# Abordagens Genéticas para a Realocação Hierárquica e de Múltiplas Capacidades dos Laboratórios de Metrologia do Comando da Aeronáutica – COMAER

Silvio Luiz Castro Silva<sup>1</sup>, Luiz Antônio Nogueira Lorena<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Programa de Mestrado ou Doutorado em Computação Aplicada – CAP Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

<sup>2</sup>Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada – LAC Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

silvioslcs@ifi.cta.br, lorena@lac.inpe.br

Abstract. This paper show an optimization model for the Problem of Location of the Aerospace Metrology System (SISMETRA). The primary structure implemented to attend the demands metrological services that support aircraft maintenance, has logistics limitations, being thus necessary, the search for an optimized solution that improves the transport of materials and people during the calibration schedules, allowing the encomia of the public resources and operational efficiency to guarantee of metrological reliability of SISMETRA.

This structure has three hierarchical levels of laboratory metrology: Calibration Central Laboratory (CCL), Calibration Regional Laboratories (CRL) and Calibration Sector Laboratories (LSC), where each calibration laboratory has demands in three areas of magnitude 3 (Dimensional, Electrical and Physics).

Resumo. Esse trabalho apresenta um modelo de otimização para o Problema de Localização do Sistema de Metrologia Aeroespacial (SISMETRA). A estrutura primordial implementada para atender as demandas metrológicas que dão suporte aos serviços de manutenção aeronáutica, possui limitações logísticas, sendo dessa forma necessária, a busca por uma solução otimizada que melhore o transporte de materiais e pessoas durante as Diagonais de Calibração (DC), possibilitando encomia de recursos públicos e eficiência operacional para a garantia da confiabilidade metrológica do SISMETRA. Toda essa estrutura laboratorial possui três níveis hierárquicos de metrologia: Laboratório Central de Calibração (LCC), Laboratórios Regionais de Calibração (LRC) e Laboratórios Setoriais de Calibração (LSC), onde cada

laboratório possui demandas de calibração em 3 três áreas de grandeza (Dimensional, Elétrica e Física).

**Palavras-chave:** Otimização, Problema de Localização de Concentradores, SISME-TRA

## 1. Introdução

Com a idealização do Sistema de Metrologia Aeroespacial (SISMETRA) em 07 de dezembro 1988 (BRASIL. Ministério da Aeronáutica, 1988), pertencente ao Comando da Aeronáutica (COMAER), órgão subordinado ao Ministério da Defesa (MD), foi criada uma estrutura de laboratórios de metrologia localizados e alocados, inicialmente, em algumas organizações militares do COMAER, visando o amplo atendimento dos projetos aeronáuticos de manutenção espalhados no território nacional. Esses laboratórios estão organizados em uma estrutura composta por 3 (três) níveis hierárquicos de metrologia (BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica, 2009).

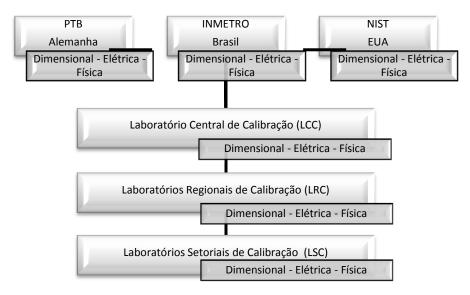


Figura 1 - Cadeia de rastreabilidade do SISMETRA

Fonte: adaptada de (BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica, 2008)

Na Figura 1 é apresentada a estrutura hierárquica dos laboratórios do SISMETRA, onde o Laboratório Central de Calibração (LCC) contém os laboratórios de maior nível metrológico do SISMETRA. Esses laboratórios do LCC são diretamente ligados ao Laboratório Nacional de Metrologia (LNM), que é representado pelo Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO). Os laboratórios pertencentes ao LCC têm seus padrões metrológicos calibrados pelo LNM ou por laboratórios pertencentes à Rede Brasileira de Calibração - RBC, quando a calibração não for possível dentro do país a mesma pode ser realizada por laboratórios internacionais de mesmo nível metrológico do LNM. Essa estrutura superior de laboratórios permite a disseminação da rastreabilidade dos padrões internacionais de metrologia aos padrões dos Laboratórios Regionais de Calibração (LRC), que por sua vez, realizam a calibração dos padrões dos Laboratórios Setoriais de Calibração (LSC), disseminado assim, a rastreabilidade dos padrões internacionais para toda a estrutura de

laboratórios do SISMETRA e consolidando a confiabilidade metrológica das medições e calibrações realizadas pelo SISMETRA. Essa sistemática proporciona subsidio para o cumprimento da missão de manutenção aeronáutica do COMAER (BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica, 2008).

Esses laboratórios atendem paralelamente as múltiplas demandas de calibração originárias de cada uma das 3 (três) áreas de grandezas de cada laboratório: Dimensional, Elétrica e Física. Com isso durante as janelas de calibração (programação para a calibração dos padrões de cada laboratório) cada laboratório envia, na data agendada, seus instrumentos para cada uma das áreas equivalentes do seu laboratório de referência dentro do sistema.

Como essas múltiplas demandas de fluxo de transporte de instrumentos e técnicos vêm crescendo ao longo da maturidade do sistema, viu-se necessário questionar a alocação primordial dos laboratórios pertencentes ao SISMETRA, verificando se a alocação dos laboratórios foi definida sobre algum ponto de vista de otimização logística, considerando as distâncias entre os laboratórios e a múltipla capacidade de atendimentos das múltiplas demandas, pois seria de grande valia para o sistema a otimização do fluxo logístico de materiais e técnicos, obtendo assim, uma proporcional economia de recursos públicos.

Dessa forma, esse trabalho propõe a realocação hierárquica e com múltiplas capacidades dos laboratórios de metrologia do SISMETRA, através de soluções otimizadas por Algoritmos Genéticos (AG), utilizando como referência o modelo de otimização para o Problema de Localização de Concentradores (PLC).

A utilização de abordagens genéticas tem como justificativa a complexidade do problema, sendo o problema de localização de concentradores pertencente à classe dos problemas NP-hard (Arakaki & Lorena, 2006) e (Almeida, 2009), onde essa classe de problemas dispende de grande custo computacional para obtenção de soluções ótimas, entretanto, metaheurísticas comumente apresentam soluções de boa qualidade para o problema, como por exemplo, os AG para a configuração de uma rede *hub-and-spoke* para uma empresa de caminhões no Brasil (Cunha & Silva, 2007) e abordagens neurais versus tradicional para a localização das instalações concentradoras (Smith, Krishnamoorthy, & Palaniswami, 1996).

## 2. Sistema de Metrologia Aeroespacial

O SISMETRA é constituído de organizações militares dispostos em uma estrutura matricial atuando, tanto verticalmente quanto horizontalmente nas atividades metrológicas de interesse do COMAER, sendo composto no seu Nível Estratégico pela Coordenadoria Geral de Metrologia, no Nível Tático pelo Órgão Central do SISMETRA e, no Nível Operacional pelos Elos do SISMETRA (BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica, 2008).

O Nível Estratégico é representado pela Coordenadoria de Metrologia do SISMETRA a qual é um conselho tem a responsabilidade de assessorar o Comandante do Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA) na elaboração de diretrizes metrológicas, visando operacionalidade para o sistema. Essa coordenadoria é assessorada por especialistas nacionais e/ou internacionais, podendo essa assessoria participar de atividades específicas, relacionadas à Coordenadoria de Metrologia do SISMETRA.

O Nível Tático é representado pela Divisão de Confiabilidade Metrológica Aeroespacial

(CMA) pertencente ao Instituto de Fomento e Coordenação Industrial (IFI), localizado em São José dos Campos dentro do DCTA, a qual tem a responsabilidade de planejar, controlar, normalizar e aprimorar o SISMETRA, garantindo recursos humanos e o gerenciamento das informações metrológicas.

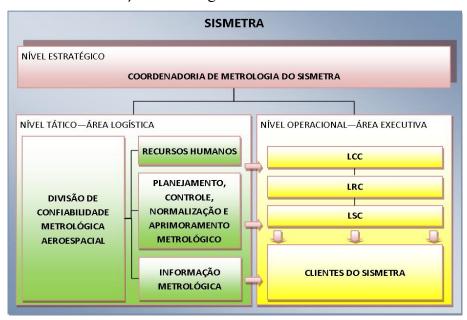


Figura 2 - Concepção Matricial do SISMETRA

Fonte: Adaptada de (BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica, 2008).

O Nível Operacional é formado pelo Laboratório Central de Calibração (LCC), conjuntos de laboratórios pertencentes ao DCTA, que é o laboratório de mais alto nível metrológico dentro da estrutura do SISMETRA, estando no topo da cadeia de rastreabilidade metrológica do COMAER, garantindo que os padrões metrológicos do sistema sejam rastreáveis a padrões nacionais e internacionais de medição. No nível nacional a rastreabilidades é garantida diretamente pelo Laboratório Nacional de Metrologia (LNM) do Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO) ou por laboratórios da Rede Brasileira de Calibração (RBC). Quando nacionalmente os padrões do SISMETRA não puderem ser calibrados nacionalmente, os mesmos poderão ser enviados para calibração em laboratórios internacionais de metrologia.

Ainda no Nível Operacional temos os Laboratórios Regionais de Calibração (LRC), laboratórios subordinados ao LCC, tendo seus padrões calibrados pelo LCC. Os LRC são laboratórios alocados em Organizações Militares (OM) no território nacional, sendo esses laboratórios autorizados pelo Órgão Central para fornecer rastreabilidade aos padrões dos Laboratórios Setoriais de Calibração (LSC). Os LSC são laboratórios dispostos no território nacional e que tem a reponsabilidade de calibrar instrumentos de medição, equipamento, sistemas de medição para fins de medição e controle dos processos tecnológicos de interesse do COMAER.

Essa estrutura em árvore com níveis metrológicos hierárquicos possibilita um fluxo de demanda em que os laboratórios de nível inferior (demanda) são atendidos pelo seu laboratório (facilidade concentradora) do nível superior, concentrando assim, as demandas de rastreabilidade e fornecendo estrutura para o entendimento de todo o sistema.

Os laboratórios do SISMETRA estão estruturados de acordo com o seguinte organograma, apresentado na Figura 3.

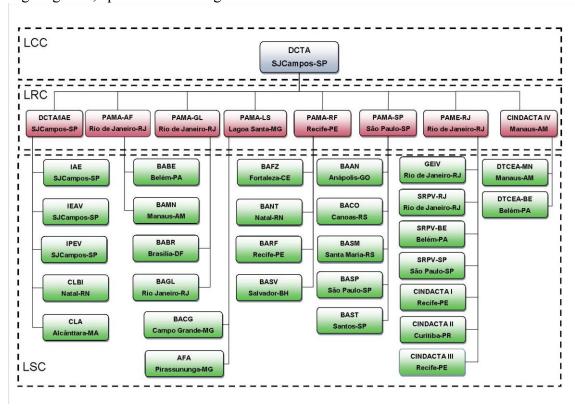


Figura 3 - Organograma do SISMETRA.

Nesse organograma pode-se visualizar a hierarquia dos níveis metrológicos onde o DCTA representa o LCC (raiz de arvore), sendo o laboratório ligado diretamente ao LNM e que dissemina a rastreabilidade nacional ao SISMETRA. Temos também os laboratórios concentradores de demanda, os LRC (nós intermediários), que são os laboratórios que ampliam a abrangência da rastreabilidade atendendo as demandas dos LSC (nós folhas) que são os laboratórios responsáveis pelo controle da instrumentação diretamente ligada a manutenção aeronáutica.

#### 3. Problema de Localização de Concentradores

Existem problemas conhecidos como problemas de localização-alocação e tem o objetivo de localizar facilidades que serão alocadas as demandas, maximizando o atendimento ou minimizando os custos operacionais. Segundo Yaman (2008) e Arakaki (2002), muitos desses problemas de localização-alocação pertencem à classe dos problemas NP-Difícil.

Existem formulações problemas de localização-alocação que são modelados como um Problema de Localização de Concentradores (PLC). O modelo para o PLC idealiza uma estrutura de rede tipo eixo-raio (hub-and-spoke network): Figura 4, onde são localizados concentradores para aglomerar o fluxo de demanda existente, sendo criadas conexões de maior fluxo entre todos os concentradores, para que dessa forma, o deslocamento da demanda seja realizado através do concentrador em que o nó de demanda está alocado, até o concentrador em que o nó de destino está alocado, que por sua vez, distribuirá a demanda para o destino pertinente. Esse tipo de rede pode ser encontrado nos trabalhos de (Campbell J. F., 1994), (O' Kelly & Miller, 1994), (O'Kelly, Bryan, Skorin-Kapov, &

Skorin-Kapov, 1996) e (Sá, 2011).

Esse modelo segundo Sá (2011) e O' Kelly & Miller (1994) é utilizado com muita propriedade como suporte estratégico para implementações de atendimento de demandas de transporte público, pois como as conexões de origem/destino são inúmeras, acaba sendo inviável financeiramente a criação todas essas vias de conexão, sendo dessa forma, uma solução promissora a concentração do fluxo em pontos estratégicos (concentradores), criando mecanismos para o transporte em massa entre os concentradores até os pontos de destino.

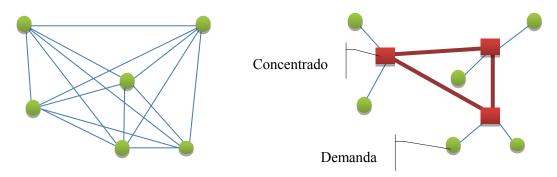


Figura 4- (a) Conexão entre origem/destino. (b) Rede eixo-raio. Fonte: adaptada de Sá (2011, p. 4).

A primeira publicação realizada para apresentar o problema de localização de concentradores foi realizada por Goldman (1969), mas O'Kelly (1987) publica a primeira formulação quadrática para o problema de localização não capacitada de *p*-concentradores, (USApHMP - *Uncapacitated Single Allocation p-Hub Median Problem*),

Existe outro tipo de rede conhecido com *star-star network*, Figura 5, nessa estrutura em estrela existe uma Unidade Central, onde os nós Concentradores localizados estão diretamente ligados. Os nós restantes são alocados aos concentradores. Nesse tipo de rede o processo de otimização consiste em localizar as facilidades concentradoras minimizando os custos de localizar os concentradores e alocar os terminais a esses concentradores (Klincewicz, 1998) e (Yaman, 2008).

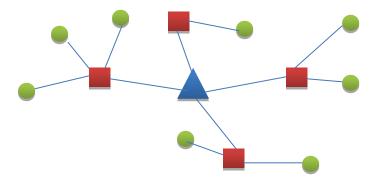


Figura 5 - Modelo de rede star-star com três níveis hierárquicos

Nesse tipo de rede *star-star* os nós de demanda direcionam o fluxo através de um nó concentrador para a unidade central. Esse tipo de rede é um caso especial do problema

de *p*-medianas onde é acrescentado um custo de ligar os concentradores, localizados, a unidade central. Esse tipo de problema é chamado na literatura de Problema de Localização de Concentradores Não Capacitado em uma Rede Estrela-Estrela (UHLP-S - *Uncapacitated Hub Location Problem in a Star–Star Network*). O UHLP-S também é modelado como um Problema de Localização de Facilidades (UFLP – *Uncapacitated Facility Location Problem*). Segundo (Labbé & Yaman, 2008) a modelagem UFLP aplicada a uma rede *star-star* é introduzida por Hakimi (1964) quando ele aplica os modelos 1-mediana e o *p*-mediana para a localização de centros de troca em redes de comunicação.

Para problemas capacitados existe a modelagem para o Problema de Localização de Concentradores Capacitados em uma Rede Star-Star. Esse modelo é composto por um conjunto de Terminais,  $T_i$ ,  $i \in N$ ,  $N = \{1, ..., n\}$ , normalmente idênticos, dispersos geograficamente e de localização conhecida; um conjunto de Concentradores,  $C_j$ ,  $j \in M$ ,  $M = \{0, ..., m\}$ , unidades de porte e capacidade superior aos terminais, podendo ou não estarem localizadas juntos aos terminais, e cujo número e localização, normalmente, é desconhecido; e uma  $Unidade\ Central$ ,  $C_0$ , equipamento de grande porte quando comparado com os demais elementos e de localização normalmente conhecida. A formulação para o Problema de Localização de Concentradores Capacitados em uma Rede Star-Star (CHLP-S - Capacitated Hub Location Problem in a Star-Star Network) e é apresentada na Equação (1) (Gen, Tsujimura, & Ishizaki, 1996):

Minimizar:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} d_j y_j$$
 (1)

Sujeito a:

$$\sum_{j=0}^{m} x_{ij} = 1, \qquad i = \{1, \dots, n\}$$
 (2)

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \le k_j y_j, \qquad j = \{1, \dots, m\}$$
 (3)

$$x_{ij}, y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i, j \tag{4}$$

onde:

 $y_j$  é uma variável binária que assume o valor 1 se o nó i é escolhido para concentrador e 0, caso contrário.

 $x_{ij}$  é uma variável binária que assume o valor 1 se o terminal  $T_i$  está ligado ao concentrado  $C_i$  e 0, caso contrário.

 $d_i$  representa o custo de implementação de uma unidade concentradora no ponto j.

 $c_{ij}$  representa o custo de ligar um terminal  $T_i$  ao concentrador  $C_i$ .

 $k_j$  representa a capacidade máxima, aconselhável, de terminais que cada concentrador  $C_j$  pode gerenciar.

Nesse modelo os terminais i são ligados diretamente aos concentradores j e os concentradores j ligados diretamente à unidade central  $C_0$ . A restrição (2) garante que cada terminal i será ligado somente a um concentrador j. A restrição (3) restringe o número máximo, aconselhável, de terminais que cada concentrador  $C_j$  pode gerenciar. A restrição (4) garante a integralidade das variáveis de decisão.

A formulação procura otimizar uma solução que minimize os custos de implantação dos concentradores e da alocação dos terminais, permitindo responder as seguintes perguntas (Goldbarg & Luna, 2005):

- Quantos concentradores s\u00e3o necess\u00e1rios?
- Onde eles deverão estar localizados?
- De que forma os concentradores estarão ligados à central?
- Quais terminais serão designados a quais concentradores?
- De que maneira os terminais estarão conectados aos concentradores a eles designados?

Para que seja possível representar efetivamente a estrutura e funcionalidade do SISMETRA, Figura 3, foram realizadas algumas mudanças na formulação apresentada na Equação (1), transformando o modelo CFLP-S em um modelo para o Problema de Localização de Concentradores com Múltiplas Capacidades em uma Rede Estrela-Estrela (MCCLP-S – *Multi-Capacitated Concentrator Location Problem in a Star–Star Network*):

Minimizar 
$$z = \sum_{s \in S} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} Q_{is} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} d_j y_j$$
 (5)

Sujeito a: 
$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \quad i = \{1, ..., n\}$$
 (6)

$$\sum_{i=1}^{n} Q_{is} x_{ij} \le k_{js} y_j, \qquad j = \{1, \dots, m\} \ e \ s = \{1, 2, 3\}$$
 (7)

$$x_{ij}, y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i, j \tag{8}$$

onde:

Terminais,  $T_i$ ,  $i \in N$ ,  $N = \{1, ..., n\}$ , Laboratório Setoriais de Calibração LSC com estrutura metrológica normalmente idênticas, dispersos geograficamente e de localização conhecida.

Concentradores,  $C_j$ ,  $j \in M$ ,  $M = \{1, ..., m\}$ , Laboratórios Regionais de Calibração com capacidade metrológica superior aos LRC, podendo ou não estarem localizadas juntos aos terminais, e cujo número é conhecido e a localização é desconhecida.

Unidade Central,  $C_0$ , Laboratório Central de Calibração LCC, laboratório de grande porte quando comparado com os demais laboratórios e de localização conhecida.

Áreas de Grandeza,  $s \in S$ ,  $S = \{1 = Dimensional, 2 = Elétrica, 3 = Física\}$ , representa as três áreas de atendimento de calibração.

 $y_j$  é uma variável binária que assume o valor 1 se o nó i é escolhido para LRC e 0, caso contrário.

 $x_{ij}$  é uma variável binária que assume o valor 1 se o LSC  $T_i$  está ligado ao LRC  $C_j$  e 0, caso contrário

 $d_i$  representa a distância do LRC na localidade j ao LCC.

 $c_{ij}$  representa a distância do LSC  $T_i$  ao LRC  $C_i$ .

 $Q_{is}$  representa a demanda de calibração do laboratório i da área de grandeza s.

 $k_{js}$  representa as múltiplas capacidades máximas de serviços que cada setor do LRC  $C_j$  pode atender, com  $s \in \{1,2,3\}$  representando as subárea de cada laboratório: Dimensional, Elétrica e Física.

No modelo modificado n = m e os LSC i são ligados diretamente aos LRC j, e os LRC j ligados diretamente ao LCC  $C_0$ . A restrição (6) garante que cada LSC i será ligado a um LRC j. Já a restrição (7) foi alterada e agora gerencia a capacidade de atendimento de cada setor  $s \in \{1,2,3\}$  do LRC j da demanda  $Q_{is}$  de cada setor do LSC i, para que a mesma não seja excedida. A restrição (8) ainda garante a integralidade das variáveis de decisão do modelo.

Pode-se transformar o modelo para o MCCLP-S em um modelo para o Problema de Localização de p-Concentradores com Múltiplas Capacidades em uma Rede Estrela-Estrela (MCpCLP-S *Multi-Capacitated p-Concentrator Location Problem in a Star—Star Network*), acrescentando a restrição abaixo:

$$\sum_{i=1}^{m} y_j \le p \tag{9}$$

## 4. Algoritmo Genético

Algoritmos Genéticos (AGs) fazem parte do conjunto de algoritmos computacionais pertencentes à Computação Evolucionária (CE) na área de Inteligência Artificial (IA). Inicialmente são baseados nos mecanismos de seleção natural e da genética introduzidos por John Holland (1975) e popularizados por David Goldberg (1989). Normalmente são usados para resolver problemas complexos que possuem espaço de soluções robusto e que não possuam um algoritmo de solução em tempo polinomial. Essa metaheurística utiliza de mecanismos para encontrar regiões de soluções viáveis para procurar o ponto com "alta aptidão" que melhor representa uma solução para o problema.

Essa classe de algoritmos estocásticos Darwinista são normalmente aplicados a problemas que não possuem métodos exatos de solução. Esses problemas são conhecidos como problemas NP-Hard e os AGs frequentemente encontram soluções, aproximadamente, ótimas. (Michalewicz, 1996, p. 13).

Os AG possuem reconhecimento científico por servirem de ferramenta robusta para a eficiente otimização de problemas acadêmicos e problemas reais. Algumas das implementações de sucesso dos AG são: otimização do plano de tratamento em radioterapia conformal 3D (Goldbarg, Goldbarg, Mendes, Araújo, Corso, & Osti, 2009), configuração de redes de distribuição (Bento & Kagan, 2008), sequenciamento de projetos com recursos limitados (Mendes & Gonçalves, 2003), na clusterização de aprendizes de acordo com seus estilos de aprendizagem (Silva & Lorena, Algoritmo Genético para a clusterização de grupos de aprendizes utilizando o inventário de estilos de aprendizagem de Felder-Soloman, 2011), problemas de clustering de grafos orientados (Dias, 2004); problemas de localização de p-medianas (Lorena & Furtado, 2001); problemas de programação de operações em um ambiente de produção Flow Shop, tendo como objetivo minimizar o estoque em processamento (Ribeiro, Nagano, & Lorena, 2007); problemas de expansão de sistemas de transmissão (Miasaki & Romero, 2007); problemas químicos (Filho & Poppi, 1999), etc.

#### 5. Abordagens Genéticas Utilizadas

Buscando a simplicidade e eficiência para representação dos indivíduos esse trabalho utiliza a representação proposta por Topcuoglu, Corut, Ermis, & Ylmaz (2005) e utilizada por Almeida (2009, p. 44). Essa representação é formada por dois vetores que, respectivamente, representam os concentradores localizados e as alocações selecionadas. É utilizada uma representação binária para localizar os concentradores, onde cada *j-ésima* posição do *hubArray* quando igual a 1 (um) representa que foi localizado um concentrador na *j-ésima* localidade e 0 (zero) caso contrário. Na representação inteira para as alocações tem-se o *AssignArray* onde a *i-ésima* posição armazena a *j-ésima* posição do concentrador, ao qual a *i-ésima* localidade esta alocado.

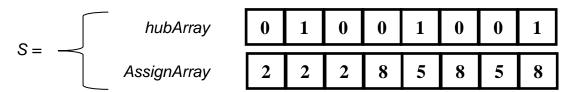


Figura 6 - Representação do Indivíduo

A representação acima, Figura 6, demonstra uma alocação dos nós 1 e 3 ao concentrador 2; do nó 7 ao concentrador 5 e dos nós 4 e 6 ao concentrador 8. Essa representação proporciona eficiente movimentação sobre o espaço de busca tornando fácil o cálculo da função objetivo.

A População Inicial de tamanho  $Np = \{1,..., n\}$  é composta por um conjunto de cromossomos  $S = \{S_1,..., S_n\}$ , onde inicialmente é preenchido, de forma aleatória, o vetor hubArray com um conjunto de concentradores  $\leq p$  e depois cada nó Terminal  $T_i$  é alocado, aleatoriamente, a um dos  $C_i$  concentradores localizados anteriormente

O operador de cruzamento utilizado na abordagem proposta é o operador de dois pontos, onde os vetores *hubArray e AssignArray* são empilhados e dois pontos de cruzamento aleatórios cortam os dois vetores e os genes entre os dois pontos são trocados, gerando dois novos filhos. Com essa operação alguns filhos podem não representar uma solução válida para o problema, sendo necessário realizar um ajuste no cromossomo. Esse ajuste pode ser realizado em duas situações:

Quando o cruzamento gerar uma solução em que uma alocação não tenha o seu respectivo concentrador localização.

• Ajuste: Verificar, no sentido crescente, qual j-ésimo concentrador não foi localizado no vetor hubArray e realizar e alteração para 1 (um) da j-ésima posição.

Quando uma solução tiver um concentrador localizado sem nenhuma alocação referenciada no vetor *AssignArray*. Esses erros de representação são corrigidos através dos seguintes procedimentos:

• **Ajuste**: Verificar, no sentido crescente, qual j-ésimo concentrador não possui alocações referenciadas e atribuir ao j-ésimo gene do vetor hubArray o valor 0 (zero).

Abordagens de ajustes semelhantes são apresentadas em Topcuoglu, Corut, Ermis, & Ylmaz (2005).

Pelo tipo de problema e pela forma de representação utilizada existem alguns movimentos com a representação dos concentradores e com representação dos terminais que podem ser implementados aplicando diversidade à população, permitindo que ela tenha recursos para fugir dos ótimos locais, encontrado regiões promissoras para o refinamento da solução. Nesse trabalho foram aplicados 4 (quatro) tipos de movimentos permitidos pela representação (M1, M2, M3, M4), onde os operadores de mutação M3 e M4 se baseiam nos procedimentos de mutação utilizados em Topcuoglu et al. (2005).

Os operadores de mutação utilizados possuem suas respectivas taxa de probabilidades de mutação (Tm1, Tm2, Tm3, Tm4).

- M1: Nesse procedimento é selecionado aleatoriamente um concentrador, e o
  movimento de mutação consiste em localizá-lo em outra localidade aleatória,
  mantendo os nós alocados a esse concentrador. A taxa de mutação Tm1 é
  aplicada a cada concentrador localizado.
- M2: Nessa operação realizamos a permutação entre dois concentradores selecionados aleatoriamente, atribuindo à localidade de um para o outro e vice e versa. A taxa de mutação Tm2 é aplicada a cada concentrador localizado
- M3: Nesse procedimento são selecionados nós alocados e o movimento de mutação consiste em realocar esse nó para outro concentrados caso esse nó seja o único alocado ao concentrador a operação de mutação não é realizada. A taxa de mutação Tm3 é aplicada a cada gene do vetor assignArray.
- M4: Nessa operação realizamos a permutação entre dois nós alocados, atribuindo o concentrador de um para o outro e vice e versa, caso esses nós não sejam. A taxa de mutação Tm4 é aplicada a cada gene do vetor assignArray.

As abordagens de mutação M1, M2, M3 e M4 são aplicadas sequencialmente a população corrente da iteração.

O intervalo de geração utilizado e o Intervalo Geracional  $\lambda$  (= $\mu$ ) ( $\mu$ = $n^{\circ}$  de pais,  $\lambda$ = $n^{\circ}$  de filhos) acrescido de Elitismo, onde o melhor indivíduo da população corrente é mantido na próxima geração, substituindo os k piores indivíduos dessa nova população.

Existem varias técnicas para determinação do critério de para. Foi utilizado nessa dissertação o critério que encerra o algoritmo quando o algoritmo encontrar a solução ótima, pois como na implementação com CPLEX 10.1 a solução ótima foi encontrada, pode-se utilizar esse critério.

O modelos para otimização de problemas do mundo real, constantemente, são compostos de restrições, para as variáveis de decisão, que precisam ser gerenciadas. O modelo, (5), proposto para localizar e alocar os laboratórios do SISMETRA possui 4 (quatro) restrições que garantem: Restrição (6) que cada LSC i será ligado a um LRC j; Restrição (7) gerencia a capacidade de atendimento de cada setor  $s \in \{1,2,3\}$  do LRC j da demanda  $Q_{is}$  de cada setor do LSC i, para que a mesma não seja excedida. Restrição (9) garante o numero de concentradores que serão localizados. A Restrição (8) que garante que as variáveis de decisão são valores binários é gerenciada, intrinsicamente, pela representação proposta para o cromossomo utilizado.

Para gerenciar essas restrições, implementa-se uma penalidade de "morte" ao cromossomo que infringir algumas dessas 4 (quatro) restrições, sendo descontinuada a solução penalizada e substituída por uma outra solução preenchida aleatoriamente, como no na criação dos genótipos da população inicial.

Com os operadores apresentados até agora tem-se um conjunto de mecanismos genéticos apar compor um Algoritmo Genético Simples (AGS), mas para melhorar a eficieência do AGS, foi acrescentada uma busca local após a substituição da população com elitismo, com o intuito de potencializar o mecanismo de refinamento de soluções promissoras do AGS. Esse acréscimo transforma o AGS em um Algoritmo Genético Memético (AGM).

No AGM como a busca local é implementada para alocar um nó terminal ao seu concentrador mais próximo, a operação de busca interage apenas com o vetor *assignArray*, onde as mutações M3, M4, podem ser excluídas, pois se tem a certeza que após a busca local todos os indivíduos possuíram as melhores alocações para os concentradores explorados pelos operadores genéticos.

A busca local escolhida foi o algoritmo de subida da encosta. Nesse algoritmo a cada iteração é criado um conjunto de soluções vizinhas conseguidas pela função N(s) que mapeia toda solução  $s \in S=\{Espaço \ de \ Busca \ do \ Problema\}$  para um subconjunto N(s)  $\subseteq S$ , onde um elemento de N(s) é denominado vizinho de s. Para conseguir um vizinho  $s' \in N(s)$  realiza-se uma operação denominada movimento. A operação de movimento utilizado é implementada com a realocação, no sentido crescente, do i-ésimo nó terminal a outro j-ésimo concentrador, sendo o subconjunto N(s) definido por todas as combinações possível para realocar o i-ésimo nó terminal. Após a criação da vizinhança é selecionado o melhor vizinho s' e caso ele seja melhor que a solução corrente s a solução corrente é substituída por s'. Essa busca local é realizada para todos os i-ésimo terminais do vetor AssignArray de cada cromossomo da população atual. (Lacerda, 2012). O exemplo de criação de vizinhos pode ser visualizado na Figura 7.

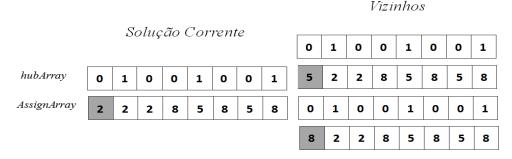


Figura 7 – Criação da Vizinhança para o Primeiro Terminal

#### 6. Resultados

Para a otimização do problema proposto foi utilizado o software CPLEX na versão 10.1, um Algoritmo Genético Simples e um Algoritmo Genético Memético. As execuções foram realizadas para uma instância do problema com 37 localidades. Essa instância, ilustrada na Figura 3, utiliza as localidades que compõem, atualmente, o SISMETRA. Também é apresentado o melhoramento logístico conseguido com a otimização proposta.

As execuções computacionais foram realizada em um computador *Atom* 1,66 GHz, 2GB de memória *ram*, com *Windows 7 Starter* 32 *bits*.

Para essa proposta são utilizados valores de demanda e capacidade definidos aleatoriamente. Já a determinação das matrizes de *distâncias* foi realizada através das

distâncias geodésicas entre as localidades, podendo ser determinada em radianos pela equação (10) (Love, Morris, & Wesolowsky, 1988, p. 38).

$$d(l_i, l_j) = \cos^{-1} \left[\cos l_{i1} \cos l_{j1} \cos (l_{i2} - l_{j2}) + \sin l_{i1} \sin l_{j1}\right]$$
(10)

Tabela 1 - Resultado do CPLEX 10.1 para Otimização do Modelo MCpCLP-S com 37 Localidades

N	р	Fob	Tempo (seg)		
37	8	130722,00	0,59		

A execução do *CPLEX* foi realizada na configuração *default* do *software*, conseguindo encontrar a solução ótima com um tempo de execução de 0,59.

A solução ótima encontrada pelo *software* CPLEX foi utilizada como referência para comparação com as abordagens evolutivas propostas AGS e AGM. Todos as propostas de otimização utilizam o modelo MCpCLP-S apresentado na formulação (5).

Tabela 2 – Resultados das 50 execuções do AGS para Otimização do Modelo MCpCLP –S com 37 Localidades

		Fob 131545	(seg)	Divers.	Exec.	NFob	F.b	Tempo	
		131545			LXCC.	NFOD	Fob	(seg)	Divers.
2 1	249056		64,44	8	26	1075056	136003	58,50	17
		131545	71,03	13	27	1037406	131545	64,37	18
3 1	011252	136003	60,07	11	28	320370	130722	17,45	4
<b>4</b> 1	011558	136003	57,67	32	29	180546	130722	10,45	3
5	31938	130722	1,71	26	30	1608528	136003	91,62	16
6	299004	130722	16,95	14	31	124764	130722	6,61	6
7 1	503912	136003	89,47	8	32	43224	130722	2,17	11
<b>8</b> 1	421412	136003	78,99	22	33	162048	130722	9,15	6
9 :	229776	130722	13,04	20	34	1668198	130722	94,96	22
10	846840	130722	46,07	8	35	56718	130722	3,06	15
11 8	856818	130722	49,24	5	36	1191144	136003	68,31	23
<b>12</b> 1	040970	131545	57,20	12	37	354600	130722	19,35	8
13	252606	130722	14,21	5	38	398580	130722	20,28	4
<b>14</b> 1	170996	131545	65,38	29	39	411570	130722	20,63	3
<b>15</b> 1	124310	136003	56,56	19	40	1733916	131545	88,54	28
16	12054	130722	0,70	16	41	1120584	131545	76,15	6
<b>17</b> 1	092624	131545	58,20	14	42	94596	130722	4,89	10
<b>18</b> 1	090194	131545	67,31	11	43	1208418	136003	66,76	18
<b>19</b> 1	234518	136003	67,93	3	44	1678116	136003	92,70	21
<b>20</b> 1	376214	136003	78,85	29	45	210984	130722	12,32	11
21 4	420390	130722	23,21	8	46	1173054	131545	59,37	28
22	232554	130722	13,36	6	47	1070664	136003	54,22	16
<b>23</b> 1	387452	136003	73,36	25	48	1194078	136003	57,89	13
24	247260	130722	12,52	6	49	108606	130722	5,43	6
25	396984	130722	20,47	10	50	204486	130722	9,98	16

Na Tabela 2, são apresentadas as 50 execuções do AGS para um instancia de 37 localidades para a otimização do modelo MCpCLP –S. Essas execuções produziram os seguintes valores médios e seus respectivos desvios padrão: Fob<sub>médio</sub>=132471 e Fob<sub>desvPad</sub>=2357; NFob<sub>médio</sub>=782586 e NFob<sub>desvPad</sub>=542315; Tempo<sub>médio</sub>=43 segundos e Tempo<sub>desvPad</sub>=30 segundos. Com esses resultados constata-se que o AGS apresentou tempo computacional maior que o tempo gasto pela otimização com o CPLEX, e mesmo assim, não consegui encontrar a solução ótima em 50% das execuções (36 de 50 execuções).

As execuções do AGS foram realizadas utilizando o modelo MCpHLP-S com p=8 e n=m=37 localidades. Foram padronizados os seguintes parâmetro genéticos: Tc=0,8, Tm1=0,1, Tm2=0,001, Tm3=0,005, Tm4=0,005 e critério de parada igual a 1 milhão de iterações ou se o algoritmo encontrar a solução ótima (solução conseguida com a otimização do CPLEX. Também utilizou um intervalo de geração geracional  $\lambda$  (= $\mu$ ) ( $\mu$ =n° de pais,  $\lambda$ =n° de filhos) acrescido de Elitismo, onde o melhor indivíduo da população corrente é mantido na próxima geração, substituindo os k=2 piores indivíduos dessa nova população. Também foram padronizados o tamanho da população Np=6, o número de concentradores p=8.

Tabela 3 – Resultados das 50 execuções do AGM para Otimização do Modelo MCpCLP –S com 37 Localizadas.

Exec.	NFob	Fob	Tempo (seg)	Divers.	Exec.	NFob	Fob	Tempo (seg)	Divers.
1	5700	130722	0,73	11	26	7206	130722	0,29	22
2	3132	130722	0,40	9	27	5718	130722	0,27	19
3	6762	130722	0,33	5	28	5730	130722	0,30	10
4	5232	130722	0,22	7	29	3894	130722	0,17	22
5	3234	130722	0,22	22	30	7248	130722	0,29	8
6	6654	130722	0,51	11	31	15582	130722	0,63	12
7	5196	130722	0,35	7	32	3852	130722	0,16	18
8	3234	130722	0,20	13	33	4830	130722	0,21	4
9	9150	130722	0,39	9	34	17496	130722	0,78	5
10	1782	130722	0,08	16	35	4530	130722	0,18	26
11	4980	130722	0,21	21	36	3210	130722	0,14	24
12	3210	130722	0,14	6	37	3234	130722	0,14	7
13	3696	130722	0,15	17	38	10044	130722	0,43	7
14	2634	130722	0,09	11	39	8256	130722	0,32	16
15	11736	130722	0,72	17	40	10392	130722	0,41	18
16	8466	130722	0,41	9	41	4182	130722	0,19	10
17	22374	130722	1,14	17	42	1506	130722	0,09	33
18	11148	130722	0,46	34	43	24042	130722	1,01	14
19	8856	130722	0,46	12	44	15000	130722	0,57	8
20	9180	130722	0,42	9	45	3354	130722	0,13	18
21	17970	130722	0,87	13	46	5694	130722	0,28	10
22	9948	130722	0,42	20	47	3072	130722	0,13	8
23	2118	130722	0,08	13	48	12870	130722	0,51	21
24	3648	130722	0,18	29	49	4548	130722	0,19	17
25	4950	130722	0,20	6	50	8010	130722	0,35	8

Na Tabela 2, são apresentadas as 50 execuções do AGS para um instancia de 37

localidades para a otimização do modelo MCpCLP –S. Essas execuções produziram os seguintes valores médios e seus respectivos desvios padrão: Fob<sub>médio</sub>=132471 e Fob<sub>desvPad</sub>=2357; NFob<sub>médio</sub>=782586 e NFob<sub>desvPad</sub>=542315; Tempo<sub>médio</sub>=43 segundos e Tempo<sub>desvPad</sub>=30 segundos. Com esses resultados constata-se que o AGS apresentou tempo computacional maior que o tempo gasto pela otimização com o CPLEX, e mesmo assim, não consegui encontrar a solução ótima em 50% das execuções (36 de 50 execuções).

As execuções do AGS foram realizadas utilizando o modelo MCpHLP-S com p=8 e n=m=37 localidades. Foram padronizados os seguintes parâmetro genéticos: Tc=0,8, Tm1=0,1, Tm2=0,001, Tm3=0,005, Tm4=0,005 e critério de parada igual a 1 milhão de iterações ou se o algoritmo encontrar a solução ótima (solução conseguida com a otimização do CPLEX. Também utilizou um intervalo de geração geracional  $\lambda$  (= $\mu$ ) ( $\mu$ =n° de pais,  $\lambda$ =n° de filhos) acrescido de Elitismo, onde o melhor indivíduo da população corrente é mantido na próxima geração, substituindo os k=2 piores indivíduos dessa nova população. Também foram padronizados o tamanho da população Np=6, o número de concentradores p=8

O AGM conseguiu encontra a melhor solução para o problema em todas as execuções, apresentando um tempo de execução médio de Tempo<sub>médio</sub>=0,35 segundos e desvio padrão de Tempo<sub>desvPad</sub>=0,24 segundos, as execuções também apresentaram um valor médio de chamadas da função objetivo NFob<sub>médio</sub>=7369 com desvio padrão de NFob<sub>desvPad</sub>=5176. Com essas execuções é observado que o AGM apresentou menor tempo médio de execução do que o utilizado pelo CPLEX para encontrar a solução ótima para o problema. Nessas execuções foram utilizados os operadores genéticos: seleção pelo método da roleta, o operador de cruzamento de dois pontos com taxa de cruzamento Tc=0,7; as abordagens de mutação M1, M2 com suas respectivas taxas de mutação Tml=0,1, Tm2-0,01; também utilizou um intervalo de geração geracional  $\lambda$  $(=\mu)$  (μ=n° de pais, λ=n° de filhos) acrescido de Elitismo, onde o melhor indivíduo da população corrente é mantido na próxima geração, substituindo os k=2 piores indivíduos dessa nova população. Também foram padronizados o tamanho da população Np=6, o número de concentradores p=8 e o critério de parada utilizado é o critério que encerra o AGM quando o algoritmo encontrar a solução ótima para o problema (solução encontrada pelo CPLEX).

### 6.1. Nova Localização-Alocação dos Laboratórios do SISMETRA

A otimização das localizações-alocações dos laboratórios de metrologia do SISMETRA foi realizada utilizando o conjunto atual de localidades, apresentada na Figura 3, sendo composta de 38 localidades militares, distribuídas em 1 (um) LCC, 8 (oito) LRC e 29 (vinte e nove) LSC. Essa otimização gerou uma nova proposta de distribuição dos laboratórios, apresentada na Figura 8. Essa nova disposição dos laboratórios caso seja aceita como para implementação no sistema pode sofrer algumas alterações para se enquadrar nas determinações hierárquicas das organizações militares do COMAER.

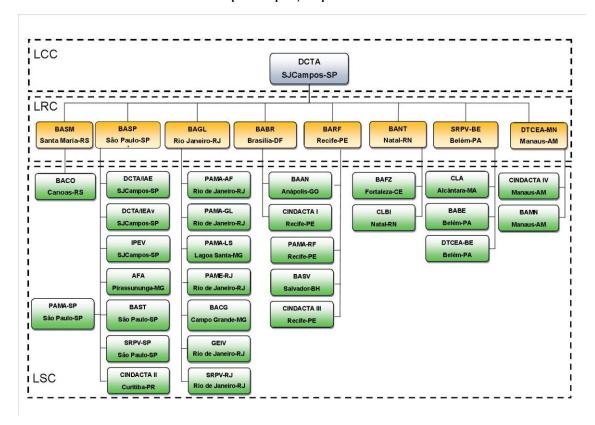


Figura 8 – Organograma Otimizado do SISMETRA

#### 7. Resultados

Com os resultados apresentados, pode-se avaliar que as abordagens genéticas propostas são promissoras para a otimização do modelo MCpCLP-S apresentado na formulação (5). Observou-se que o AGS apresentou dificuldades de encontrar a melhor solução para o problema, solução ótima, pois não possui um mecanismo de refinamento robusto (exploitation). Por outro lado, no AGM essa robustez e conseguida com a inclusão de uma busca local, fornecendo assim, eficiência para o mecanismo de refinamento do algoritmo. Esse melhoramento de eficiência conseguiu tornar o AGM ((43-0,35)/43)\*100=99% mais rápido que o AGS e ((0,59-0,35)/0,59\*100)=40% mais rápido que a otimização realizada pelo CPLEX.

A otimização das localizações-alocações dos laboratórios de metrologia do SISMETRA foi realizada utilizando o conjunto atual de localidades, apresentada na Figura 3, sendo composta de 38 localidades militares, distribuídas em 1 (um) LCC, 8 (oito) LRC e 29 (vinte e nove) LSC. Essa otimização gerou uma nova proposta de distribuição apresentada na Figura 8. A matriz de demandas e a matriz de capacidades solicitadas pelo modelo foram determinadas aleatoriamente, onde as capacidades foram superestimadas aumentando a região de soluções viáveis.

Utilizando (5) para medir a atual localização-alocação dos laboratórios do SISMETRA obtemos  $z_{Atual}$ =1034797, e comparando a atual configuração, Figura 3 , com a configuração conseguida pela otimização, Figura 8, com valor  $z_{Otimizado}$ =130772, obtemos um Melhoramento Logístico (ML),  $ML = \frac{z_{Atual} - z_{Otimizado}}{z_{Atual}} * 100 = 90\%$ .

Dessa forma, esse ML poderá melhorar a eficiência na realização das atividades metrológicas facilitando o transporte de materiais e funcionários para a realização das

atividades que proporcionam a confiabilidade metrológica do SISMETRA.

#### Referências

- Almeida, W. G. (27 de Fevereiro de 2009). Métodos Heurísticos para o Problema de Concentradores. *Dissertação de Mestrado*, 112. São José dos Campos, SP, Brasil: INPE.
- Arakaki, R. G. (25 de Março de 2002). Heurística de Localização-Alocação para Problemas de Localização de Facilidades. *Tese de Doutorado*. São José dos Campos, SP, Brasil: INPE.
- Arakaki, R. I., & Lorena, L. N. (Maio-Agosto de 2006). Uma heurística de localização-alocação (HLA). *Produção*, *16*(2), pp. 319-328.
- Bento, E. P., & Kagan, N. (Junho, Agosto e Setembro de 2008). Algoritmos genéticos e variantes na solução de problemas de configuração de redes de distribuição. *Controle & Automação*, 19(3), pp. 302-315.
- BRASIL. Ministério da Aeronáutica. (07 de dezembro de 1988). Portaria N° 858/GM3.
- BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica. (2008). NSCA 9-1 Sistema de Metrologia Aeroespacial (SISMETRA). 21.
- BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica. (29 de novembro de 2008). NSCA 9-1 Sistema de Metrologia Aeroespacial (SISMETRA). 21. São José dos Campos, SP, Brasil.
- BRASIL. Ministério da Defesa. Comando da Aeronáutica. (2009). NSCA 9-4 Estrutura Funcional do Sistema de. 37.
- Campbell, J. F. (1994). Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal Of Operational Research*, 72, 387-405.
- Cunha, C. B., & Silva, M. R. (2007). A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a LTL trucking company in Brazil. *European Journal of Operational Research*, 179, 747-758.
- Dias, C. R. (2004). Algoritmos Evolutivos para Problemas de Clusterização de Grafos Orientados: Desenvolvimento e Análise Experimental. Computação Aplicação. Niterói: Universidade Federal Fluminense.
- Filho, P. A., & Poppi, R. J. (1999). Algoritmo Genético em Química. *Química Nova*, 22(3), 405-411.
- Gen, M., Tsujimura, Y., & Ishizaki, S. (1996). Optimal design of a star-LAN using neural networks. *Computers & Industrial Engineering*, 31, 855-859.
- Goldbarg, M. C., & Luna, H. L. (2005). *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos* (2ª ed.). Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Elsevier.
- Goldbarg, M. C., Goldbarg, E. G., Mendes, C. d., Araújo, F. L., Corso, G., & Osti, N. M. (Maio a Agosto de 2009). Algoritmo evolucionário para otimização do plano de tratamento em radioterapia conformal 3D. *Pesquisa Operacional*, 29(2), pp. 239-267.
- Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley.
- Goldman, A. (1969). Optimal location for centers in a network. *Transportation Science*, 3, 352–360.
- Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Oper Res, 12*, 450–459.
- Holland, J. H. (1975). Adaptation in Natural and Artificial Systems. MIT Press, 11-147.
- INMETRO. (2009). Vocabulário Internacional de Metrologia Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados (VIM 2008). *1*°, 78. (INMETRO, Trad.) Rio de

- Janeiro, RJ, Brasil: INMETRO.
- Klincewicz, J. G. (1998). Hub location in backbone/tributary network design: a review. *Location Science*, *6*, 307-335.
- Labbé, M., & Yaman, H. (2008). Solving the Hub Location Problem in a Star Star Network. *NETWORKS*, *51*(1), 19-33.
- Lacerda, E. G. (23 de Junho de 2012). *Departamento de Engenharia de Computação e Automação*. Acesso em 9 de Outubro de 2012, disponível em http://www.dca.ufrn.br/~estefane/metaheuristicas/busca\_local.pdf
- Lorena, L. A., & Furtado, J. C. (2001). Constructive Genetic Algorithm for Clustering Problems. *Evolutionary Computation*, *9*(3), 309-327.
- Love, R. F., Morris, J. G., & Wesolowsky, G. O. (1988). *Facilities Location: Models & Methods* (Vol. 7). (S. I. Gass, Ed.) New York: Elsevier Science Publishing.
- Mendes, J. d., & Gonçalves, J. F. (2003). Um algoritmo genético para o problema de sequenciamento de projectos com recursos limitados. *Investigação Operacional*, 23, pp. 179-195.
- Miasaki, C. T., & Romero, R. (2007). Um Algoritmo Genético Especializado Aplicado ao Planejamento da Expansão do Sistema de Transmissão com Alocação de Dispositivos de Compensação Série. *Revista Controle & Automação*, 18(2), 210-222.
- Michalewicz, Z. (1996). *Genetic algorithms* + *data structures* = *evolution programs* (3<sup>a</sup> ed.). New York: Spring-Verlag.
- O' Kelly, M. E., & Miller, H. J. (1994). The hub network design problem A review and synthesis. *Journal of Transport Geography*, 2(1), 31-40.
- O'Kelly, M. (1987). A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research*, *32*, 393-404.
- O'Kelly, M. E., Bryan, D., Skorin-Kapov, D., & Skorin-Kapov, J. (1996). Hub Network Design with Single and Multiple Allocation: a Computational Study. *Locafion Scienc*, 4(3), 125-138.
- Reche, M. M., & Assis, A. S. (2010). Acervo Digital. *CONGRESSO INTERNO DO INMETRO* (p. 10). Rio de Janeiro: INMETRO.
- Ribeiro, G. F., Nagano, M. S., & Lorena, L. A. (2007). Metaheurística Híbrida Algoritmo Genético-Clustering Search para redução de estoques em processamento em sistemas de produção Flow Shop permutacional. *XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Fortaleza.
- Sá, E. M. (7 de Fevereiro de 2011). Localização de Concentradores Aplicada ao Transporte Público. *Dissertação de Mestrado*, 78. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais.
- Silva, S. C., & Lorena, L. N. (21 a 25 de Novembro de 2011). Algoritmo Genético para a clusterização de grupos de aprendizes utilizando o inventário de estilos de aprendizagem de Felder-Soloman. 22° Simpósio Brasileiro de Informática na Educação e 17° Workshop de Informática na Escola., 4. Aracaju, Sergipe, Brasil
- Smith, K., Krishnamoorthy, M., & Palaniswami, M. (1996). Neural Versus Traditional Approaches to the Location of Interacting Hub Facilities. *Location Science*, *4*(3), 155-171.
- Topcuoglu, H., Corut, F., Ermis, M., & Ylmaz, G. (2005). Solving the uncapacitated hub location problem using genetic algorithms. *Computers and Operations Reseach*, 32, 967-984.
- Yaman, H. (2008). Star p-hub median problem with modular arc capacities. *Computers & Operations Research*, *35*, 3009-3019.