

Autômatos Celulares para Análise da Monotonicidade da Declividade de Áreas Geológicas

MARILTON SANCHOTENE DE AGUIAR¹, ANTÔNIO CARLOS DA ROCHA COSTA²

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Informática,
Programa de Pós-Graduação em Computação. Porto Alegre/RS, Brazil, CEP 91501-970, Cx.Postal: 15064.
marilton@inf.ufrgs.br

²Universidade Católica de Pelotas, Escola de Informática, Pelotas/RS, Brazil, CEP 96010-000.
rocha@atlas.ucpel.tche.br

Abstract. In geophysics, an appropriate subdivision of a geographic area into segments is extremely important, because it enables us to extrapolate the results gotten in some parts of the segments (where an extensive research was made) to other parts inside the same segment and to have a good understanding of parts that had not been analyzed. In the approach of Kreinovich [5] the effected analysis is unidimensional and only covers a direction of the model. This work uses cellular automata for the bidimensional modeling of the geophysical areas. The analysis of the monotonicity of the terrain declivity is embedded in the rules of the automaton, that detects the situation of the segments in relation to the total geographic area through the states assumed by the cells. Keywords: Cellular Automats, Interval, Geophysics.

1 Introdução

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo de autômatos celulares para a análise da monotonicidade da declividade de áreas geofísicas. Este trabalho originou-se da proposta de Vladik Kreinovich [5], para uma metodologia de sub-divisão confiável de áreas geológicas.

Na geofísica, uma subdivisão apropriada de uma área geográfica em segmentos é extremamente importante, porque se possibilita extrapolar os resultados obtidos em algumas partes dos segmentos (onde uma pesquisa extensiva foi feita) para outras partes dentro do mesmo segmento, e assim, ter um bom entendimento destas partes que não foram totalmente analisadas.

A abordagem de Kreinovich faz a análise da monotonicidade da função que mapeia o relevo da área geológica. A área total é dividida em regiões perfiladas lado a lado e, por isso, a análise é efetuada unidimensionalmente percorrendo somente um sentido do modelo.

Este trabalho substitui este tipo de análise efetuada por Kreinovich por um modelo bidimensional, baseado em autômatos celulares. A análise da monotonicidade da declividade do relevo está embutida nas regras do autômato, que detecta a situação dos segmentos em relação à área total através dos estados assumidos por cada uma das células.

Na seção 2 é feita uma apresentação sucinta sobre autômatos celulares, abordando suas origens históricas, modelos de vizinhança, esquemas típicos de regras e classes de autômatos.

Apresentam-se, na seção 3, o modelo de autômatos celulares para o problema em questão, a definição da malha (subseção 3.1), o levantamento da topografia (subseção 3.2), o cálculo da matriz espectral (subseção 3.3), a utilização de

intervalos (subseção 3.4) na estimativa do erro, a determinação dos estados das células (subseção 3.5) e a identificação das subáreas (subseção 3.6). Ainda, algumas considerações finais são apresentadas na seção 4.

2 Autômatos Celulares

O conceito original de autômato celular está fortemente associado a John Von Neumann. De acordo com o livro editado por Burks [4], Von Neumann estava interessado nas conexões entre biologia e a Teoria dos Autômatos. Nos seus estudos, predominava a idéia do fenômeno biológico da auto-reprodução. A questão que ele apresentava era: “Que tipo de organização lógica é suficiente para um autômato ser capaz de reproduzir a si próprio?”

A construção de Von Neumann foi simplificada por outros autores, como Arbib [2] e Myhill [3]. Uma variação dos autômatos de Von Neumann é apresentada por Stephen Wolfram [6]. Os autômatos celulares de Wolfram são modelos matemáticos simples de sistemas naturais, constituídos de uma malha, ou reticulado, de células idênticas e discretas, onde cada célula tem seu valor sobre um conjunto finito, por exemplo, de valores inteiros. Os valores evoluem, em passos de tempo discretos, de acordo com regras determinísticas que especificam os valores de cada célula em termos dos valores das células vizinhas.

Esta vizinhança bidimensional, conforme a figura 1a, é chamada de vizinhança de Von Neumann. A vizinhança bidimensional constituída da própria célula e suas 8 células vizinhas, ou seja, a vizinhança de Von Neumann mais as células nas diagonais, é chamada de vizinhança de Moore (figura 1b).

Segundo Wolfram, os autômatos celulares podem ser

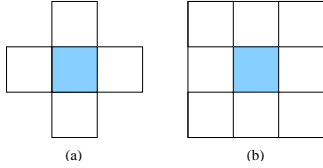


Figura 1: Modelos de Vizinhança

considerados como idealizações discretas das equações diferenciais parciais freqüentemente utilizadas para descrever sistemas naturais. Essa natureza discreta também permite a analogia com computadores digitais, pois os autômatos celulares podem ser vistos como computadores de processamento paralelo de construção simplificada.

Como exemplo de autômato celular, considera-se uma linha (vetor) de células com valores 0 ou 1, conforme a figura 2. O valor de uma célula na posição i no tempo t é $a_i^{(t)}$. Uma regra muito simples para a evolução no tempo dos valores das células é

$$a_i^{(t+1)} = a_{i-1}^{(t)} + a_{i+1}^{(t)} \pmod{2} \quad (1)$$

onde $\pmod{2}$ indica que é tomado o resto 0 ou 1 da divisão por 2. De acordo com esta regra, o valor de uma célula em particular é dada pela soma módulo 2 (ou, equivalentemente ao “ou exclusivo” da álgebra Booleana) dos valores de suas células vizinhas à esquerda e à direita no passo de tempo anterior.

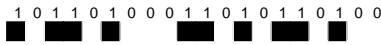


Figura 2: Esquema típico de um Autômato Celular

Uma das propriedades dos autômatos celulares é a auto-similaridade, onde porções do padrão, quando aproximadas, são indistinguíveis do todo. Este padrão auto-similar é freqüentemente chamado de fractal e pode ser caracterizado pela sua dimensão. Muitos sistemas naturais exibem padrões deste tipo, e por isso, podem ser gerados através de Autômatos Celulares ou processos análogos.

A regra 1 pode ser generalizada de várias formas. Uma família de regras é obtida permitindo que o valor da célula seja uma função dos valores da própria célula e das suas duas vizinhas mais próximas no passo de tempo anterior:

$$a_i^{(t+1)} = F(a_{i-1}^{(t)}, a_i^{(t)}, a_{i+1}^{(t)}).$$

A figura 3 ilustra a notação que associa um número (chamado número de regra) a cada uma das 256 regras deste tipo. O número da regra 1 é 90, por esta notação.

Mais generalizações permitem cada célula no autômato celular ter um valor dentre um número arbitrário k de valores e, ainda, permitir que o valor de uma célula dependa

de valores de células que estejam r células distantes, tal que:

$$a_i^{(t+1)} = F(a_{i-r}^{(t)}, \dots, a_{i+r}^{(t)}).$$

O número de regras diferentes com os parâmetros k e r cresce na forma $k^{k^{2r+1}}$ e, portanto, torna-se imenso mesmo para k e r pequenos.

Cada regra leva a padrões que diferem em detalhes. Entretanto, todos os padrões tendem a cair em apenas 4 classes qualitativas conforme Wolfram mostra em [6].

Estas classes de comportamento podem ser caracterizadas empiricamente como segue:

- Classe 1 – evolução leva a estados homogêneos que, por exemplo, tem células com valor 0 (figura 4);
- Classe 2 – evolução leva a um conjunto de estruturas estáveis e periódicas que são separadas e simples (figura 5);
- Classe 3 – evolução leva a padrões caóticos (figura 6);
- Classe 4 – evolução leva à estruturas complexas e, algumas vezes, de longa vida (figura 7).



Figura 4: AC de Classe 1

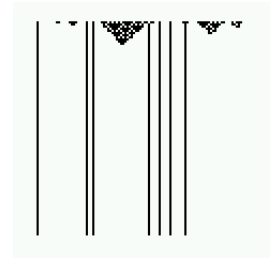


Figura 5: AC de Classe 2

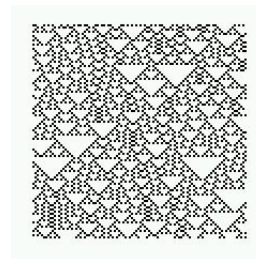


Figura 6: AC de Classe 3

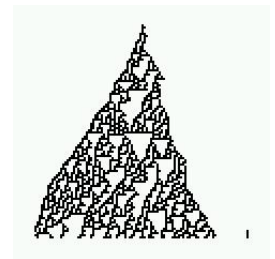


Figura 7: AC de Classe 4

A existência de somente quatro classes qualitativas indica, segundo Wolfram [6], a universalidade do comportamento do autômato celular e muitas características dos autômatos dependem somente da classe que o autômato pertence e não de detalhes precisos da sua evolução.

111	110	101	100	011	010	001	000	$\leftarrow a_{i-1}^{(t)} a_i^{(t)} a_{i+1}^{(t)}$
			↓					$\leftarrow F$
0	1	0	1	1	0	1	0	$\leftarrow a_i^{(t+1)}$
$01011010_2 = 90_{10}$								\leftarrow número da regra

Figura 3: Notação

3 Apresentação do Modelo

Este trabalho apresenta um modelo de autômatos celulares para a sub-divisão de áreas geológicas através da análise da monotonicidade da declividade do seu relevo. Esta análise da motonicidade está embutida nas regras do autômato, que detecta a situação do segmento em relação à área total através do estado assumido pela célula definido pelas regras.

O modelo de autômato celular utilizado é regulado por dois aspectos: (i) pelo número de pontos da malha geofísica que representa a área analisada, que é uma característica determinada pela tomada de informações a respeito da área e depende somente das informações topográficas; e/ou, (ii) pelo tamanho da vizinhança (dado pelo parâmetro r conforme apresentado na seção 2) da célula, que é uma característica facilmente implementada pelo modelo de autômato celular, já que é parâmetro do sistema.

3.1 Definição da Malha

A malha que representa a área geofísica a ser analisada é determinada a partir da sub-divisão da área total em regiões menores. Cada uma destas regiões é indicada por uma célula na malha. As medidas da célula, ou seja, a área compreendida pela célula é determinada pelo analista geofísico. Utilizam-se freqüentemente as coordenadas de latitude e longitude para a definição da malha. A malha é bi-dimensional e forma uma matriz cujos elementos indicam as células e esta matriz não necessariamente é uma matriz quadrada.

A malha de células é representada pela matriz M e M_{xy} é a célula (elemento) que ocupa a região (posição) xy na malha (matriz), conforme a figura 8. O tamanho de cada região está diretamente associado com o refinamento do modelo. Por isso, esta é uma etapa muito importante para a precisão e pode ser determinante para o sucesso do modelo [5].

3.2 Caracterização Topográfica das Áreas Geofísicas

Um dos fatores que influenciam as pesquisas em geofísica é o método de levantamento de dados. Muitas vezes, os dados tomados são baseados em análises e coletas de amostras químicas e físicas ao longo da área em estudo, mas não se possui dados em quantidade estatisticamente suficientes para uma conclusão convincente.

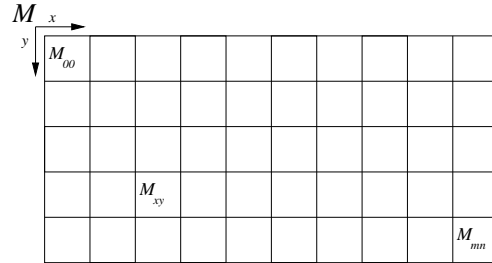


Figura 8: Representação Gráfica da Malha Geofísica

Segundo Kreinovich [5], o princípio da continuidade geofísica das áreas geográficas sugere que a alternativa mais confiável seja a utilização de informações topográficas, como imagens de satélites, possuindo informações mais abundantes em contra-partida à raridade de informações geológicas. Assim, neste trabalho, cada região é caracterizada pela sua topografia.

Para cada uma destas regiões tomam-se os dados topográficos, ou seja, a altura $h(x, y)$ descrita como uma função, por exemplo, da longitude x e latitude y . Estes dados topográficos são os valores iniciais para a construção da matriz de espectros.

3.3 Formação da Matriz Espectral

Muitos dos dados levantados são irrelevantes devido a sua abundância proporcionada pelas informações do satélite. No trabalho de Kreinovich [5], para eliminar estes dados é utilizado a transformada de Fourier que é computada para cada uma das regiões e os valores espectrais são combinados resultando em um único valor espectral.

Neste trabalho, para simplificar a aplicação deste modelo a transformada de Fourier é substituída pela média dos valores levantados pela tomada dos dados topográficos. Assim, os resultados destas médias de valores formam um espectro de valores absolutos e uma matriz destes valores é automaticamente formada. Denota-se por $M_{xy}^{abs.spec}$ o valor absoluto da célula na posição xy da malha.

Por exemplo, a tabela 1 apresenta valores que ilustram os dados levantados pelo mapeamento da topografia de uma determinada área. Para este artigo, utilizaram-se informações de um terreno hipotético, suficientes para a validação do modelo, mas exemplos com terrenos reais po-

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	2	2	2
2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	2	2	2
4	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	2	2	2
5	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	2	2	2
6	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2
7	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2

Tabela 1: $M_{xy}^{abs.spec}$ – Matriz espectral dos valores absolutos

dem ser encontrados em [1].

Para simplificar os dados, normalizam-se os valores absolutos do espectro dividindo cada $M_{xy}^{abs.spec}$ pelo maior destes valores, chamado M_{max} . Assim, cada região tem o seu espectro relativo ao maior dos valores, denotado por $M_{xy}^{rel.spec}$. A tabela 2 apresenta os dados relativos resultantes da normalização.

A figura 9 representa graficamente os valores relativos dos dados da matriz espectral e mapeia o relevo da área considerada.

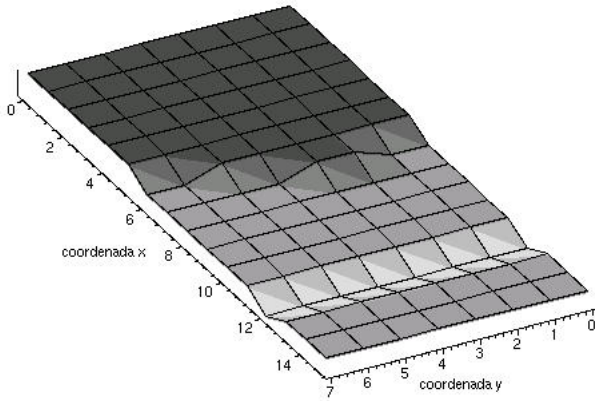


Figura 9: Topografia da área

3.4 Utilização de Intervalos

Seguindo o proposto em [5], utilizam-se intervalos para representar os erros de discretização dos valores associados às células do autômato. Como as alturas são medidas muito exatas provenientes de satélites, os erros nos valores $M_{xy}^{rel.spec}$ vem da discretização. Ou seja, se desejaria conhecer os valores da função

$$M_{xy}^{rel.spec} = \left(\frac{M_{xy}^{abs.spec.}}{M_{max}} \right)$$

para todo x e y , mas apenas são conhecidos os valores nos pontos $(x_1y_1), \dots, (x_my_n)$ determinados pela divisão da área em células.

Para todo xy que é diferente de x_iy_j é razoável estimar $M_{xy}^{rel.spec.}$ como o valor $M_{x_iy_j}^{rel.spec.}$ no ponto x_iy_j mais próximo a xy .

3.4.1 Estimativa do Erro

Quando $x > x_i$, o ponto x_i é ainda o mais próximo até que o ponto médio

$$x_{med} = \frac{(x_i + x_{i+1})}{2}$$

entre x_i e x_{i+1} seja alcançado.

Assume-se que o maior erro possível de aproximação

$$\left| M_{xy}^{rel.spec} - M_{x_iy}^{rel.spec} \right|$$

para tais pontos é alcançado quando a distância entre x e x_i é a maior, ou seja, quando x é o ponto médio e neste caso o erro de aproximação é igual a

$$\left| M_{x_{med}y}^{rel.spec} - M_{x_iy}^{rel.spec} \right|.$$

Assim, o erro de aproximação é limitado por

$$0.5 \cdot \left| M_{x_{i+1}y}^{rel.spec} - M_{x_iy}^{rel.spec} \right|.$$

Similarmente, para $x < x_i$, o erro de aproximação é limitado por

$$0.5 \cdot \left| M_{x_iy}^{rel.spec} - M_{x_{i-1}y}^{rel.spec} \right|.$$

Como se tem dois limites para o erro de aproximação, conclui-se que este erro não pode exceder o menor Δ_i , isto é, o valor:

$$\Delta_i = 0.5 \cdot \min \left(\left| M_{x_iy}^{rel.spec} - M_{x_{i-1}y}^{rel.spec} \right|, \left| M_{x_{i+1}y}^{rel.spec} - M_{x_iy}^{rel.spec} \right| \right).$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
1	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
2	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
3	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
4	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
5	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
6	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67
7	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	1.00	0.67	0.67	0.67

Tabela 2: $M_{xy}^{rel.spec}$ – Matriz espectral dos valores relativos

	0...5	6	7	8...11	12	13...15
0	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
1	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
2	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
3	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
4	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
5	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
6	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]
7	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.83,1.17]	[0.67,0.67]

Tabela 3: $M_{xy}^{x\Box}$ – Matriz intervalar dos valores relativos do eixo x

Analogamente, o mesmo método pode ser aplicado à coordenada y . O erro para esta coordenada não excederá o menor Δ_j , isto é, o valor:

$$\Delta_j = 0.5 \cdot \min \left(\left| M_{xy_j}^{rel.spec} - M_{xy_{j-1}}^{rel.spec} \right|, \left| M_{xy_{j+1}}^{rel.spec} - M_{xy_j}^{rel.spec} \right| \right).$$

Então, ao invés de resultados exatos para os valores $M_{x_i y_j}^{rel.spec}$, para cada i, j , tem-se dois intervalos:

Um para a coordenada x :

$$M_{xy}^{x\Box} = \left[M_{xy}^{x-}, M_{xy}^{x+} \right],$$

onde: $M_{xy}^{x-} = M_{x_i y}^{rel.spec} - \Delta_i$, e $M_{xy}^{x+} = M_{x_i y}^{rel.spec} + \Delta_i$.

E outro para a coordenada y :

$$M_{xy}^{y\Box} = \left[M_{xy}^{y-}, M_{xy}^{y+} \right],$$

onde: $M_{xy}^{y-} = M_{xy_j}^{rel.spec} - \Delta_j$, e $M_{xy}^{y+} = M_{xy_j}^{rel.spec} + \Delta_j$.

Os intervalos calculados pelo método acima para as coordenadas x e y são apresentados nas tabelas 3 e 4, respectivamente.

3.4.2 Operações Intervalares

Algumas relações entre intervalos são definidas. Dados dois intervalos $A = [a, b]$ e $B = [c, d]$:

1. $A = B$ se, e somente se, $a = c$ e $b = d$.
2. $A < B$ se, e somente se, $b < c$.

3. $A > B$ se, e somente se, $a > d$.

4. $A \leq B$ se, e somente se, $A = B$ ou $b < c$.

5. $A \geq B$ se, e somente se, $A = B$ ou $a > d$.

3.5 Determinação dos Estados das Células

3.5.1 Idéia Geral

Neste trabalho, o modelo de vizinhança adotado é o tipo de Von Neumann (observado na figura 1) que utiliza os valores de 5 células (as células vizinhas sem contar as células diagonais e a própria célula) para determinar o comportamento da célula. Por isso, cada célula possui quatro registradores que denotam a declividade do relevo, um para cada célula vizinha, a saber: $m.reg.u$ para a célula acima, $m.reg.d$ para a célula abaixo, $m.reg.l$ para a célula à esquerda e $m.reg.r$ para a célula à direita.

É através do estudo de regiões de monotonicidade da declividade da área que se determinam os segmentos de células que compreendem as sub-áreas geológicas. Por isso, estes quatro registradores, apresentados acima, são utilizados para a determinação do estado da célula em relação as suas vizinhas.

Para isso, cada registrador indica se o valor da função (valores da matriz espectral) está crescendo naquele sentido. Os registradores $m.reg.r$ e $m.reg.l$ indicam o crescimento da função no eixo x e os registradores $m.reg.u$ e $m.reg.d$ no eixo y .

	0...5	6	7	8...11	12	13...15
0	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
1	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
2	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
3	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
4	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
5	[0.33,0.33]	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
6	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]
7	[0.33,0.33]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[0.67,0.67]	[1.00,1.00]	[0.67,0.67]

Tabela 4: M_{xy}^y – Matriz intervalar dos valores relativos do eixo y

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	4	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	4	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	1	0	4	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	1	0	4	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	4	0	0
5	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	1	0	4	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	4	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	4	0	0

Tabela 5: M_{xy}^{status} – Matriz com os valores dos estados (figura 11)

3.5.2 O Algoritmo

O algoritmo para a definição do estado da célula é apresentado a seguir:

1. Na primeira etapa, tem-se disponíveis para cada célula da malha os seguintes dados:

- $M_{xy}^{abs.spec.}$: resultante do levantamento topográfico da região;
- $M_{xy}^{rel.spec.}$: resultante da normalização dos valores absolutos dividido pelo maior destes:

$$M_{xy}^{rel.spec.} = \left(\frac{M_{xy}^{abs.spec.}}{M_{max}} \right)$$

- $M_{xy}^{x\Box}$: intervalo para os valores do eixo x:

$$M_{xy}^{x\Box} = [M_{xy}^{x-}, M_{xy}^{x+}]$$

- $M_{xy}^{y\Box}$: intervalo para os valores do eixo y:

$$M_{xy}^{y\Box} = [M_{xy}^{y-}, M_{xy}^{y+}]$$

2. Como a vizinhança adotada é a de Von Neumann, deve-se efetuar a análise da monotonicidade da declividade para as quatro células vizinhas.

- (a) *Declividade à direita*: Se

$$M_{xy}^{rel.spec.} \leq M_{x+1 y}^{rel.spec.},$$

tem-se,

$$M_{xy}^{x-} \leq M_{xy}^{rel.spec.} \leq M_{x+1 y}^{rel.spec.} \leq M_{x+1 y}^{x+}.$$

Logo,

$$M_{xy}^{m.reg.r} = 1 \text{ (registrador de declividade ativado).}$$

Caso contrário,

$$M_{xy}^{m.reg.r} = 0 \text{ (registrador de declividade desativado).}$$

- (b) *Declividade à esquerda*: Se

$$M_{x-1 y}^{rel.spec.} \leq M_{xy}^{rel.spec.},$$

tem-se,

$$M_{x-1 y}^{x-} \leq M_{x-1 y}^{rel.spec.} \leq M_{xy}^{rel.spec.} \leq M_{xy}^{x+}.$$

Logo,

$$M_{xy}^{m.reg.l} = 1 \text{ (registrador de declividade ativado).}$$

Caso contrário,

$$M_{xy}^{m.reg.l} = 0 \text{ (registrador de declividade desativado).}$$

- (c) *Declividade acima*: Se

$$M_{xy}^{rel.spec.} \leq M_{xy+1}^{rel.spec.},$$

tem-se,

$$M_{xy}^{y-} \leq M_{xy}^{rel.spec.} \leq M_{xy+1}^{rel.spec.} \leq M_{xy+1}^{y+}.$$

Logo,

$M_{xy}^{m.reg.u} = 1$ (registrador de declividade ativado).

Caso contrário,

$M_{xy}^{m.reg.u} = 0$ (registrador de declividade desativado).

(d) *Declividade abaixo*: Se

$$M_{xy-1}^{rel.spec.} \leq M_{xy}^{rel.spec.},$$

tem-se,

$$M_{xy-1}^y \leq M_{xy-1}^{rel.spec.} \leq M_{xy}^{rel.spec.} \leq M_{xy}^y.$$

Logo,

$M_{xy}^{m.reg.d} = 1$ (registrador de declividade ativado).

Caso contrário,

$M_{xy}^{m.reg.d} = 0$ (registrador de declividade desativado).

(e) Caso a célula esteja na borda da malha e

i. não possui células acima, então

$$M_{xy}^{m.reg.u} = 0.$$

ii. não possui células abaixo, então

$$M_{xy}^{m.reg.d} = 0.$$

iii. não possui células à esquerda, então

$$M_{xy}^{m.reg.l} = 0.$$

iv. não possui células à direita, então

$$M_{xy}^{m.reg.r} = 0.$$

3. O estado da célula é definido em função dos registradores calculados na etapa anterior, da seguinte forma:

(a) M_{xy}^{status} é o somatório dos registradores multiplicado pelos seus respectivos pesos, $w_{m.reg.i}$.

$$\begin{aligned} M_{xy}^{status} &= w_{m.reg.r} \times M_{xy}^{m.reg.r} \\ &+ w_{m.reg.d} \times M_{xy}^{m.reg.d} \\ &+ w_{m.reg.l} \times M_{xy}^{m.reg.l} \\ &+ w_{m.reg.u} \times M_{xy}^{m.reg.u} \end{aligned}$$

onde $w_{m.reg.r} = 1$, $w_{m.reg.d} = 2$, $w_{m.reg.l} = 4$ e $w_{m.reg.u} = 8$.

(b) O estado (M_{xy}^{status}) calculado é, necessariamente, um dos estados previstos pela figura 11.

4. Para denotar que a célula é limite de uma área, ou seja, a função passa de crescente para decrescente (ou vice-versa), é utilizado o registrador *limit*. O registrador é determinado da seguinte maneira:

(a) Somente nas situações citadas a seguir o registrador $M_{xy}^{limit} = 0$:

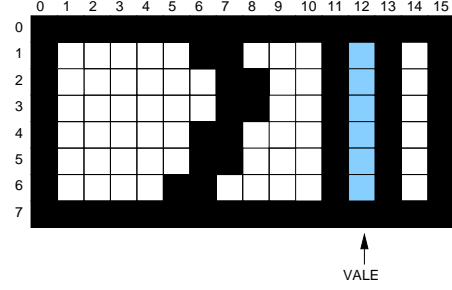


Figura 10: Células Limites

i. $M_{x-1y}^{m.reg.r} = M_{xy}^{m.reg.r} = M_{x+1y}^{m.reg.r} = 1$

ii. $M_{x-1y}^{m.reg.l} = M_{xy}^{m.reg.l} = M_{x+1y}^{m.reg.l} = 1$

iii. $M_{x-1y}^{m.reg.r} = M_{x-1y}^{m.reg.l} = M_{xy}^{m.reg.r} = M_{xy}^{m.reg.l}$
 $= M_{x+1y}^{m.reg.r} = M_{x+1y}^{m.reg.l} = 0$

iv. $M_{xy-1}^{m.reg.d} = M_{xy}^{m.reg.d} = M_{xy+1}^{m.reg.d} = 1$

v. $M_{xy-1}^{m.reg.u} = M_{xy}^{m.reg.u} = M_{xy+1}^{m.reg.u} = 1$

vi. $M_{xy-1}^{m.reg.d} = M_{xy-1}^{m.reg.u} = M_{xy}^{m.reg.d} = M_{xy}^{m.reg.u}$
 $= M_{xy+1}^{m.reg.d} = M_{xy+1}^{m.reg.u} = 0$

(b) Para qualquer outra situação $M_{xy}^{limit} = 1$.

Este algoritmo é repetido para toda a célula da malha. Como resultado, tem-se todos os estados das células determinados pela análise dos seus registradores.

A tabela 5 apresenta a matriz dos estados das células para o exemplo adotado.

3.6 Identificação das Sub-áreas Geológicas

Para identificar as células limites das sub-áreas geológicas basta a análise do registrador *limit* das células da malha. Toda célula que tiver o registrador *limit* com o valor 1 é caracterizada como célula limite de uma sub-área. Ou seja, esta é uma célula que compreende uma área cujas características geológicas estão tomando uma nova configuração. A figura 10 apresenta as células que indicam o limite entre as sub-áreas para o exemplo adotado.

As células situadas na borda da matriz, são consideradas limítrofes pelo modelo. Ainda, quando duas células justapostas estão marcadas como limítrofes como é o caso, por exemplo, das células: M_{61} e M_{71} , M_{72} e M_{82} , M_{73} e M_{83} , M_{64} e M_{74} , M_{65} e M_{75} , M_{56} e M_{66} ; podem ser consideradas como uma depressão na topografia da região. Outra configuração pode ser encontrada quando três células justapostas estão marcadas como limítrofes, como ocorrido nas células: $M_{11\ 1}$, $M_{12\ 1}$ e $M_{13\ 1}$; $M_{11\ 2}$, $M_{12\ 2}$ e $M_{13\ 2}$; $M_{11\ 3}$, $M_{12\ 3}$ e $M_{13\ 3}$; $M_{11\ 4}$, $M_{12\ 4}$ e $M_{13\ 4}$; $M_{11\ 5}$, $M_{12\ 5}$ e $M_{13\ 5}$; $M_{11\ 6}$, $M_{12\ 6}$ e $M_{13\ 6}$. Neste caso, a célula central é considerada como o cume ou o vale da região.

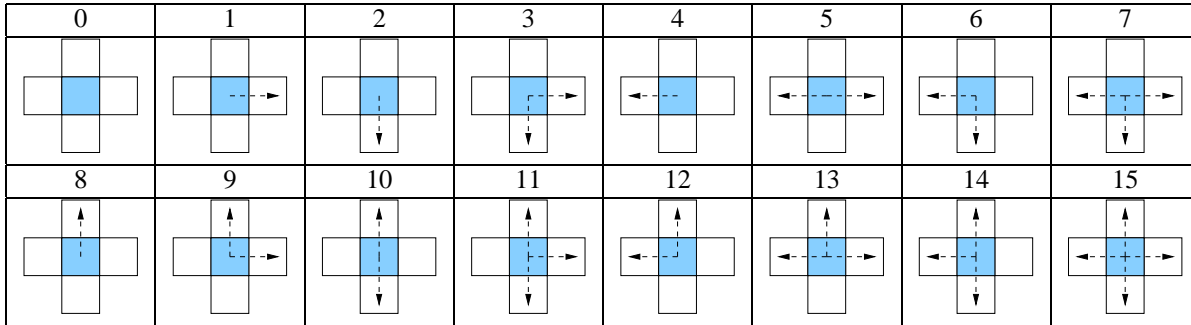


Figura 11: Esquema representativo dos estados

Percebe-se claramente a identificação de quatro áreas limitadas pelas células com valor do registrador $M_{xy}^{limit} = 1$. Por isso, este modelo permite a identificação visual das sub-áreas geológicas facilitando a percepção destas regiões.

4 Considerações Finais

Este trabalho apresenta um modelo de autômatos celulares para sub-divisão de uma área geológica através da análise da monotonicidade das funções que mapeiam sua topografia.

Através de sua simples especificação e implementação é possível perceber visualmente as sub-divisões da área geológica. Além disso, o modelo é inerentemente paralelo do ponto de vista computacional, ou seja, a sua execução síncrona não restringe a ordem de aplicação das regras nas células da malha.

Ainda, a análise da monotonicidade da declividade do terreno está mascarada nas regras do autômato e todos os cálculos efetuados estão armazenados nos registradores das células. Esta característica permite o acesso do pesquisador a qualquer informação pela simples consulta aos registradores da célula desejada sem precisar refazer os cálculos.

Além disso, se as sub-divisões iniciais não forem satisfatórias, então alguns refinamentos podem ser implementados facilmente. Por exemplo, pode-se aumentar o raio da vizinhança e a análise da monotonicidade de uma célula passa a ser efetuada em um número maior de células, maior do que as 4 células apresentadas neste modelo. Esta alternativa indica claramente uma suavização no gráfico da função.

Por outro lado, no modelo apresentado, a **evolução** do sistema está vinculada ao refinamento deste. Ou seja, enquanto o modelo não convergir para o número sub-áreas desejadas efetua-se o ajuste do grão da malha (área compreendida pela célula) ou do tamanho da vizinhança (células que influenciam no comportamento), esta é a característica de dinamicidade do sistema. A alteração destes parâmetros no momento da evolução do sistema podem fornecer mai-

ores variações de precisão do modelo. Assim, o critério de parada desta evolução pode ser implementado de maneira a decidir quais sub-divisões geológicas são mais apropriadas.

Referências

- [1] AUTÔMATOS CELULARES INTERVALARES. **Grupo de Matemática da Computação: Projeto Autômatos Celulares Intervalares**. Disponível por WWW em <http://gmc.ucpel.tche.br/aci> (Set/01).
- [2] ARBIB, M. A. **Theories of Abstract Automata**. [S.l]: Prentice-Hall, 1969. 412p.
- [3] MYHILL, J. The Abstract Theory of Self-Reproduction. In: MESAROVIC, M.D. (Ed.) **Views on General Systems Theory**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1964. p.106-118.
- [4] NEUMANN, J. Von. In: BURKS A.W. (Ed.). **Theory of Self-Reproducing Automata**. Urbana: University of Illinois Press, 1966.
- [5] KREINOVICH, V. et all. **Towards Reliable Sub-Division of Geological Areas: Interval Approach**. El Paso: University of Texas, 2000. (Technical Report - UTEP-CS-00-24)
- [6] WOLFRAM, S. **Cellular automata and complexity: collected papers**. Readings: Addison-Wesley, 1994. 596p.