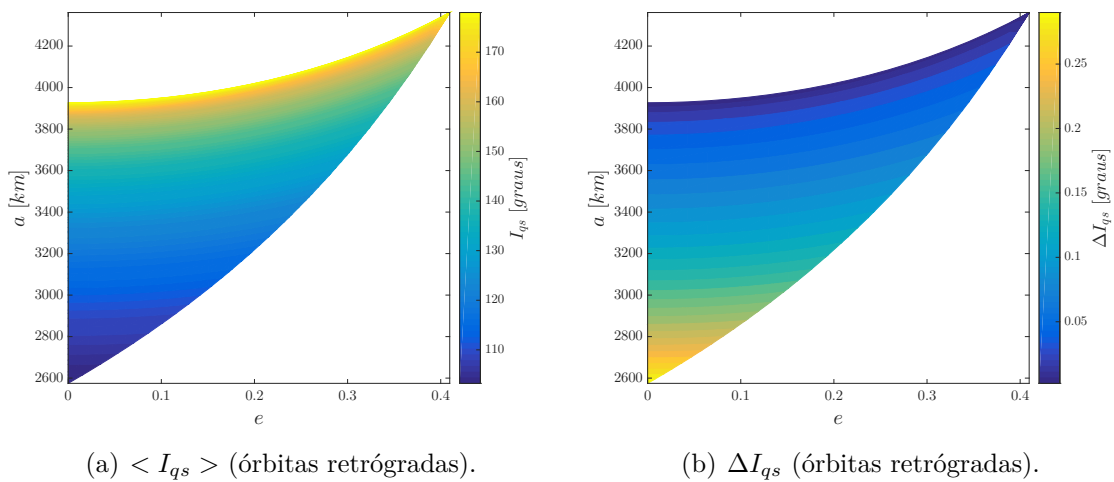


(f) $a_0 = 4124.73 \text{ km}, e_0 = 0.33$.

Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.208(a) exibe as inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para todos os semieixos e excentricidades permitidos de acordo com a Figura 4.8(f). A Figura 5.208(b) mostra o efeito do semieixo e da excentricidade na amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas.

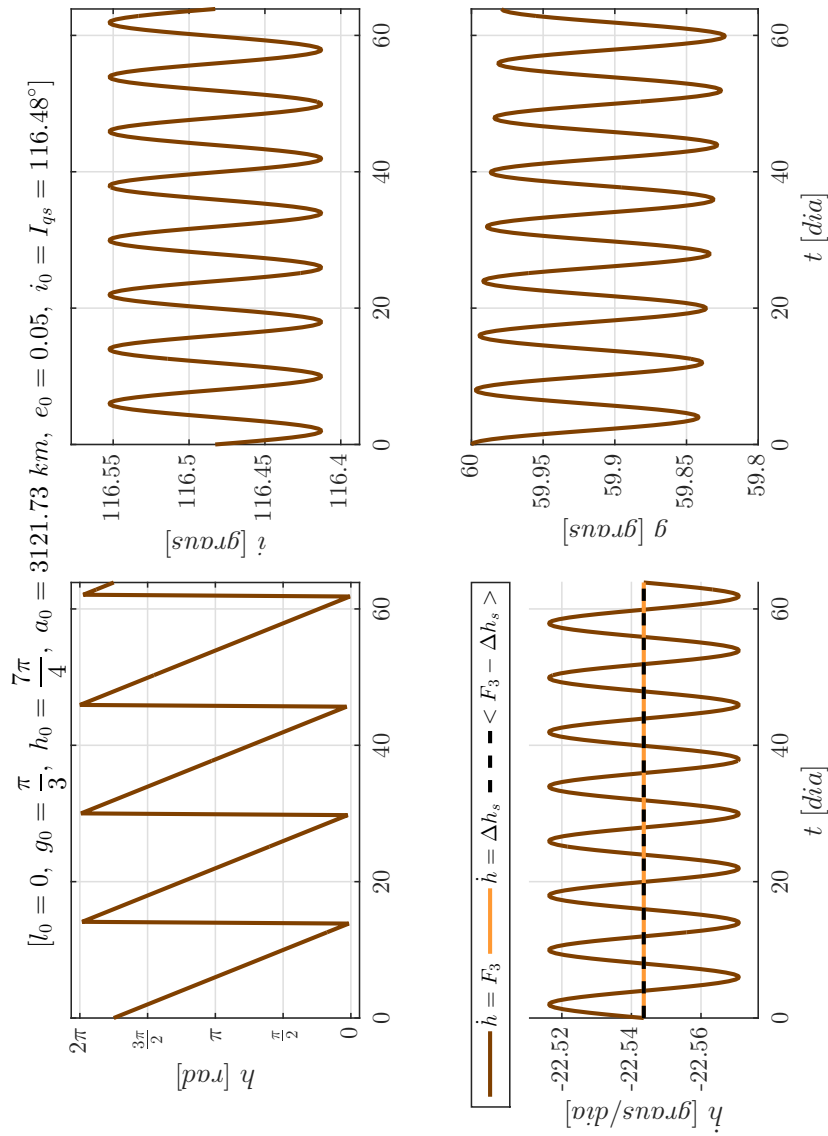
Figura 5.208 - Sistema 6. (a) Inclinações retrógradas quase-heliossíncronas médias $\langle I_{qs} \rangle$, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais. (b) Amplitude ΔI_{qs} das curvas de inclinações quase-heliossíncronas retrógradas, para cada par (a_0, e_0) de condições iniciais.



Fonte: Produção do autor.

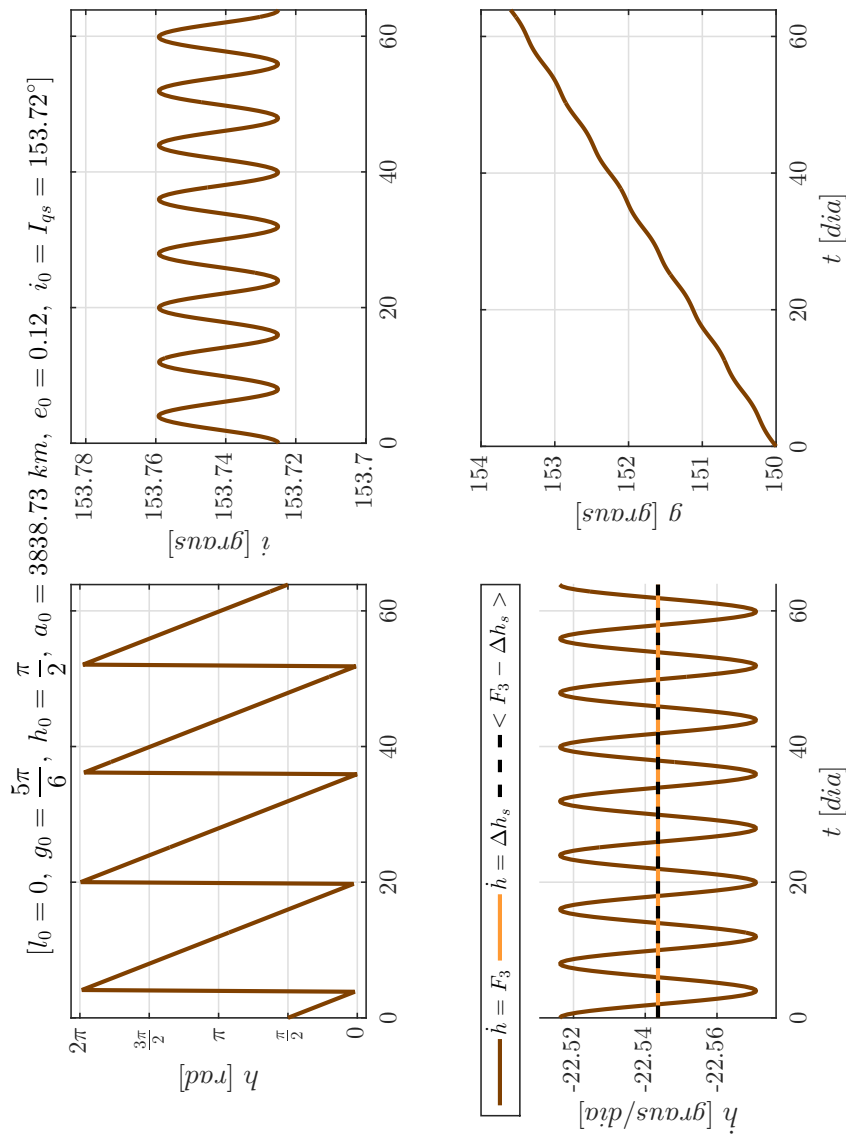
As Figuras 5.209-5.218 mostram $h(t)$, $\dot{h}(t)$, $g(t)$ e $i(t)$ obtidos pela integração numérica das Equações (4.34)-(4.39) juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas. As condições iniciais usadas são os pares (a_0, e_0) das Figuras 5.206(a)-5.207(f), com $h_0 \in [0, 2\pi]$, arbitrário, e sua inclinação quase-heliossíncrona $I_{qs}(h_0)$ correspondente. $g_0 \in [0, 2\pi]$ é escolhido arbitrariamente e $l_0 = 0^\circ$ para todas as simulações.

Figura 5.209 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 315^\circ$, $a_0 = 3121.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$, $i_0 = I_{qs} = 116.48^\circ$.



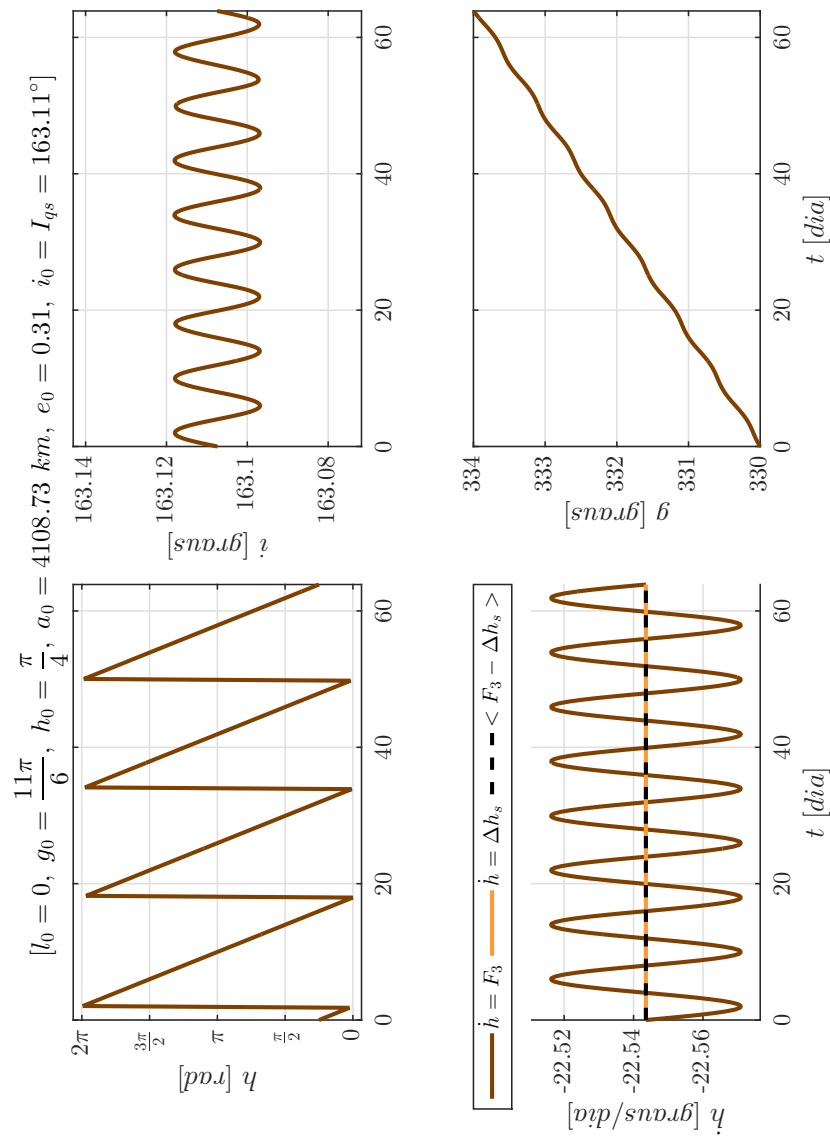
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.210 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 150^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3838.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.12$, $i_0 = I_{qs} = 153.72^\circ$.



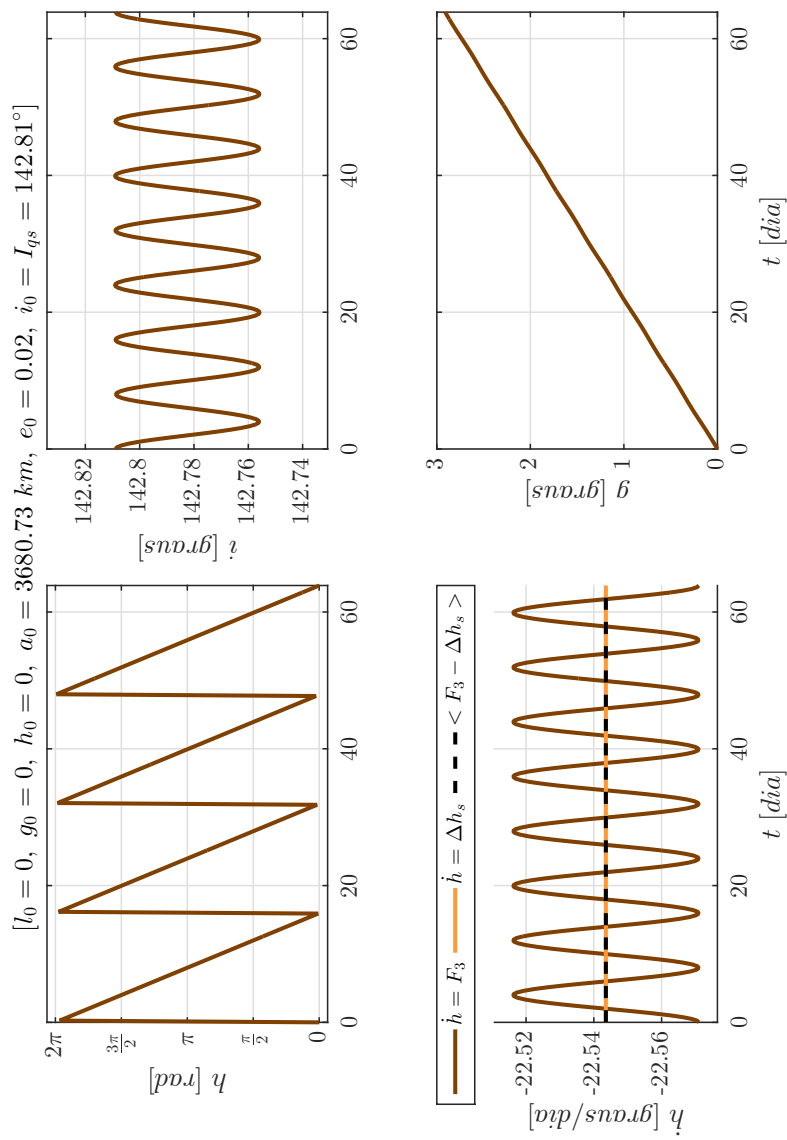
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.211 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle > \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 45^\circ$, $a_0 = 4108.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.31$, $i_0 = I_{qs} = 163.11^\circ$.



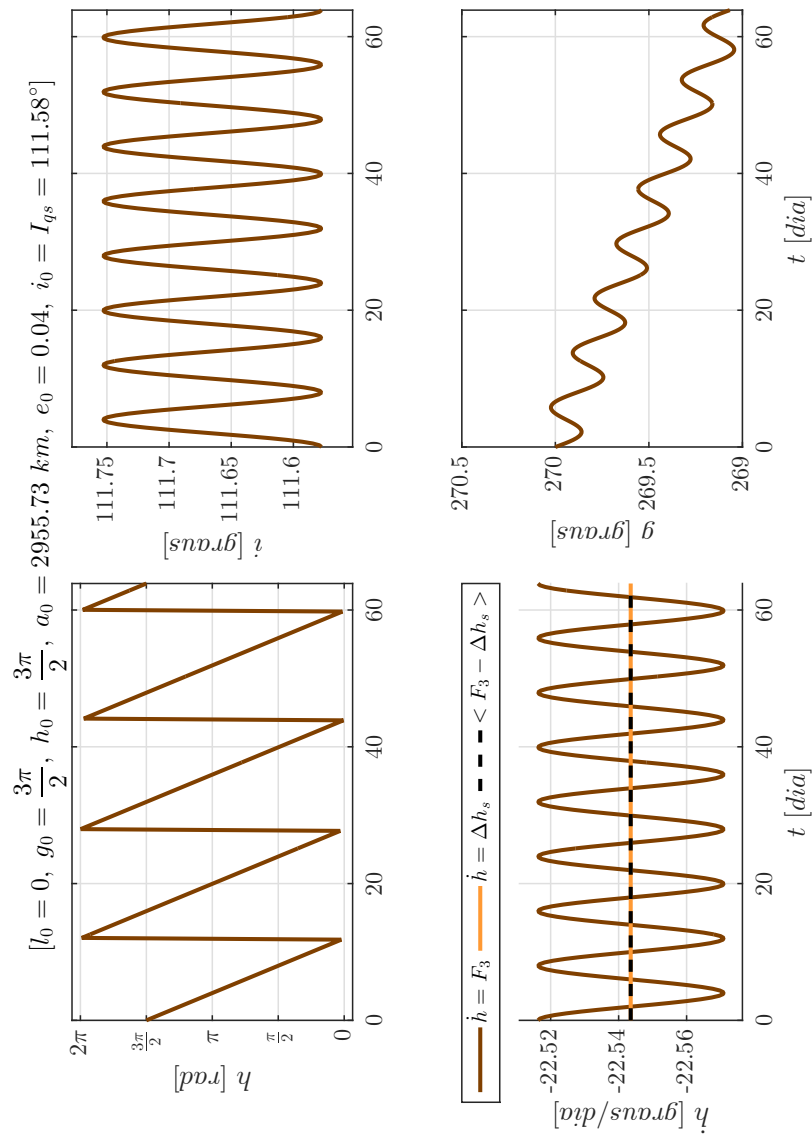
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.212 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 0^\circ$, $h_0 = 0^\circ$, $a_0 = 3680.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.02$, $i_0 = I_{qs} = 142.81^\circ$.



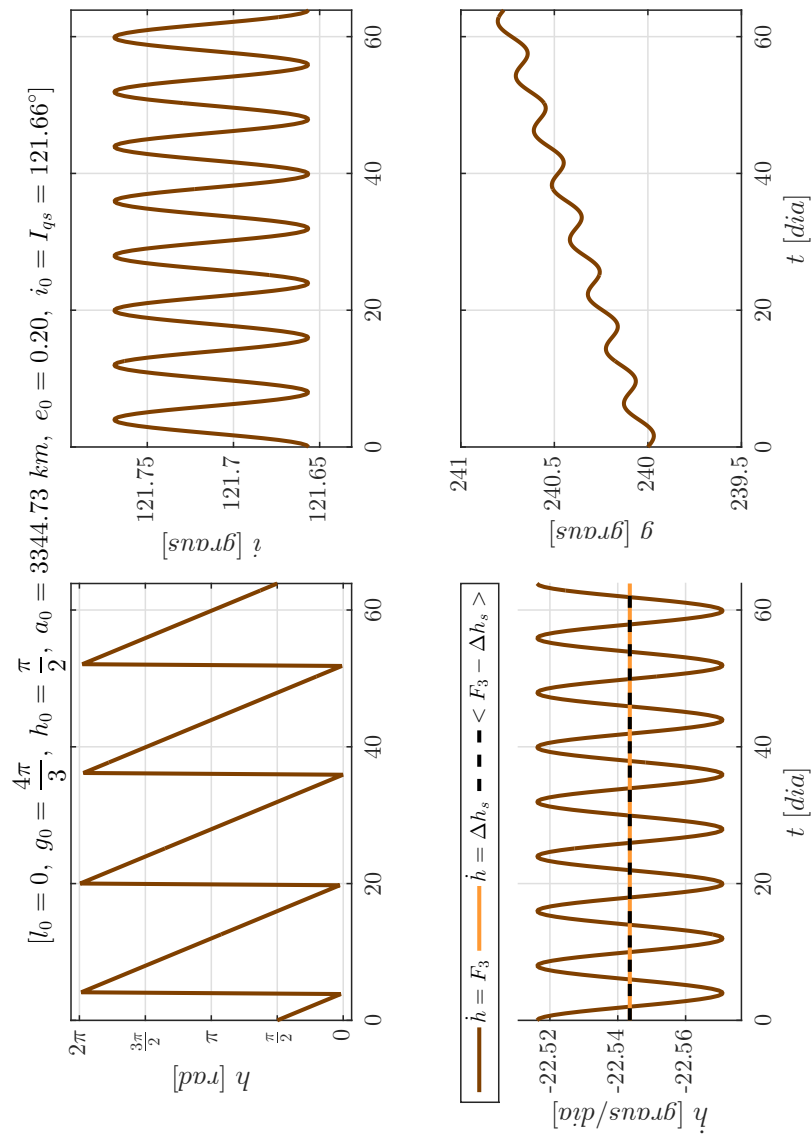
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.213 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 270^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 2955.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.04$, $i_0 = I_{qs} = 111.58^\circ$.



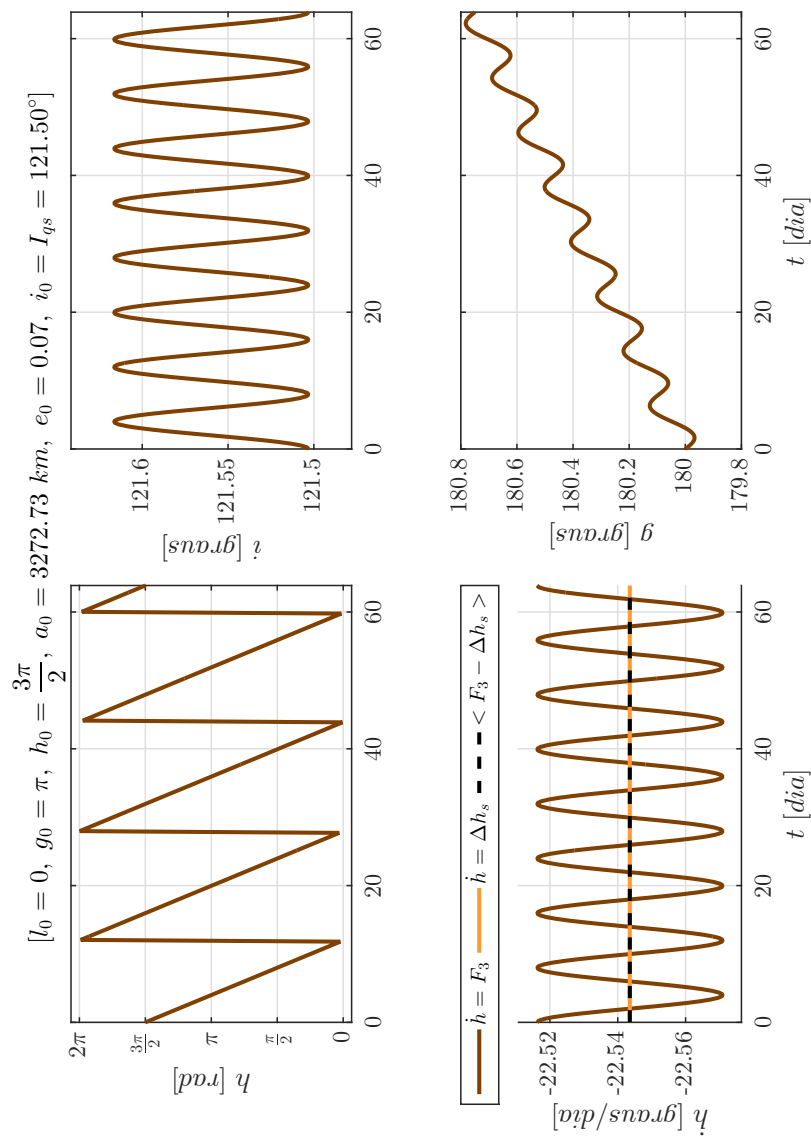
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.214 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 90^\circ$, $a_0 = 3344.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.20$, $i_0 = I_{qs} = 121.66^\circ$.



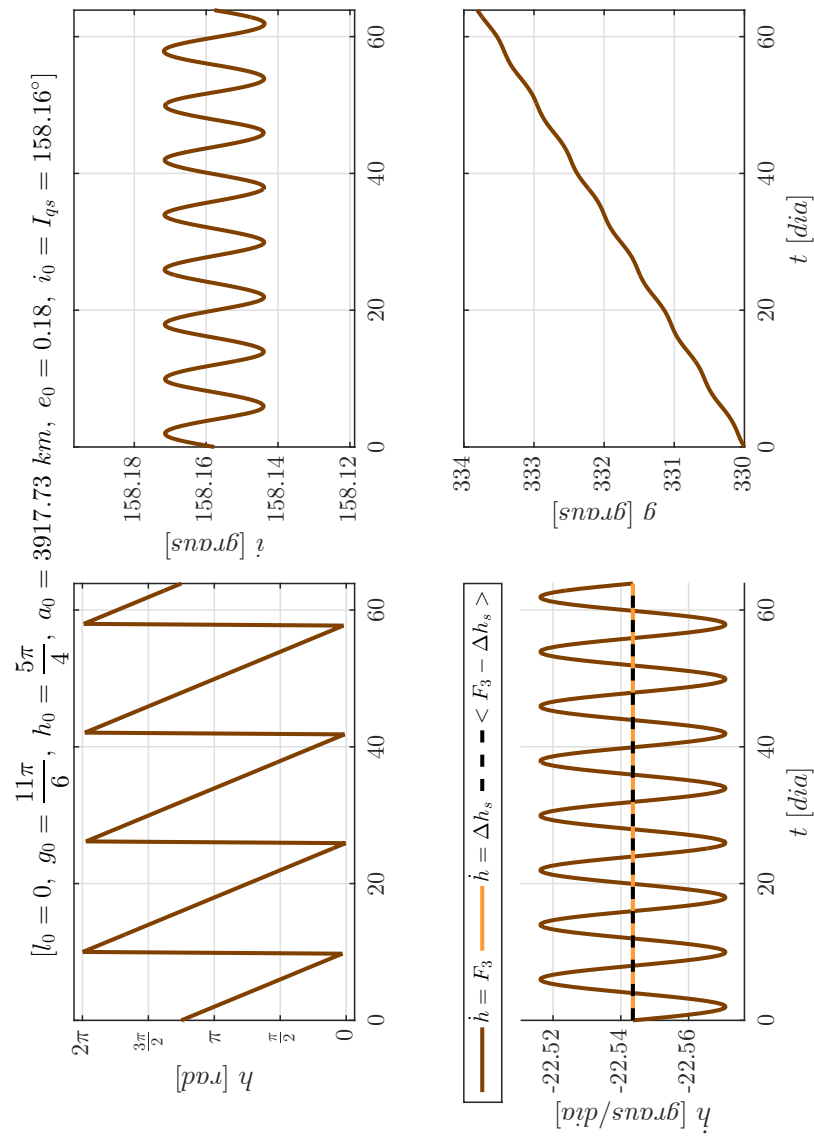
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.215 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 180^\circ$, $h_0 = 270^\circ$, $a_0 = 3272.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.07$, $i_0 = I_{qs} = 121.50^\circ$.



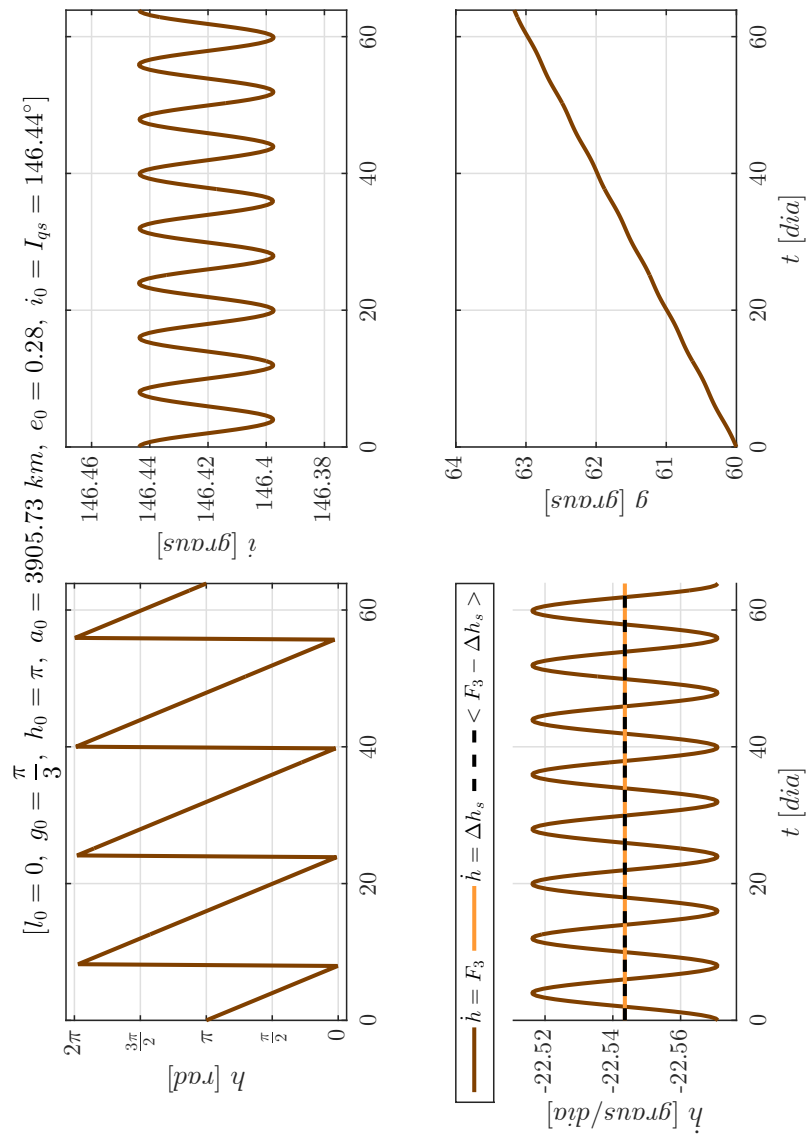
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.216 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 330^\circ$, $h_0 = 225^\circ$, $a_0 = 3917.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.18$, $i_0 = I_{qs} = 158.16^\circ$.



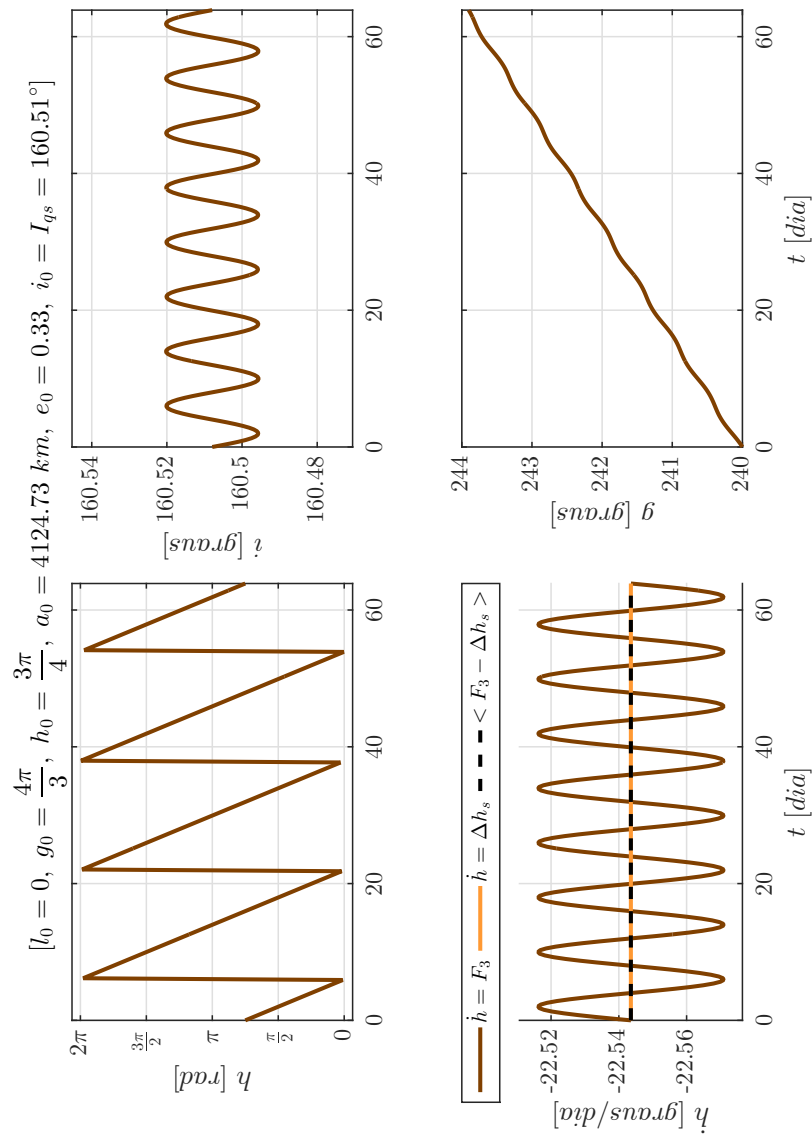
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.217 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 60^\circ$, $h_0 = 180^\circ$, $a_0 = 3905.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.28$, $i_0 = I_{qs} = 146.44^\circ$.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.218 - Sistema 6. Órbitas quase-heliossíncronas retrógradas obtidas pela integração numérica dos problemas de valor inicial formados pelas equações médias de movimento juntamente as condições iniciais ótimas encontradas: $(l_0, g_0, h_0, a_0, e_0, i_0 = I_{qs}(h_0))$. $\dot{h} = \Delta h_s$ refere-se à curva desejada, $\dot{h} = F_3$ à curva real e $\langle F_3 \rangle = \Delta h_s$ à média da variação de h : $l_0 = 0^\circ$, $g_0 = 240^\circ$, $h_0 = 135^\circ$, $a_0 = 4124.73 \text{ km}$, $e_0 = 0.33$, $i_0 = I_{qs} = 160.51^\circ$.

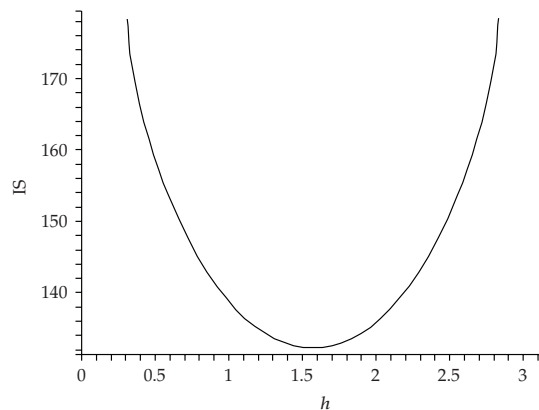


Fonte: Produção do autor.

5.2.7 Discussão

Analogamente ao caso quase-crítico (Seção 5.1), a característica mais perceptível observada em todos os resultados apresentados nas Subseções 5.2.1-5.2.6 é de que as inclinações quase-heliossíncronas possuem valores sempre próximos aos da inclinação heliossíncrona clássica para cada par (a_0, e_0) fixado, mostrando mais uma vez que, se o acoplamento das Equações (4.34)-(4.39) for tratado de maneira correta, e o conceito de inclinações heliossíncronas devidamente adaptado à dinâmica considerada, o efeito da elipticidade equatorial do corpo central nestas inclinações é pequeno, mesmo C_{22} tendo ordem de grandeza semelhante a J_2 , para todos os corpos considerados (ver Tabela 4.1). Tal característica vai de encontro ao resultado obtido por Carvalho et al. (2009) para o caso lunar, como será mostrado a seguir. Vale ressaltar novamente o caráter inovador destes resultados, em virtude dos conceitos de inclinação e órbita quase-heliossíncronas serem inexistentes na literatura, logo, introduzidos neste trabalho pela primeira vez.

Figura 5.219 - Efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}) na curva de inclinações heliossíncronas de um satélite artificial lunar para uma órbita com $a_0 = 1838 \text{ km}$ e $e_0 = 0.038$ (I_s está em graus e h está em radianos).



Fonte: Carvalho et al. (2009)

A Figura 5.219 mostra o efeito combinado do achatamento (J_2) e da elipticidade equatorial (C_{22}) na curva de inclinações heliossíncronas³ de um satélite artificial lunar, obtida por Carvalho et al. (2009) para uma órbita com $a_0 = 1838 \text{ km}$ e

³Carvalho et al. (2009) utilizam o termo *inclinação heliossíncrona* para o conceito generalizado. Logo, respeita-se a terminologia adotada por este trabalho ao longo desta subseção, apesar da divergência de seu uso neste contexto.

$e_0 = 0.038$. Comparando o resultado de Carvalho et al. (2009), Figura 5.219, com os aqui encontrados para o caso lunar, Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e), observa-se que as curvas de inclinações são completamente díspares. A curva de inclinações da Figura 5.219 não está definida para todo $h \in [0, 2\pi]$ e seus valores se distanciam significativamente de $I_s(a_0, e_0) = I_s(1838.00 \text{ km}, 0.038) \approx 145.10^\circ$. Em contrapartida, as curvas das Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e) estão definidas para todo $h \in [0, 2\pi]$ e oscilam sempre próximas as suas respectivas I_s , sendo a maior amplitude delas a da Figura 5.141(c) ($\Delta I_{qs} = 0.5844^\circ$), referente a uma órbita mais baixa: $a_0 = 1869.50 \text{ km}$, $e_0 = 0.05$. A diferença entre os resultados é devido novamente ao não tratamento do acoplamento das equações médias de movimento, a não-adaptação do conceito de inclinações heliosíncronas à dinâmica considerada e a não-transcrição da condição de Sol-sincronicidade para o sistema sinódico, conforme feito na Subseção 4.6.2.

Pelas curvas de inclinações quase-heliosíncronas apresentadas nas Figuras 5.141(a)-5.141(e) e 5.142(a)-5.142(e), 5.154(a)-5.155(f), 5.167(a)-5.168(f), 5.180(a)-5.181(f), 5.193(a)-5.194(f) e 5.206(a)-5.207(f), observa-se que, para todo par (a_0, e_0) escolhido satisfazendo as Equações (4.68)-(4.69) e (4.84), a distância

$$d(I_{qs}, I_s) \triangleq \sup_{h_0 \in [0, 2\pi]} |I_{qs}(h_0) - I_s(h_0)| \quad (5.7)$$

é pequena para os sistemas de 2 a 6. Em particular, para o caso lunar, $d(I_{qs}, I_s)$ é incrementada à medida que a escolha de (a_0, e_0) resulta em inclinações heliosíncronas I_s cada vez mais equatoriais, *vide* Figuras 5.141(d), 5.142(d) e 5.142(e), nenhuma delas, entretanto, ultrapassando $\approx 1^\circ$ de diferença. Quanto às Figuras 5.143(a)-5.143(b), 5.156(a)-5.156(b), 5.169(a)-5.169(b), 5.182(a)-5.182(b), 5.195(a)-5.195(b) e 5.208(a)-5.208(b), sua análise revela alguns fenômenos interessantes. Assim como no caso quase-crítico (Subseção 5.1.7), mais uma vez, há claramente uma relação entre o efeito de C_{22} nas curvas de inclinações e a taxa de rotação $n_{\mathcal{C}}$ dos corpos centrais. A Tabela 5.3 sumariza os valores importantes das imagens citadas, donde é possível extrair a extensão da faixa de inclinações quase-heliosíncronas médias ($\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}$) possíveis de cada sistema, e verificar que, para os corpos com rotação mais lenta (Lua, Calisto e Titã), a faixa $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}$ é menor se comparada à dos corpos de rotação mais rápida (Io, Europa e Ganimedes).

Tabela 5.3 - Inclinações quase-heliossíncronas retrógradas médias e amplitudes de curva mínimas e máximas ($\min\{\langle I_{qs} \rangle\}$, $\max\{\langle I_{qs} \rangle\}$, $\min\{\Delta I_{qs}\}$ e $\max\{\Delta I_{qs}\}$) encontradas no domínio simulado de cada sistema.

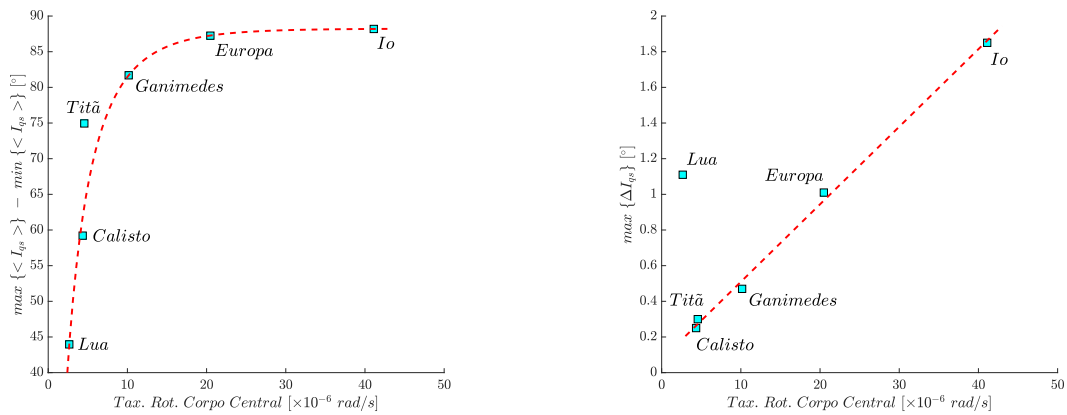
Sistema	$\min\{\langle I_{qs} \rangle\}$	$\max\{\langle I_{qs} \rangle\}$	$\min\{\Delta I_{qs}\}$	$\max\{\Delta I_{qs}\}$
1	132.47°	176.43°	0.06°	1.11°
2	90.77°	178.96°	0.00°	1.85°
3	91.76°	179.01°	0.00°	1.01°
4	96.91°	178.60°	0.00°	0.47°
5	118.57°	177.78°	0.01°	0.25°
6	103.25°	178.19°	0.00°	0.3°

Fonte: Produção do autor.

Em ordem crescente de taxa de rotação e de faixa de inclinações, tem-se:

- sistema 1 - $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}_{S_1} = 43.96^\circ$ (Lua);
- sistema 5 - $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}_{S_5} = 59.21^\circ$ (Calisto);
- sistema 6 - $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}_{S_6} = 74.94^\circ$ (Titã);
- sistema 4 - $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}_{S_4} = 81.69^\circ$ (Ganimesdes);
- sistema 3 - $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}_{S_3} = 87.25^\circ$ (Europa);
- sistema 2 - $\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}_{S_2} = 88.19^\circ$ (Io).

Figura 5.220 - (a) Relação entre a extensão da faixa de possíveis valores de $\langle I_{qs} \rangle$ ($\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}$) e a taxa de rotação do corpo central ($n_{\mathcal{C}}$) para o caso retrógrado. (b) Relação entre a amplitude de curva máxima ($\max\{\Delta I_{qs}\}$) e a taxa de rotação ($n_{\mathcal{C}}$) para o caso retrógrado.



Fonte: Produção do autor.

Tal relacionamento entre a extensão da faixa de possíveis valores de $\langle I_{qs} \rangle$ e a taxa de rotação do corpo central ($n_{\mathcal{C}}$) pode ser visualizada na Figura 5.220(a). Para os sistemas 1, 5 e 6, os valores de $\langle I_{qs} \rangle$ são mais equatoriais conforme suas respectivas rotações (Figuras 5.143(a), 5.195(a) e 5.208(a)). Ao passo que os valores de $\langle I_{qs} \rangle$ dos sistemas 2, 3 e 4 englobam desde órbitas quase-polares à quase-equatoriais (Figuras 5.156(a), 5.169(a) e 5.182(a)), *vide* Tabela 5.3. A beleza e aplicabilidade dos resultados quase-heliossíncronos estão particularmente neste ponto, dado a quantidade de inclinações quase-polares encontradas para os sistemas de Io, Europa e Ganimedes e a importância da característica de polaridade para as órbitas heliossíncronas. Em especial, dá-se destaque para o sistema 2. Observando a predominância das cores azul/roxa na paleta da Figura 5.156(a), nota-se a grande variedade de órbitas polares quase-heliossíncronas ao redor de Io, tanto mais baixas quanto mais altas e, por consequência, com mais ou menos influência da elipticidade equatorial C_{22} do corpo central (Figura 5.156(b)), em oposição ao comportamento dos outros sistemas, cujas órbitas mais polares são mais baixas e, portanto, mais suscetíveis à influência de C_{22} e as equatoriais mais altas e menos suscetíveis à ação de C_{22} .

Em relação às amplitudes de curva ΔI_{qs} , Figuras 5.143(b), 5.156(b), 5.169(b), 5.182(b), 5.195(b) e 5.208(b), quanto mais baixa ou excêntrica a órbita do satélite artificial for, maior ΔI_{qs} , e se mais alta ou circular, menor ΔI_{qs} . O comportamento da amplitude ΔI_{qs} evidencia a acentuação ou atenuação do efeito de C_{22} nas curvas de inclinações quase-heliossíncronas quando a escolha de a_0 resulta em órbitas, respectivamente, mais próximas ou distantes do corpo central. Das Tabelas 4.4 e 5.3, nota-se, como nas amplitudes das curvas quase-críticas ΔI_{qc} , uma relação de proporcionalidade entre a taxa de rotação $n_{\mathcal{C}}$ (Tabela 4.4) de cada satélite natural e o seu respectivo valor de $\max\{\Delta I_{qs}\}$ (Tabela 5.3). Estes dois conjuntos de valores possuem correlação de 0.8226 para o caso retrógrado. Excluindo a Lua da análise, a correlação entre $n_{\mathcal{C}}$ e $\max\{\Delta I_{qs}\}$ é ainda mais alta 0.9985 ($n_{\mathcal{C}}$ e $\max\{\Delta I_{qs}\}$ são fortemente correlacionados). Esta relação, que é de natureza linear, pode ser visualizada na Figura 5.220(b). O comportamento destoante da Lua (*outlier*) é devido a sua razão $\sigma \approx 9$ ser a mais distante da condição de equilíbrio hidrostático ($\sigma = 10/3$).

Conforme mencionado na Subseção 5.2.1, para verificar se as inclinações ótimas encontradas através da solução do Problema de Otimização 3 realmente cumprem o papel para o qual foram construídas, as Equações (4.34)-(4.39) foram novamente integradas. Por meio das curvas - - - $\langle F_3 - \Delta h_s \rangle$ apresentadas pelas Figuras

5.144-5.153, 5.157-5.166, 5.170-5.179, 5.183-5.192, 5.196-5.205 e 5.209-5.218, verifica-se que $h(t)$ varia, em média, na taxa de Sol-sincronicidade Δh_s , além de sempre ser uma solução monótona não-crescente de circulação pura (*vide* Seção 4.3 e Subseção 5.1.7). Também pelos mesmos gráficos, observa-se a periodicidade de $i(t)$, cujas amplitudes de oscilação são pequenas - nenhuma delas ultrapassando 1° tal qual as soluções quase-críticas - e inversamente proporcionais aos semieixos maiores escolhidos como condições iniciais, para todos os sistemas estudados. Quanto a $g(t)$, as Figuras 5.144-5.153, 5.157-5.166, 5.170-5.179, 5.183-5.192, 5.196-5.205 e 5.209-5.218 revelam um comportamento interessante: se $i_0 = I_{qs}(h_0)$ for menor que a inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente à condição inicial (a_0, e_0, h_0) dada, então $\langle g(t) \rangle$ é uma função monótona não-crescente; se $i_0 = I_{qs}(h_0)$ for igual à inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente à condição inicial (a_0, e_0, h_0) dada, então $\langle g(t) \rangle$ é uma função constante e, conseqüentemente, a trajetória passando por $(a_0, e_0, h_0, I_{qs}(h_0) = I_{qc}(h_0))$ é uma órbita simultaneamente quase-heliosíncrona e quase-crítica; por fim, se $i_0 = I_{qs}(h_0)$ for maior que a inclinação quase-crítica $I_{qc}(h_0)$ correspondente à condição inicial (a_0, e_0, h_0) dada, então $\langle g(t) \rangle$ é uma função monótona não-decrescente. Apesar das Figuras 5.144-5.153, 5.157-5.166, 5.170-5.179, 5.183-5.192, 5.196-5.205 e 5.209-5.218 apresentarem as soluções obtidas somente para os quatro primeiros períodos de precessão do plano orbital (ver Tabela 4.7), elas mantêm o comportamento mostrado nas imagens, e descrito acima, para todo instante de tempo, pela mesma razão citada na Subseção 5.1.7 para o caso quase-crítico. Por todas estas características, fica suficientemente claro a aplicabilidade de órbitas quase-heliosíncronas a missões espaciais, cujo destino são os satélites planetários aqui considerados.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, o conceito de inclinações quase-críticas foi aprimorado a partir do trabalho de Tzirti et al. (2009) e o de inclinações quase-heliossíncronas introduzido. Ambos os conceitos tratam, respectivamente, da generalização das inclinações crítica e heliossíncrona quando, além do achatamento (J_2), considera-se também os efeitos da elipticidade equatorial (C_{22}) do corpo central no potencial gravitacional.

O formalismo hamiltoniano foi utilizado juntamente com as variáveis de ação-ângulo de Delaunay (Seção 4.2). Um referencial sinódico foi definido para eliminação da dependência temporal explícita da hamiltoniana correspondente à perturbação setorial (Seções 4.1 e 4.2). As equações médias de movimento de primeira ordem foram obtidas através da eliminação dos termos de curto período e seu acoplamento tratado pela própria função hamiltoniana do sistema (Seções 4.2 e 4.4).

Definiu-se como quase-crítica a inclinação que, dada como condição inicial, faz o argumento do pericentro permanecer constante em média (Subseção 4.5.2). Por sua vez, como quase-heliossíncrona a que faz o plano orbital precessionar, em média, com a mesma velocidade angular do corpo central em sua órbita ao redor do Sol (Subseção 4.6.3).

Uma abordagem de otimização foi então aplicada para buscá-las (Subseções 4.5.3 e 4.6.4). A técnica empregada consistiu em avaliar se uma inclinação arbitrária, dada como chute inicial, minimiza o valor absoluto da área entre as curvas descrevendo as variações real e desejada do argumento do pericentro (cuja variação é constante).

Analogamente, para o caso quase-heliossíncrono, após a expressão de h e da condição de Sol-sincronicidade Δh_s no sistema sinódico (Seção 4.2 e Subseção 4.6.2), avaliou-se se o chute inicial dado minimiza o valor absoluto da área entre as curvas descrevendo as variações real e desejada de h (cuja variação é igual à taxa de precessão necessária para se ter uma órbita heliossíncrona: Δh_s). Os limites de integração convenientes para a minimização destas integrais foram escolhidos baseados nas propriedades do sistema hamiltoniano médio (Seção 4.3).

As soluções dos problemas de valor inicial formados pelas equações de movimento juntamente com as condições iniciais ótimas encontradas foram denominadas de órbitas quase-críticas e quase-heliossíncronas, respectivamente.

As inclinações quase-críticas estão sempre na vizinhança da inclinação crítica clássica I_c , para ambos os casos, direto e retrógrado (63.43° e 116.57°). E, para cada par

(a_0, e_0) fixado, as quase-heliossíncronas sempre próximas a sua respectiva inclinação heliossíncrona clássica $I_s(a_0, e_0)$.

Isto mostrou que, se o acoplamento das equações for tratado corretamente, e os conceitos de inclinações crítica e heliossíncrona devidamente generalizados à dinâmica considerada, o efeito combinado do achatamento e da elipticidade equatorial é pequeno nas inclinações, mesmo C_{22} tendo ordem de grandeza semelhante a J_2 para todos os corpos centrais considerados.

Para o caso quase-crítico direto, os resultados apresentados nesta dissertação são corroborados pelos de Tzirti et al. (2009) para os sistemas comuns a ambos os trabalhos: sistemas 1, 3 e 5. E vão na contramão dos encontrados por De Saedeleer e Henrard (2005) e Carvalho et al. (2009) para todos os sistemas considerados. Para o caso quase-crítico retrógrado, os resultados obtidos são inéditos (não-existent na literatura).

Para todos os sistemas estudados, a distância $d(I_{qc}, I_c)$ é sempre pequena para todo par (a_0, e_0) escolhido satisfazendo as Equações (4.68) e (4.69).

Para os sistemas de 1 a 6, os valores de $\langle I_{qc} \rangle$ são sempre próximos a 63.43° para o caso direto e a 116.57° para o retrógrado, sendo a extensão da faixa dos valores médios possíveis para as inclinações quase-críticas ($\max\{\langle I_{qc} \rangle\} - \min\{\langle I_{qc} \rangle\}$) menor para os corpos com rotação mais lenta (Lua, Calisto e Titã) e maior para os de rotação mais rápida (Io, Europa e Ganimedes) para ambos os casos, direto e retrógrado.

O comportamento das amplitudes ΔI_{qc} evidencia a acentuação ou atenuação do efeito de C_{22} nas curvas de inclinações quase-críticas quando a escolha de a_0 resulta em órbitas, respectivamente, mais próximas ou distantes do corpo central.

Para os corpos cuja razão $\sigma \approx 3$, *i.e.*, Io, Europa, Ganimedes, Calisto e Titã, a máxima amplitude de curva ($\max\{\Delta I_{qc}\}$) encontrada é menor para os corpos com rotação mais lenta (Calisto e Titã) e maior para os de rotação mais rápida (Io, Europa e Ganimedes), indicando que rotações maiores acentuam a influência de C_{22} nas curvas de inclinações quase-críticas.

As inclinações ótimas encontradas através das soluções dos Problemas de Otimização 1 e 2 realmente cumprem o papel para o qual foram construídas: de fato, mantêm o argumento do pericentro g , em média, constante em todo instante de tempo.

Para o caso quase-heliossíncrono, os resultados alcançados também são inexistentes na literatura, para todos os sistemas estudados, e completamente díspares ao obtido pela tentativa de generalização feita por [Carvalho et al. \(2009\)](#) para o caso lunar.

Para todo par (a_0, e_0) escolhido satisfazendo as Equações (4.68)-(4.69) e (4.84), a distância $d(I_{qs}, I_s)$ é pequena para os sistemas de 2 a 6. Para o caso lunar, $d(I_{qs}, I_s)$ é incrementada à medida que a escolha de (a_0, e_0) resulta em inclinações heliossíncronas I_s cada vez mais equatoriais, nenhuma delas, entretanto, ultrapassando $\approx 1^\circ$ de diferença.

O tamanho da faixa dos possíveis valores médios de inclinações quase-heliossíncronas ($\max\{\langle I_{qs} \rangle\} - \min\{\langle I_{qs} \rangle\}$) é menor para os corpos com rotação mais lenta (Lua, Calisto e Titã) e maior para os de rotação mais rápida (Io, Europa e Ganimedes).

Para os sistemas 1, 5 e 6, os valores de $\langle I_{qs} \rangle$ são mais equatoriais, ao passo que, para os sistemas 2, 3 e 4, os valores de $\langle I_{qs} \rangle$ englobam desde órbitas quase-polares à quase-equatoriais. Destaca-se, principalmente, a grande quantidade de órbitas quase-heliossíncronas quase-polares encontradas para os sistemas de Io, Europa e Ganimedes.

Em particular, ao redor de Io existem órbitas polares quase-heliossíncronas tanto mais baixas quanto mais altas e, por consequência, com mais ou menos influência da elipticidade equatorial C_{22} do corpo central.

Ao redor dos outros corpos considerados, as órbitas mais polares são mais baixas e, portanto, mais suscetíveis à influência de C_{22} e as equatoriais mais altas e menos suscetíveis à ação de C_{22} .

O comportamento das amplitudes ΔI_{qs} evidencia a acentuação ou atenuação do efeito de C_{22} nas curvas de inclinações quase-heliossíncronas quando a escolha de a_0 resulta em órbitas, respectivamente, mais próximas ou distantes do corpo central.

Para os corpos cuja razão $\sigma \approx 3$, *i.e.*, Io, Europa, Ganimedes, Calisto e Titã, a máxima amplitude de curva ($\max\{\Delta I_{qs}\}$) encontrada é menor para os corpos com rotação mais lenta (Calisto e Titã) e maior para os de rotação mais rápida (Io, Europa e Ganimedes), indicando que rotações maiores acentuam a influência de C_{22} nas curvas de inclinações quase-heliossíncronas.

As inclinações ótimas encontradas através da solução do Problema de Otimização 3 realmente cumprem o papel para o qual foram construídas: de fato, mantêm o

plano orbital precessionando, em média, a taxa constante de Δh_s em todo instante de tempo.

Por fim, as principais contribuições deixadas pela presente dissertação foram: **(i)** o esclarecimento definitivo de que as inclinações crítica e heliossíncrona (e, consequentemente, as órbitas crítica e heliossíncrona) são fenômenos inerentes à perturbação do achatamento ou intrínsecas às perturbações gravitacionais, cuja aplicação do potencial nas equações de movimento resulte em apenas variação secular dos elementos angulares. Logo, qualquer tentativa de generalização destes conceitos fora do contexto dinâmico acima descrito deve ser adequada ao modelo considerado; **(ii)** o aperfeiçoamento da generalização das inclinações críticas, inicialmente proposta por Tzirti et al. (2009), e a generalização das inclinações heliossíncronas para quando o achatamento (J_2) e a elipticidade equatorial (C_{22}) do corpo central são considerados no potencial gravitacional, dando origem às definições das inclinações quase-críticas e quase-heliossíncronas e, consequentemente, das órbitas quase-críticas e quase-heliossíncronas; **(iii)** a utilização de ferramentas de otimização, usualmente não aplicadas em astrodinâmica para problemas de teoria de perturbações; **(iv)** a obtenção de inúmeras condições iniciais interessantes para missões espaciais ao redor de satélites planetários de razão σ pequena, as quais cumprem, por construção, seus respectivos papéis de manterem o argumento do pericentro g , em média, constante e o plano orbital precessionando, também em média, a taxa constante de Sol-sincronicidade Δh_s para todo instante de tempo; **(v)** e, finalmente, a desmistificação da alta influência da elipticidade equatorial nas inclinações críticas e heliossíncronas de veículos espaciais orbitando satélites planetários de razão σ pequena, noção principalmente apontada pelo trabalho de De Saedeleer e Henrard (2005).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLAN, R. R. The critical inclination problem: a simple treatment. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 2, p. 121–122, 1970. 5
- ANDERSON, J. D.; JACOBSON, R. A.; MCEL RATH, T. P.; MOORE, W. B.; SCHUBERT, G.; THOMAS, P. C. Shape, mean radius, gravity field, and interior structure of Callisto. **Icarus**, v. 153, n. 1, p. 157–161, 2001. 2, 20
- ANDERSON, J. D.; LAU, E. L.; SJOGREN, W.; SCHUBERT, G. Gravitational evidence for an undifferentiated Callisto. **Nature**, v. 387, n. 6630, p. 264–266, 1997. 2, 20
- ANDERSON, J. D.; SCHUBERT, G.; JACOBSON, R. A.; LAU, E. L.; MOORE, W. B.; SJOGREN, W. L. Europa's differentiated internal structure: inferences from four Galileo encounters. **Science**, v. 281, n. 5385, p. 2019–2022, 1998. 2, 20
- ANDRADE, E. X. L.; BRACCIALI, C. F.; RAFAELI, F. R. **Notas em matemática aplicada: introdução aos polinômios ortogonais**. São Carlos: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2012. 13
- ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. **Física matemática - métodos matemáticos para engenharia e física**. Rio de Janeiro: Campus Elsevier, 2007. 13
- BOAIN, R. J. A-B-Cs of Sun-Synchronous Orbit Mission Design. In: **AAS Publications Office**. Maui, Hawaii: American Astronautical Society, 2004. 1
- BOCCALETTI, D.; PUCACCO, G. **Theory of orbits: integrable systems and non-perturbative methods**. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003. 10
- BROUWER, D. Solution of the problem of artificial satellite theory without drag. **The Astronomical Journal**, v. 64, p. 378, 1959. 6
- BROUWER, D.; CLEMENCE, G. M. **Methods of celestial mechanics**. New York: Academic Press, 1961. 5, 6, 11, 12, 13, 14, 25
- BUTKOV, E. **Física matemática**. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1988. 13
- BYRAM, S. M.; SCHEERES, D. J. Stability of Sun-synchronous orbits in the vicinity of a comet. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 32, n. 5, p. 1550–1559, 2009. 5

- BYRD, R. H.; GILBERT, J. C.; NOCEDAL, J. A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. **Mathematical Programming**, v. 89, n. 1, p. 149–185, 2000. 7, 37
- BYRD, R. H.; HRIBAR, M. E.; NOCEDAL, J. An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. **SIAM Journal on Optimization**, v. 9, n. 4, p. 877–900, 1999. 7, 37
- CAMPBELL, J. A.; JEFFERYYS, W. H. Equivalence of the perturbation theories of Hori and Deprit. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 2, p. 467–473, 1970. 6
- CAPDEROU, M. **Handbook of satellite orbits: from Kepler to GPS**. Switzerland: Springer International Publishing, 2014. 1
- CARVALHO, J. P. S.; ELIPE, A.; VILHENA DE MORAES, R.; PRADO, A. F. B. A. Low-altitude, near-polar and near-circular orbits around Europa. **Advances in Space Research**, v. 49, n. 5, p. 994–1006, 2012. 18, 19
- CARVALHO, J. P. S.; VILHENA DE MORAES, R.; PRADO, A. F. B. A. Nonsphericity of the Moon and near sun-synchronous polar lunar orbits. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2009, 2009. 2, 3, 6, 19, 24, 27, 42, 195, 196, 197, 198, 199, 283, 284, 290, 291
- _____. Planetary satellite orbiters: applications for the Moon. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2011, 2011. 18
- COFFEY, S.; DEPRIT, A.; MILLER, B. R. The critical inclination in artificial satellite theory. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 36, p. 365–406, 1986. 5, 33
- COSTA, M. L. G. T. X.; VILHENA DE MORAES, R.; CARVALHO, J. P. S.; PRADO, A. F. B. A. Artificial satellites orbiting planetary satellites: critical inclination and Sun-synchronous orbits. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 911, p. 012–018, 2017. 2
- COVERSTONE-CARROLL, V.; HARTMANN, J. W.; MASON, W. J. Optimal multi-objective low-thrust spacecraft trajectories. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 186, n. 2-4, p. 387–402, 2000. 7
- CURTIS, H. D. **Orbital mechanics for engineering students**. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. (Elsevier Aerospace Engineering Series). 40

DE SAEDELEER, B. Analytical theory of a lunar artificial satellite with third body perturbations. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 95, n. 1-4, p. 407–423, 2006. 18, 23

DE SAEDELEER, B.; HENRARD, J. Analytical theory of an artificial satellite of the Moon. **Annals of the New York Academy of Sciences**, v. 1017, n. 1, p. 434–449, 2004. 19, 20, 23

_____. The combined effect of J_2 and C_{22} on the critical inclination of a lunar orbiter. **Advances in Space Research**, v. 37, n. 1, p. 80–87, 2005. 2, 3, 5, 6, 17, 19, 20, 23, 26, 195, 196, 197, 198, 290, 292

DEPRIT, A. Canonical transformations depending on a small parameter. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 1, p. 12–30, 1969. 6

DOERING, C. I.; LOPES, A. O. **Equações diferenciais ordinárias**. Rio de Janeiro: Coleção Matemática Universitária - IMPA, 2014. 10

DOS SANTOS, J. C.; CARVALHO, J. P. S.; PRADO, A. F. B. A.; VILHENA DE MORAES, R. Lifetime maps for orbits around Callisto using a double-averaged model. **Astrophysics and Space Science**, v. 362, n. 12, p. 227, 2017. 18

DUCK, K. I. Long Period Nodal Motion of Sun-Synchronous Orbits. In: **Proceedings of the Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium**. Greenbelt: NASA Goddard Space Flight Center, 1975. 1, 5

EUROPEAN SPACE AGENCY - ESA. **Jupiter Icy Moons Explorer - European Space Agency**. 2019. Disponível em: <https://sci.esa.int/web/juice/-/50068-science-objectives>. 1, 4

FASANO, A.; MARMI, S. **Analytical mechanics: an introduction**. Oxford: Oxford University Press, 2006. 13, 15

FERNANDES, S. S. Notes on Hori method for canonical systems. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 85, p. 67–77, 2003. 6

FERRAZ-MELLO, S. **Teoria de perturbações**. São José dos Campos: Departamento de Astronomia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1972. 12, 13

_____. **Canonical perturbation theories: degenerate systems and resonance**. New York: Springer Science & Business Media, 2007. 6, 14, 15, 29, 30, 202

FERRINGER, M. P.; CLIFTON, R. S.; THOMPSON, T. G. Efficient and accurate evolutionary multi-objective optimization paradigms for satellite constellation design. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n. 3, p. 682–691, 2007. 7

FIGUEIREDO, D. G.; NEVES, A. F. **Equações diferenciais aplicadas**. Rio de Janeiro: Coleção Matemática Universitária - IMPA, 2015. 10, 12

FRIEDLANDER, A. **Elementos de Programação Não-Linear**. 1994. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~friedlan/livro.htm>. 7, 37

GARFINKEL, B. On the motion of a satellite in the vicinity of the critical inclination. **The Astronomical Journal**, v. 65, p. 624, 1960. 5

GERMAN AEROSPACE CENTER - DLR. **Jet Propulsion Laboratory - Photojournal**. 1997. Disponível em: <https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00502>. 17

_____. _____. 2001. Disponível em: <https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA03456>. 17

GIACAGLIA, G. E. O.; MURPHY, J. P.; FELSENTREGER, T. L. A semi-analytic theory for the motion of a lunar satellite. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 3, n. 1, p. 3–66, 1970. 5, 6, 19, 23

HANSON, J. N. Nodal rotation for continuous exposure of an Earth satellite to the Sun. **American Rocket Society Journal**, v. 31, n. 5, p. 640–645, 1961. 5

HORI, G. I. Theory of general perturbations with unspecified canonical variables. **Publications of the Astronomical Society of Japan**, v. 18, n. 4, p. 287, 1966. 6, 27

HOUGH, M. E. Sun-synchronous orbits near critical inclination. **Celestial Mechanics**, v. 25, n. 2, p. 137–157, 1981. 5

HUBBARD, W. B.; ANDERSON, J. D. Possible flyby measurements of galilean satellite interior structure. **Icarus**, v. 33, n. 2, p. 336–341, 1978. 20

HUGHES, S. The critical inclination: another look. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 25, p. 235–266, 1981. 5

IESS, L.; ARMSTRONG, J. W.; ASMAR, S. W.; BENEDETTO, M. D.; GRAZIANI, A.; MACKENZIE, R.; RACIOPPA, P.; RAPPAPORT, N.; TORTORA, P. The Determination of Titan Gravity Field From Doppler Tracking

of the Cassini Spacecraft. In: **Proceedings of the 20th International Symposium on Space Flight Dynamics**. Annapolis: International Symposium on Space Flight Dynamics Committee, 2007. 2, 18, 20

JOHNSTON, M. D. An evolutionary algorithm approach to multi-objective scheduling of space network communications. **Intelligent Automation & Soft Computing**, v. 14, n. 3, p. 367–376, 2008. 7

JUPP, A. H. The critical inclination problem - 30 years of progress. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 43, p. 127–138, 1987. 5

KAULA, W. J. **Theory of satellite geodesy: applications of satellites to geodesy**. New York: Dover Publications, 2000. 6, 11, 13, 24

KONOPLIV, A. S.; ASMAR, S. W.; CARRANZA, E.; SJOGREN, W. L.; YUAN, D. N. Recent gravity models as a result of the lunar prospector mission. **Icarus**, v. 150, n. 1, p. 1–18, 2001. 2, 20

KOVALEVSKY, J. **Introduction to celestial mechanics**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1967. 6, 25

KUGA, H. K.; RAO, K. R.; CARRARA, V. **Introdução à mecânica orbital**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2008. 11

_____. **Satélites artificiais: movimento orbital**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2011. 14

KUZNETSOV, E. D.; JASIM, A. T. On the long-period evolution of the Sun-synchronous orbits. **Astronomicheskii Vestnik**, v. 50, n. 3, p. 210–216, 2016. 5

LEIPOLD, M. E.; WAGNER, O. Mercury Sun-synchronous polar orbits using solar sail propulsion. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 19, n. 6, p. 1337–1341, 1996. 5

LEMOINE, F. G.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K.; TRIMMER, R. G.; PAVLIS, N. K.; CHINN, D. S.; COX, C. M.; KLOSKO, S. M.; LUTHCKE, S. B.; TORRENCE, M. H.; WANG, Y. M.; WILLIAMSON, R. G.; PAVLIS, E. C.; RAPP, R. H.; OLSON, T. R. **The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96 - NASA/TP-1998-206861**. 1998. Disponível em: <https://cddis.nasa.gov/926/egm96/egm96.html?fbclid=IwAR1t4NWH0wmu4QjArsvil26frf-9AVOP-hIB6BVnTGTGQwTBQje87zqYb3g>. 18

LEMOS, N. **Mecânica analítica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. 13, 29

LIN, L.; INNANEN, K. A. Problems of critical inclination and commensurability in the motion of artificial satellites. **Chinese Astronomy and Astrophysics**, v. 10, p. 245–251, 1986. 5

LIU, X.; BAOYIN, H.; MA, X. Extension of the critical inclination. **Astrophysics and Space Science**, v. 334, n. 1, p. 115–124, 2011. 5, 33

LORENZ, R. D.; TURTLE, E. P.; BARNES, J. W.; TRAINER, M. G.; ADAMS, D. S.; HIBBARD, K. E.; SHELDON, C. Z.; ZACNY, K.; PEPLOWSKI, P. N.; LAWRENCE, D. J.; RAVINE, M. A.; MCGEE, T. G.; SOTZEN, K. S.; MACKENZIE, S. M.; LANGELAAN, J. W.; SCHMITZ, S.; WOLFARTH, L. S.; BEDINI, P. D. **Dragonfly: A Rotorcraft Lander Concept for Scientific Exploration at Titan**. Maryland: [s.n.], 2018. 1, 4

LUBOWE, A. G. How critical is the critical inclination? **Celestial Mechanics**, v. 1, n. 1, p. 6–10, 1969. 5

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. New York: Springer US, 2008. (International Series in Operations Research and Management Science, v. 116). 7, 37

MERSMAN, W. A. Critical inclination problem in satellite orbit theory. **Celestial Mechanics**, 1962. 5

_____. A new algorithm for the Lie transformation. **Celestial Mechanics**, v. 3, p. 81–89, 1970. 6

MORANDO, B. **Mouvement d'un satellite artificiel de la Terre**. Paris: Gordon & Breach, 1974. 13

MORBIDELLI, A. **Modern celestial mechanics: aspects of solar system dynamics**. London: Taylor & Francis, 2002. (Advances in Astronomy and Astrophysics). 5, 9, 15

MORTARI, D.; WILKINS, M. P.; BRUCCOLERI, C. On Sun-Synchronous Orbits and Associated Constellations. In: **Proceedings of the 6th Dynamics and Control of Systems and Structures in Space Conference**. Riomaggiore, Italy: International Academy of Astronautics, 2004. p. 43. 5

MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. UK: Cambridge University Press, 1999. 6, 25

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA. **Jet Propulsion Laboratory - Photojournal**. 1997. Disponível em: <https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00583>. 17

_____. _____. 2015. Disponível em: <https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA20016>. 17

_____. **Solar System Dynamics - Planetary Satellite Physical Parameters**. 2018. Disponível em: https://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par. 18

NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION - NOAA. **National Oceanic and Atmospheric Administration - Science On a Sphere**. 2016. Disponível em: https://sos.noaa.gov/images/fullsize/Solar_System/ganymede.jpg. 17

NIE, T.; GURFIL, P. Lunar frozen orbits revisited. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 130, n. 10, p. 61, 2018. 6, 18, 19, 23, 24, 26

ORLOV, A. A. Almost circular periodic motions of a particle of matter under the gravitational attraction of a spheroid. **Reports of the State Astronomical Institute in Shternberg**, n. 88-89, 1953. 5

PALACIÁN, J. Normal forms for perturbed keplerian systems. **Journal of Differential Equations**, v. 180, n. 2, p. 471–519, 2002. 23

PAPASTAVRIDIS, J. G. **Analytical mechanics: a comprehensive treatise on the dynamics of constrained systems**. Singapore: World Scientific Publishing Co., 2014. 29, 202

PARK, S.-Y.; JUNKINS, J. L. Orbital mission analysis for a lunar mapping satellite. **Journal of the Astronautical Sciences**, v. 43, n. 2, p. 207–217, 1995. 2, 203, 218, 231, 244, 257, 270

PASKOWITZ, M. E.; SCHEERES, D. J. Design of science orbits about planetary satellites: application to Europa. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 29, n. 5, p. 1147–1158, 2006. 18

PRADO, A. F. B. A.; DOS SANTOS, J. C.; CARVALHO, J. P. S.; VILHENA DE MORAES, R. Study of perturbation integrals applied to the dynamics of

spacecrafts around galilean moons. **Advances in the Astronautical Sciences**, p. 1565–1583, 2016. 18

RAHOMA, E. K. W.; EL-SALAM, F. Relativistic and the first sectorial harmonics corrections in the critical inclination. **Astrophysics and Space Science**, v. 351, n. 1, p. 113–117, 2014. 2, 5

RAHOMA, W. A.; EL-SALAM, F. A. A. The effects of Moon's uneven mass distribution on the critical inclinations of a lunar orbiter. **Journal of Astronomy and Space Sciences**, v. 31, n. 4, p. 285–294, 2014. 2

SCHUBERT, G.; ANDERSON, J. D.; SPOHN, T.; MCKINNON, W. B. Interior composition, structure and dynamics of the galilean satellites. **Jupiter: The Planet, Satellites and Magnetosphere**, v. 1, p. 281–306, 2004. 2, 18

SCHUBERT, G.; LIMONADI, D.; ANDERSON, J. D.; CAMPBELL, J. K.; GIAMPIERI, G. Gravitational coefficients and internal structures of the icy galilean satellites: an assessment of the Galileo orbiter mission. **Icarus**, v. 111, n. 2, p. 433–440, 1994. 2, 20

THOMAS, N. **A Comprehensive Investigation of the Galilean Moon, Io, by Tracing Mass and Energy Flows**. Switzerland: [s.n.], 2019. 1, 3, 4

TURTLE, E. P.; NIEBUR, C. **Mission Concept Study - Planetary Science Decadal Survey - Io Observer**. La Cañada Flintridge: [s.n.], 2010. 1, 3, 4

TZIRTI, S.; TSIGANIS, K.; VARVOGLIS, H. Quasi-critical orbits for artificial lunar satellites. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 104, n. 3, p. 227–239, 2009. 2, 3, 6, 7, 25, 26, 27, 28, 34, 53, 195, 196, 197, 199, 207, 289, 290, 292

VILHENA DE MORAES, R. **Matemática aplicada: funções especiais**. São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1973. 13

_____. **Trajelórias de veículos espaciais - satélites artificiais**. São José dos Campos: Departamento de Astronomia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1978. 10, 12, 13

VINTI, J. P.; DER, G. J.; BONAVIDO, N. L. **Orbital and celestial mechanics**. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 1989. (Progress in Astronautics and Aeronautics, v. 177). 6

VOLCHAN, S. B. **Uma introdução à mecânica celeste**. Rio de Janeiro: IMPA, 2007. 9, 10

WALTZ, R. A.; MORALES, J. L.; NOCEDAL, J.; ORBAN, D. An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps. **Mathematical Programming**, v. 107, n. 3, p. 391–408, 2006. 7, 37

WILLIAMS, D. R. **Goddard Space Flight Center - Jovian Satellite Fact Sheet**. 2018. Disponível em:

<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/joviansatfact.html>. 18

_____. **Goddard Space Flight Center - Moon Fact Sheet**. 2018. Disponível em: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html>. 18

_____. **Goddard Space Flight Center - Saturnian Satellite Fact Sheet**.

2018. Disponível em: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/saturniansatfact.html>. 18

_____. **Goddard Space Flight Center - Saturnian Satellite Fact Sheet**.

ZHARKOV, V. N.; LEONTJEV, V. V.; KOZENKO, A. V. Models, figures, and gravitational moments of the galilean satellites of Jupiter and icy satellites of Saturn. **Icarus**, v. 61, n. 1, p. 92–100, 1985. 2, 5, 20

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.