

Redes Complexas de Séries Temporais: Topologia Versus Dinâmica

Andriana S. L. O. Campanharo, Fernando Manuel Ramos,
José Demísio Simões da Silva

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC)
Avenida dos Astronautas 1.758 – 12227-010 – São José dos Campos – SP – Brazil

{andriana, fernando, demisio}@lac.inpe.br

Abstract. *In this work we construct complex networks from pseudoperiodic time series, with each cycle represented by a single node in the network and the connection between nodes is determined by linear correlation coefficient between them. We investigate the statistical properties of these networks, such as the clustering coefficient and the average path length and find that time series with different dynamics exhibit distinct topological structures.*

Resumo. *Neste trabalho nós construímos redes complexas a partir de séries pseudo-periódicas, onde cada ciclo é representado por um nó na rede associada e a conexão entre os nós é determinada pelo coeficiente de correlação linear entre os mesmos. Nós investigamos as propriedades estatísticas dessas redes, como o coeficiente de clusterização e o comprimento do caminho médio e encontramos que séries temporais com dinâmicas diferentes exibem estruturas topológicas distintas.*

1. Introdução

A caracterização da dinâmica de um sistema físico a partir da análise de séries temporais é um tema de grande relevância em diferentes áreas da ciência e das engenharias. Por este motivo, várias “métricas” foram propostas na literatura, como, por exemplo, entropias, dimensões (e.g., dimensão de correlação) e expoentes (e.g. expoente de Lyapunov).

Neste trabalho iremos caracterizar séries temporais a partir de uma abordagem totalmente inovadora: sob uma perspectiva de redes complexas. Mais especificamente, iremos mapear a estrutura harmônica de uma série temporal na topologia de nós e conexões de uma rede complexa, a qual pode ser então caracterizada com as ferramentas estatísticas usuais, como o coeficiente de agrupamento e o comprimento do caminho médio. Nosso objetivo principal é mostrar que redes complexas associadas a séries temporais com dinâmicas distintas, apresentam estruturas topológicas distintas.

2. Redes complexas e séries temporais

2.1. Séries temporais utilizadas

Neste trabalho utilizamos dois tipos de séries temporais pseudo-periódicas. O primeiro tipo se refere a uma série periódica acrescida com uma taxa de ruído, ou seja:

$$y_n = \sin(2\pi\omega n) + b\eta_n \quad (1)$$

onde $b = 0.2836$ e η é um parâmetro aleatório tal que $\eta \approx N(0, \sigma^2)$.

O segundo tipo se refere a série temporal oriunda da evolução temporal da variável de estado x do sistema de EDO's de Rossler:

$$\begin{aligned} dx/dt &= -y - z \\ dy/dt &= x + ay \\ dz/dt &= d + (x - c)z \end{aligned} \quad (2)$$

onde a , d e c são parâmetros reais e positivos. Fixando $a = 0.1$, $d = 0.1$ e $c = 14$ no Sistema (2), a trajetória obtida se desenvolve em um atrator caótico [Alligood et al. 1997]. Desta forma, a série temporal obtida é denominada *série temporal caótica*.

2.2. Detectando os nós da rede

Primeiramente, dividimos as séries temporais periódica com ruído e caótica em m ciclos disjuntos de acordo com seus mínimos locais, conforme procedimento proposto por Zhang e Small [Zhang and Small 2006]. A busca pelos mínimos das séries em estudo foi feita através do cálculo do **Zscore** (Z_c):

$$Z_c = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (3)$$

onde x é o valor da série temporal, μ é a sua média e σ seu desvio padrão.

Com base no valor de Z_c obtido, criamos um sistema especialista para a detecção dos mínimos locais associados a ambas as séries. Ou seja,

- Dado um ponto da série temporal, calculamos sua amplitude A .
- Se Z_c for menor que A multiplicado por dado fator f , então o ponto em questão é um mínimo local;
- Caso contrário, o ponto em questão não é um mínimo local;

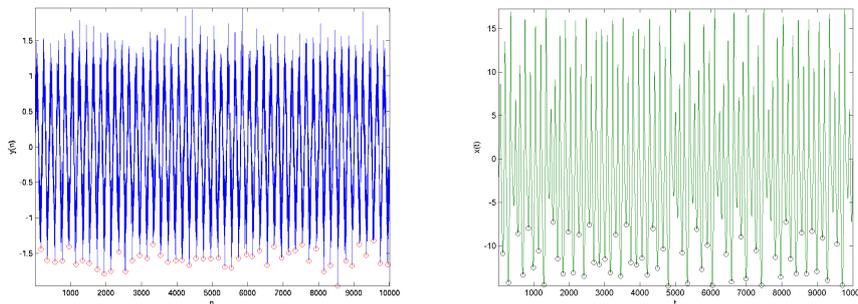


Figura 1. Detecção dos mínimos locais associados as séries temporais periódica com ruído e caótica, respectivamente.

Cada ciclo encontrado pelo processo descrito anteriormente foi considerado como um nó de um grafo, e desta forma, obtivemos representações de redes para as séries temporais em estudo. É importante observar que os ciclos obtidos não possuem os mesmos números de pontos, já que ambas as séries analisadas não são puramente periódicas.

2.3. Detectando a conectividade entre os nós da rede

A conectividade entre os ciclos encontrados, que correspondem aos nós da rede, foi obtida com base no coeficiente de correlação linear ρ entre dois ciclos. O coeficiente de correlação caracteriza a similaridade entre os ciclos, assim dois ciclos com uma correlação temporal grande estarão conectados na rede correspondente, e vice-versa [Zhang and Small 2006].

2.4. Resultados

Aplicamos o processo de mapeamento série temporal - rede complexa nas séries temporais apresentadas anteriormente. Em ambos os casos consideramos séries temporais com 10000 pontos.

Para investigar as propriedades das redes obtidas com base na construção descrita anteriormente, realizamos um estudo das propriedades estatísticas das mesmas. Ou seja, calculamos coeficientes de agrupamento¹ C e os comprimentos do caminhos médios² L associados.

A Tabela 1 apresenta os valores de C e L , obtidos para as redes associadas às séries temporais periódica com ruído e caótica.

Tabela 1. Valores de C e L das redes associadas as séries temporais pseudo-periódicas em estudo.

Série temporal	C	L
Série pseudo-periódica (periódica com ruído)	1,9349	1,5674
Série pseudo-periódica (Rossler)	1,6298	14,6147

3. Conclusões

Em resumo, podemos afirmar que séries temporais com dinâmicas diferentes apresentam estruturas topológicas distintas. É importante observar que apesar das séries periódica com ruído e caótica possuírem formas bastante semelhantes, ambas possuem dinâmicas completamente diferentes. Esta afirmação é constatada pelos diferentes valores de C e L encontrados para as redes associadas para ambas as séries. Este resultado é muito relevante, já que o mapeamento série temporal - rede complexa pode ser útil na distinção da dinâmica subjacente de uma série temporal.

Referências

- Alligood, K. T., Sauer, T. D., and York, J. A. (1997). *Chaos*. Springer-Verlag, New York. USA. 602 p.
- Zhang, J. and Small, M. (2006). Complex network from pseudoperiodic time series: Topology versus dynamics. *Physical Review Letters*, 96:2387011–2387014.

¹Razão entre o número de ligações que realmente existem em um dado nó, pelo número total de ligações possíveis.

²Definido como o número de ligações no menor caminho entre dois vértices, medidos sobre todos os pares de vértices da rede.